

"Estoy segura de que al comer uno de estos pastelitos," pensó, "cambiaré de tamaño..." De manera que se tragó uno... y con alegría descubrió que se empezaba a encoger directamente.

LEWIS CARROLL

VII

EJEMPLOS DE APLICACION

CAPITULO VII

EJEMPLOS DE APLICACION

VII.1 DESCRIPCION GENERAL

En este Capitulo se contrastará la validez de los planteamientos expuestos previamente, analizando diversos problemas de optimización estructural.

Los Ejemplos 1 y 2 fueron realizados con anterioridad al desarrollo del cuerpo fundamental de este trabajo. En ambos casos se construyó un programa de optimización de tipo "monolítico" a partir de un programa de elementos finitos convencional. El programa original se modificó íntegramente para realizar un análisis de sensibilidad de primer orden específico para el problema en cuestión. Los problemas de minimización se resolvieron en ambos casos mediante el método de programación lineal secuencial con límites móviles. Evidentemente, el coste de desarrollo de ambos programas fue muy elevado, y su rango de aplicación mínimo, puesto que se diseñaron para resolver un solo problema. El método de programación lineal secuencial se demostró además eficiente únicamente en el Ejemplo 1, con una función objetivo lineal y con restricciones poco no lineales en función de las variables de diseño. Ambos ejemplos se comentarán muy brevemente, y de hecho su presentación obedece exclusivamente

a que la experiencia adquirida en su resolución fue el germen de los planteamientos que se han expuesto en este estudio.

A continuación se describen en detalle los Ejemplos 3, 4 y 5, resueltos mediante programas escritos en el sistema DAO² según la metodología general propuesta.

En el Ejemplo 3 se analiza una presa de gravedad que se optimiza bajo una sola hipótesis de carga, partiendo de tres diseños iniciales radicalmente diferentes y obteniendo tres soluciones finales virtualmente idénticas.

En el Ejemplo 4 se analiza una ménsula que se optimiza bajo varias hipótesis de carga, y utilizando varias teorías de cálculo simultáneamente. Se parte de dos diseños iniciales distintos y se obtienen dos soluciones finales virtualmente idénticas. El problema analizado en este ejemplo sería, con ciertas salvedades, asimilable a la optimización de la forma de la ménsula central de una presa bóveda.

En el Ejemplo 5 se analiza una cubierta de hormigón de planta cuadrada y espesor variable apoyada en los cuatro vértices. La estructura se optimiza simultáneamente bajo dos hipótesis de carga. Las variables de diseño definen la forma de la superficie media y la ley de espesores. El cálculo estructural se realiza mediante elementos tridimensionales.

Por último, en el Ejemplo 6 se contrasta la exactitud de las técnicas de análisis de sensibilidad de primer y segundo orden mediante el Método de Elementos Finitos. Se analiza una estructura sencilla (una ménsula de sección rectangular uniforme)

y se utiliza como control la teoría de resistencia de materiales.

VII.2 EJEMPLO NO. 1

En este ejemplo se optimizó una viga simple biapoyada, de sección rectangular, espesor constante y canto variable.

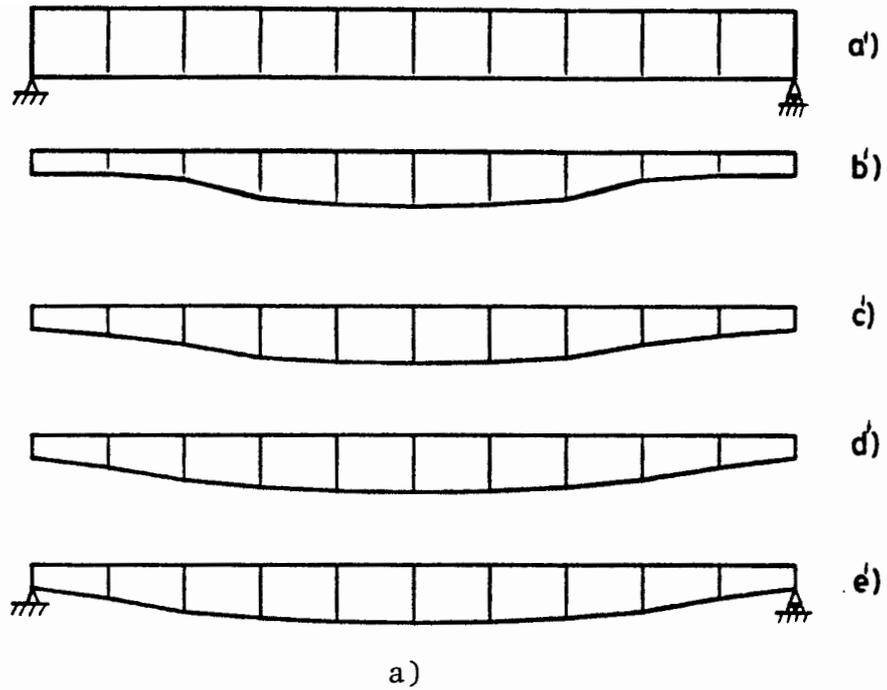
La geometría de la viga se modeló a partir de los cantos en 11 secciones tipo equiespaciadas (Fig. 7.1-a), que se eligieron como variables de diseño. Entre cada dos secciones se obtiene el canto en cualquier punto por interpolación lineal.

Se consideró una sola hipótesis de carga, combinación del peso propio de la viga y de una carga uniformemente repartida en el paramento superior.

El análisis estructural se efectuó en tensión plana mediante el Método de Elementos Finitos. La malla se generó automáticamente discretizando la viga en 10 elementos isoparamétricos de 8 nodos (uno entre cada dos secciones tipo).

La función objetivo a minimizar fue el peso estructural. Se impusieron restricciones geométricas laterales de canto mínimo en todas las secciones tipo, y limitaciones superiores en las tensiones longitudinales de tracción en la fibra inferior de cada sección tipo. El problema de minimización se resolvió mediante el método de programación lineal secuencial con límites móviles.

La convergencia fue rápida (Fig. 7.1-b) debido principalmente a la sencillez del modelo, y a que la función objetivo adoptada es lineal con las restricciones. Se resolvió el mismo problema utilizando un número mayor de secciones tipo (hasta 41 variables de diseño), comprobándose que la velocidad de convergencia seguía siendo alta y no se producían oscilaciones.



- . Hipótesis de carga : peso propio y carga uniforme.
- . Variables de diseño: cantos en 11 secciones equiespaciadas
- . Restricciones en canto y tensión.
- . Función objetivo : peso de la estructura
- a) Diseño inicial (factible). b) 1ª iteración. c) 2ª iteración
- d) 3ª iteración. e) Optimo.

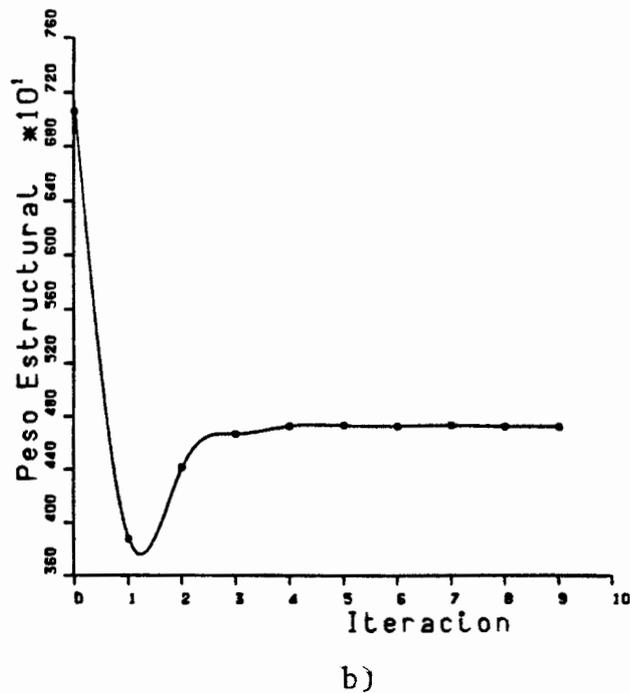


Figura 7.1.- Ejemplo No.:1. Evolución del proceso de optimización.

- a) Evolución del diseño estructural.
- b) Evolución de la función objetivo.

VII.3 EJEMPLO NO. 2

En este ejemplo se optimizó la sección de una tubería de acero, simétrica respecto a los ejes horizontal y vertical, sometida a la presión de un fluido en su interior.

La geometría de un cuarto de la sección se modeló a partir de los radios interiores y los espesores sobre tres orientaciones tipo (situadas a 0° , 45° y 90° respecto al eje horizontal) que se eligieron como variables de diseño. Entre cada dos orientaciones se interpoló el radio y el espesor linealmente en función del ángulo formado con el eje horizontal.

Se consideró una sola hipótesis de carga, la de presión interior uniforme.

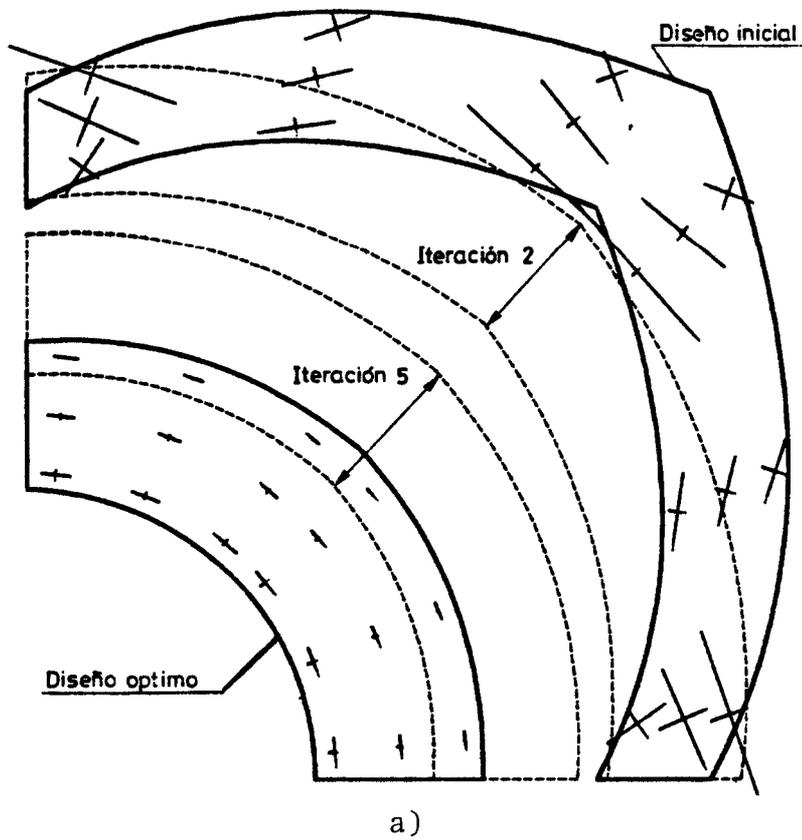
El análisis estructural se efectuó en tensión plana mediante el Método de Elementos Finitos. La malla se generó automáticamente discretizando el cuarto de sección en tan solo 2 elementos isoparamétricos de 8 nodos (uno entre cada dos orientaciones tipo).

La función objetivo a minimizar fue el peso estructural por unidad de longitud de la tubería.

Se impusieron restricciones geométricas laterales de radio mínimo en todas las orientaciones tipo, y limitaciones superiores en las tensiones de tracción circunferenciales y radiales, en la cara interna de la tubería y en cada orientación tipo.

El problema de minimización se resolvió mediante el método de programación lineal secuencial con límites móviles.

La geometría de la sección en algunas iteraciones se muestra en la Figura (7-2.a). Se produjeron oscilaciones en las últimas iteraciones, a pesar de las cuales el algoritmo convergió, pero sólo empleando límites móviles relativamente pequeños. Pese a la sencillez del problema, el algoritmo no convergió al modelar la geometría de la sección mediante un número más elevado de variables de diseño, produciéndose oscilaciones de gran amplitud en torno al óptimo.



- .Hipótesis de carga : presión interior
- .Variables de diseño: radio interior y espesor sobre 3 orientaciones
- .Restricciones en radio y tensión
- .Función objetivo: peso de la estructura

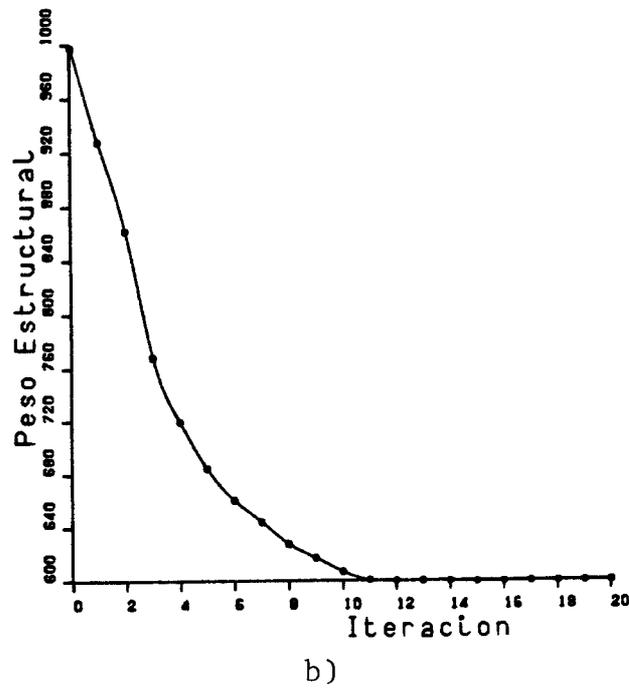


Figura 7.2.- Ejemplo No.:2. Evolución del proceso de optimización.

- a)Evolución del diseño estructural.
- b)Evolución de la función objetivo.

VII.4 EJEMPLO NO. 3

VII.4.1 Modelo de optimización

En este ejemplo se analiza la optimización de una estructura asimilable a la sección de una presa de gravedad, maciza y de hormigón.

La geometría de la sección se modela tal y como se esquematiza en la Figura 7.3.

Se observan dos bloques claramente diferenciados; el trapezoidal inferior de la base, y el rectangular superior de la coronación, cuyas dimensiones definen completamente la geometría estructural.

Se han escogido como variables de diseño las siguientes:

- x_1 = anchura de la base en metros.
- x_2 = anchura de la coronación en metros.
- x_3 = altura de la coronación sobre el máximo nivel de agua en metros.

y como constantes de diseño:

- $H = 60 \text{ m.}$ = máxima altura de agua.
- $w_h = 1 \text{ T/m}^3$ = peso específico del agua.
- $E = 3 \text{ MT/m}^2$ = módulo de elasticidad del hormigón.
- $\nu = 0.2$ = módulo de Poisson del hormigón.

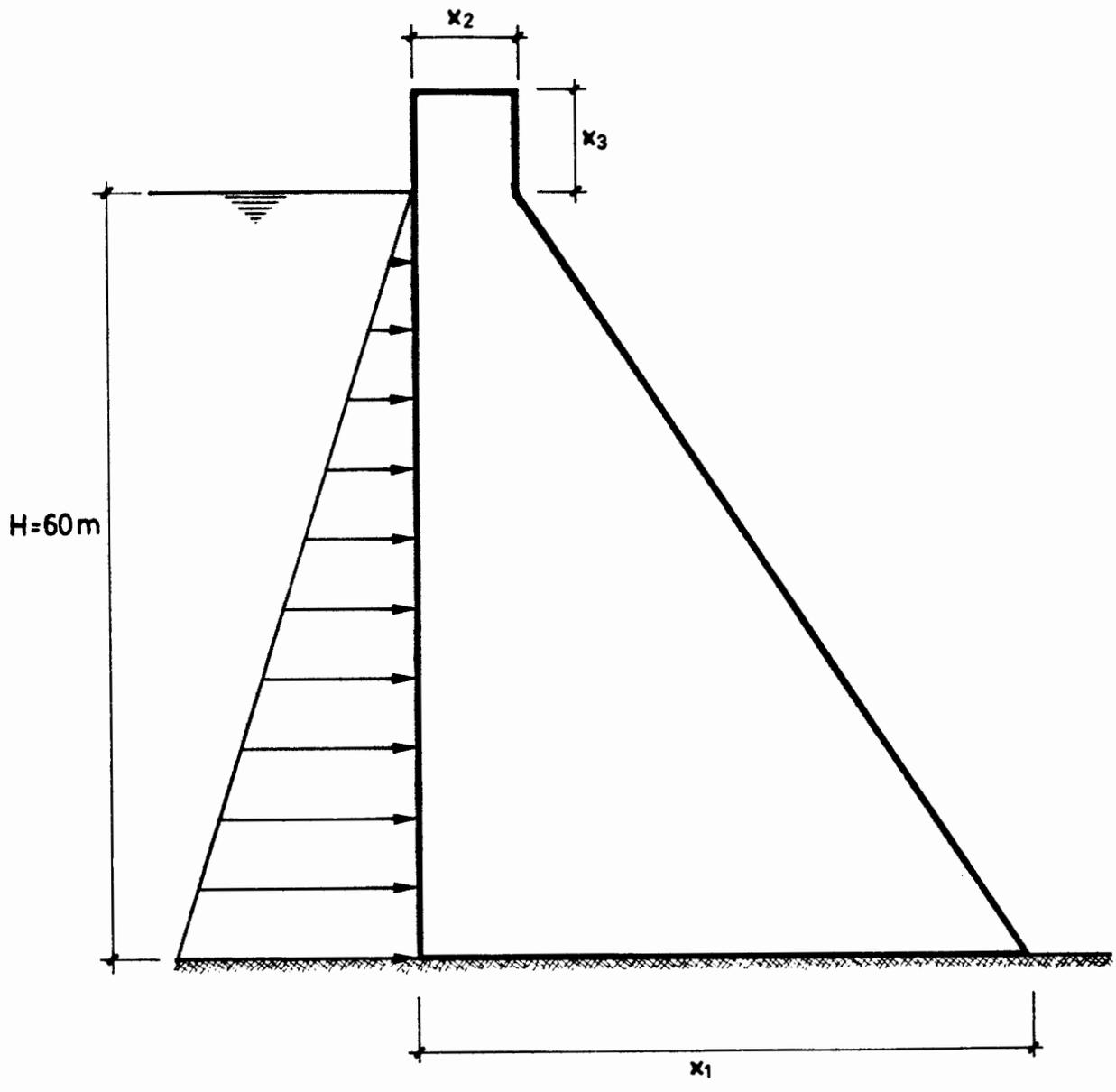


Figura 7.3.- Ejemplo No.:3. Modelo de Parametrización

- $w_c = 2.3 \text{ T/m}^3$ = peso específico del hormigón.

que se corresponden de forma explícita con las variables fundamentales y ambientales que definen el diseño.

Se considera una sola hipótesis de carga, combinación del peso propio de la estructura y de la carga hidrostática correspondiente al máximo nivel de llenado.

El análisis estructural se efectúa en deformación plana mediante el Método de Elementos Finitos. La malla se genera automáticamente discretizando el bloque trapezoidal inferior en 5x5 elementos isoparamétricos de 8 nodos, y el bloque rectangular superior en 5x1 elementos. La integración se realiza mediante la cuadratura de Gauss de 3x3 puntos en las integrales de superficie en el recinto de los elementos, y mediante la cuadratura de Gauss de 3 puntos en las integrales de línea en sus contornos.

Se hace la hipótesis de empotramiento perfecto de la presa en la subestructura, hipótesis evidentemente simplificadora pero válida en primera aproximación.

La función objetivo a minimizar es el peso estructural por unidad de longitud de la presa.

Se imponen las restricciones geométricas laterales:

$$\begin{aligned}x_1 &\geq 30 \text{ m.} \\x_2 &\geq 5 \text{ m.} \\5\text{m.} &\geq x_3 \geq 1 \text{ m.}\end{aligned}$$

que aseguran un ancho de coronación suficiente para el tránsito de vehículos, y un margen mínimo de la cota de coronación sobre

el máximo nivel de llenado.

Se imponen las restricciones siguientes sobre las tensiones principales en el plano de la sección:

$$\sigma_I \leq 2 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\sigma_{II} \geq - 275 \text{ Kp/cm}^2$$

en los 15 puntos de Gauss situados en la fila horizontal intermedia de puntos de integración de los 5 elementos de la capa inferior, siendo ésta la zona de la estructura que se presupone más solicitada. De hecho, la fila inferior de puntos de Gauss estaría probablemente más solicitada que la fila intermedia. Sin embargo, la proximidad del empotramiento puede inducir errores en el cálculo de las tensiones en puntos demasiado cercanos a los apoyos, y por otro lado la hipótesis de empotramiento perfecto no es sino una aproximación elemental a la interacción terreno-estructura. Por todo ello, y puesto que las tensiones reales en los puntos de Gauss de ambas filas no deben diferir excesivamente, dadas las características de la estructura, se ha considerado más conveniente imponer las restricciones en los puntos de la fila intermedia.

Las restricciones impuestas limitan las tracciones y compresiones máximas admisibles en los puntos mencionados. Se considera que la tensión en sentido longitudinal será en todo caso inferior en cuantía (tanto en tracción como en compresión) a las tensiones en el plano de la sección.

Se imponen por tanto un total de 30 restricciones en desigualdad, además de las restricciones laterales.

El proceso de optimización se lleva a cabo en tres casos diferentes a partir de tres diseños iniciales radicalmente distintos, obteniéndose un diseño final virtualmente idéntico dentro de los límites de precisión prefijados. En la Figura 7.4 se observa la convergencia de los tres procesos hacia el valor óptimo de la función objetivo en un máximo de 13 iteraciones.

Analizaremos a continuación el proceso de optimización en los tres casos resueltos.

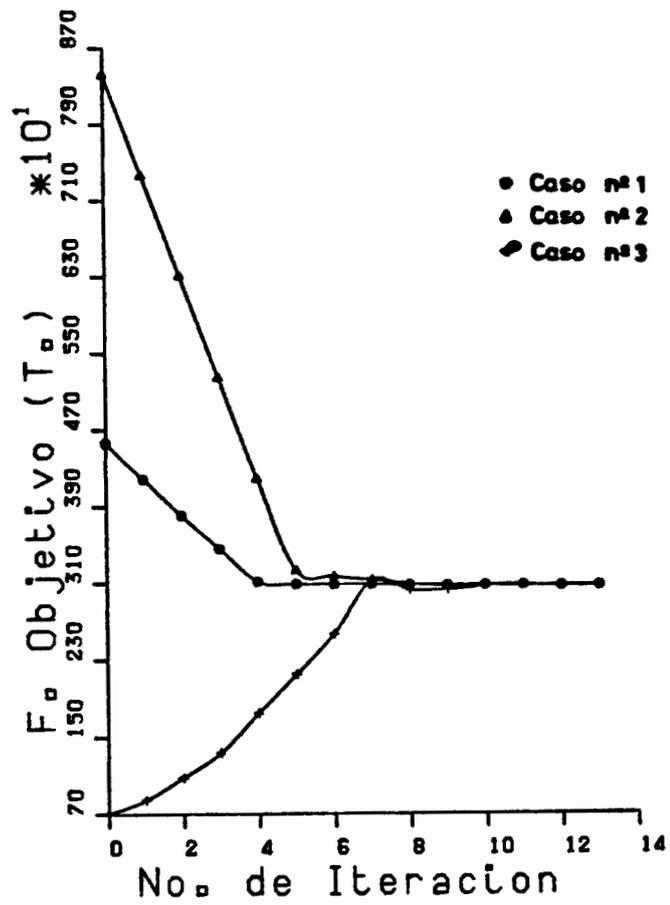


Figura 7.4.- Ejemplo No.:3. Evolución de la función objetivo en el proceso de optimización para los tres diseños iniciales considerados.

VII.4.2 Caso No. 1 del Ejemplo No. 3

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.1.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.5. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.6-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.6-b. En la Tabla 7.2 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.7) es factible, aunque sobredimensionado. En las Figuras 7.8 y 7.9 se muestran sus estados deformacionales y tensionales. Nótese que la estructura trabaja enteramente a compresión, y las pequeñas tracciones que aparecen en los puntos de Gauss cercanos a la base son fruto fundamentalmente de la elemental aproximación efectuada a la interacción entre terreno y estructura.

En la Figura 7.5 se aprecia como la anchura de la base decrece en las primeras iteraciones produciendo una fuerte disminución del peso estructural, obteniéndose diseños intermedios (Fig. 7.10) en los que las deformaciones son progresivamente mayores (Fig. 7.11-a) y la base de la estructura comienza a trabajar a tracción (Fig. 7.11-c), siendo las tensiones de compresión (Fig. 7.11-b) del mismo orden que las del diseño inicial y en cualquier caso muy inferiores a los límites impuestos.

A partir de un cierto momento no es posible reducir el

ancho de la base sin que aparezcan tracciones por encima de los límites impuestos. Sin embargo, es posible disminuir ligeramente el peso estructural si se reduce la anchura de la base y se aumenta simultáneamente la altura del bloque de coronación (Fig. 7.12), ya que un mayor peso en esa zona contribuye a comprimir el área traccionada, sin modificar de forma sustancial los estados deformacional y tensional de la estructura (Fig. 7.13).

El óptimo se alcanza en la décimotercera iteración (Fig. 7.14) cuando la altura del bloque de coronación toma el valor máximo permitido.

Si no se impusiera un límite en la altura máxima de la coronación, el optimizador la incrementaría paulatinamente, disminuyendo la anchura de la base a la par. El proceso se detendría cuando el peso que sería necesario añadir en coronación para evitar la aparición de tracciones en el pie de la presa, fuera superior al peso eliminado al reducir el ancho de la base. Si bien la disminución neta de peso sería insignificante, el diseño final adoptaría una forma muy distinta a la del óptimo obtenido en este estudio, con una altura de coronación del orden de varias decenas de metros sobre el nivel máximo del agua. El problema de optimización estaría matemáticamente bien resuelto, pero desde un punto de vista ingenieril el diseño sería irrealizable y absurdo. Se evidencia así la gran importancia que tiene imponer adecuadamente las restricciones, tanto geométricas como de todo tipo.

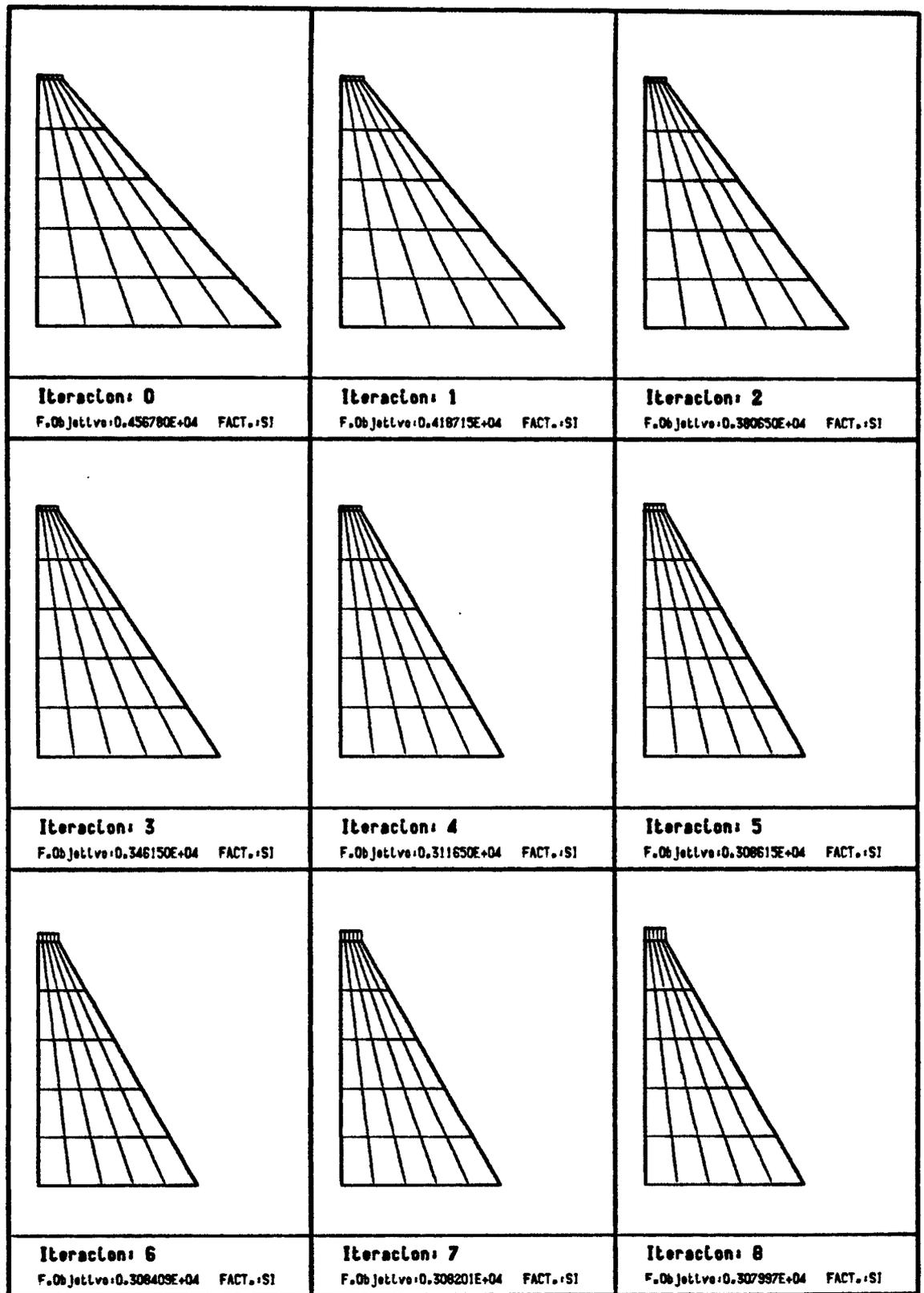
El estado tenso-deformacional del diseño final se muestra en la Figura 7.15. El diseño final es factible, así como todos

los diseños intermedios, y la reducción del peso estructural obtenida es de aproximadamente un 33% del peso estructural inicial.

Ejemplo No. 3 - Caso No. 1

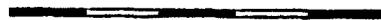
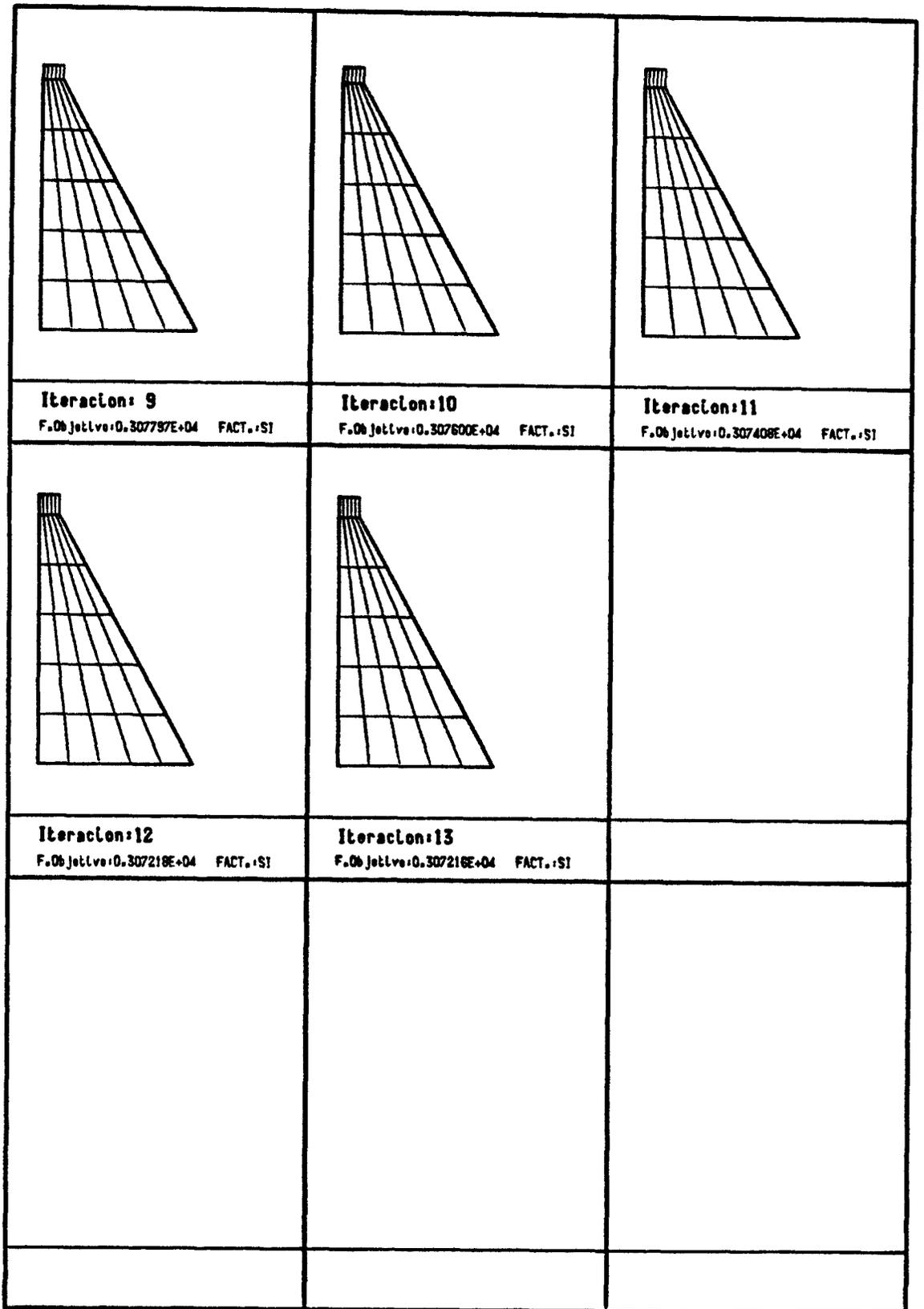
VARIABLES DE DISEÑO INICIALES (m.): $x_1 = 60.0$ $x_2 = 6.0$ $x_3 = 1.0$		
Número máximo de iteraciones = 20		
LÍMITES MÓVILES (m.): $c_1 = 5.0$ $c_2 = 0.5$ $c_3 = 0.5$		
TOLERANCIAS EN LAS VARIABLES DE DISEÑO (m.): $\epsilon_1 = 0.0001$ $\epsilon_2 = 0.0001$ $\epsilon_3 = 0.0001$		
TOLERANCIAS EN LAS RESTRICCIONES (Kp/cm²): $\epsilon_j = 0.0005$; j=1, __, 30		
LÍMITES DE ACTIVIDAD (Kp/cm²): $\eta_j = 20.0$; j=1, __, 30		

Tabla 7.1.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.



1 cm. = 15.000 m.

Figura 7.5-A.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial factible.



1 cm. = 15.000 m.

Figura 7.5-B.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial factible.

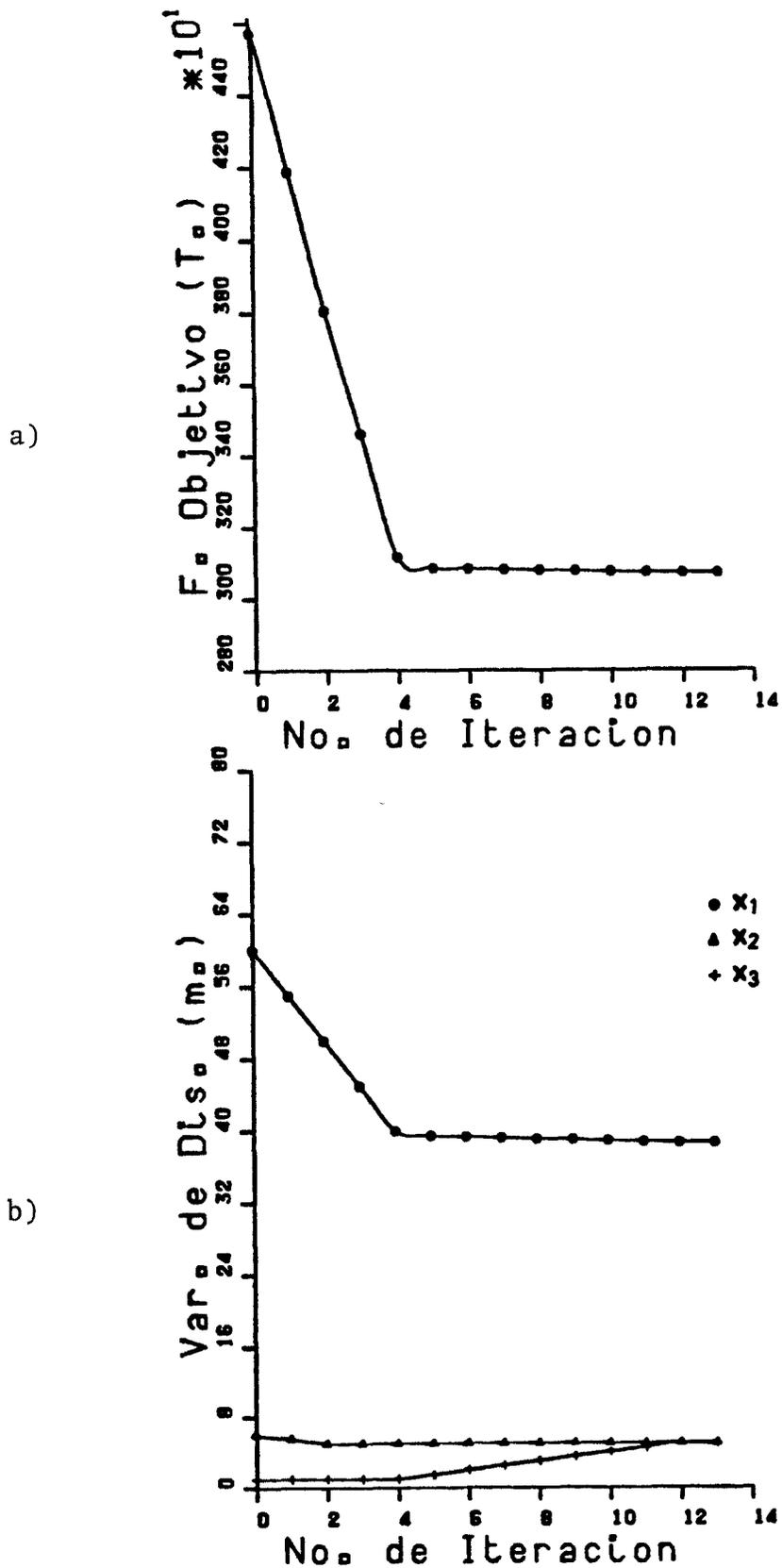


Figura 7.6.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Convergencia del proceso de optimización.

- a) Evolución de la función objetivo.
- b) Evolución de las variables de diseño.

no. iteración	x ₁	x ₂	x ₃	F. objetivo
0	0.600000E+02	0.600000E+01	0.100000E+01	0.456780E+04
1	0.550000E+02	0.550000E+01	0.100000E+01	0.418715E+04
2	0.500000E+02	0.500000E+01	0.100000E+01	0.380650E+04
3	0.450000E+02	0.500000E+01	0.100000E+01	0.346150E+04
4	0.400000E+02	0.500000E+01	0.100000E+01	0.311650E+04
5	0.394788E+02	0.500000E+01	0.148800E+01	0.308615E+04
6	0.393656E+02	0.500000E+01	0.198800E+01	0.308409E+04
7	0.392522E+02	0.500000E+01	0.248800E+01	0.308201E+04
8	0.391393E+02	0.500000E+01	0.298800E+01	0.307997E+04
9	0.390269E+02	0.500000E+01	0.348800E+01	0.307797E+04
10	0.389151E+02	0.500000E+01	0.398800E+01	0.307600E+04
11	0.388038E+02	0.500000E+01	0.448800E+01	0.307408E+04
12	0.386930E+02	0.500000E+01	0.498800E+01	0.307218E+04
13	0.386907E+02	0.500000E+01	0.500000E+01	0.307216E+04

no. iteración	trac. (Kp/cm ²)	comp. (Kp/cm ²)
0	0.260736E-01	0.955376E+01
1	0.656066E-01	0.952440E+01
2	0.109258E+00	0.971649E+01
3	0.151835E+00	0.104423E+02
4	0.181158E+01	0.120663E+02
5	0.200046E+01	0.122829E+02
6	0.200013E+01	0.123227E+02
7	0.200013E+01	0.123629E+02
8	0.200013E+01	0.124032E+02
9	0.200013E+01	0.124504E+02
10	0.200013E+01	0.124985E+02
11	0.200013E+01	0.125467E+02
12	0.200013E+01	0.125950E+02
13	0.200000E+01	0.125960E+02

Tabla 7.2.- Ejemplo No.3. Caso No.:1. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).

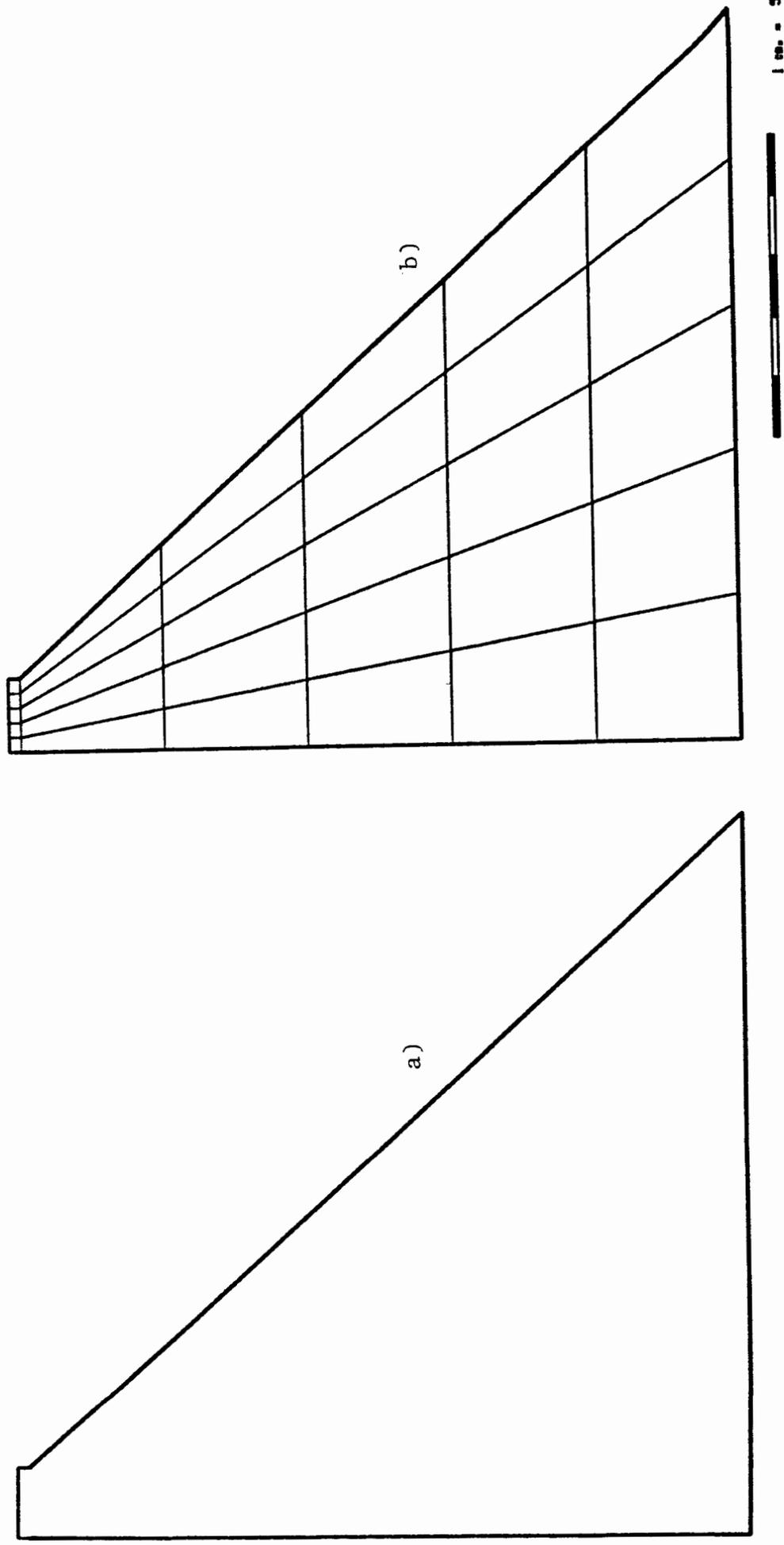
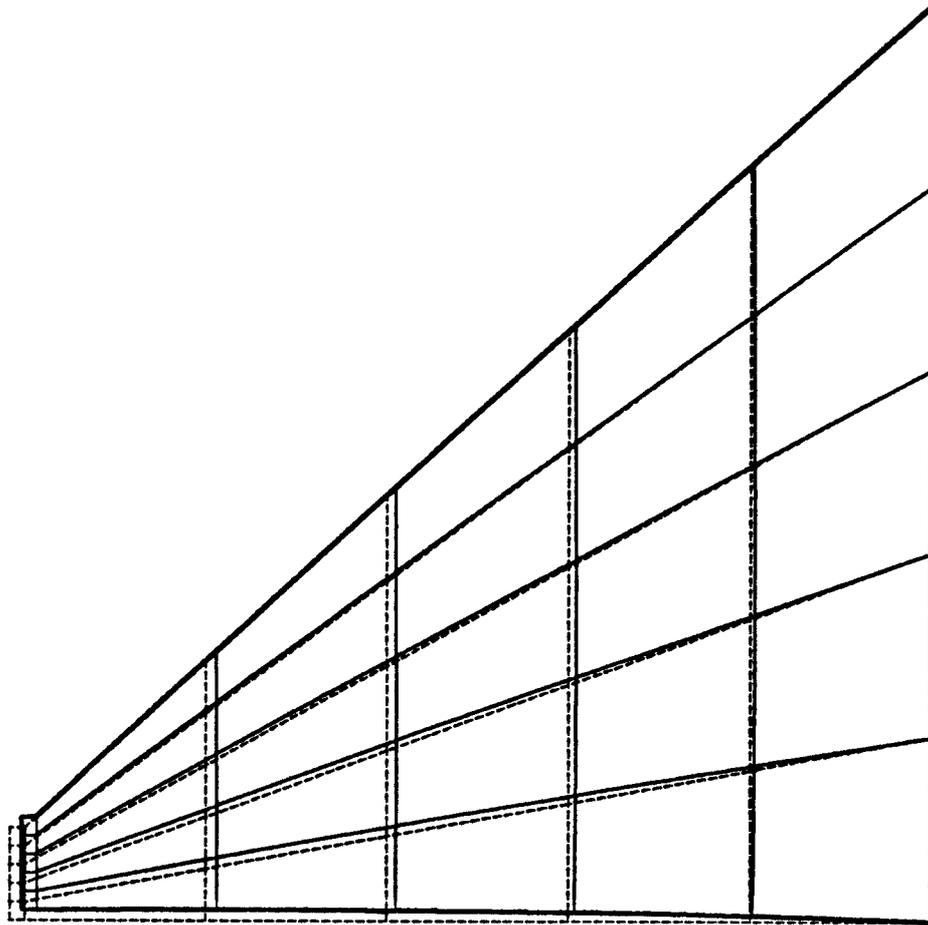


Figura 7.7.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometria del diseño inicial.

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.8.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

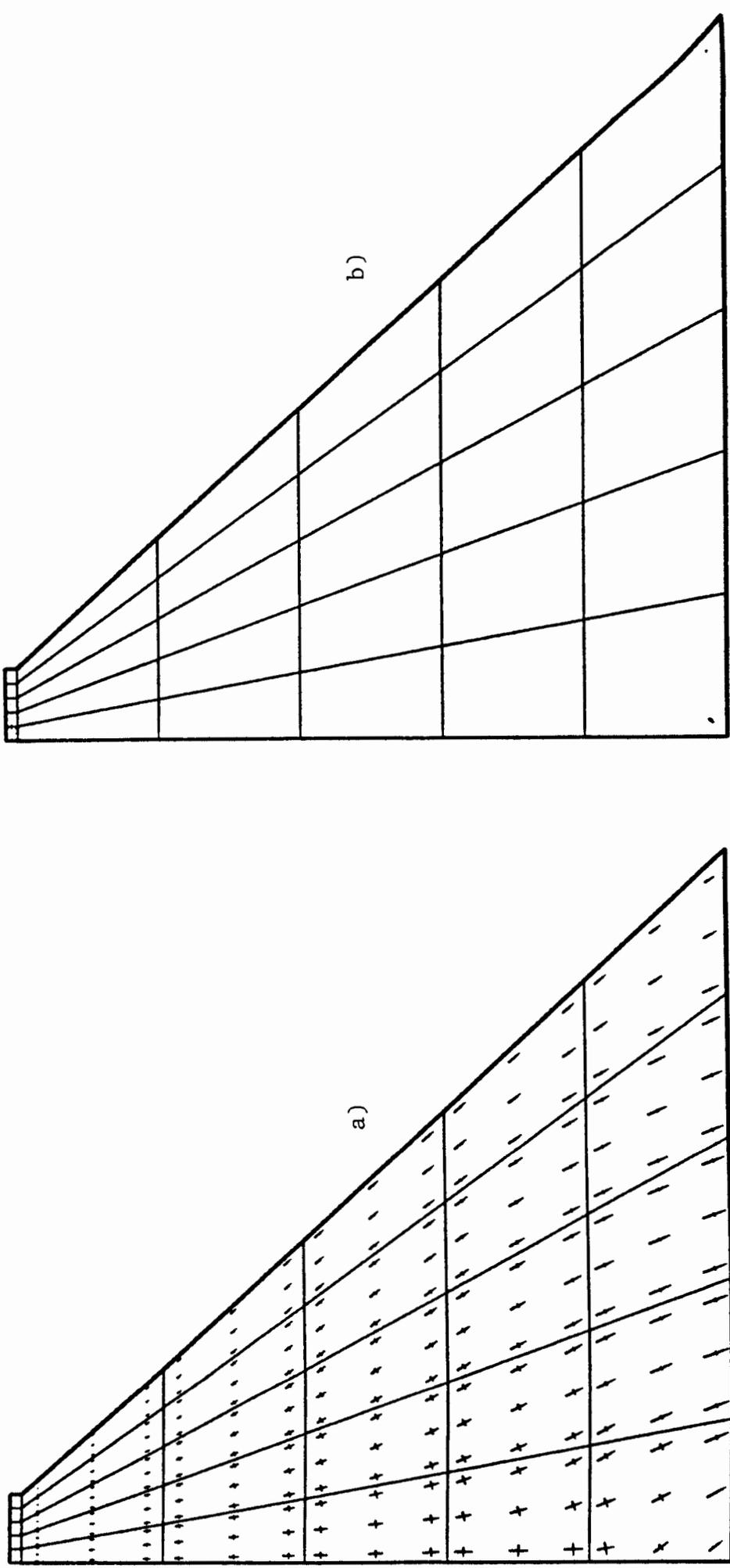
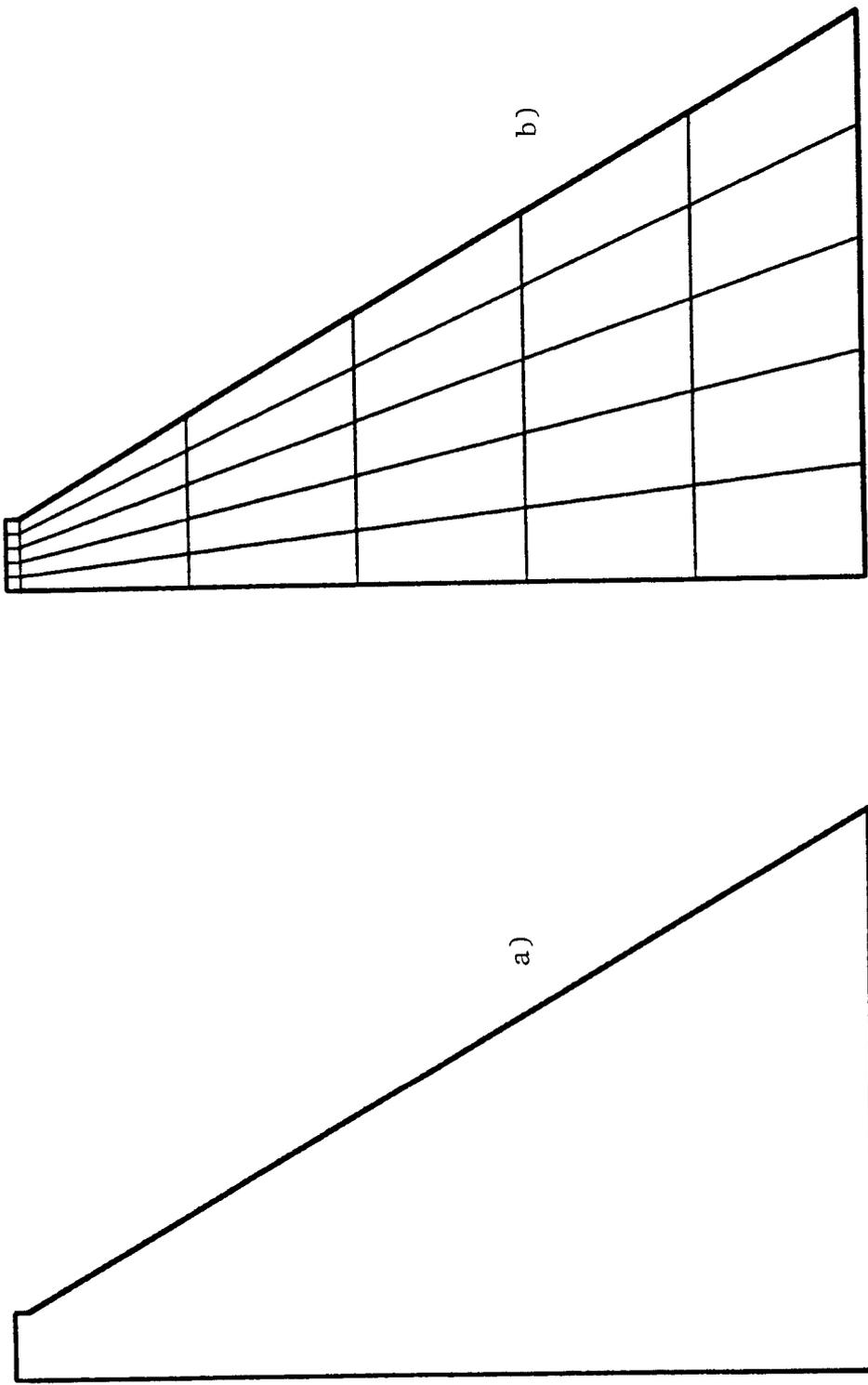


Figura 7.9.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Estado tensional del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.

- a) Tensiones principales de compresión.
- b) Tensiones principales de tracción.



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.10.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometria del diseño en la cuarta iteración.

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.

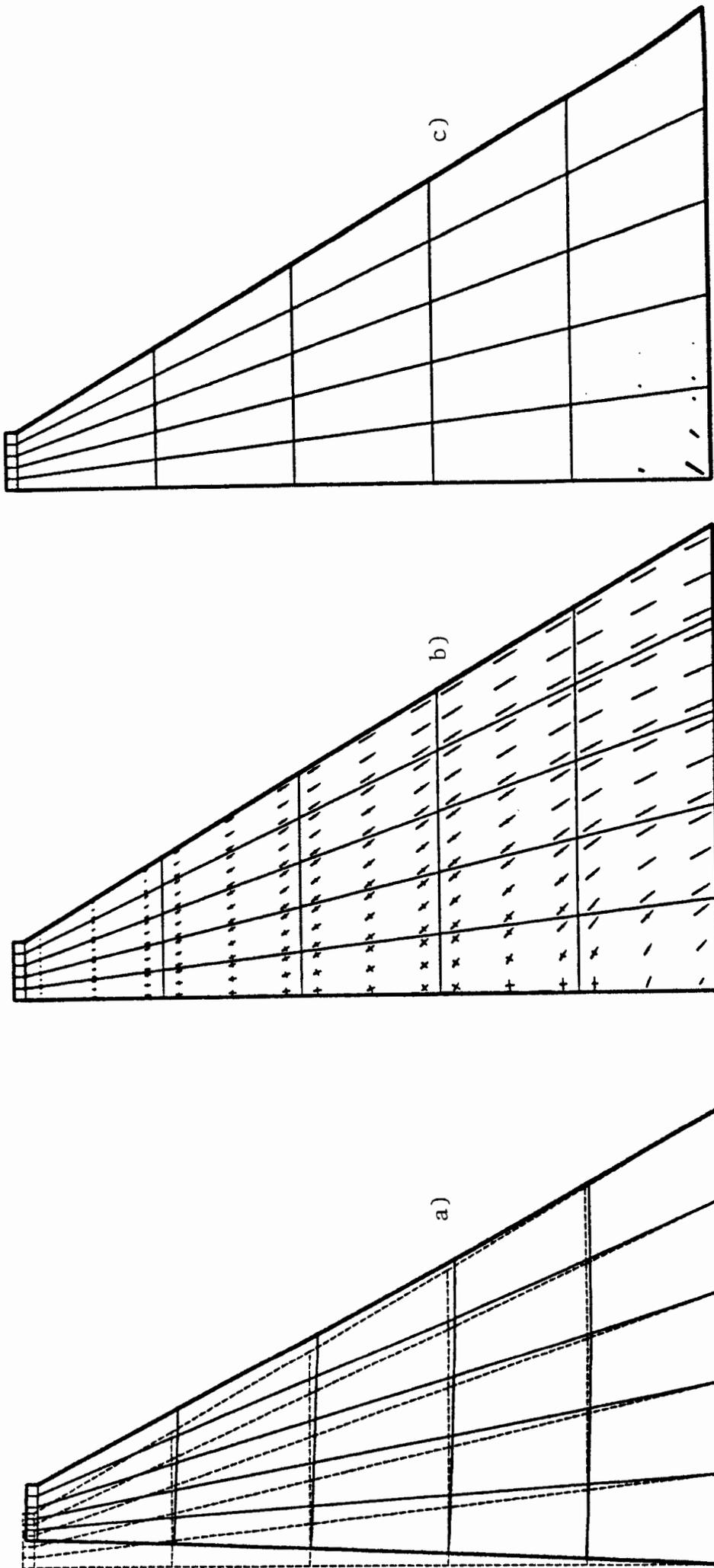
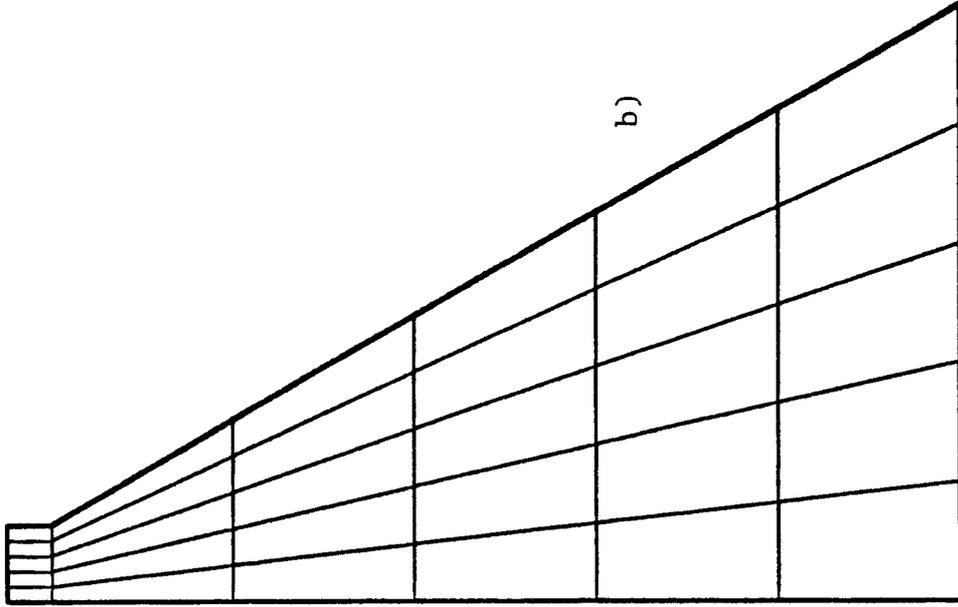
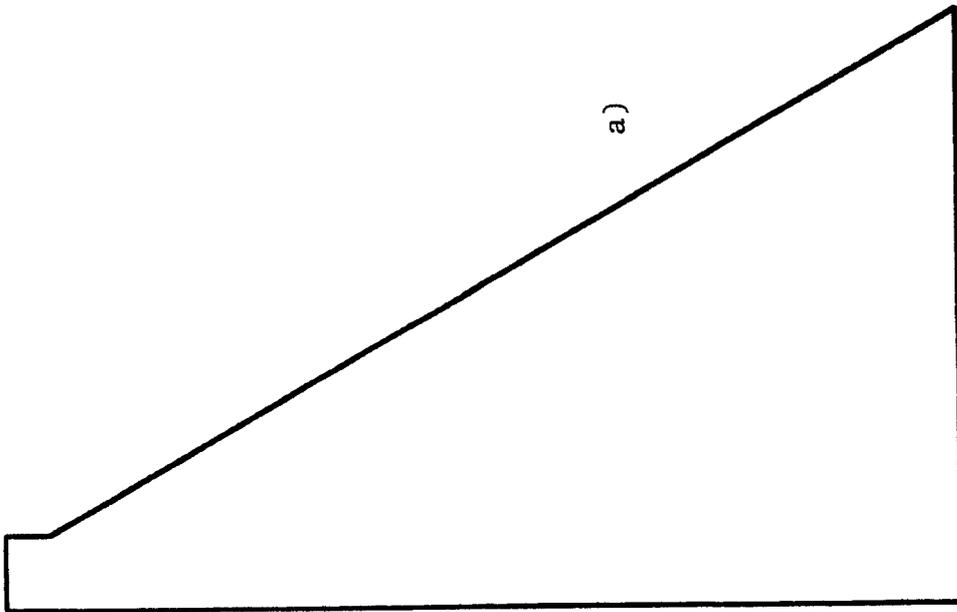


Figura 7.11.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada y estado tensional del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.12.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometría del diseño en la octava iteración.

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.

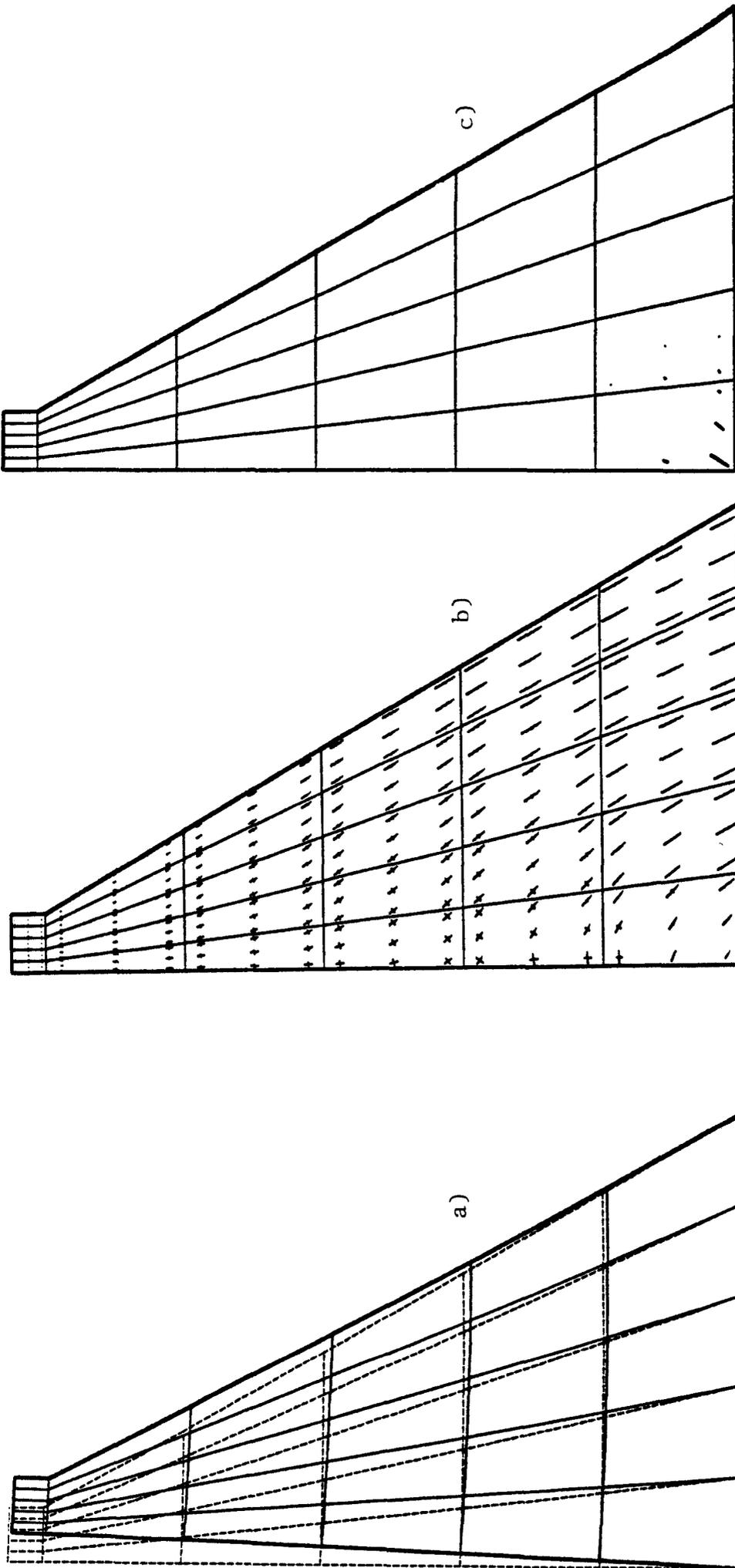
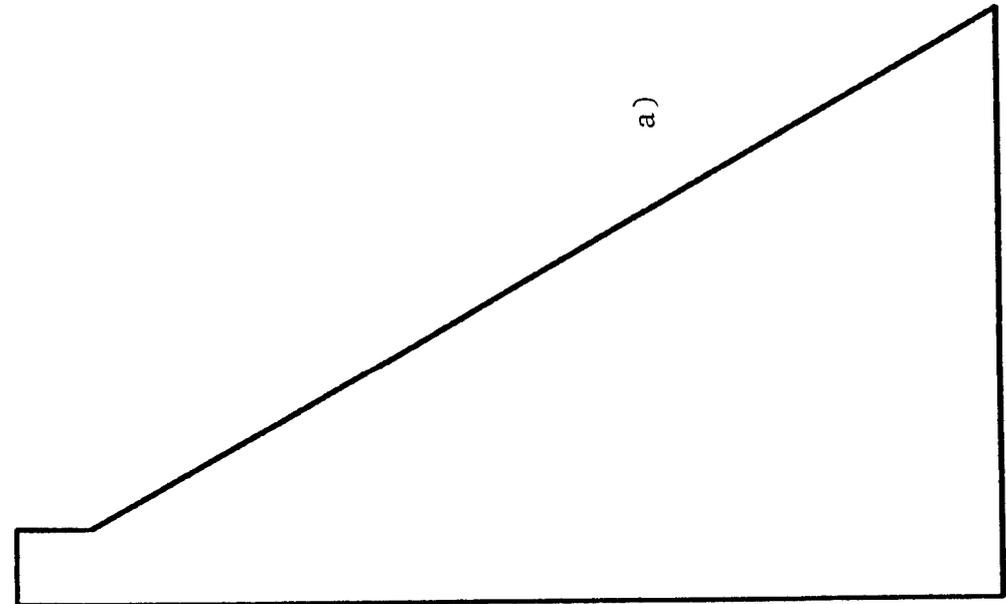
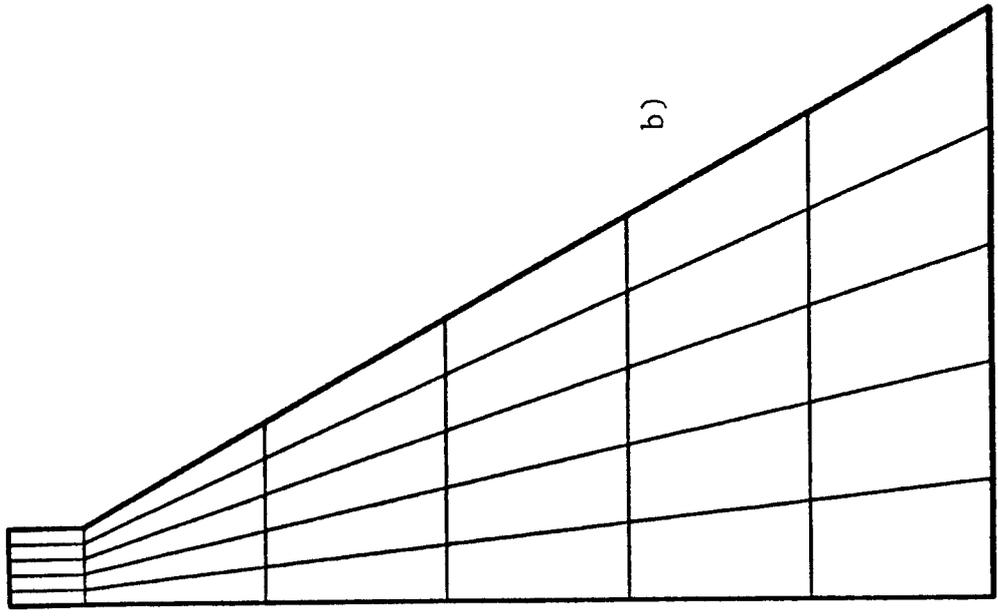


Figura 7.13.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada y estado tensional del diseño en la octava iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.



a)



b)



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.14.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Geometria del diseño en la decimotercera iteración. (OPTIMO)

a)Forma.

b)Malla de cálculo.

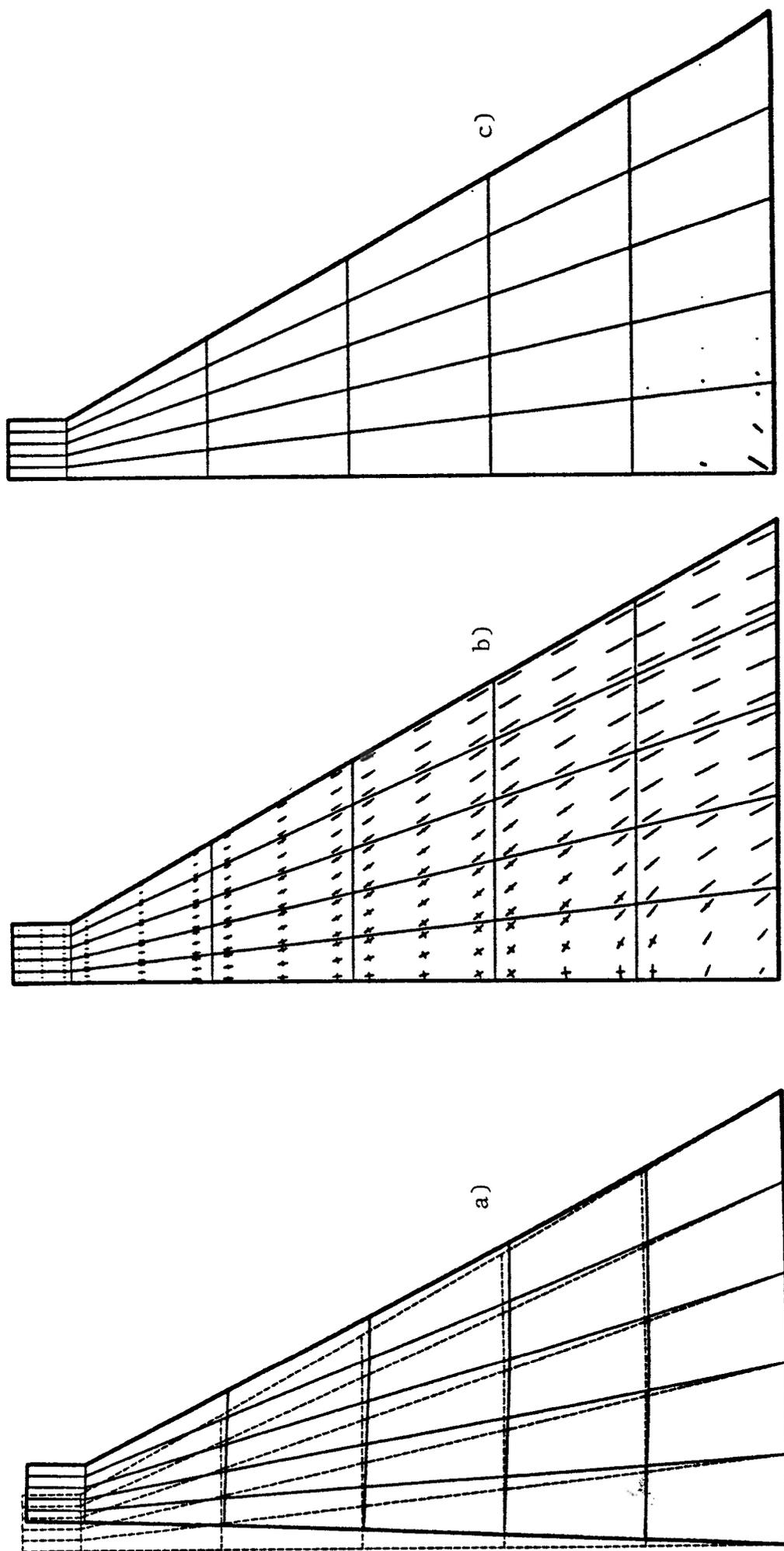


Figura 7.15.- Ejemplo No.:3. Caso No.:1. Deformada y estado tensional del diseño en la decimotercera iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.

VII.4.3 Caso No. 2 del Ejemplo No. 3

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.3.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.16. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.17-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.17-b. En la Tabla 7.4 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.18) es factible, aunque muy sobredimensionado, y evidentemente absurdo desde un punto de vista ingenieril. Su elección obedece al deseo de contrastar la potencia del método, analizando la convergencia hacia la estructura óptima a partir de un diseño sumamente ineficaz y alejado del anterior. En las Figuras 7.19 y 7.20 se muestran sus estados de deformacionales y tensionales. Al igual que en el caso anterior, la estructura trabaja enteramente a compresión.

En la Figura 7.16 se aprecia como tanto la anchura de la base como la de coronación decrecen simultáneamente en las primeras iteraciones produciendo una fuerte disminución del peso estructural. Los primeros diseños intermedios que se obtienen (Fig. 7.21) están notablemente alejados todavía del óptimo. Sus deformaciones son progresivamente mayores (Fig. 7.22-a) a la par que la base de la estructura comienza a trabajar a tracción (Fig. 7.22-c), mientras que las tensiones de compresión (Fig. 7.22-b) son del mismo orden que las del diseño inicial. Sin embargo, la forma de trabajar del diseño es mucho más uniforme y no hay zonas

tan claramente desaprovechadas como en el diseño inicial.

Al igual que en el caso anterior, a partir de un cierto momento no es posible reducir el ancho de la base sin que aparezcan tracciones por encima de los límites impuestos. Además, el diseño es ligeramente no factible. Igualmente es posible disminuir un tanto el peso estructural si se reduce la anchura de la base y se aumenta simultáneamente la altura del bloque de coronación (Fig. 7.23), sin modificar de forma sustancial los estados deformacional y tensional de la estructura (Fig. 7.24).

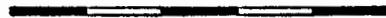
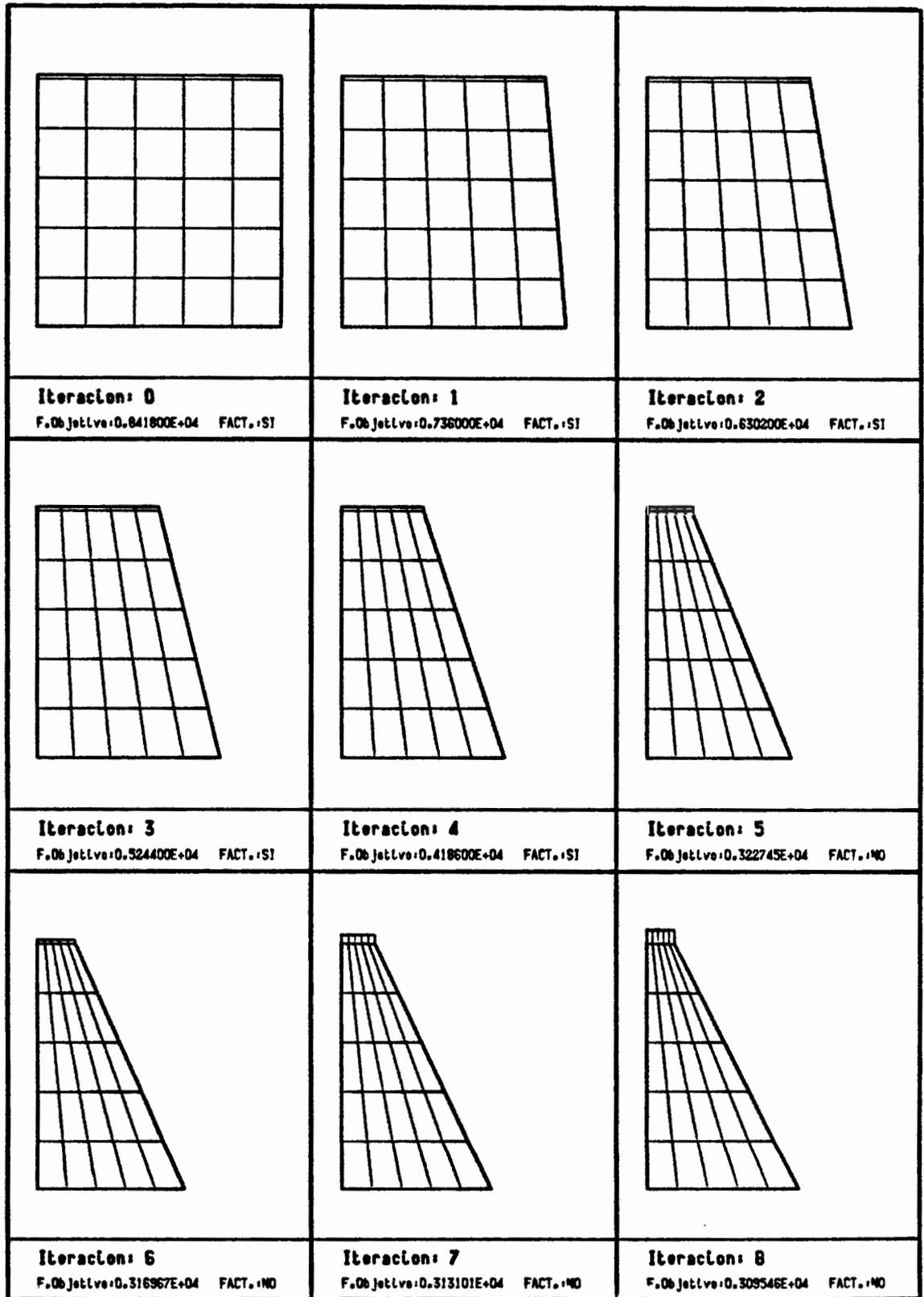
El óptimo se alcanza en la undécima iteración (Fig. 7.25), siendo virtualmente idéntico al obtenido a partir del diseño inicial del caso anterior.

El estado tenso-deformacional del diseño final se muestra en la Figura 7.26. El diseño final es factible, pero no así todos los diseños intermedios. Sin embargo las restricciones no se violan en el proceso más que de una forma poco significativa. La reducción del peso estructural obtenida es de aproximadamente un 64% del peso estructural inicial.

Ejemplo No. 3 - Caso No. 2

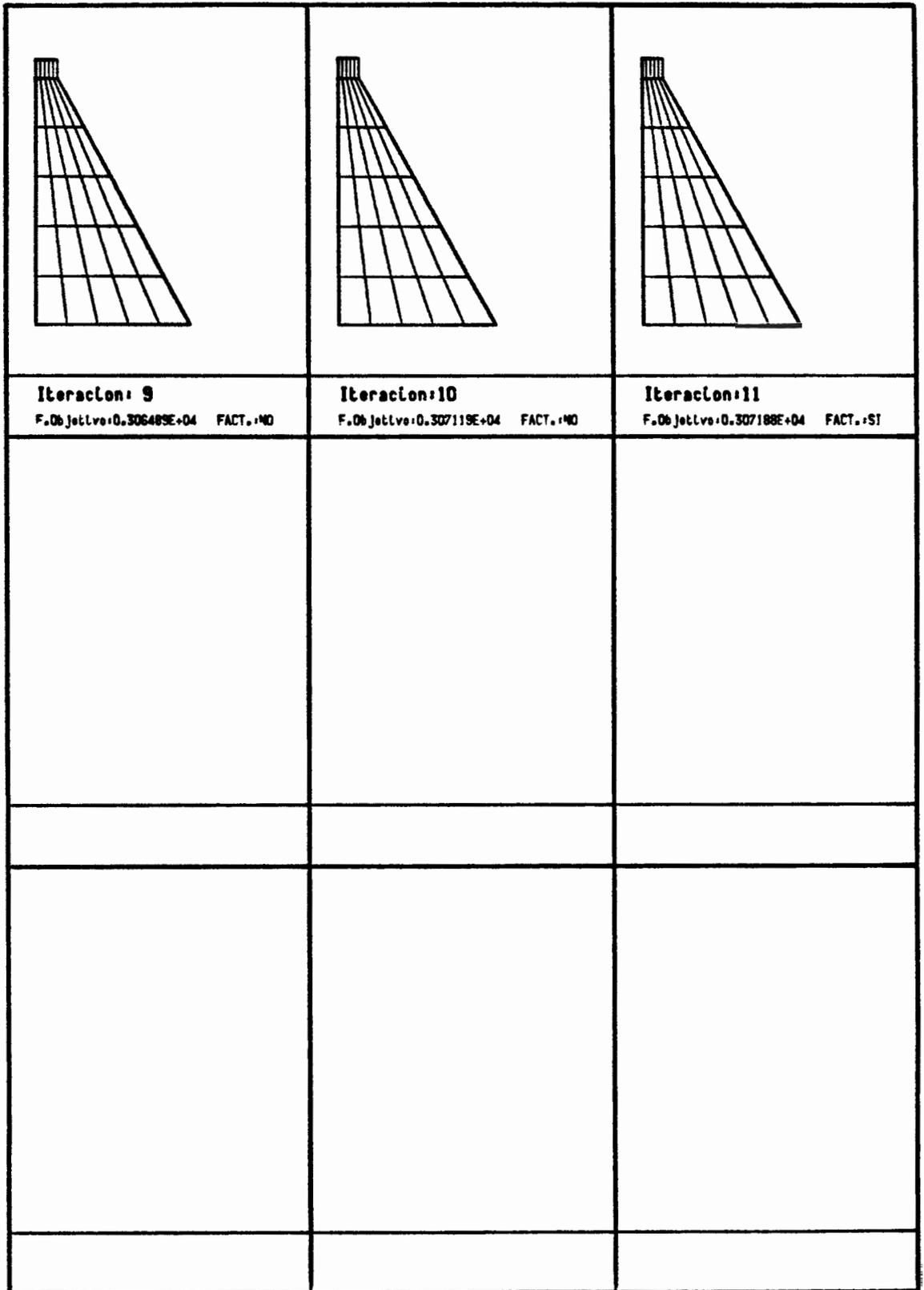
Variabes de diseño iniciales (m.):		
$x_1 = 60.0$	$x_2 = 60.0$	$x_3 = 1.0$
Número máximo de iteraciones = 50		
Límites Móviles (m.):		
$c_1 = 5.0$	$c_2 = 10.0$	$c_3 = 5.0$
Tolerancias en las variables de diseño (m.):		
$\epsilon_1 = 0.0001$	$\epsilon_2 = 0.0001$	$\epsilon_3 = 0.0001$
Tolerancias en las restricciones (Kp/cm²):		
$\epsilon_j = 0.005$; j=1, __, 30
Límites de Actividad (Kp/cm²):		
$\eta_j = 20.0$; j=1, __, 30

Tabla 7.3.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.



1 cm. = 15.000 m.

Figura 7.16-A.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial factible.



1 cm. = 15.000 m.

Figura 7.16-B.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial factible.

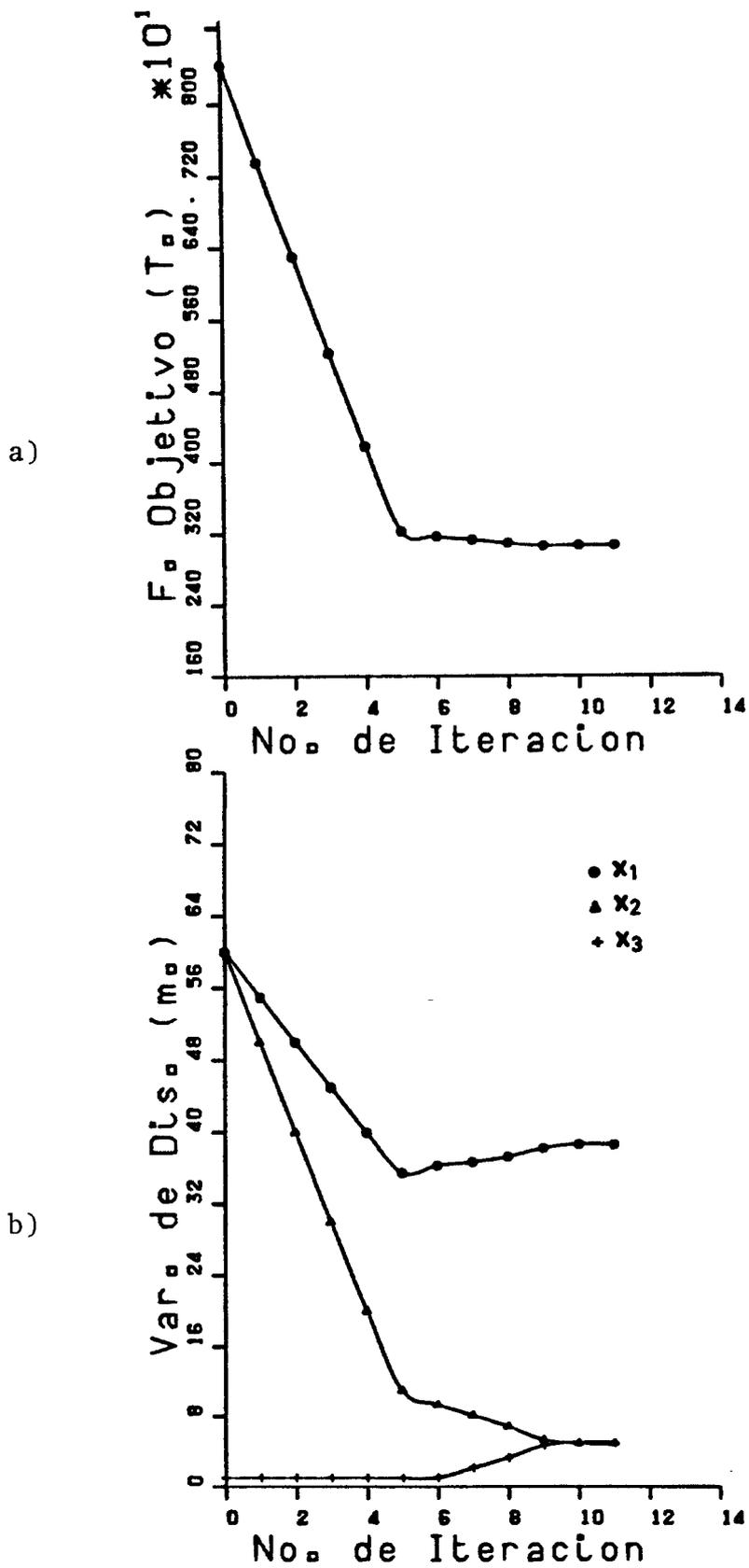


Figura 7.17.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Convergencia del proceso de optimización.

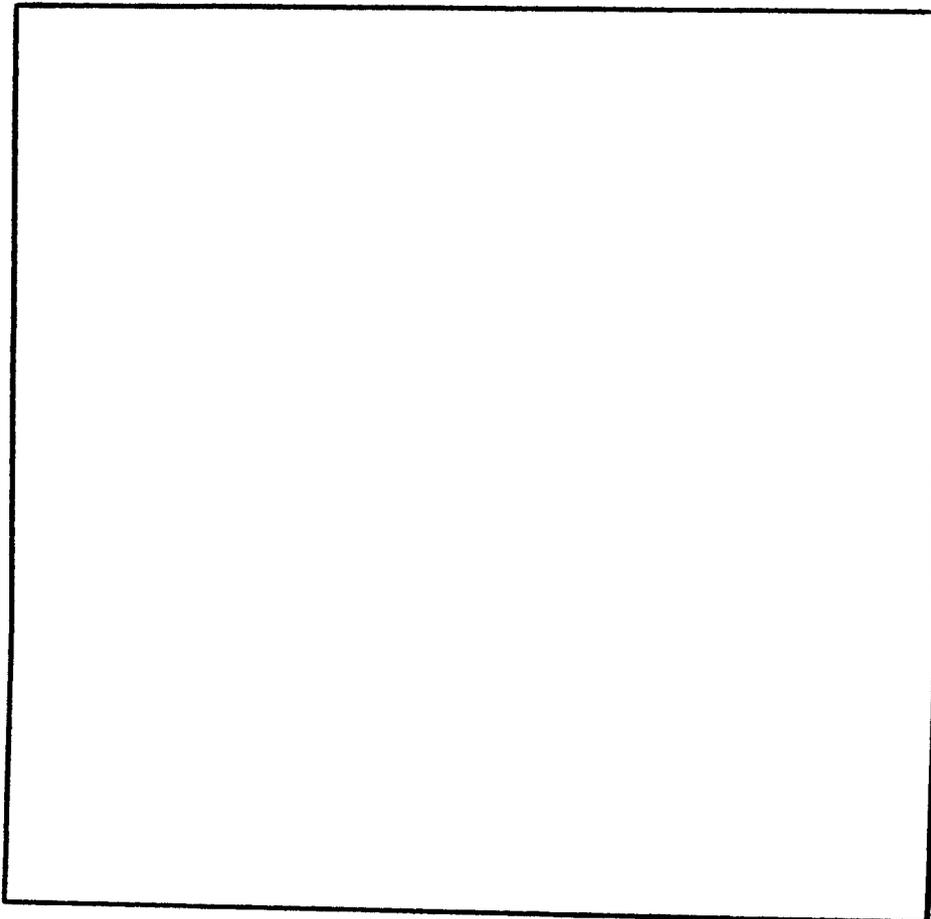
a) Evolución de la función objetivo.

b) Evolución de las variables de diseño.

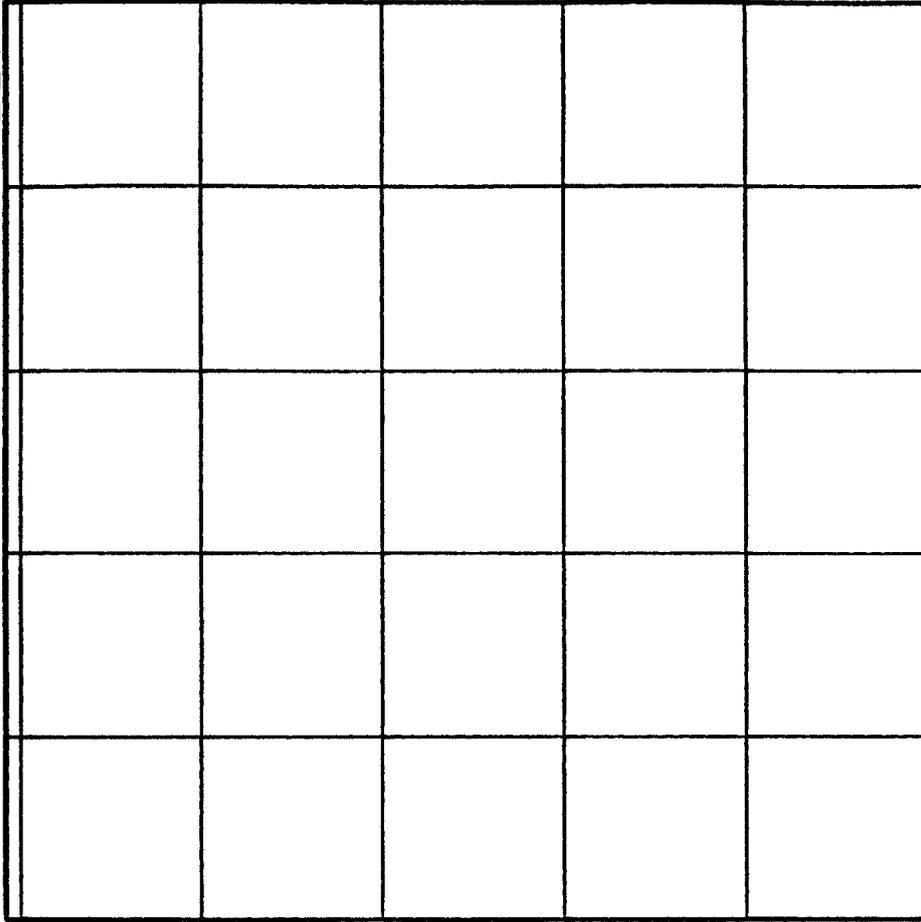
no. iteración	x ₁	x ₂	x ₃	F. objetivo
0	0.600000E+02	0.600000E+02	0.100000E+01	0.841800E+04
1	0.550000E+02	0.500000E+02	0.100000E+01	0.736000E+04
2	0.500000E+02	0.400000E+02	0.100000E+01	0.630200E+04
3	0.450000E+02	0.300000E+02	0.100000E+01	0.524400E+04
4	0.400000E+02	0.200000E+02	0.100000E+01	0.418600E+04
5	0.354700E+02	0.109400E+02	0.100000E+01	0.322745E+04
6	0.362940E+02	0.933215E+01	0.100000E+01	0.316967E+04
7	0.366805E+02	0.812348E+01	0.211600E+01	0.313101E+04
8	0.372641E+02	0.684550E+01	0.329600E+01	0.309546E+04
9	0.382251E+02	0.535957E+01	0.466800E+01	0.306489E+04
10	0.386766E+02	0.500000E+01	0.500000E+01	0.307119E+04
11	0.386866E+02	0.500000E+01	0.500000E+01	0.307188E+04

no. iteración	trac. (Kp/cm ²)	comp. (Kp/cm ²)
0	-	0.186428E+02
1	-	0.169825E+02
2	-	0.156317E+02
3	-	0.147600E+02
4	-	0.146757E+02
5	0.231788E+01	0.158047E+02
6	0.227376E+01	0.147988E+02
7	0.223629E+01	0.142416E+02
8	0.218856E+01	0.136013E+02
9	0.211253E+01	0.128868E+02
10	0.200698E+01	0.126039E+02
11	0.200201E+01	0.125983E+02

Tabla 7.4.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).



a)



b)

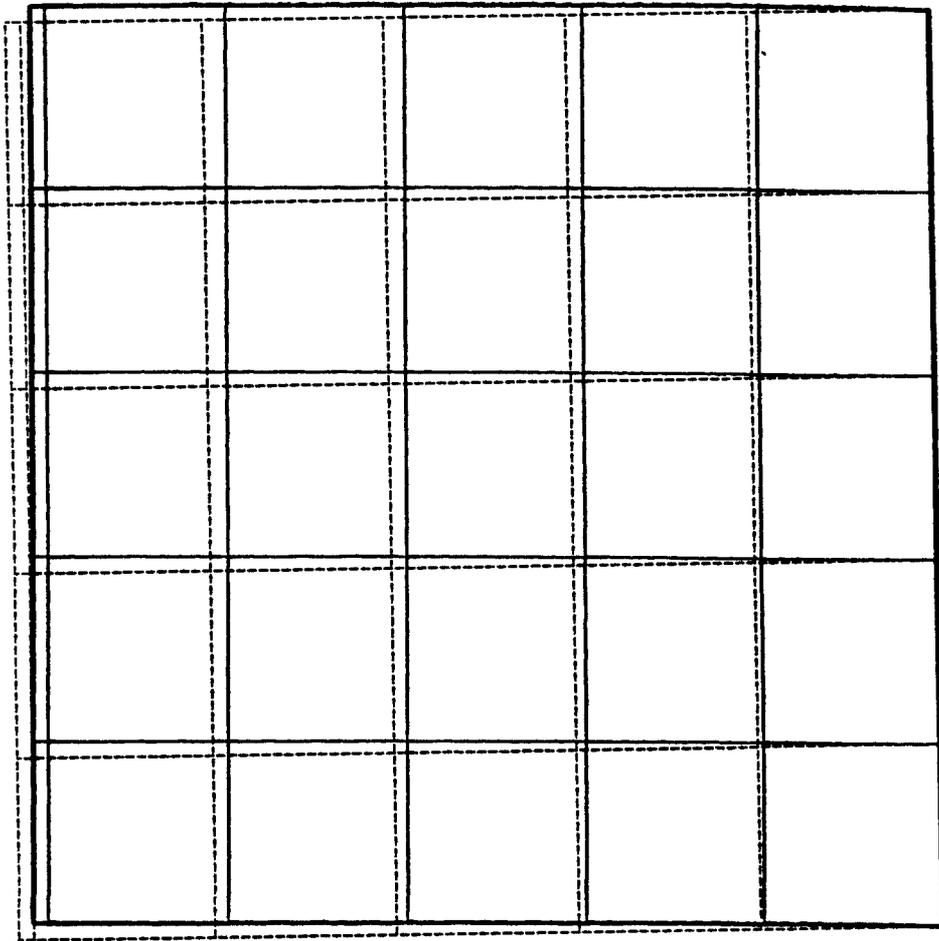


1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.18.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometria del diseño inicial.

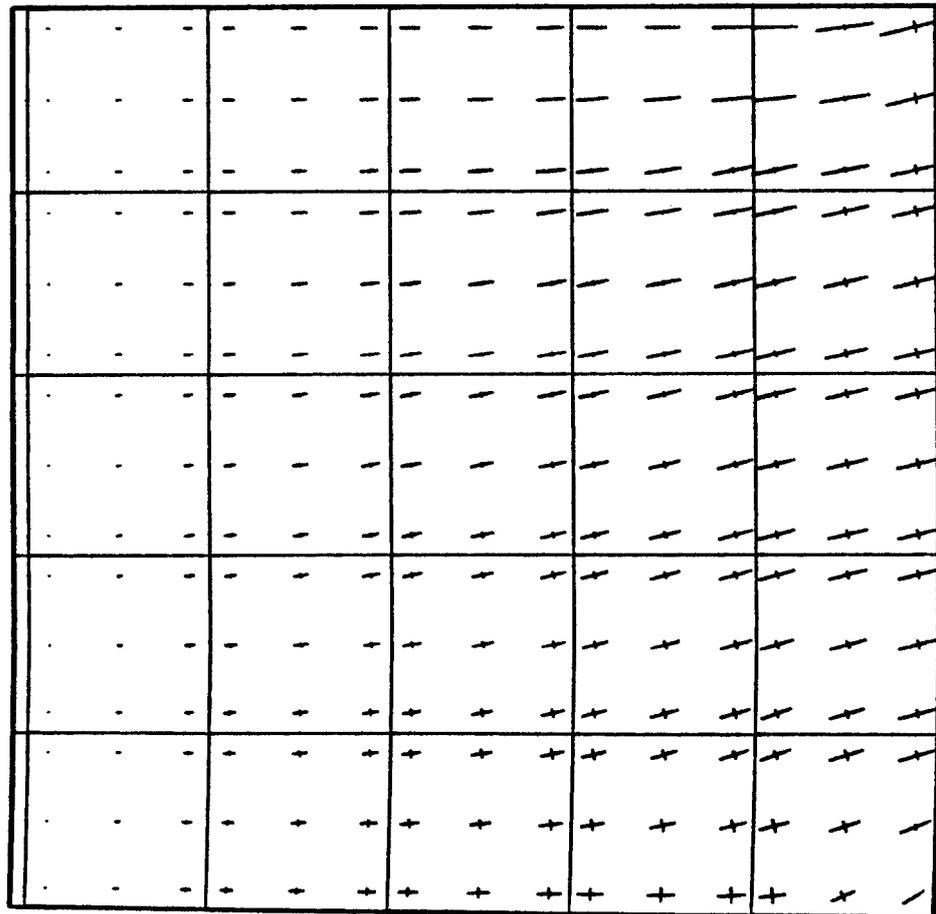
a) Forma.

b) Malla de cálculo.

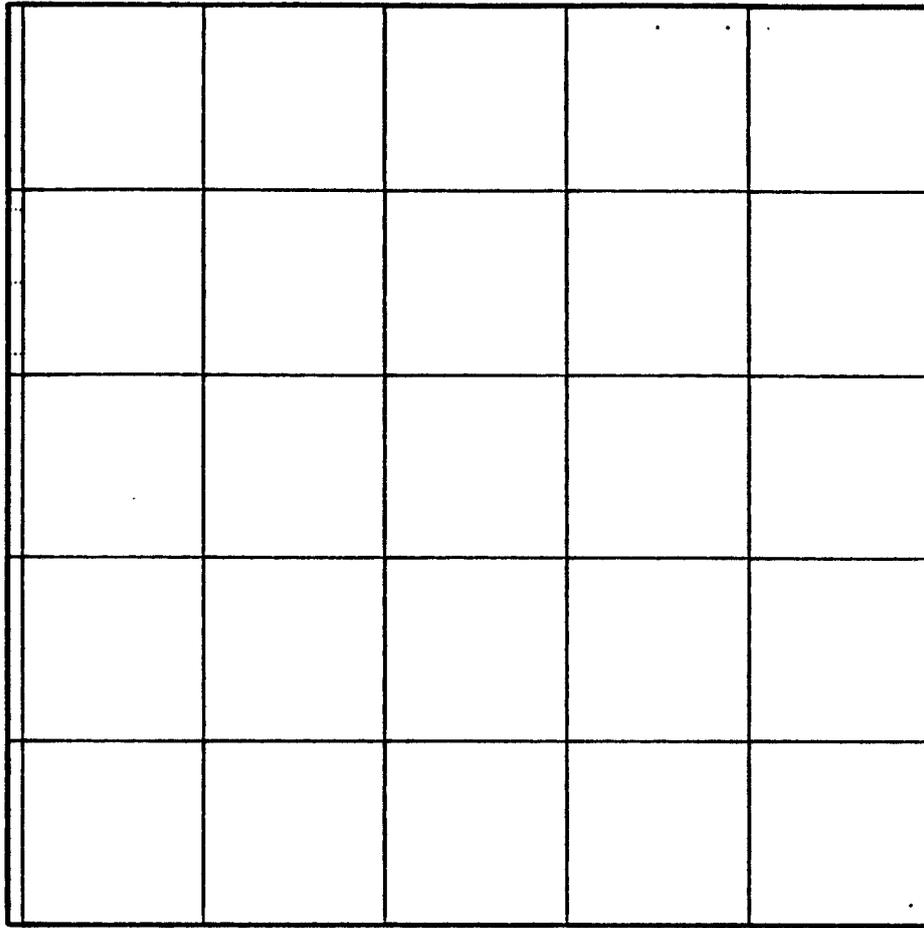


1 ca. = 5,000 m.

Figura 7.19.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)



a)



b)

1 es. = 5.000 e.

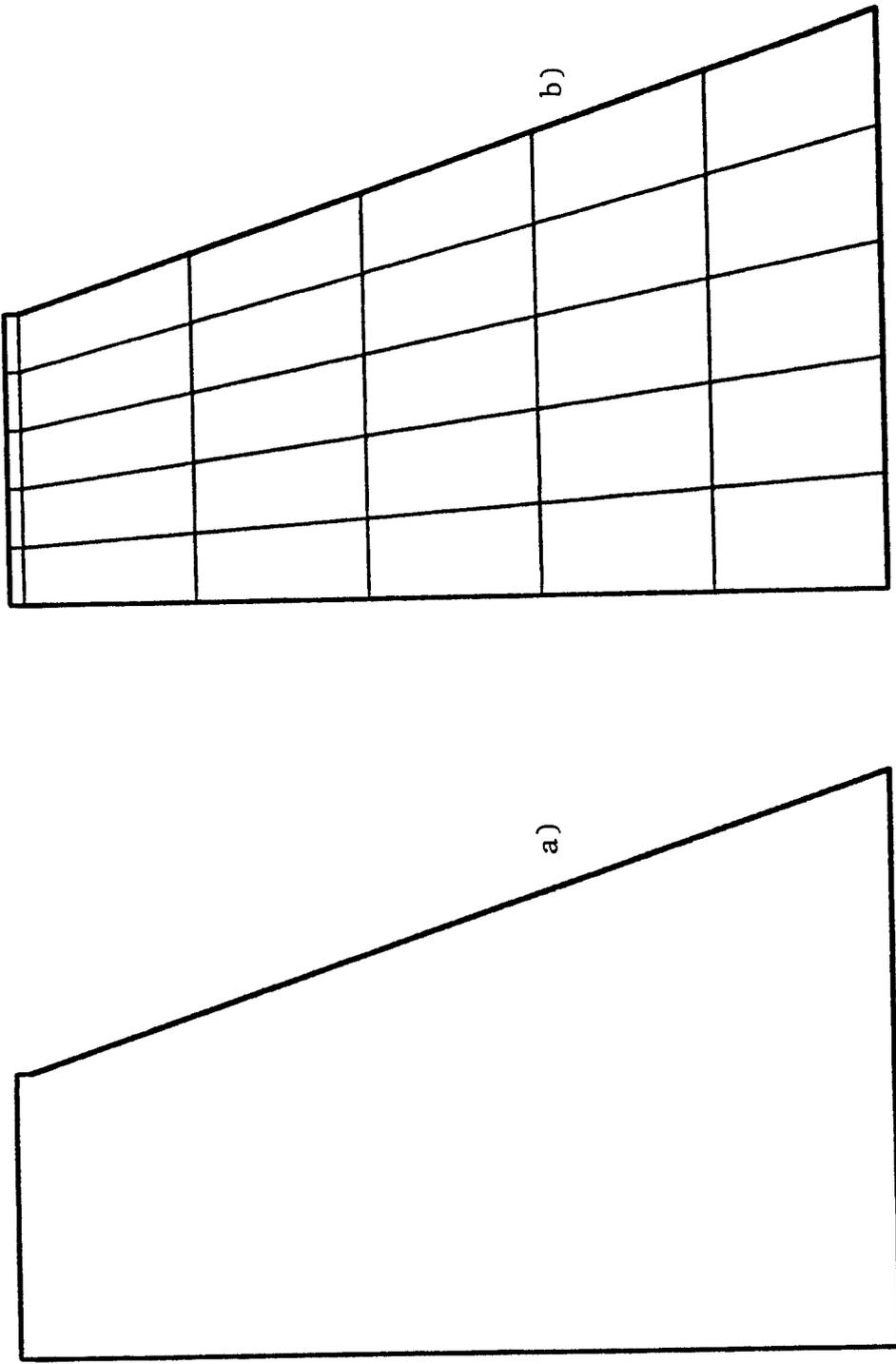
1 es. = 500.00 1/es

1 es. = 500.00 1/es

Figura 7.20.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Estado tensional del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática.

a) Tensiones principales de compresión.

b) Tensiones principales de tracción.



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.21.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometria del diseño en la cuarta iteración.

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.

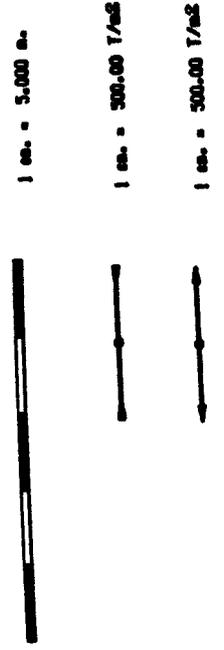
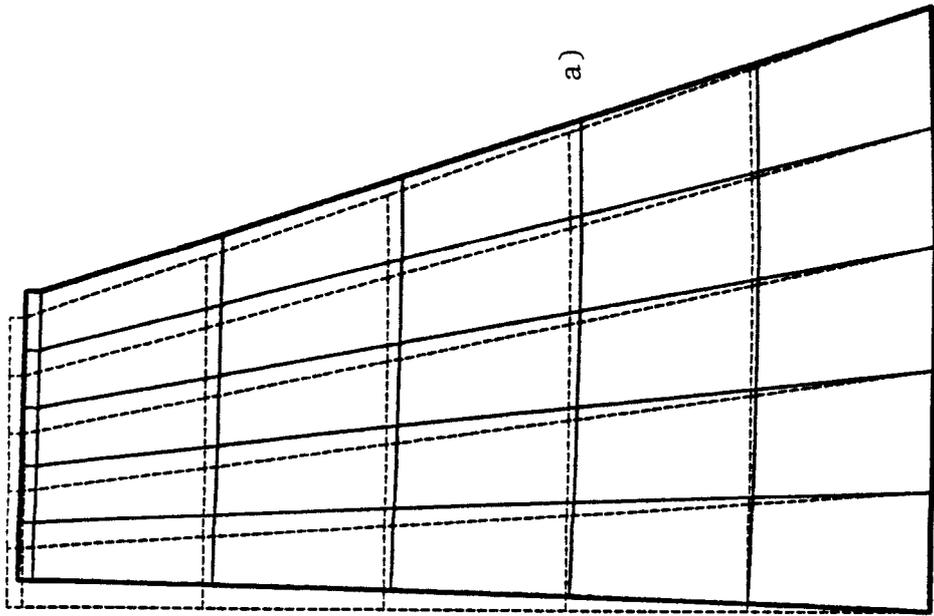
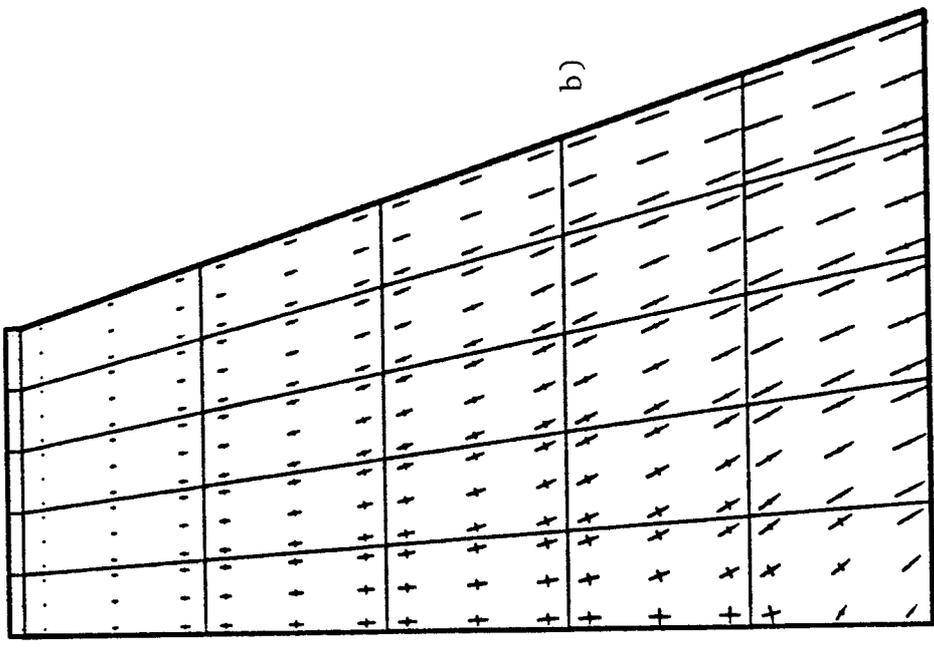
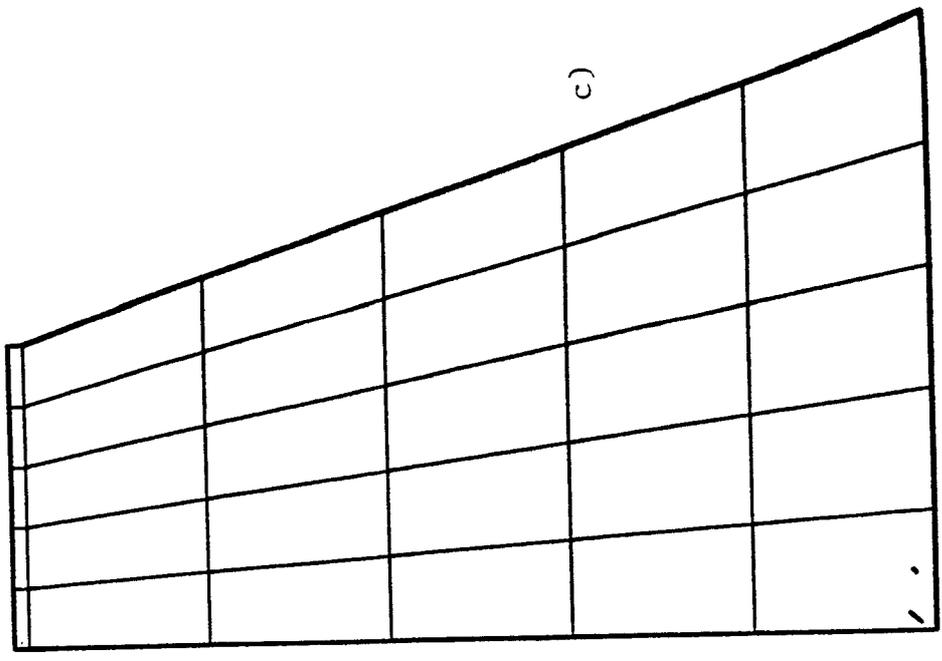


Figura 7.22.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada y estado tensional del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.

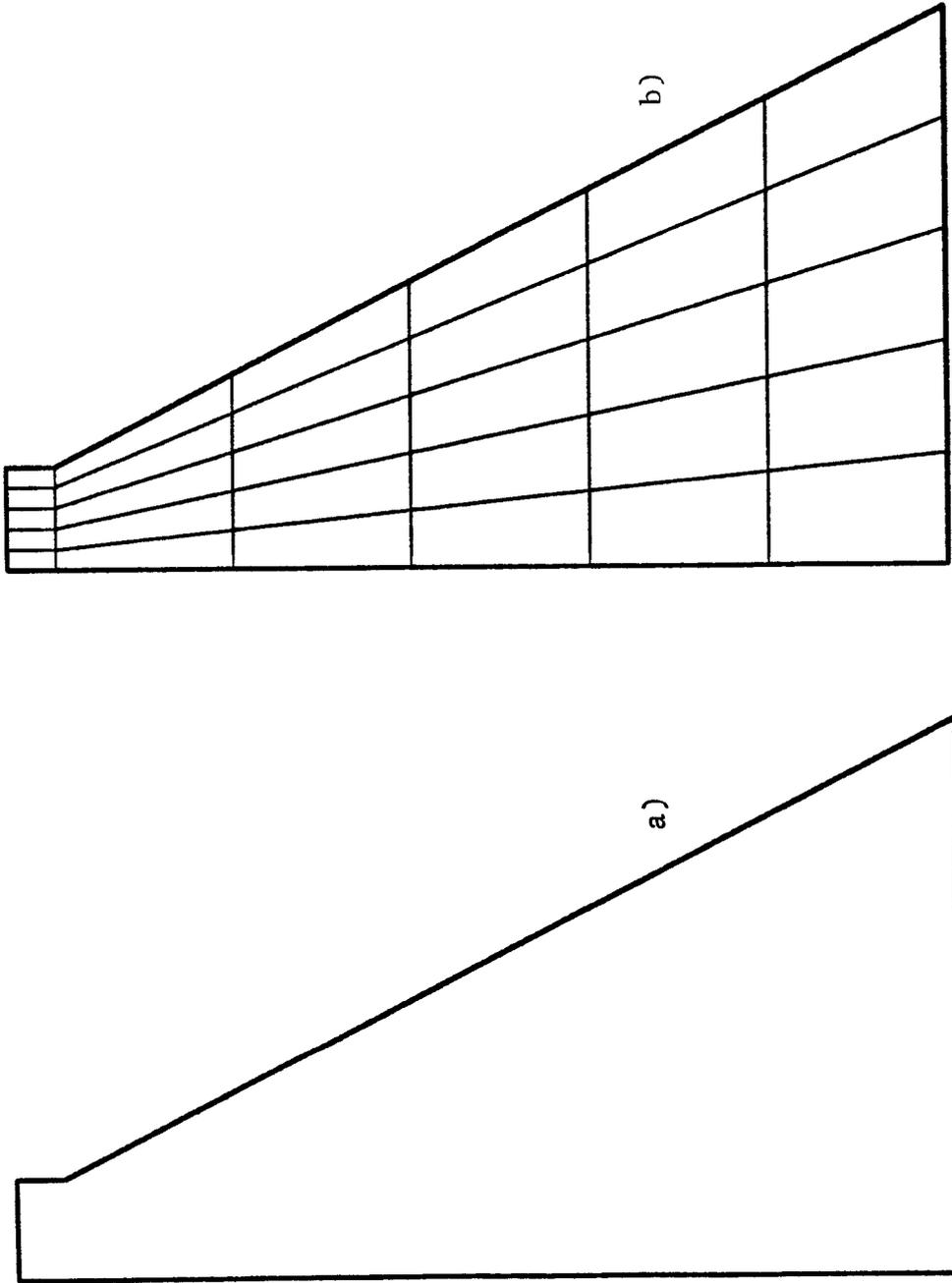


Figura 7.23.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometria del diseño en la octava iteración.

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.

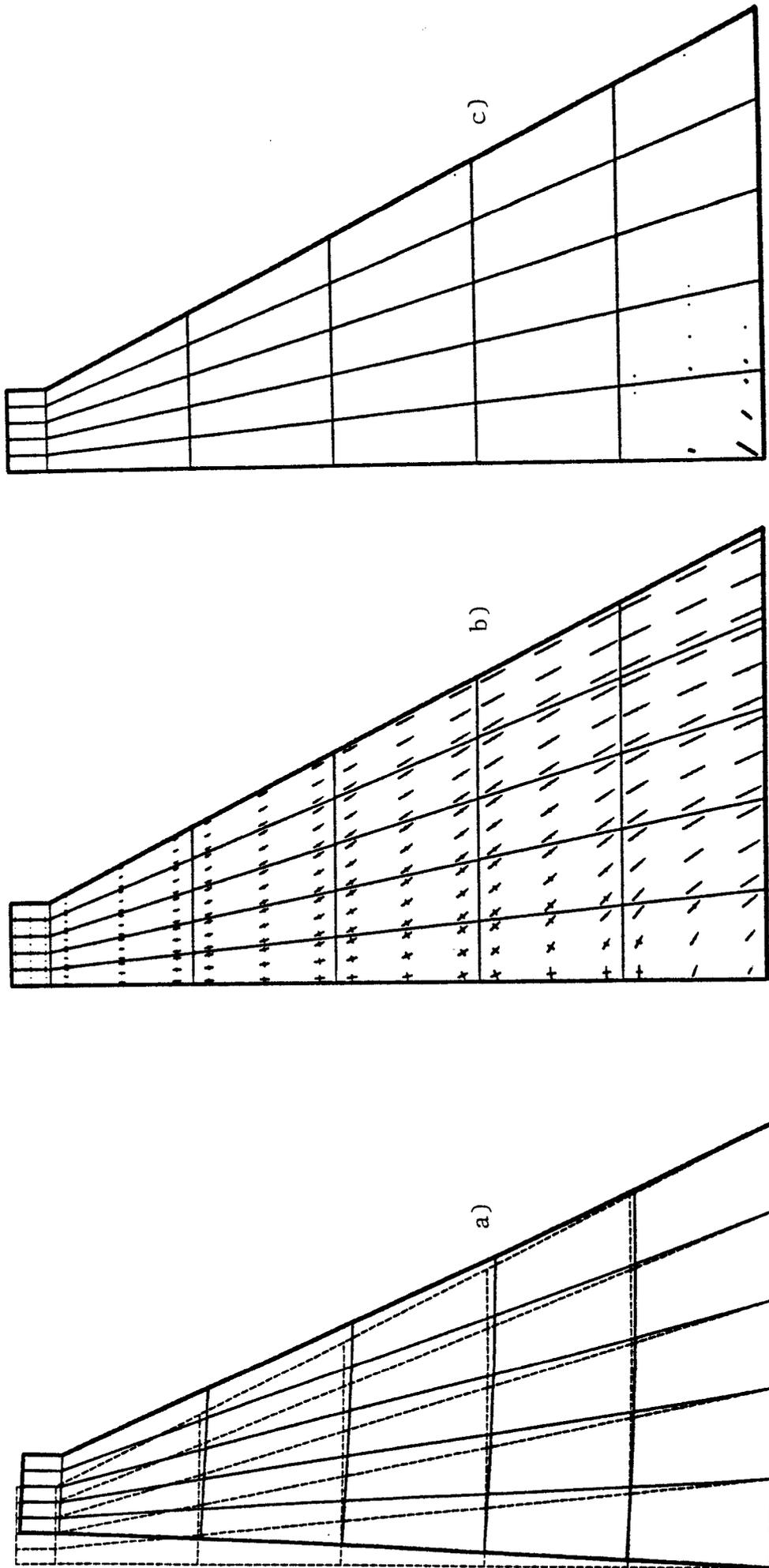
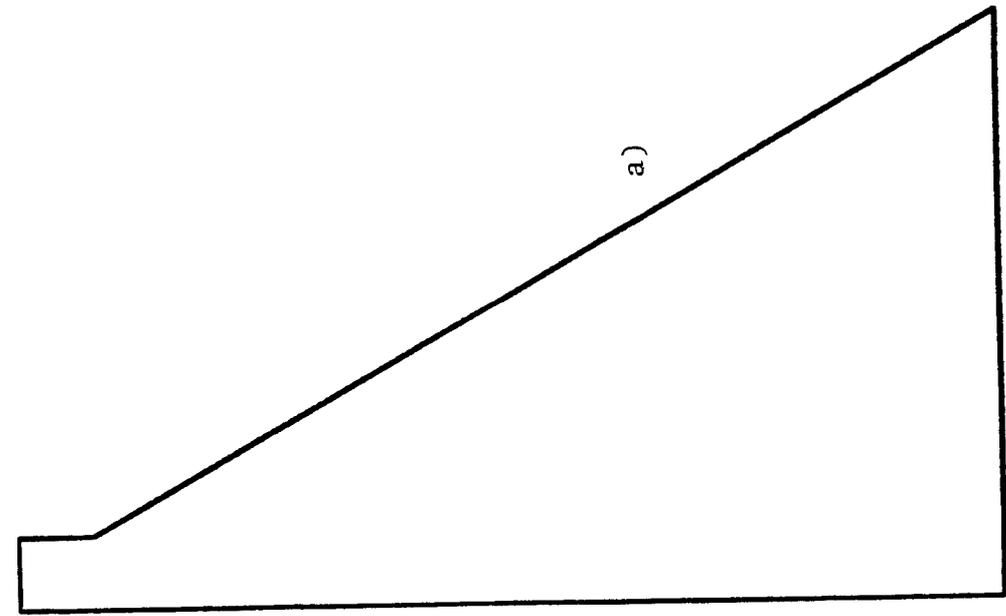
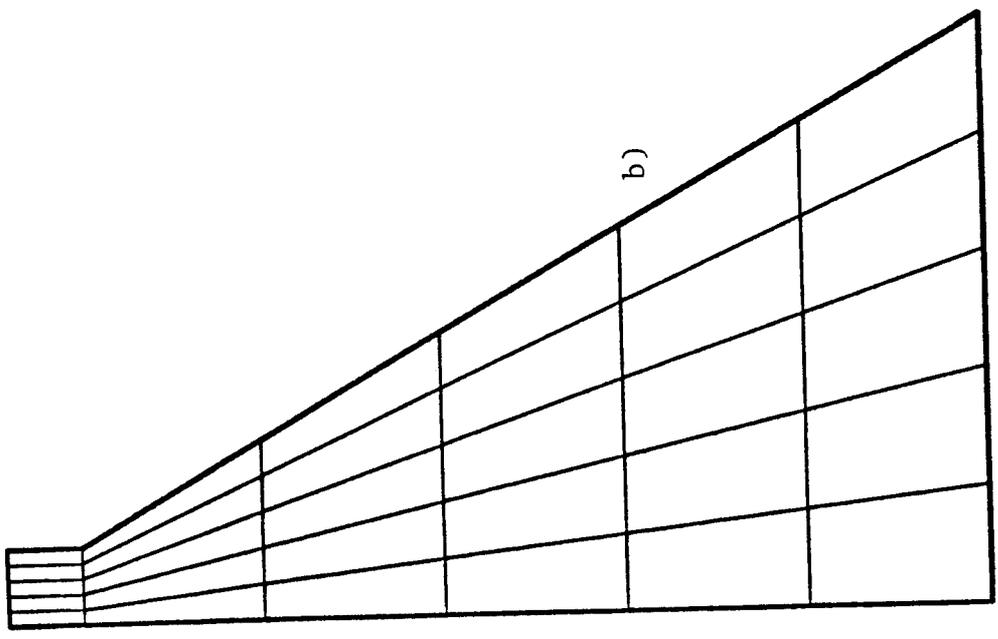


Figura 7.24.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada y estado tensional del diseño en la octava iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.



a)

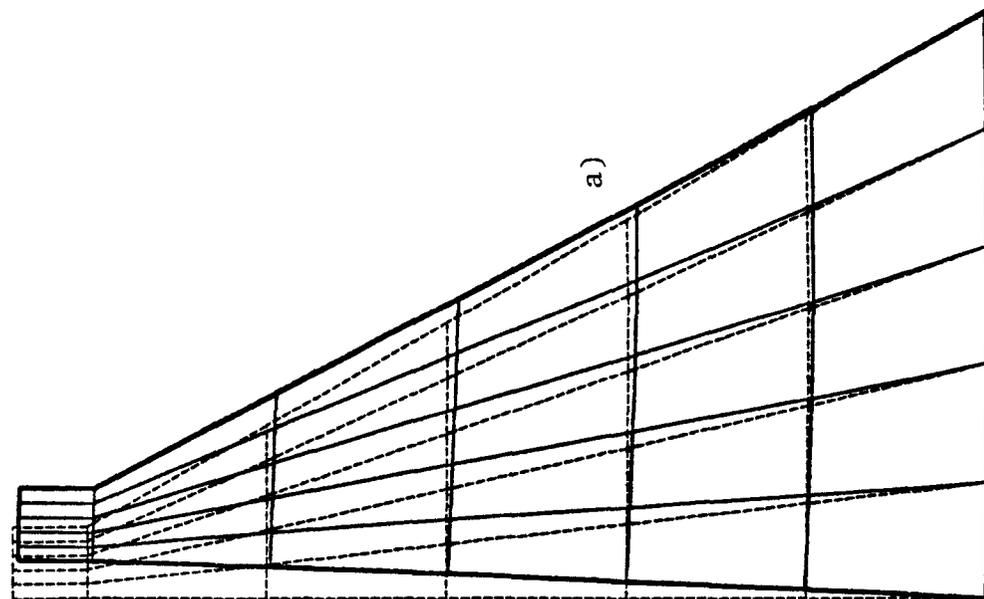


b)

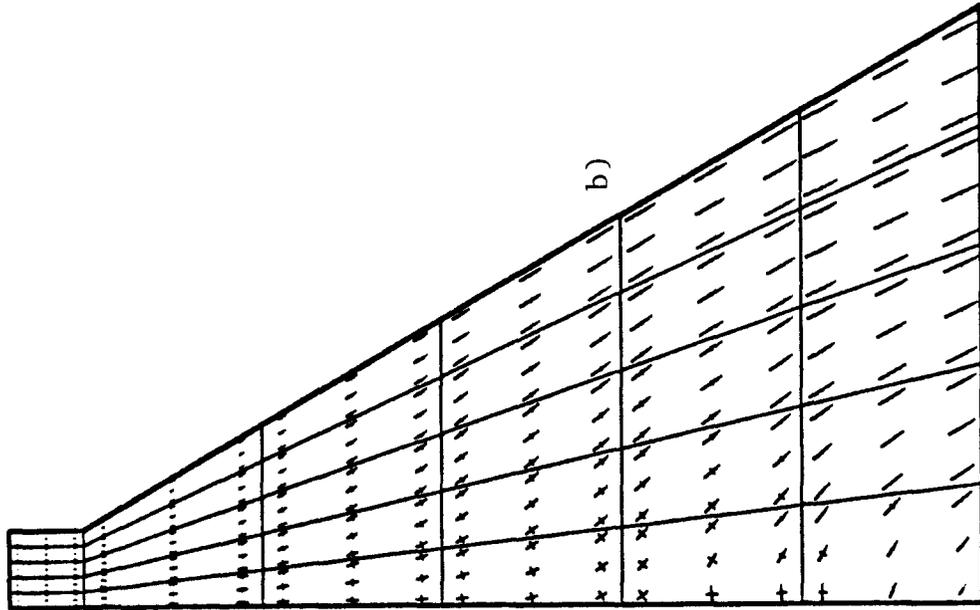
1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.25.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Geometría del diseño en la undécima iteración. (OPTIMO)

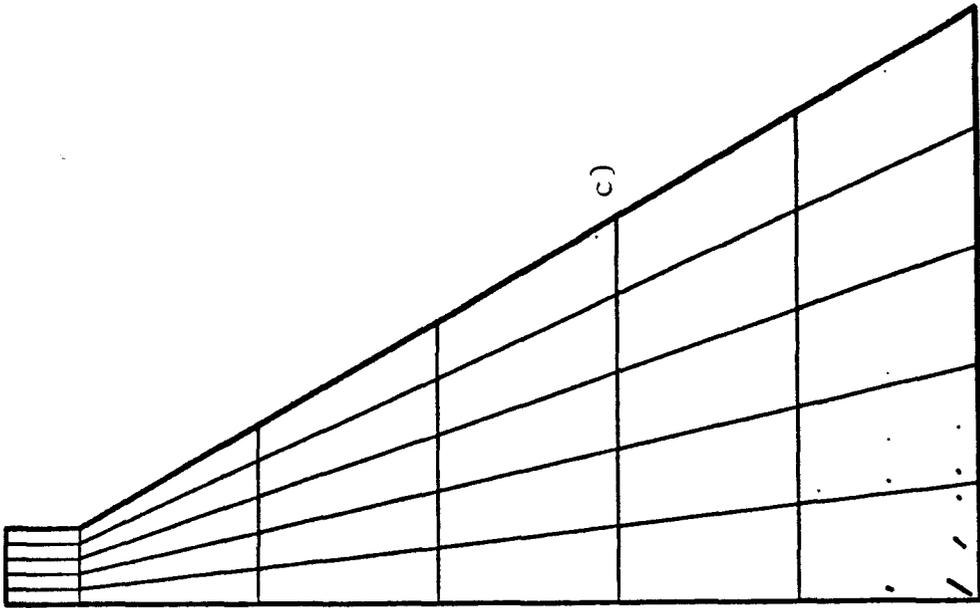
- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.



a)



b)



c)

1 cm. = 5,000 lb.
 1 cm. = 500.00 1/m²
 1 cm. = 500.00 1/m²



Figura 7.26.- Ejemplo No.:3. Caso No.:2. Deformada y estado tensional del diseño en la undécima iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.

VII.4.4 Caso No. 3 del Ejemplo No. 3

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.5.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.27. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.28-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.28-b. En la Tabla 7.6 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.29-a) es fuertemente no factible y claramente infradimensionado. En la Figuras 7.29-b se muestra su estado deformacional, (nótese que los desplazamientos están amplificados tan solo 10 veces). El estado tensional se aprecia en las Figuras 7.29-c y 7.29-d. Nótese que tanto en tracción como en compresión se alcanzan tensiones del orden de los 750 Kp/cm², muy superiores a las permitidas. Evidentemente, el diseño inicial carece por completo de sentido desde un punto de vista ingenieril. La estructura trabaja como una ménsula, y la hipótesis de empotramiento perfecto en el terreno es evidentemente inviable a la vista de los esfuerzos que se producen en el empotramiento.

En la Figura 7.30-a y 7.31-a se aprecia como la anchura de la base y la de coronación crecen en las primeras iteraciones, elevándose fuertemente el peso estructural. En la tercera iteración las tensiones máximas de tracción y compresión se han reducido a menos de la quinta parte de las del diseño inicial (Figs. 7.30-d y 7.30-e), y las deformaciones son mucho menores

(Fig. 7.30-c). En la sexta iteración las tensiones máximas son del orden de 30 Kp/cm² (Figs. 7.32-b y 7.32-c), y los desplazamientos máximos son del orden de un 1% de los del diseño inicial (Fig. 7.32-a).

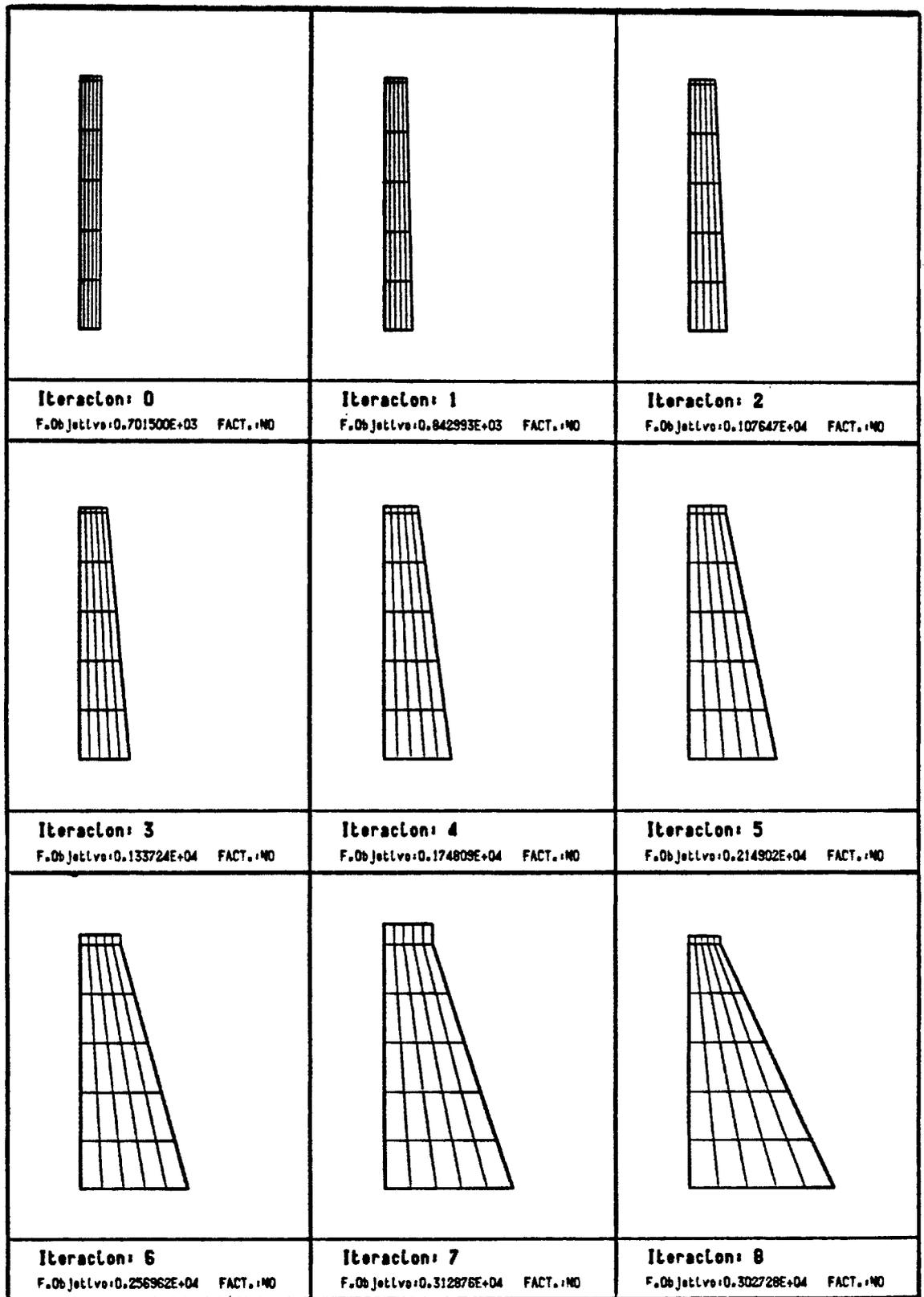
El óptimo se alcanza en la décima iteración (Fig. 7.33).

El estado tenso-deformacional del diseño final se muestra en la Figura 7.34. Las tensiones máximas de han reducido en un 98% aproximadamente respecto a las del diseño inicial, y las de tracción se han reducido en una proporción de 1/375 aproximadamente. El diseño final es factible, pero ninguno de los diseños intermedios lo es. Obsérvese que pese a las grandes diferencias, en todos los aspectos, que existen entre los diseños inicial y final, y a la fuerte no factibilidad del primero, el óptimo se alcanza en la décima iteración, con un incremento del peso estructural de aproximadamente un 340% del peso estructural inicial.

Ejemplo No. 3 - Caso No. 3

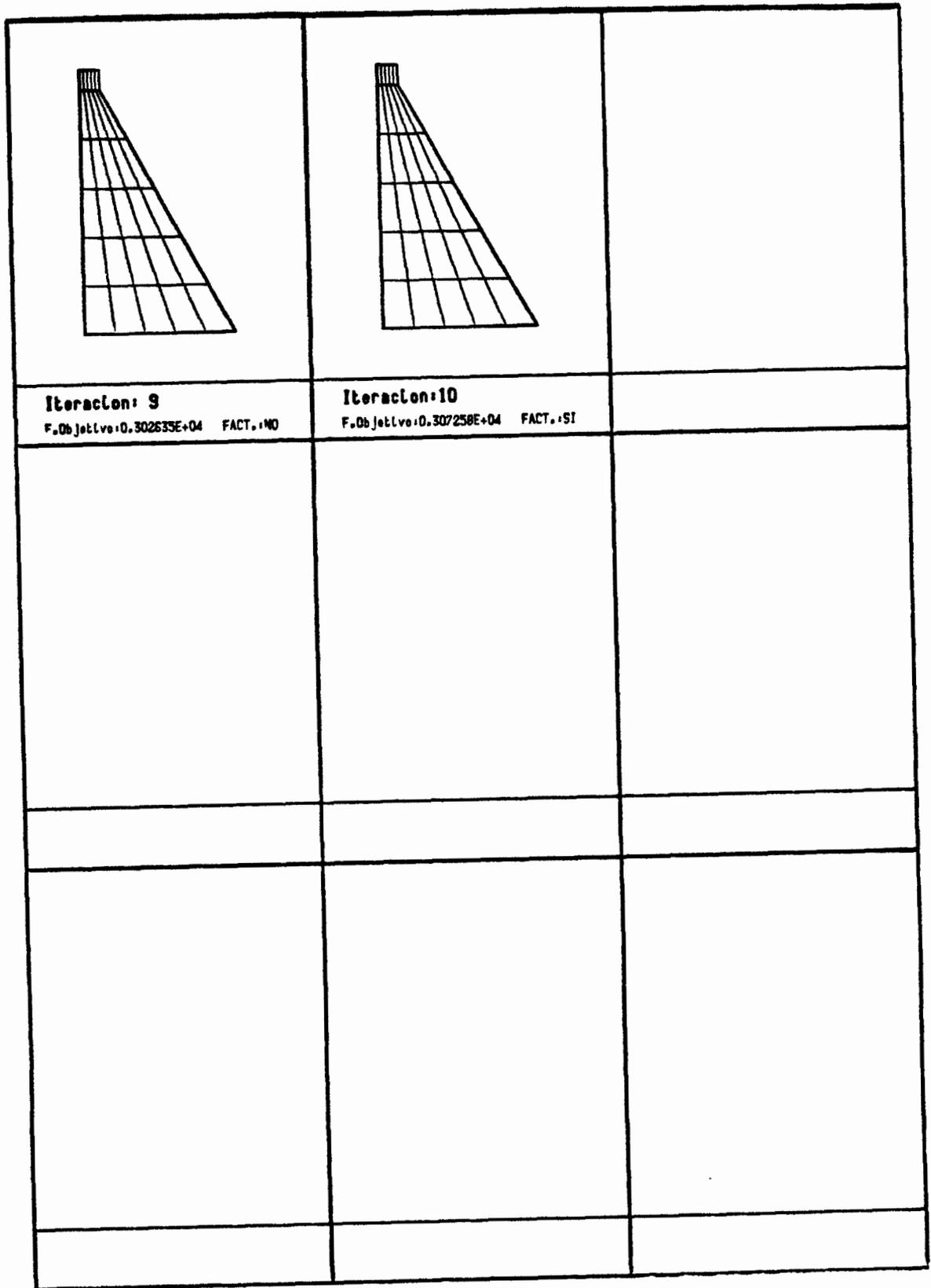
VARIABLES DE DISEÑO INICIALES (m.): $x_1 = 5.0$ $x_2 = 5.0$ $x_3 = 1.0$		
Número máximo de iteraciones = 20		
Límites Móviles (m.): $c_1 = 5.0$ $c_2 = 5.0$ $c_3 = 5.0$		
Tolerancias en las variables de diseño (m.): $\epsilon_1 = 0.0001$ $\epsilon_2 = 0.0001$ $\epsilon_3 = 0.0001$		
Tolerancias en las restricciones (Kp/cm²): $\epsilon_j = 0.0005$; j=1, __, 30 j		
Límites de Actividad (Kp/cm²): $\eta_j = 20.0$; j=1, __, 30 j		

Tabla 7.5.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.



1 cm. = 15.000 m.

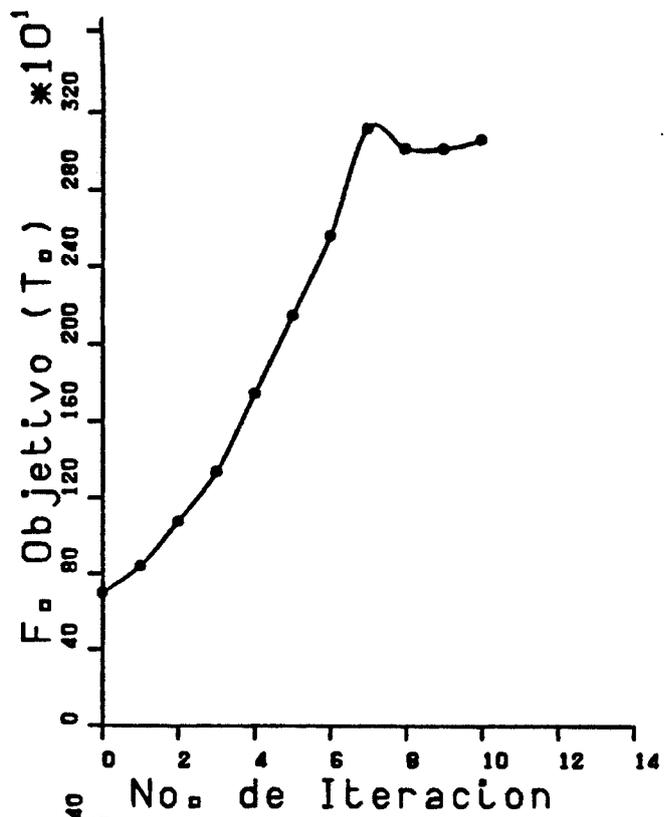
Figura 7.27-A.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.



1 cm. = 15.000 m.

Figura 7.27-B.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

a)



b)

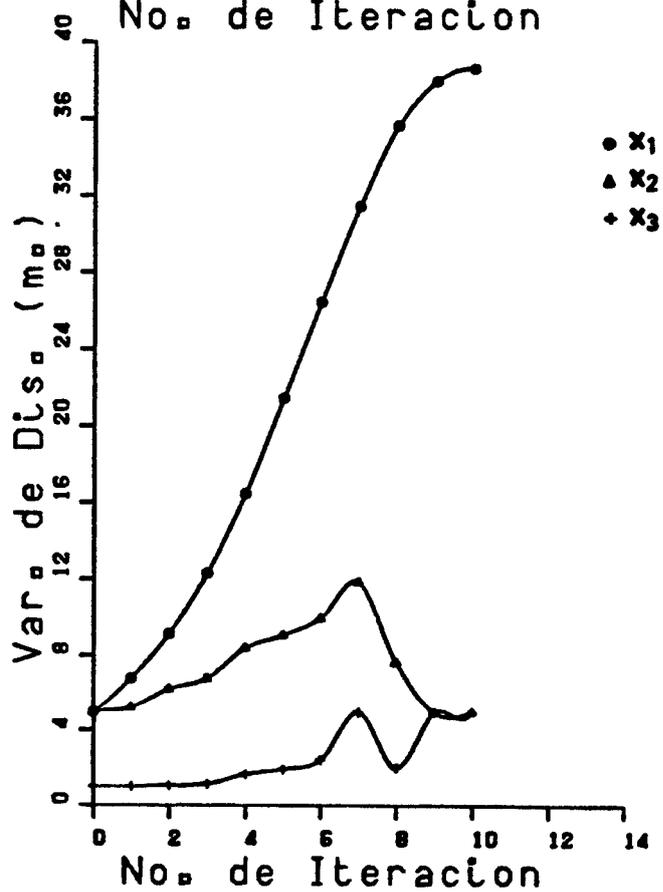


Figura 7.28.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Convergencia del proceso de optimización.

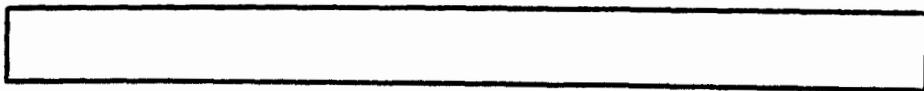
a) Evolución de la función objetivo.

b) Evolución de las variables de diseño.

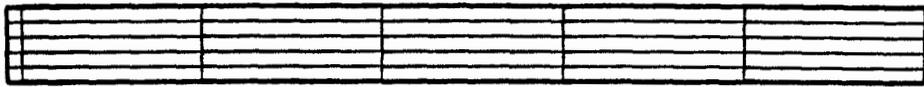
no. iteración	x ₁	x ₂	x ₃	F. objetivo
0	0.500000E+01	0.500000E+01	0.100000E+01	0.701500E+03
1	0.680500E+01	0.523718E+01	0.100312E+01	0.842993E+03
2	0.914549E+01	0.623379E+01	0.106697E+01	0.107647E+04
3	0.123248E+02	0.680135E+01	0.112123E+01	0.133724E+04
4	0.164866E+02	0.839150E+01	0.163219E+01	0.174809E+04
5	0.214866E+02	0.908059E+01	0.190991E+01	0.214902E+04
6	0.264866E+02	0.995962E+01	0.239345E+01	0.256962E+04
7	0.314866E+02	0.118781E+02	0.500000E+01	0.312876E+04
8	0.357016E+02	0.766311E+01	0.199258E+01	0.302728E+04
9	0.380269E+02	0.500000E+01	0.500000E+01	0.302635E+04
10	0.386969E+02	0.500000E+01	0.500000E+01	0.307258E+04

no. iteración	trac. (Kp/cm ²)	comp. (Kp/cm ²)
0	0.590147E+03	0.615366E+03
1	0.325712E+03	0.348403E+03
2	0.177283E+03	0.198710E+03
3	0.942411E+02	0.113568E+03
4	0.473806E+02	0.658554E+02
5	0.234669E+02	0.402135E+02
6	0.115790E+02	0.272686E+02
7	0.411732E+01	0.199459E+02
8	0.300418E+01	0.149574E+02
9	0.234029E+01	0.129745E+02
10	0.199691E+01	0.125926E+02

Tabla 7.6.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).



a)



b)



c)



d)



e)

Figura 7.29.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría, deformada y estado tensional del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 10 veces)

a) Forma.

b) Malla de cálculo.

c) Deformada.

d) Tensiones principales de compresión.

e) Tensiones principales de tracción.

1 cm. = 5.000 m.

1 cm. = 3000.00 T/m²

1 cm. = 5000.00 T/m²

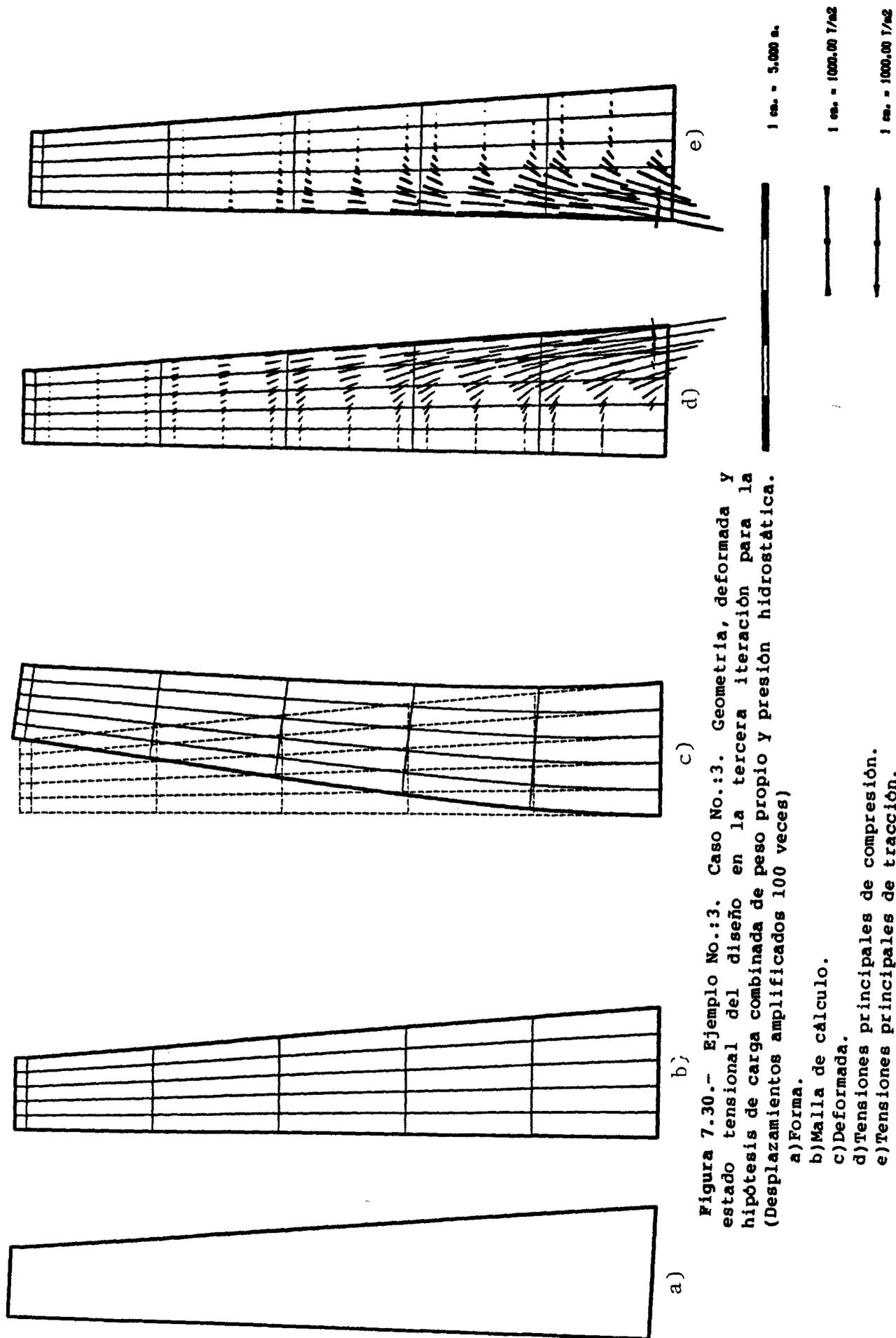
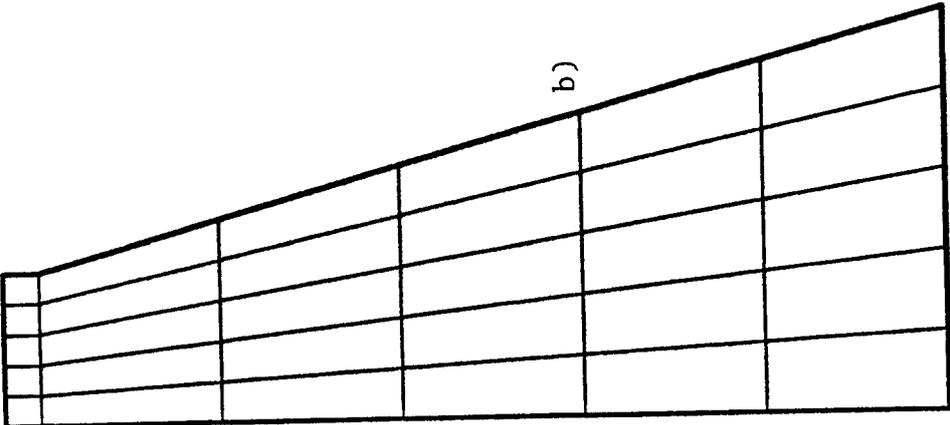
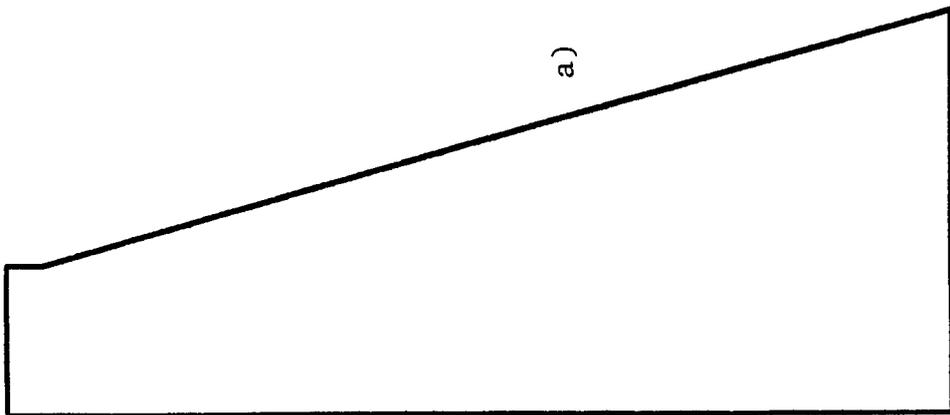


Figura 7.30.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría, deformada y estado tensional del diseño en la tercera iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 100 veces)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.
- c) Deformada.
- d) Tensiones principales de compresión.
- e) Tensiones principales de tracción.



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.31.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría del diseño en la sexta iteración.
a) Forma.
b) Malla de cálculo.

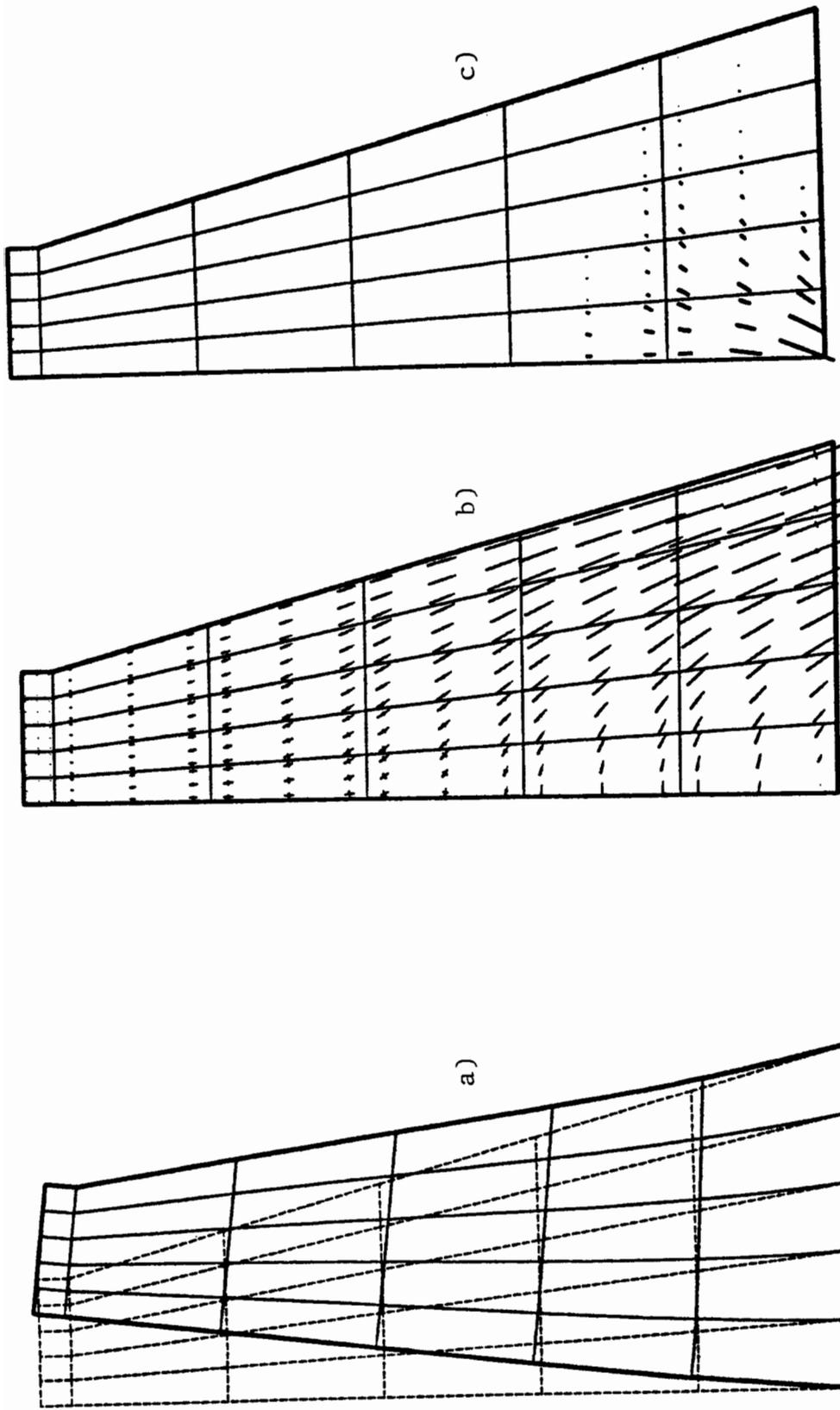
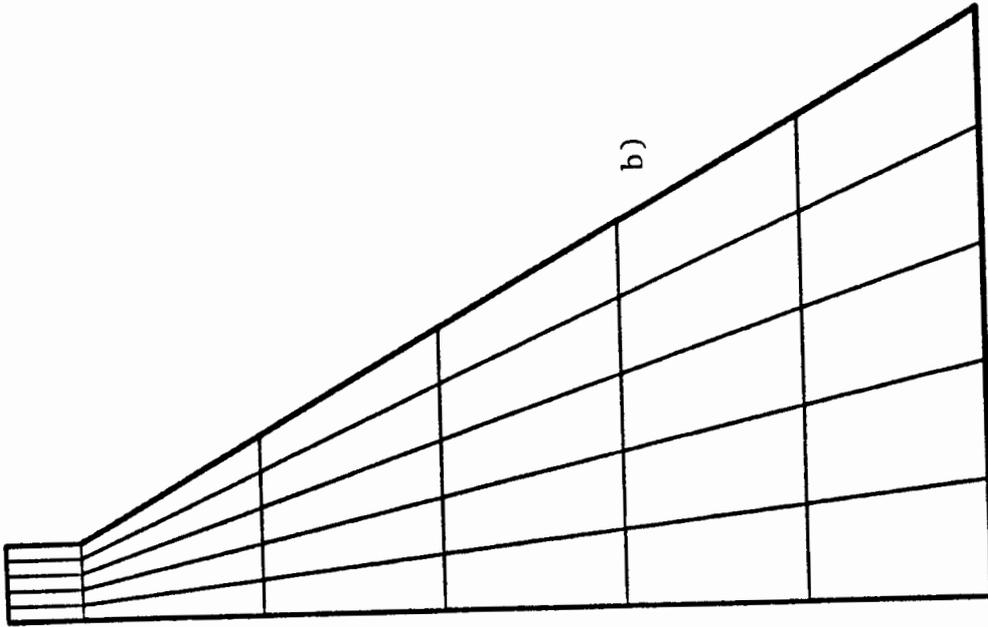
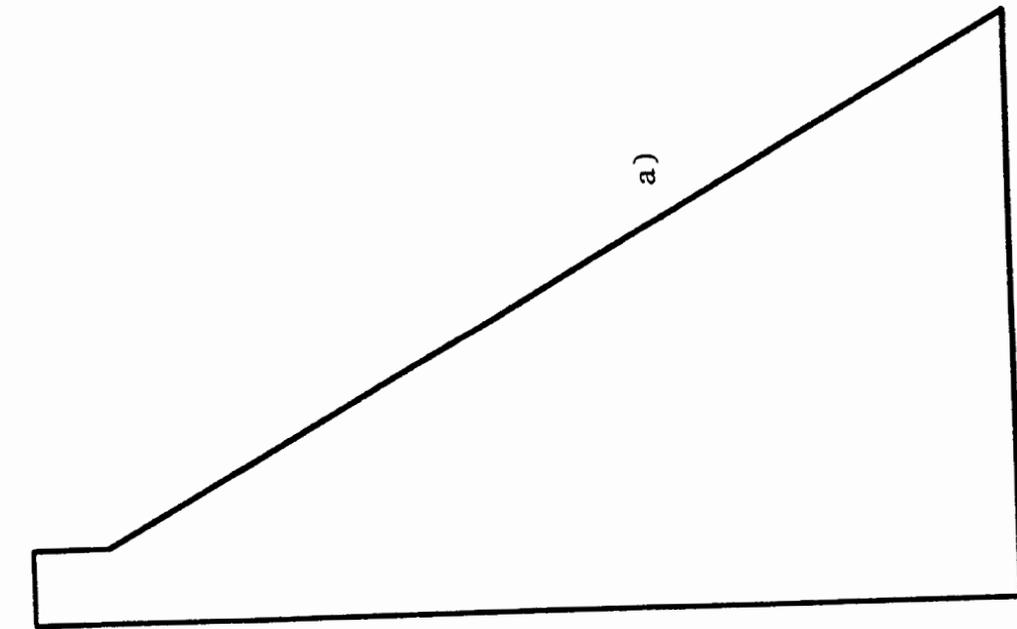


Figura 7.32.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Deformada y estado tensional del diseño en la sexta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)
 a) Deformada.
 b) Tensiones principales de compresión.
 c) Tensiones principales de tracción.



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.33.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Geometría del diseño en la décima iteración. (OPTIMO)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.

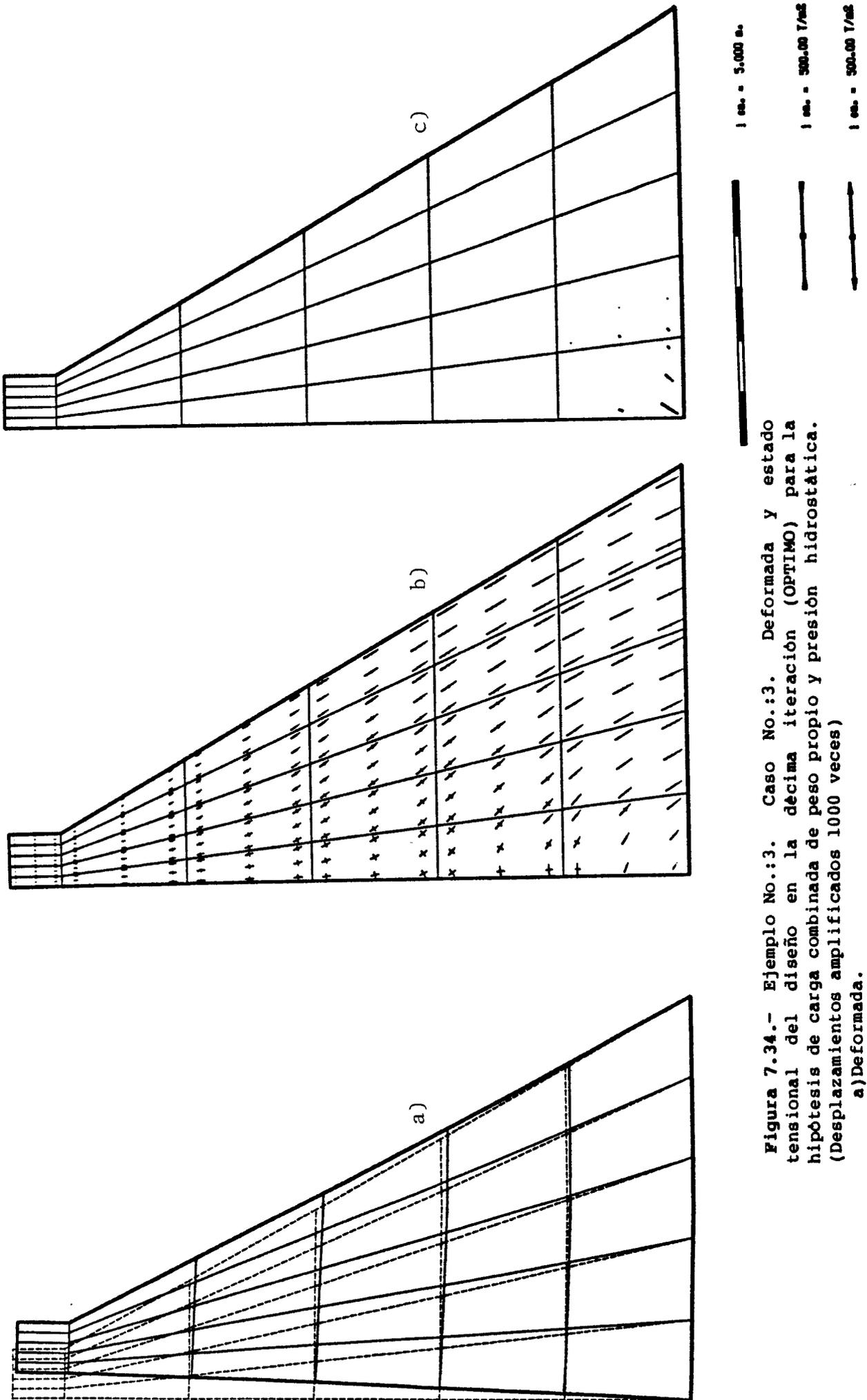


Figura 7.34.- Ejemplo No.:3. Caso No.:3. Deformada y estado tensional del diseño en la décima iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Deformada.
- b) Tensiones principales de compresión.
- c) Tensiones principales de tracción.

VII.4.5 Recapitulación sobre el Ejemplo No. 3

En este ejemplo se ha optimizado una estructura bidimensional ideal, bajo unas hipótesis que la hacen razonablemente asimilable a la sección de una presa de gravedad. Sin embargo, el cálculo se ha llevado a cabo sin tener en cuenta los efectos de la subpresión, y modelando la interacción terreno-estructura de una forma extremadamente simple, y debe contemplarse por tanto con estas salvedades.

El diseño final deberá ser similar, como en efecto sucede, al que se obtendría a partir de un análisis clásico por resistencia de materiales, imponiendo la condición de que la reacción vertical del terreno sobre la estructura pase por el núcleo central de la base.

En este ejemplo, sencillo desde un punto de vista de modelado de una estructura real, pero sumamente complejo ya desde un punto de vista de modelado numérico, se aprecia la capacidad del sistema desarrollado para obtener el diseño óptimo, o cuanto menos diseños muy aproximados a él, en un número relativamente muy bajo de iteraciones, y a partir de diseños iniciales completamente distintos, factibles o no factibles. Nótese que las diferencias de peso estructural entre los tres diseños finales obtenidos son del orden del 0.01%, y las diferencias entre las variables de diseño son también insignificantes.

VII.5 EJEMPLO NO. 4

VII.5.1 Modelo de optimización

En este ejemplo se analiza la optimización de una estructura asimilable a la sección central de una presa bóveda.

La geometría de la sección se modela tal y como se esquematiza en la Figura 7.35.

Suponemos que el comportamiento de la estructura en su sección central es similar al de un sólido de revolución cuya sección generatriz sea precisamente la sección cuya forma se desea optimizar.

La línea media de la sección se modela mediante una cúbica (las abscisas son una función polinómica de tercer grado de las ordenadas), definida por cuatro puntos: el de la base, cuya distancia al eje de simetría es dato, y tres más equiespaciados en vertical hasta la coronación, cuyas abscisas relativas a la posición del punto de la base se adoptan como variables de diseño.

La ley de espesores es lineal con la altura, y se define mediante los semiespesores en la base y coronación, que se adoptan como variables de diseño.

Son constantes de diseño las siguientes:

- $H = 60$ m. = máxima altura de agua.
- $R = 60$ m. = radio de curvatura medio de la base.

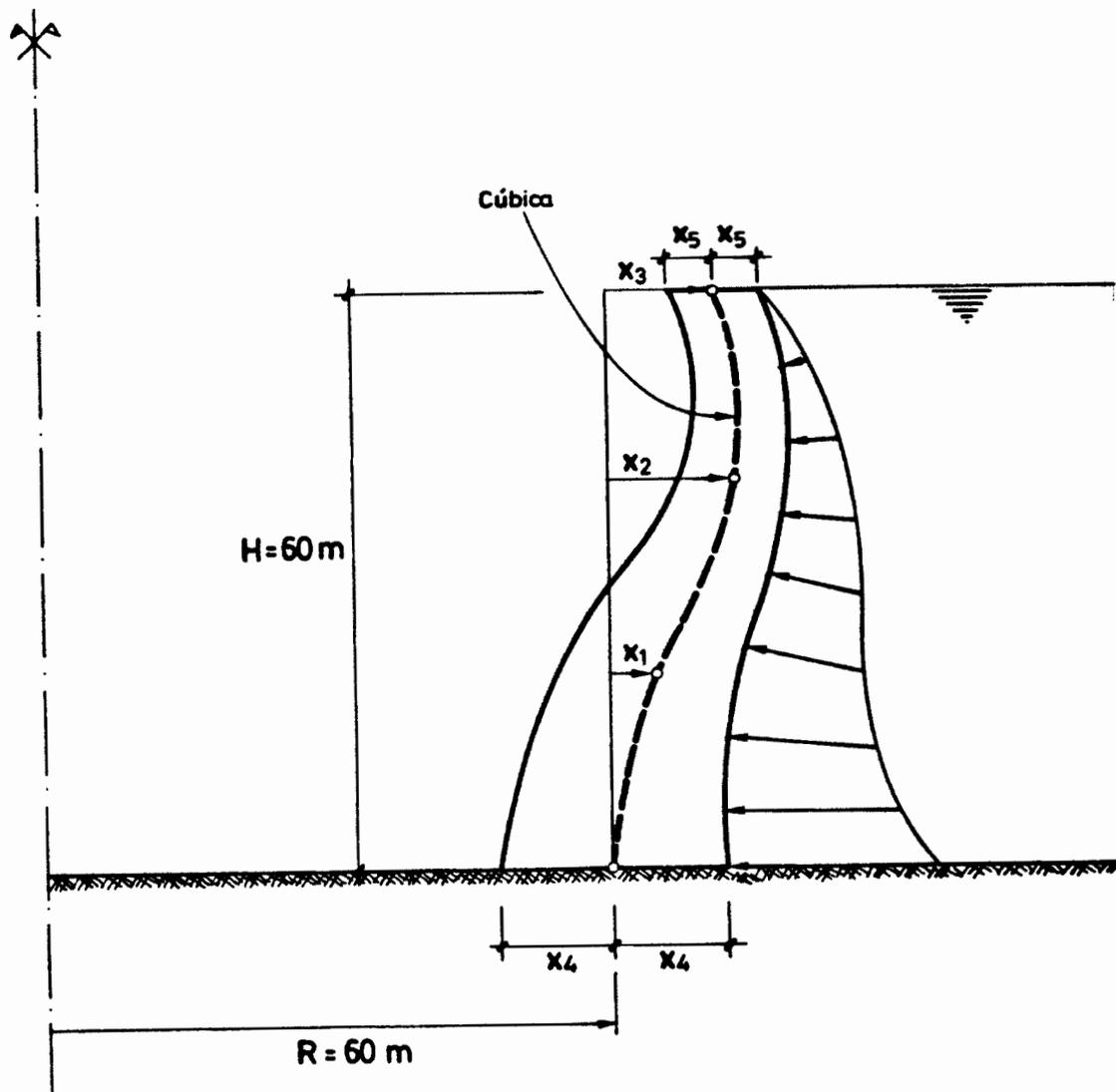


Figura 7.35.- Ejemplo No.:4. Modelo de Parametrización.

- $w_h = 1 \text{ T/m}^3$ = peso específico del agua.
- $E = 3 \text{ MT/m}^2$ = módulo de elasticidad del hormigón.
- $\nu = 0.2$ = módulo de Poisson del hormigón.
- $w_c = 2.3 \text{ T/m}^3$ = peso específico del hormigón.

que se corresponden de forma explícita con las variables fundamentales y ambientales que definen el diseño.

Introduciremos simplifícadamente en la optimización aspectos relativos al proceso constructivo. Así, supondremos que la construcción de la presa se realiza en dos fases. Primero se construyen las ménsulas verticales, y posteriormente se da continuidad a la bóveda. Por tanto, las ménsulas deben resistir su peso propio trabajando independientemente, y la estructura en conjunto debe resistir la carga hidrostática. Supondremos también que al dar continuidad a la bóveda se redistribuye en mayor o menor grado el estado tensional debido al peso propio.

Se considerará que las tres hipótesis de carga siguientes son suficientemente representativas de los estados más desfavorables del comportamiento estructural, tanto durante la construcción como durante la vida de servicio de la estructura:

1. carga de peso propio, trabajando cada sección en tensión plana.
2. carga de peso propio, trabajando la sección como perteneciente a una estructura con simetría de revolución.
3. carga de peso propio y carga hidrostática para el máximo

nivel de llenado, trabajando la sección como perteneciente a una estructura con simetría de revolución.

Obsérvese que la optimización se plantea no solo bajo múltiples estados de carga simultáneamente, sino también involucrando múltiples teorías de cálculo.

El análisis estructural se efectúa en tensión plana y en simetría de revolución mediante el Método de Elementos Finitos. La malla se genera automáticamente discretizando la sección en 4x10 elementos isoparamétricos de 8 nodos. La integración se realiza mediante la cuadratura de Gauss de 3x3 puntos en las integrales de superficie en el recinto de los elementos, y mediante la cuadratura de Gauss de 3 puntos en las integrales de línea en sus contornos.

Se supone que el cuerpo de la bóveda se hunde en el terreno hasta llegar a la cimentación. La interacción de la superestructura con terreno y cimentación se considera suficientemente aproximada al coaccionar todos los grados de libertad del nodo inferior izquierdo de la estructura, y los desplazamientos verticales de los restantes nodos de la base.

La función objetivo a minimizar es el peso estructural del sólido de revolución obtenido a partir de la sección generatriz.

Se imponen las restricciones geométricas laterales:

$$x_1 \geq -60.0 \text{ m.}$$

$$x_2 \geq -60.0 \text{ m.}$$

$$x_3 \geq -60.0 \text{ m.}$$

$$x_4 \geq 2.5 \text{ m.}$$

$$x_5 \geq 2.5 \text{ m.}$$

de las cuales la más importante es la cuarta, que asegura un ancho de coronación suficiente para el tránsito de vehículos. Las restantes restricciones obedecen sencillamente a la conveniencia de imponer límites inferiores suficientemente holgados a las variables de diseño, por motivos puramente algorítmicos. Pueden interpretarse además las tres primeras restricciones como condiciones que evitan que los puntos representativos de la línea media de la sección alcancen el eje de simetría.

Se imponen las restricciones siguientes sobre las tensiones principales en el plano de la sección:

$$\sigma_I \leq 5 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\sigma_{II} \geq -275 \text{ Kp/cm}^2$$

para la primera hipótesis de carga, y

$$\sigma_I \leq 2 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\sigma_{II} \geq -275 \text{ Kp/cm}^2$$

para las dos restantes. De esta forma se permiten tracciones más elevadas para los cálculos efectuados en tensión plana que para los cálculos efectuados en simetría de revolución, intentando simular de alguna forma, el que durante el proceso constructivo se permitan temporalmente tensiones más elevadas que a partir de la entrada en servicio de la obra.

Las restricciones en tensión se imponen en los puntos siguientes:

- los 10 puntos de Gauss centrados en cada elemento, de la fila vertical más próxima al paramento de aguas arriba.
- los 10 puntos de Gauss centrados en cada elemento de la fila vertical más próxima al paramento de aguas abajo.
- los 2 puntos de Gauss centrales de los elementos extremos de la capa inferior.

correspondientes a las zonas de la estructura que se presuponen más solicitadas.

Las restricciones impuestas limitan las tracciones y compresiones máximas admisibles en los puntos mencionados. Se considera que la tensión normal al plano de la sección será en todo caso inferior en cuantía (tanto en tracción como en compresión) a las tensiones en el plano de la misma.

Se imponen por tanto un total de $2 \times 22 \times 3 = 132$ restricciones en desigualdad, además de las restricciones laterales.

El proceso de optimización se lleva a cabo en dos casos diferentes a partir de dos diseños iniciales radicalmente distintos, obteniéndose un diseño final virtualmente idéntico dentro de los límites de precisión prefijados. En la Figura 7.36 se observa la convergencia de los dos procesos hacia el valor óptimo de la función objetivo en un máximo de 16 iteraciones.

Analizaremos a continuación el proceso de optimización en los dos casos resueltos.

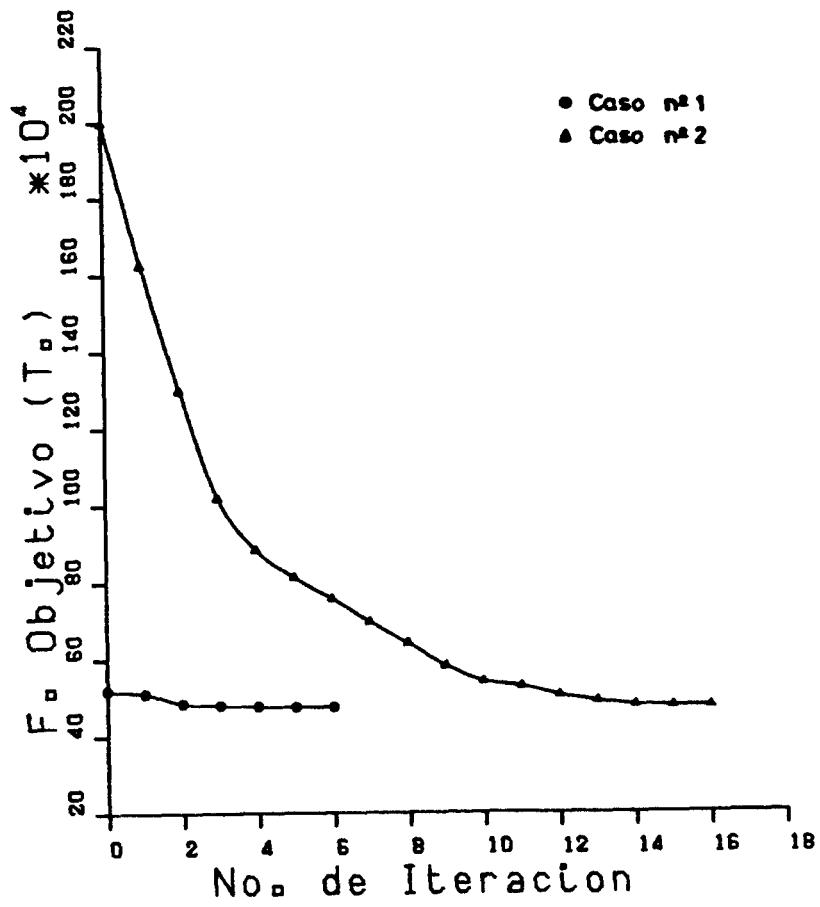


Figura 7.36.- Ejemplo No.:4. Evolución de la función objetivo en el proceso de optimización para los dos diseños iniciales considerados.

VII.5.2 Caso No. 1 del Ejemplo No. 4

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.7.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.37. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.38-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.38-b. En la Tabla 7.8 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.39-a), tipo muro, no es factible incumplándose, aunque no fuertemente, las restricciones en tracción en la tercera hipótesis de carga. En las Figuras 7.39-c, 7.39-d y 7.39-e se muestran los estados deformacionales y en la Figura 7.40 se muestran los estados tensionales para las tres hipótesis de carga. Obsérvese como en la hipótesis más desfavorable (la tercera) se aprecia la red de isostáticas de compresión, y se intuyen las zonas de la estructura que podrían suprimirse, dado que no trabajan fuertemente en comparación con las demás, y se sugiere ya una forma similar a la óptima de la sección.

En la Figura 7.41-a se aprecia como la estructura adopta una forma más racional ya en la primera iteración, disminuyendo ligeramente además la función objetivo, y trabajando de una forma más homogénea (Fig. 7.42-e). En este diseño los desplazamientos en la primera hipótesis de carga son mucho más importantes que en las restantes hipótesis (Figs. 7.41-c, 7.41-d y 7.41-e), y comienzan a aparecer tracciones en la hipótesis de peso propio en

tensión plana (7.42-b), siendo las compresiones del mismo orden que las del diseño inicial y en cualquier caso muy inferiores a los límites impuestos.

El óptimo se alcanza ya en la sexta iteración (Fig. 7.43-a). Los desplazamientos en la hipótesis de tensión plana son mucho más importantes que en las restantes hipótesis (Figs. 7.43-c, 7.43-d y 7.43-e), y el óptimo está condicionado fundamentalmente por la aparición de tracciones en el paramento de aguas arriba en la fase de construcción de las ménsulas (Fig. 7.44-b) y en la parte inferior del paramento de aguas abajo debidas a la presión hidrostática, con la presa al máximo nivel de llenado (Fig. 7.44-f).

Si no se impusieran las restricciones en la primera hipótesis de carga, correspondientes de alguna forma al proceso constructivo, se obtendría una sección con un vuelo excesivo hacia aguas abajo (puesto que cuanto más cerca esté del eje de simetría, menor es el volumen del sólido de revolución), que resistirla perfectamente bajo las dos últimas hipótesis de carga, pero que obligaría a emplear cimbras en el hormigonado de las ménsulas.

Si no se impusieran restricciones en tensión a todo lo largo de los dos paramentos, sino tan solo en la base (como se hizo en el ejemplo anterior), se obtendrían diseños también con un gran vuelo, que verificarían todas las restricciones impuestas, pero en los que las tensiones en la parte media y superior de la sección, en la hipótesis de tensión plana, serían igualmente excesivas.

Si no se realizasen los cálculos en simetría de revolución, sino en tensión plana o deformación plana únicamente, no se introduciría de ninguna forma en el modelo la forma tridimensional de trabajo de la estructura, de la que derivan sus ventajas, y se obtendría un diseño de la sección similar al de una presa de gravedad.

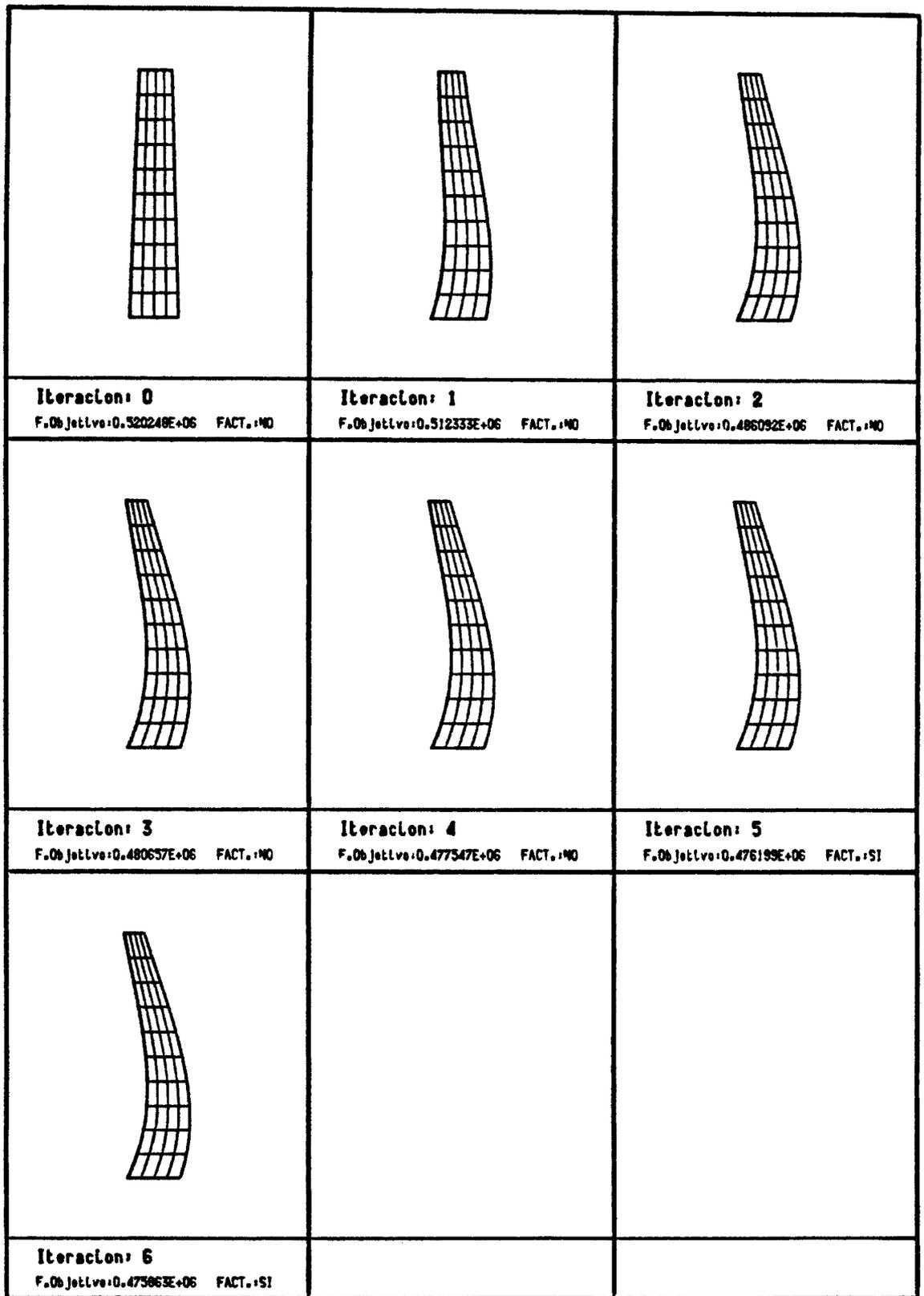
En todos los casos anteriores el problema de optimización estaría matemáticamente bien resuelto, pero desde un punto de vista ingenieril los diseños serían irrealizables o absurdos. Ello evidencia una vez más la gran importancia que tiene imponer adecuadamente las restricciones, y modelar correctamente todos los aspectos del comportamiento estructural.

El estado tenso-deformacional del diseño final se muestra en las Figuras 7.43 y 7.44. El diseño final es factible, pero no todos los diseños intermedios lo son, y la reducción de la función objetivo es de aproximadamente un 9% de su valor inicial. El diseño final no supone de hecho un ahorro de material importante respecto al diseño inicial, pero sí su distribución de una forma más eficiente.

Ejemplo No. 4 - Caso No. 1

Variables de diseño iniciales (m.): $x_1 = 0.0$ $x_2 = 0.0$ $x_3 = 0.0$ $x_4 = 6.0$ $x_5 = 4.0$		
Número máximo de iteraciones = 30		
Límites Móviles (m.): $c_1 = 2.0$ $c_2 = 2.0$ $c_3 = 4.0$ $c_4 = 2.0$ $c_5 = 2.0$		
Tolerancias en las variables de diseño (m.): $\epsilon_1^x = 0.0001$ $\epsilon_2^x = 0.0001$ $\epsilon_3^x = 0.0001$ $\epsilon_4^x = 0.0001$ $\epsilon_5^x = 0.0001$		
Tolerancias en las restricciones (Kp/cm²): $\epsilon_j^g = 0.005$; j=1, __, 132 j		
Límites de Actividad (Kp/cm²): $\eta_j = 20.0$; j=1, __, 132 j		

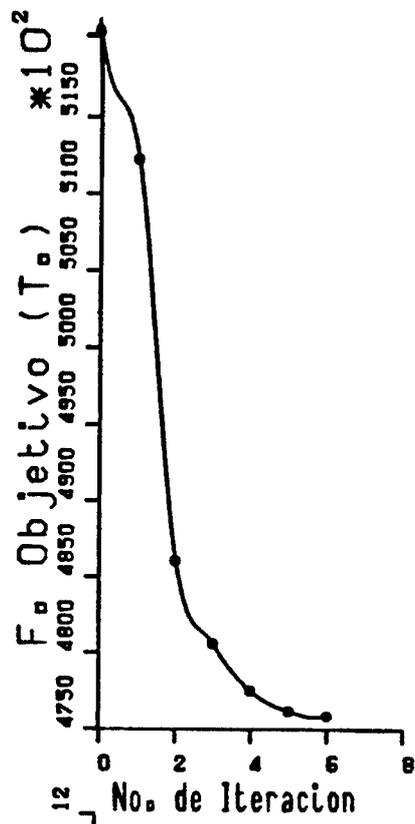
Tabla 7.7.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.



1 cm. = 15.000 a.

Figura 7.37.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

a)



b)

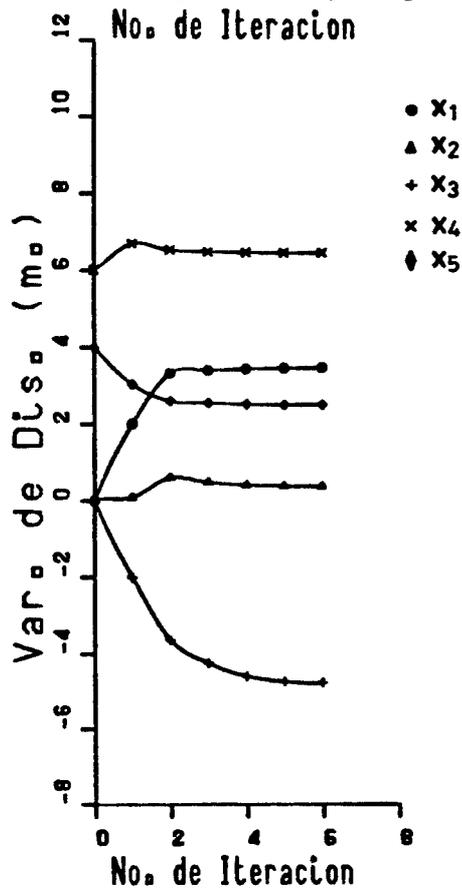


Figura 7.38.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Convergencia del proceso de optimización.

- a) Evolución de la función objetivo.
- b) Evolución de las variables de diseño.

no. iteración	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	F. objetivo
0	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	0.600000E+01	0.400000E+01	0.520248E+06
1	0.200000E+01	0.812560E-01	-0.200000E+01	0.668801E+01	0.303645E+01	0.512333E+06
2	0.332932E+01	0.600520E+00	-0.362800E+01	0.652657E+01	0.259378E+01	0.486092E+06
3	0.340133E+01	0.476065E+00	-0.423273E+01	0.648419E+01	0.254694E+01	0.480657E+06
4	0.344284E+01	0.406769E+00	-0.457753E+01	0.645985E+01	0.251653E+01	0.477547E+06
5	0.346088E+01	0.377258E+00	-0.472641E+01	0.644928E+01	0.250330E+01	0.476199E+06
6	0.346538E+01	0.369988E+00	-0.476339E+01	0.644665E+01	0.250000E+01	0.475863E+06

no. iteración	tracciones (Kp/cm ²)			compresiones (Kp/cm ²)		
	hip. 1	hip. 2	hip. 3	hip. 1	hip. 2	hip. 3
0	0.740343E-01	0.307712E+00	0.520347E+01	0.108950E+02	0.115935E+02	0.331152E+02
1	0.299515E+00	0.493636E+00	0.230990E+01	0.140429E+02	0.134945E+02	0.347852E+02
2	0.345402E+01	0.380278E+00	0.204449E+01	0.170836E+02	0.153058E+02	0.360290E+02
3	0.427585E+01	0.389784E+00	0.202120E+01	0.179372E+02	0.154153E+02	0.361027E+02
4	0.474606E+01	0.396283E+00	0.200750E+01	0.184242E+02	0.154776E+02	0.361444E+02
5	0.494947E+01	0.399405E+00	0.200150E+01	0.186344E+02	0.155044E+02	0.361624E+02
6	0.500001E+01	0.400209E+00	0.200000E+01	0.186866E+02	0.155111E+02	0.361669E+02

Tabla 7.8.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).

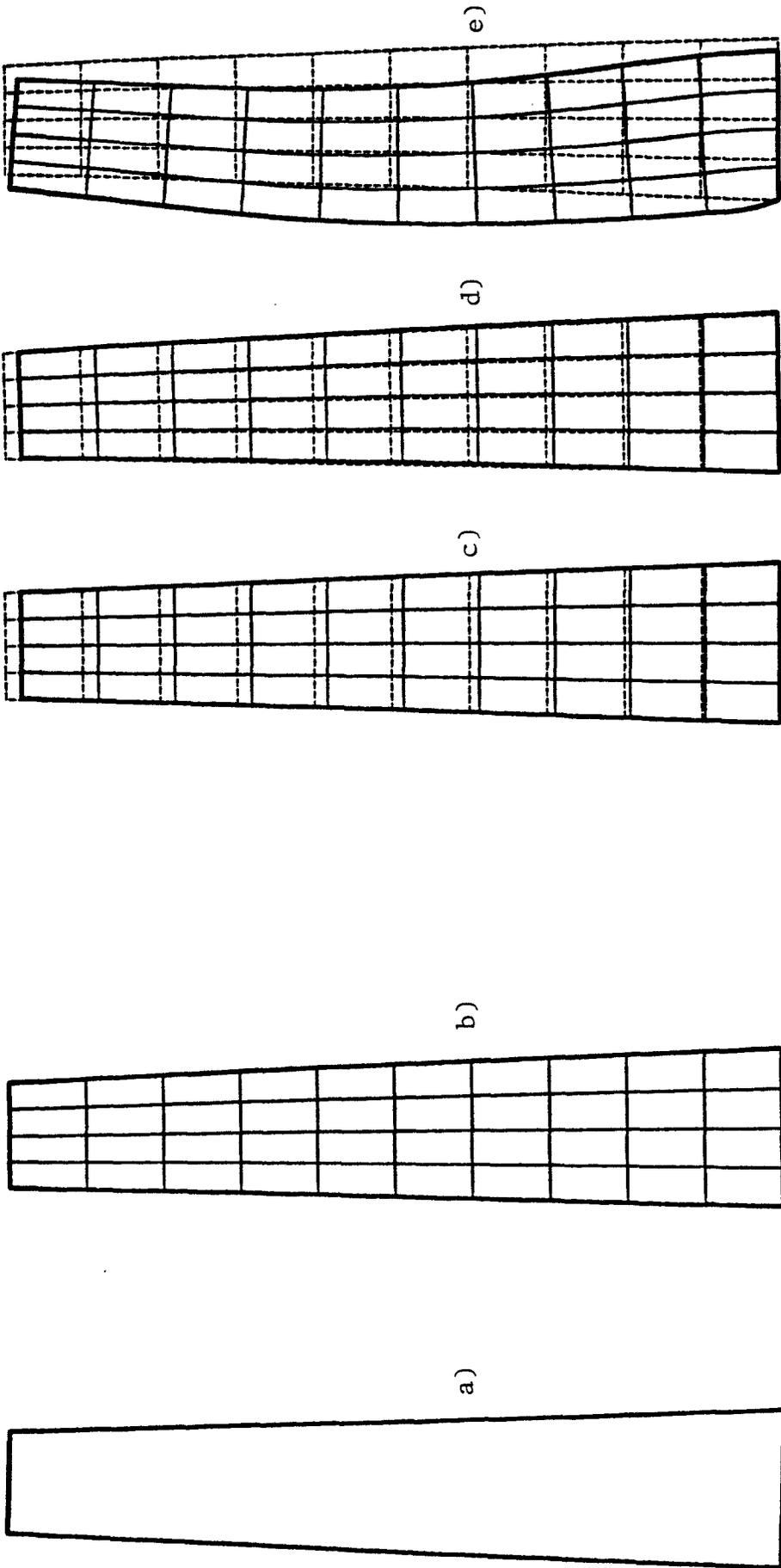


Figura 7.39.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Geometría y deformadas del diseño inicial. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.
- c) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- d) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

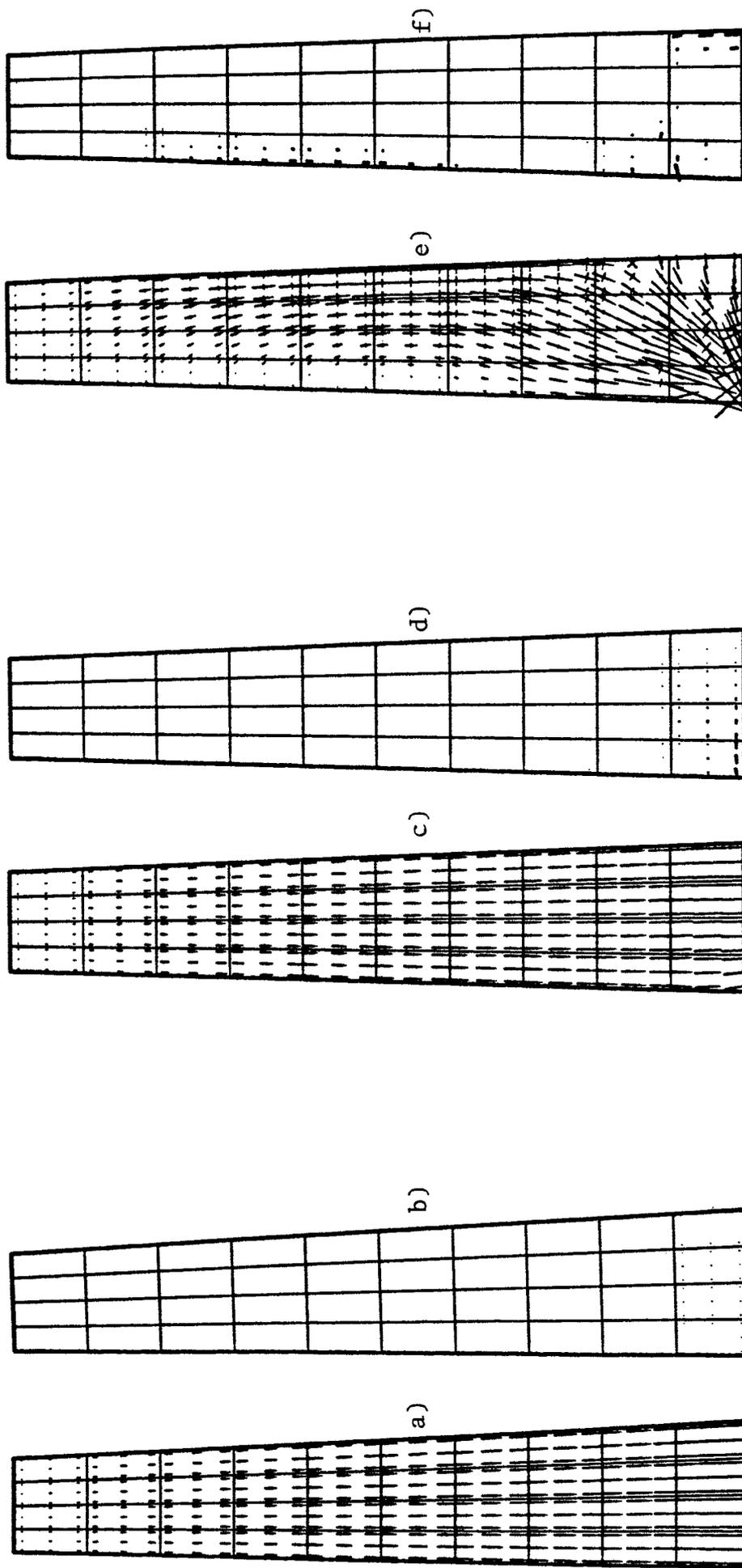


Figura 7.40.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Estado tensional del diseño inicial.

a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.

c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.

e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

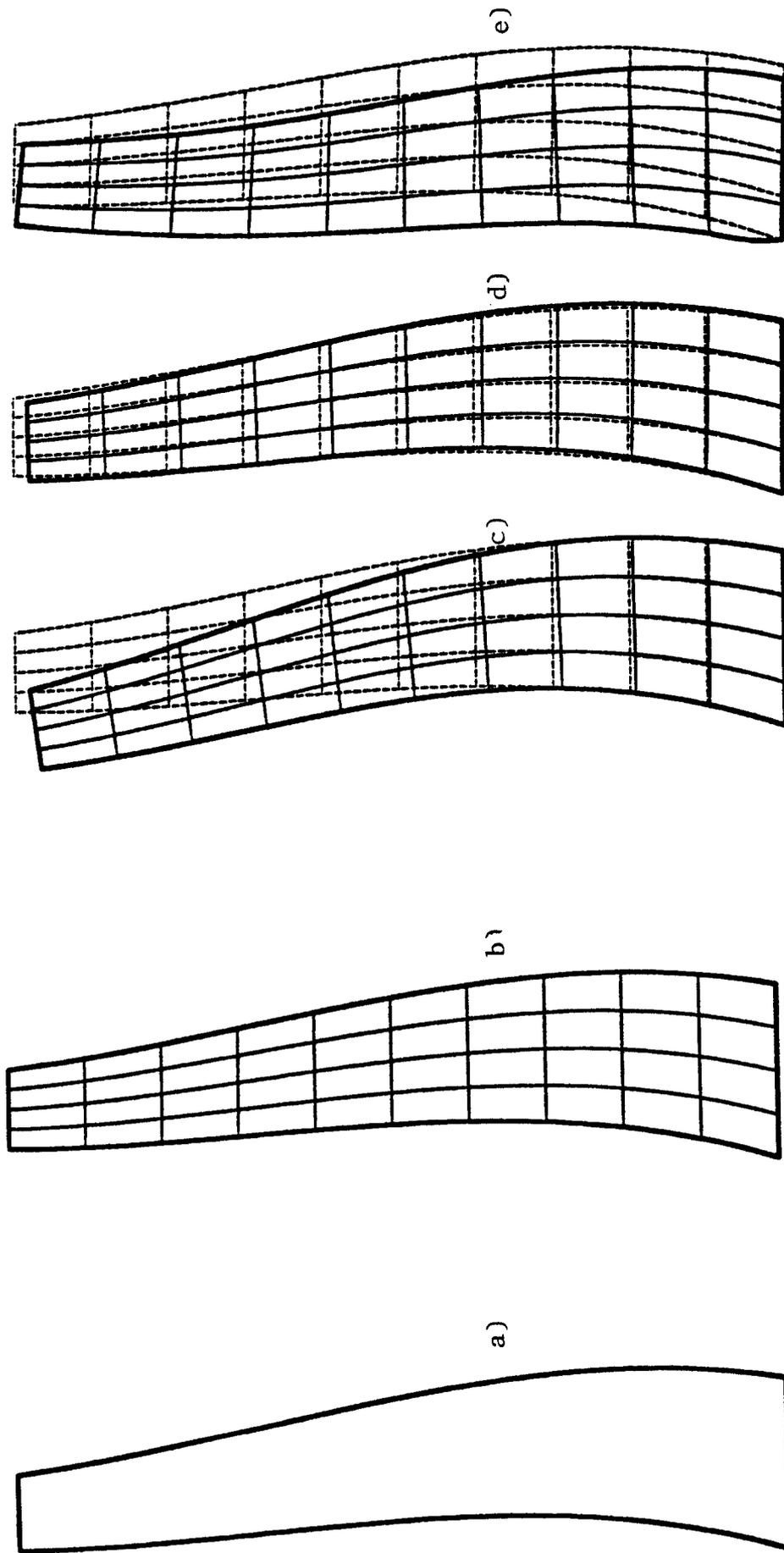


Figura 7.41.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Geometría y deformadas del diseño en la primera iteración. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.
- c) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- d) Deformada para la hipótesis de carga peso propio en simetría de revolución.
- e) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

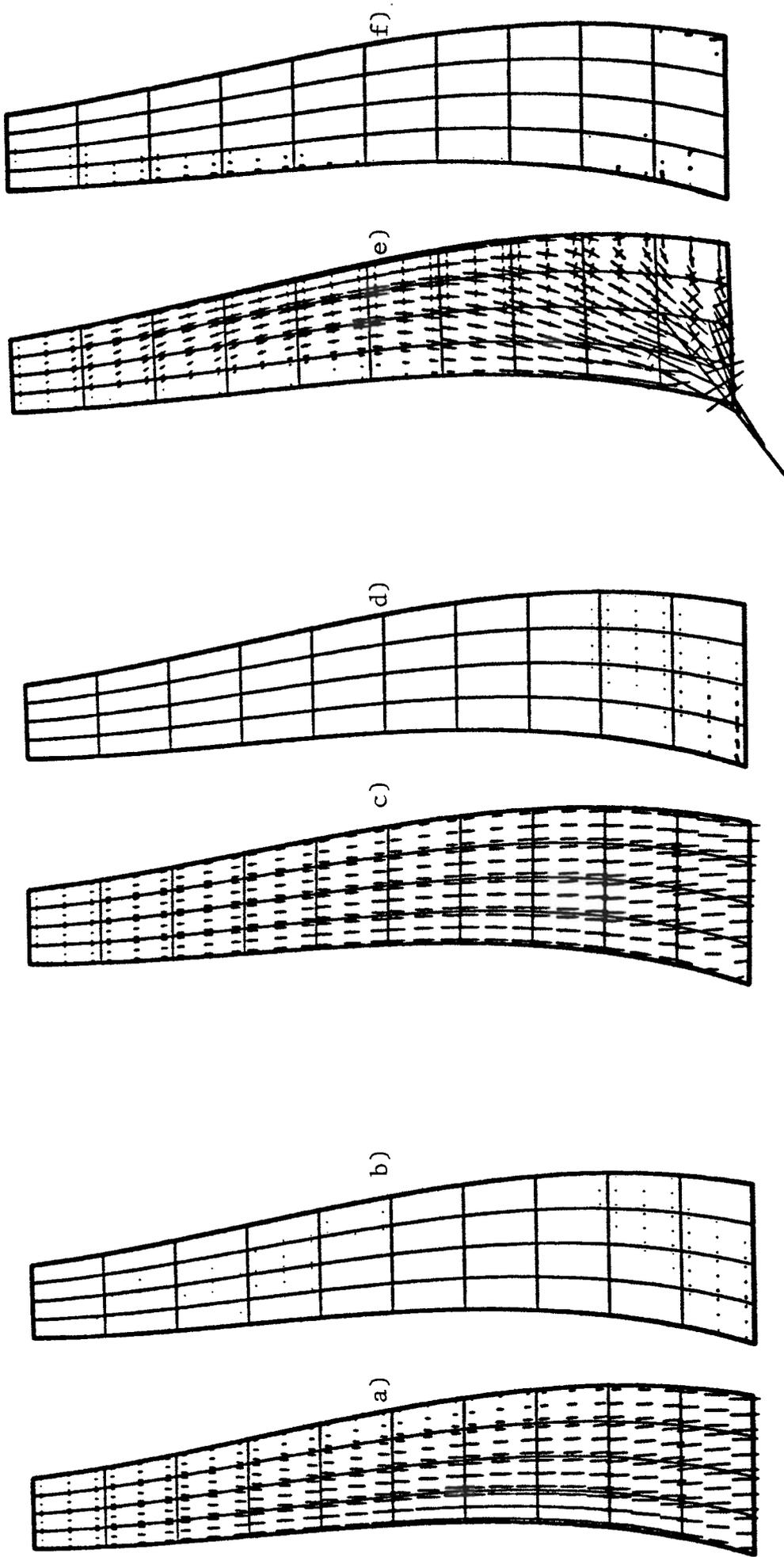


Figura 7.42.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Estado tensional del diseño en la primera iteración.

- a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

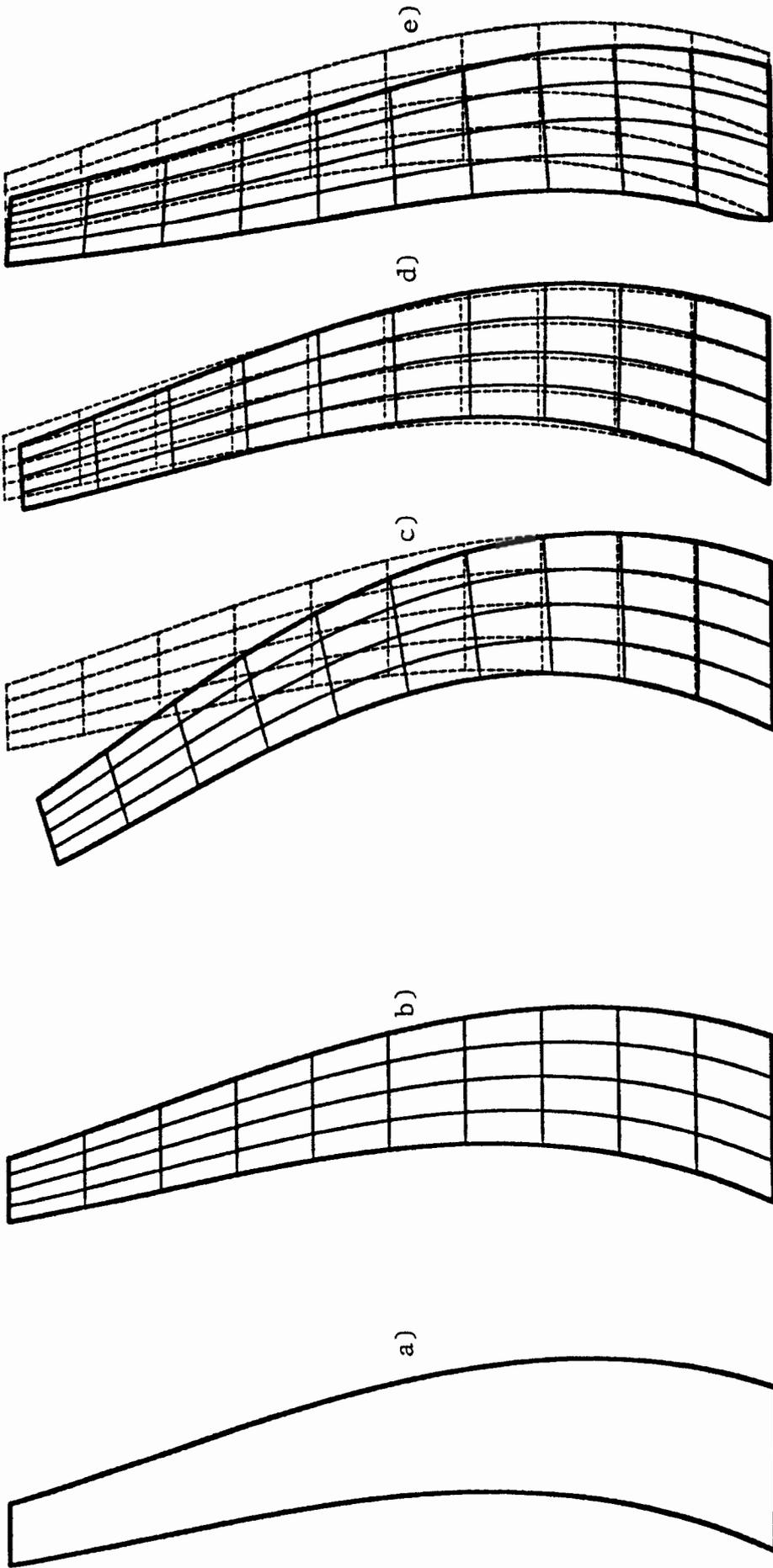


Figura 7.43.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Geometría y deformadas del diseño en la sexta iteración. (OPTIMO) (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.
- c) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- d) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

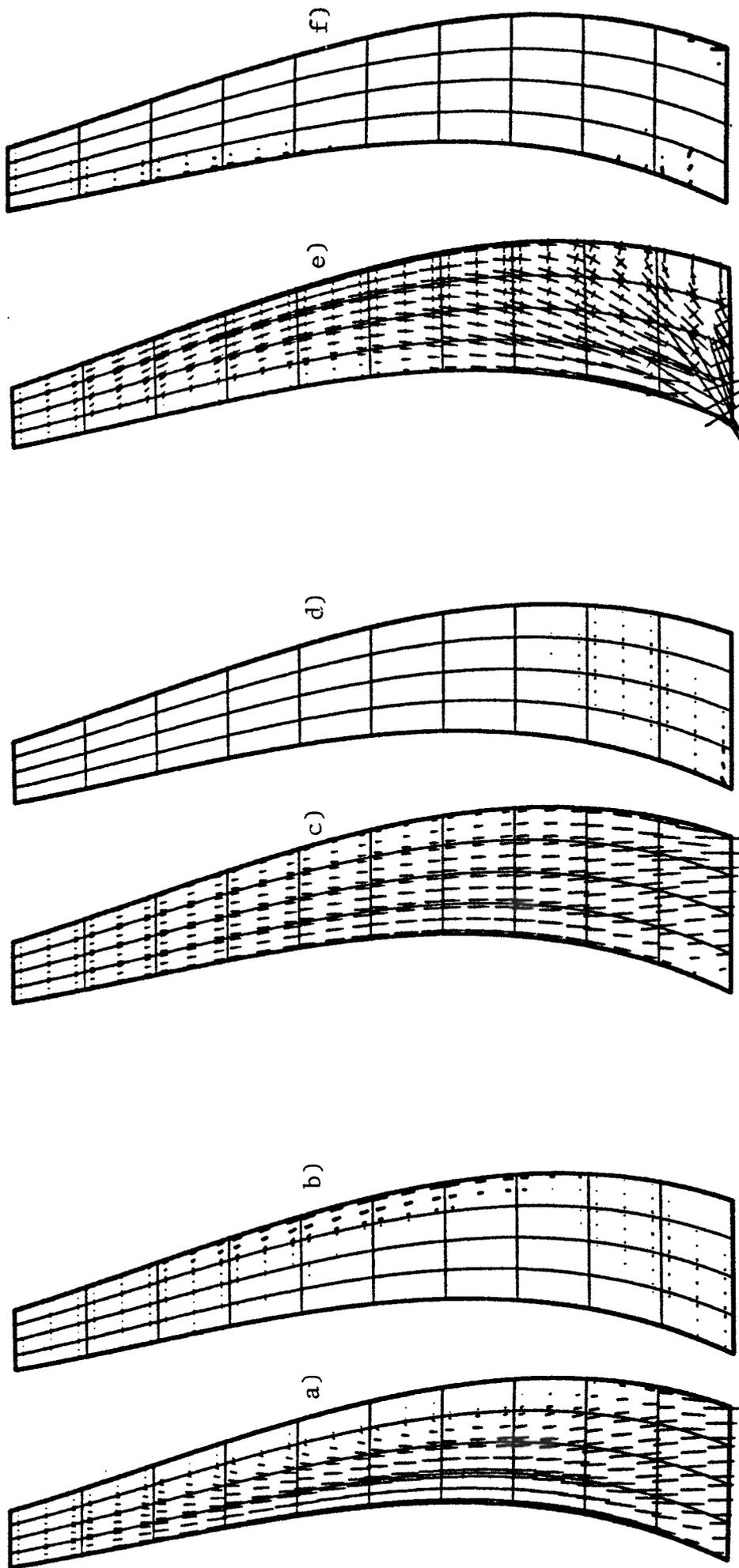


Figura 7.44.- Ejemplo No.:4. Caso No.:1. Estado tensional del diseño en la sexta iteración. (OPTIMO)

- a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

VII.5.3 Caso No. 2 del Ejemplo No. 4

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.9.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.45. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.46-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.46-b. En la Tabla 7.10 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.47-a), tipo presa de gravedad, es factible y evidentemente muy sobredimensionado. En la Figura 7.48 se muestran los estados de deformación y en la Figura 7.49 se muestran los estados tensionales para las dos hipótesis de carga. Obsérvese que las tensiones de compresión se encuentran muy por debajo de sus valores máximos admisibles, y las tracciones que aparecen en la estructura son prácticamente insignificantes. De hecho el comportamiento estructural es el correspondiente al de una presa de gravedad, y el efecto de la bóveda carece prácticamente de importancia.

En la Figura 7.50 se aprecia como la estructura adopta una forma más racional en las primeras iteraciones, disminuyendo el ancho de la base, y obteniendo un fuerte descenso además del valor de la función objetivo. La forma de trabajo (Figs. 7.51 y 7.52) está todavía muy alejada de la típica de una presa bóveda, y podría considerarse característica de una presa arco-gravedad.

En la Figura 7.53-a se aprecia como el diseño en la décima

iteración se acerca progresivamente al de la sección de una presa bóveda, así como su forma de trabajo (Figs. 7.53-c, 7.53-d, 7.53-e y 7.54). En este diseño los desplazamientos en la primera hipótesis de carga son mucho más importantes que en las restantes hipótesis (Figs. 7.53-c, 7.53-d y 7.53-e), y comienzan a aparecer tracciones en la hipótesis de peso propio y carga hidrostática en simetría de revolución (Fig. 7.54-f), siendo las compresiones en cualquier caso inferiores a los límites impuestos.

El óptimo se alcanza en la decimosexta iteración (Fig. 7.55-a). Los desplazamientos en la hipótesis de tensión plana son mucho más importantes que en las restantes hipótesis (Figs. 7.55-c, 7.55-d y 7.55-e), y el óptimo está condicionado fundamentalmente por la aparición de tracciones en el paramento de aguas arriba en la fase de construcción de las ménsulas (Fig. 7.56-b) y en la parte inferior del paramento de aguas abajo debido a la presión hidrostática correspondiente al máximo nivel de llenado (Fig. 7.56-f).

El estado tenso-deformacional del diseño final se muestra en las Figuras 7.55 y 7.56. El diseño final es factible, como casi todos los diseños intermedios. Alguno de éstos es ligeramente no factible, debiéndose los ligeros incumplimientos de las restricciones a que la decisión sobre la cuantía en que se modifica el diseño se efectúa sobre las aproximaciones cuadráticas, y por tanto se comete un cierto error en la estimación de los factores de avance. En cualquier caso, el algoritmo es capaz de obtener finalmente un diseño factible, y los incumplimientos en los diseños intermedios son

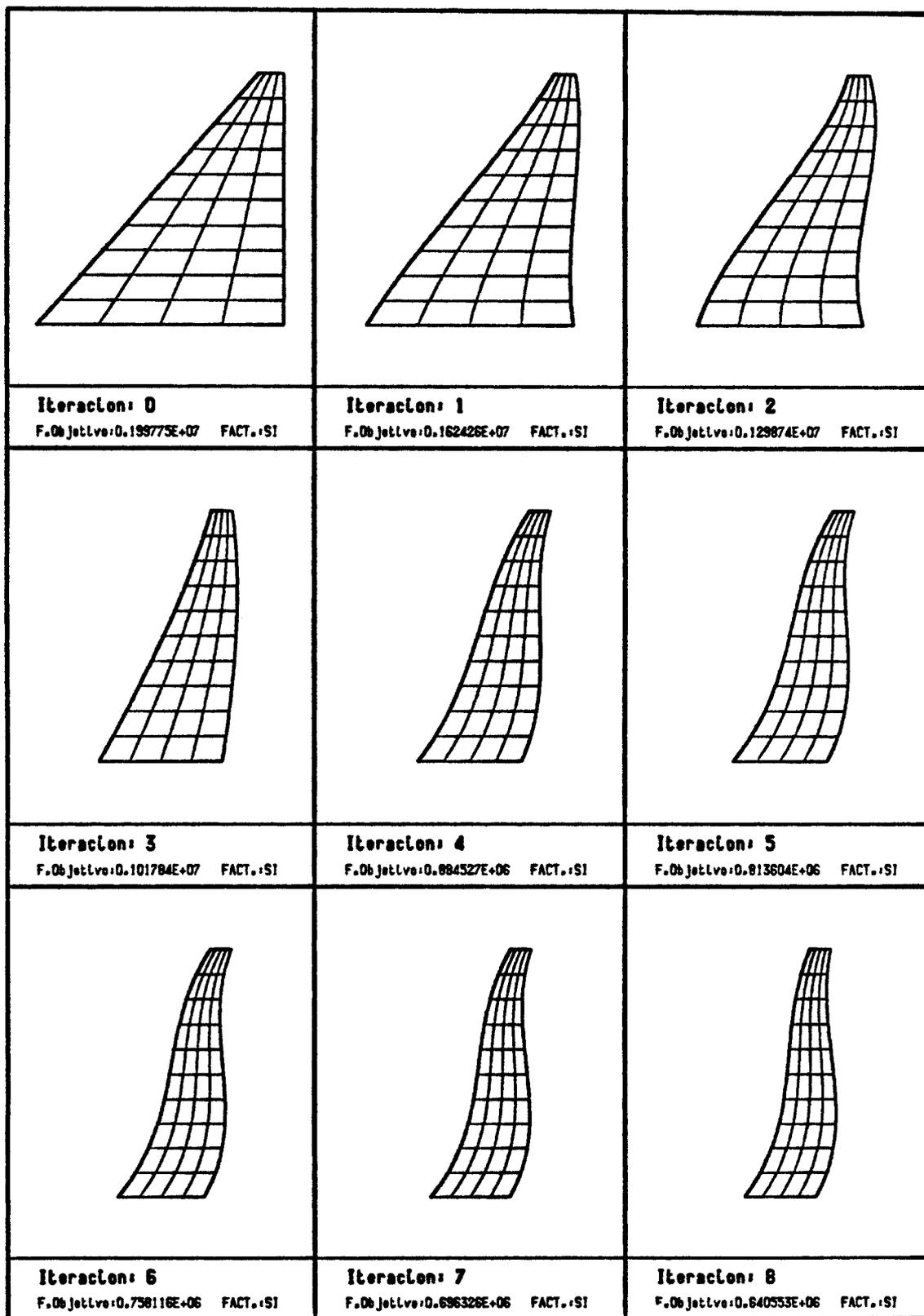
insignificantes.

La reducción de la función objetivo en este caso es de aproximadamente un 76% de su valor inicial. Obsérvese que los diseños inicial y final son no sólo radicalmente distintos en cuanto a su forma geométrica, sino también en cuanto a su forma de trabajar estructuralmente.

Ejemplo No. 4 - Caso No. 2

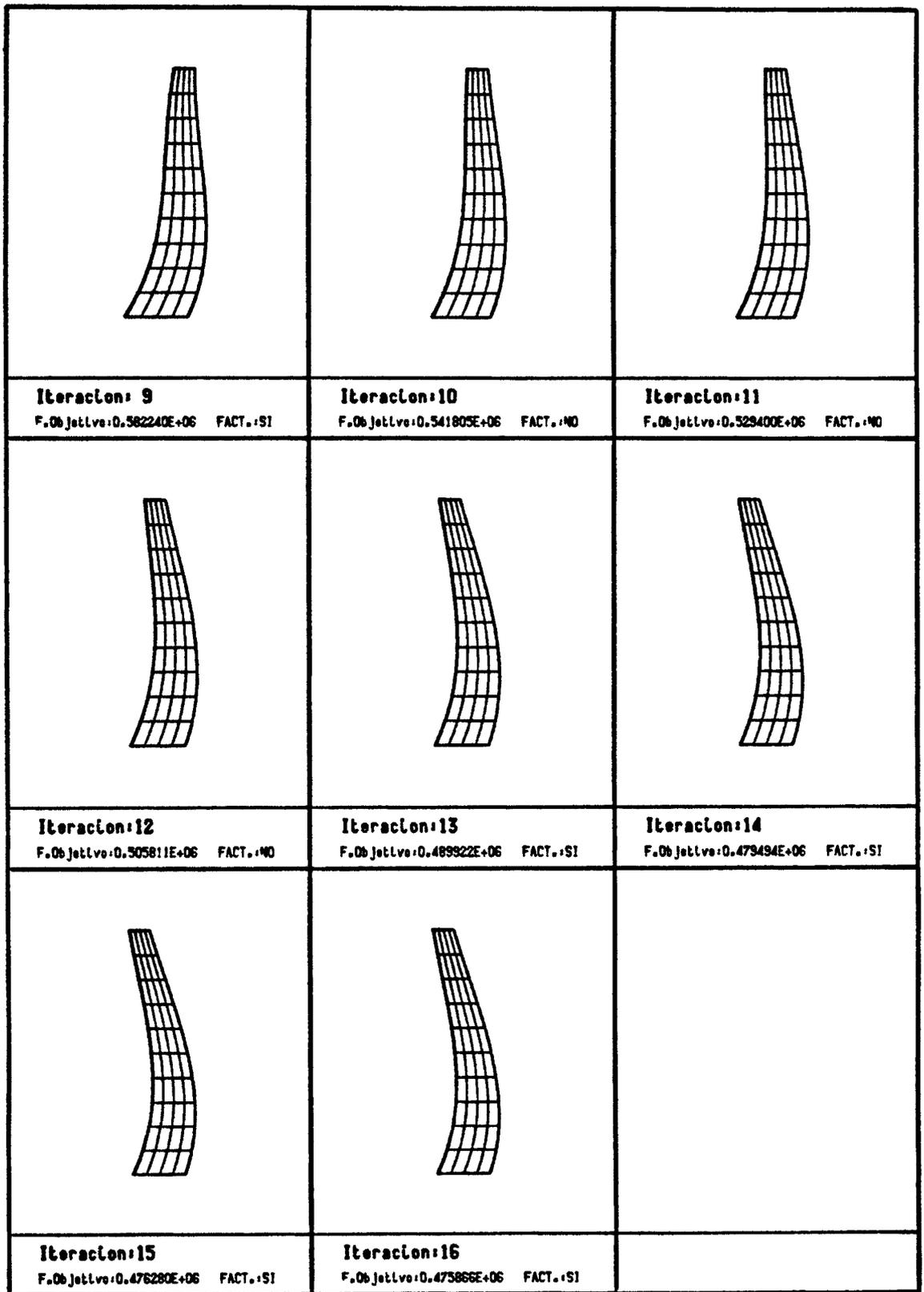
Variables de diseño iniciales (m.):		
$x_1 = 9.0$	$x_2 = 18.0$	$x_3 = 27.0$
$x_4 = 30.0$	$x_5 = 3.0$	
Número máximo de iteraciones = 50		
Límites Móviles (m.):		
$c_1 = 2.0$	$c_2 = 2.0$	$c_3 = 4.0$
$c_4 = 5.0$	$c_5 = 2.5$	
Tolerancias en las variables de diseño (m.):		
$\epsilon_1^x = 0.0001$	$\epsilon_2^x = 0.0001$	$\epsilon_3^x = 0.0001$
$\epsilon_4^x = 0.0001$	$\epsilon_5^x = 0.0001$	
Tolerancias en las restricciones (Kp/cm²):		
$\epsilon_j^g = 0.005$; j=1, __, 132
Límites de Actividad (Kp/cm²):		
$\eta_j = 20.0$; j=1, __, 132

Tabla 7.9.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.



1 cm. = 15.000 m.

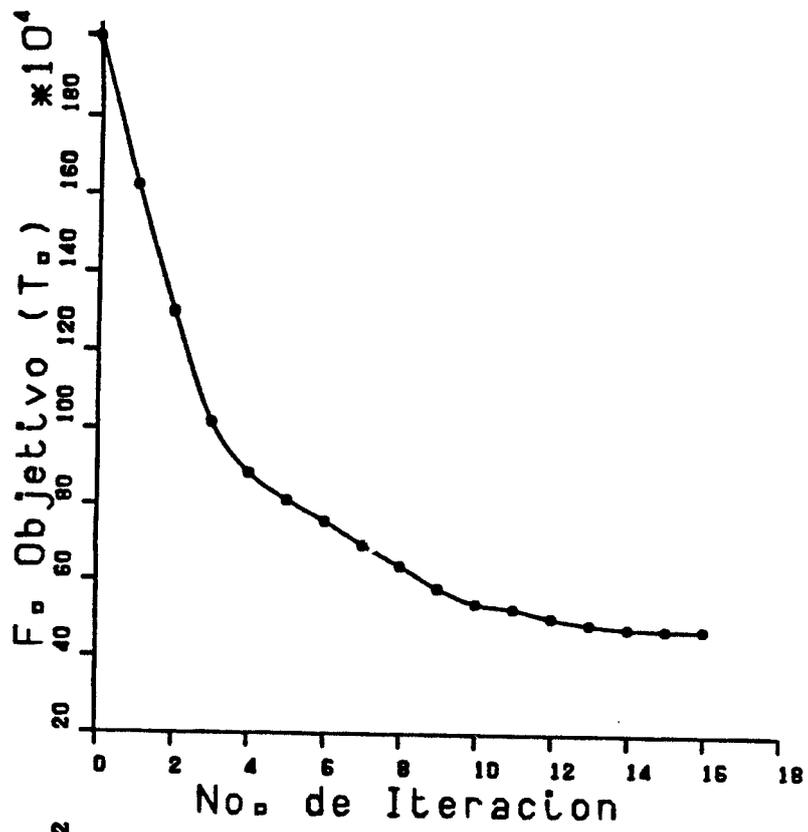
Figura 7.45-A.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial factible.



1 cm. = 15.000 m.

Figura 7.45-B.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial factible.

a)



b)

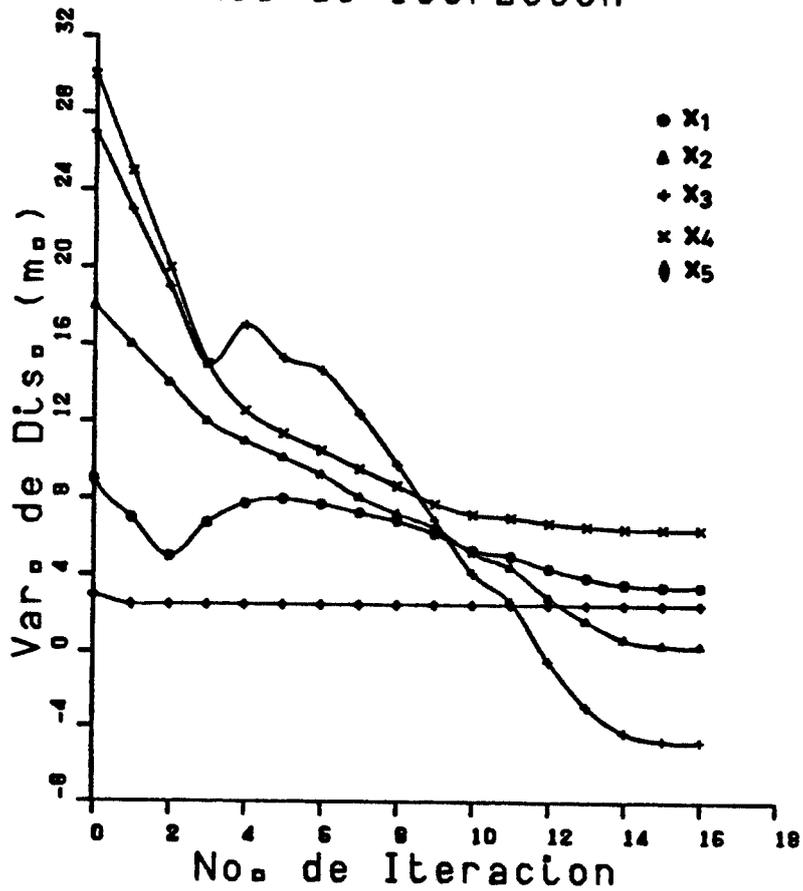


Figura 7.46.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Convergencia del proceso de optimización.

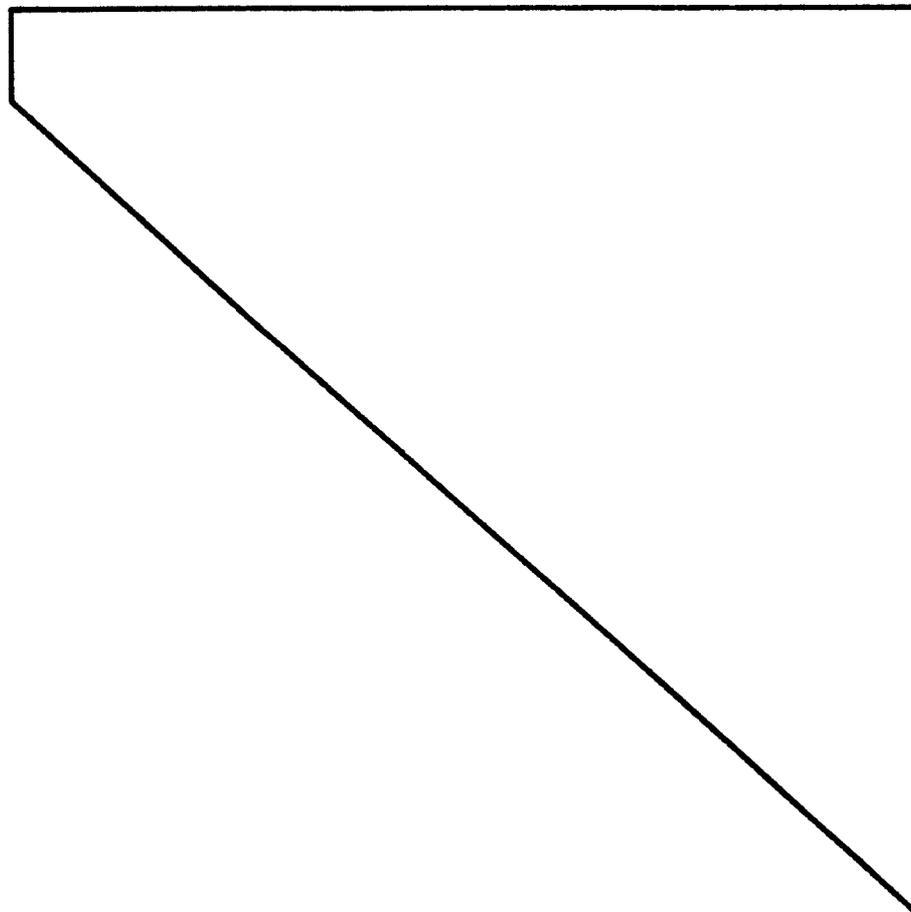
a) Evolución de la función objetivo.

b) Evolución de las variables de diseño.

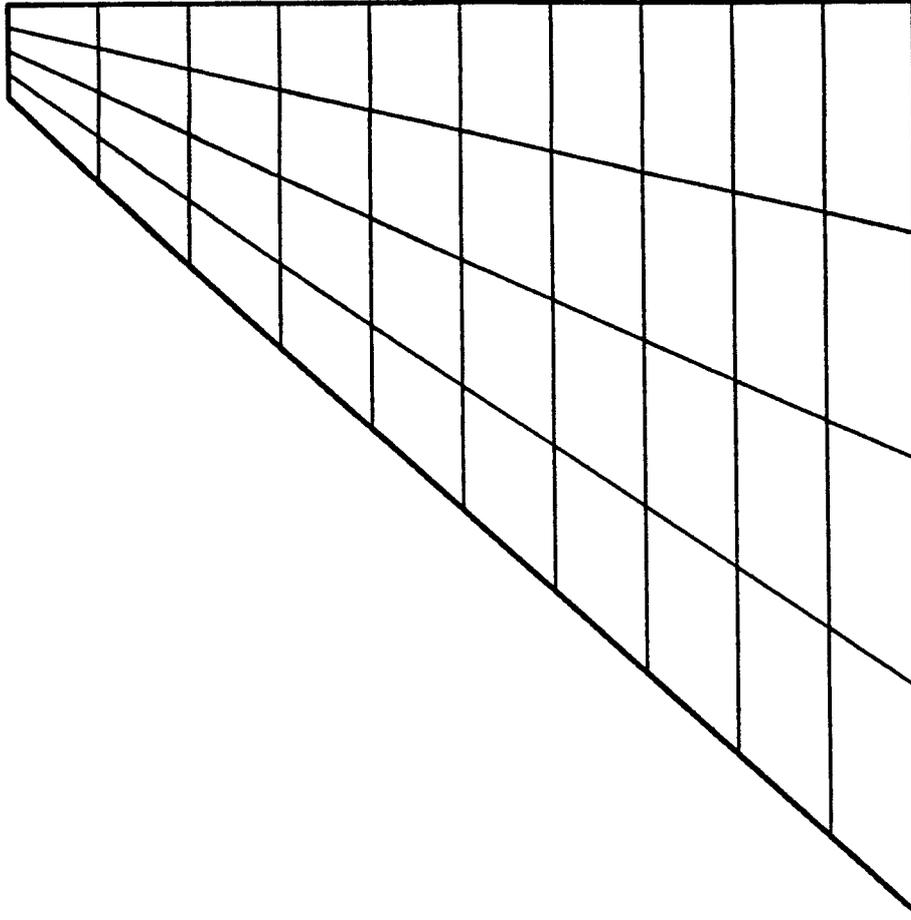
no. iteración	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	F. objetivo
0	0.900000E+01	0.180000E+02	0.270000E+02	0.300000E+02	0.300000E+01	0.199775E+07
1	0.700000E+01	0.160000E+02	0.230000E+02	0.250000E+02	0.250000E+01	0.162426E+07
2	0.500000E+01	0.140000E+02	0.190000E+02	0.200000E+02	0.250000E+01	0.129874E+07
3	0.674647E+01	0.120000E+02	0.150000E+02	0.150000E+02	0.250000E+01	0.101784E+07
4	0.776247E+01	0.109840E+02	0.170320E+02	0.125837E+02	0.250000E+01	0.884527E+06
5	0.799006E+01	0.101320E+02	0.153280E+02	0.114004E+02	0.250000E+01	0.813604E+06
6	0.774632E+01	0.925200E+01	0.146913E+02	0.105162E+02	0.250000E+01	0.758116E+06
7	0.730440E+01	0.809600E+01	0.124485E+02	0.956562E+01	0.250000E+01	0.696326E+06
8	0.685280E+01	0.725998E+01	0.977651E+01	0.869865E+01	0.250000E+01	0.640553E+06
9	0.622136E+01	0.652740E+01	0.692051E+01	0.778569E+01	0.250000E+01	0.582240E+06
10	0.535922E+01	0.519427E+01	0.415251E+01	0.721642E+01	0.250000E+01	0.541805E+06
11	0.503367E+01	0.445427E+01	0.267251E+01	0.706423E+01	0.250000E+01	0.529400E+06
12	0.439427E+01	0.289427E+01	-0.447492E+00	0.678195E+01	0.250000E+01	0.505811E+06
13	0.394367E+01	0.167027E+01	-0.289549E+01	0.659963E+01	0.250000E+01	0.489922E+06
14	0.359029E+01	0.714266E+00	-0.427949E+01	0.648596E+01	0.250000E+01	0.479494E+06
15	0.347984E+01	0.410266E+00	-0.470800E+01	0.645114E+01	0.250000E+01	0.476280E+06
16	0.346548E+01	0.370266E+00	-0.476302E+01	0.644668E+01	0.250000E+01	0.475866E+06

no. iteración	tracciones (Kp/cm ²)			compresiones (Kp/cm ²)		
	hip. 1	hip. 2	hip. 3	hip. 1	hip. 2	hip. 3
0	0.192022E+00	0.467154E-01	0.316300E-01	0.134196E+02	0.119866E+02	0.249601E+02
1	0.644412E+00	0.214971E+00	0.588388E+00	0.137951E+02	0.119182E+02	0.284532E+02
2	0.208020E-01	0.360143E+00	0.153843E+01	0.163974E+02	0.133639E+02	0.310626E+02
3	0.194931E+01	0.180203E+00	0.192371E+01	0.200473E+02	0.156887E+02	0.350830E+02
4	0.360619E+01	0.594602E+00	0.191799E+01	0.239334E+02	0.177687E+02	0.374181E+02
5	0.427013E+01	0.696765E+00	0.193492E+01	0.249569E+02	0.182715E+02	0.380630E+02
6	0.444946E+01	0.686303E+00	0.194476E+01	0.251293E+02	0.181181E+02	0.383234E+02
7	0.396059E+01	0.620149E+00	0.195149E+01	0.246942E+02	0.179058E+02	0.383110E+02
8	0.348681E+01	0.537207E+00	0.198232E+01	0.2456661E+02	0.180195E+02	0.381753E+02
9	0.343649E+01	0.421838E+00	0.196495E+01	0.246482E+02	0.182083E+02	0.379078E+02
10	0.243042E+01	0.311614E+00	0.200684E+01	0.222522E+02	0.175378E+02	0.374038E+02
11	0.147260E+01	0.280810E+00	0.200562E+01	0.204780E+02	0.171895E+02	0.371622E+02
12	0.834791E+00	0.228165E+00	0.200525E+01	0.164936E+02	0.165280E+02	0.366997E+02
13	0.304370E+01	0.231410E+00	0.200295E+01	0.156247E+02	0.160767E+02	0.363736E+02
14	0.441699E+01	0.354128E+00	0.200061E+01	0.178601E+02	0.156566E+02	0.362163E+02
15	0.492673E+01	0.394753E+00	0.200045E+01	0.185896E+02	0.155280E+02	0.361723E+02
16	0.499951E+01	0.400170E+00	0.200001E+01	0.186859E+02	0.155112E+02	0.361669E+02

Tabla 7.10.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).



a)



b)



1 cm. = 5,000 m.

Figura 7.47.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometria del diseño inicial.

a) Forma.

b) Malla de cálculo.

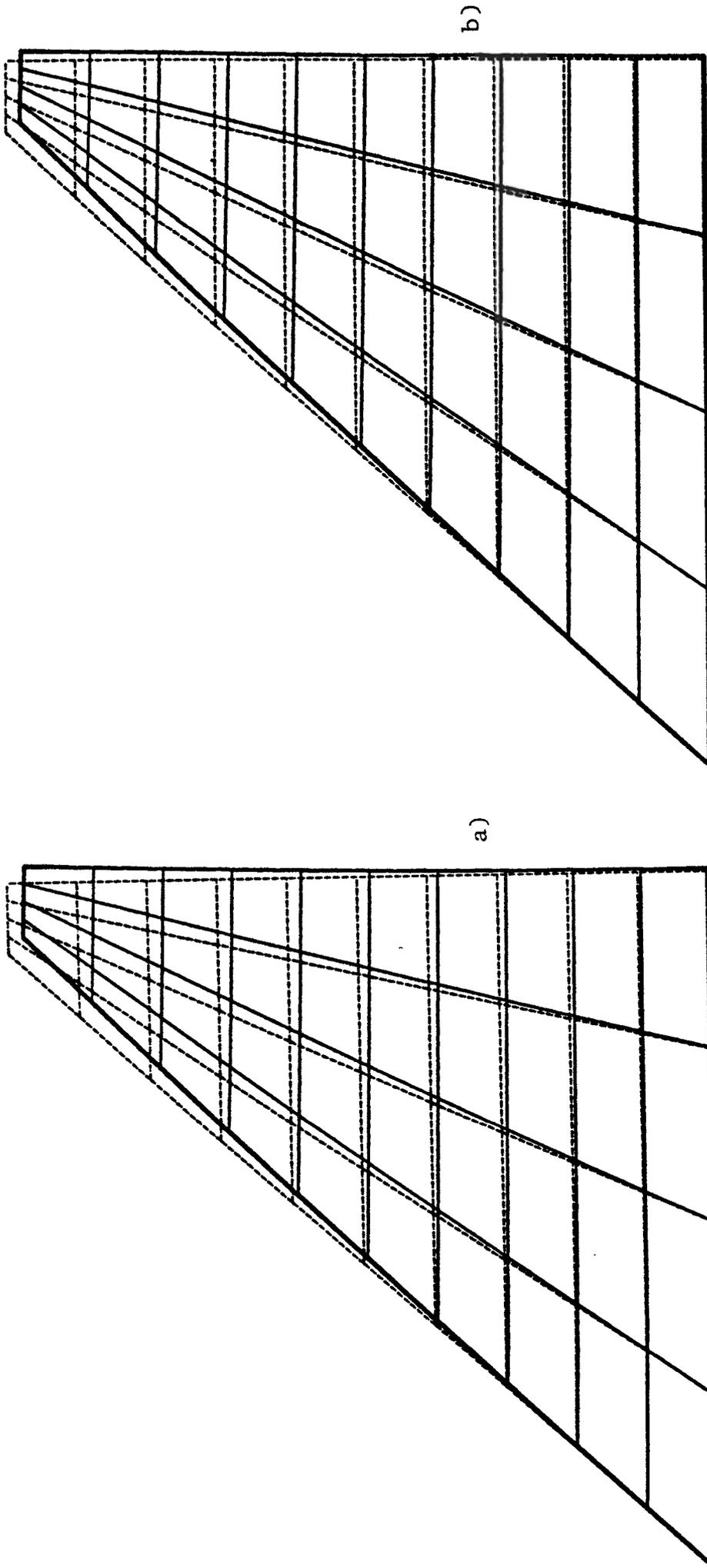
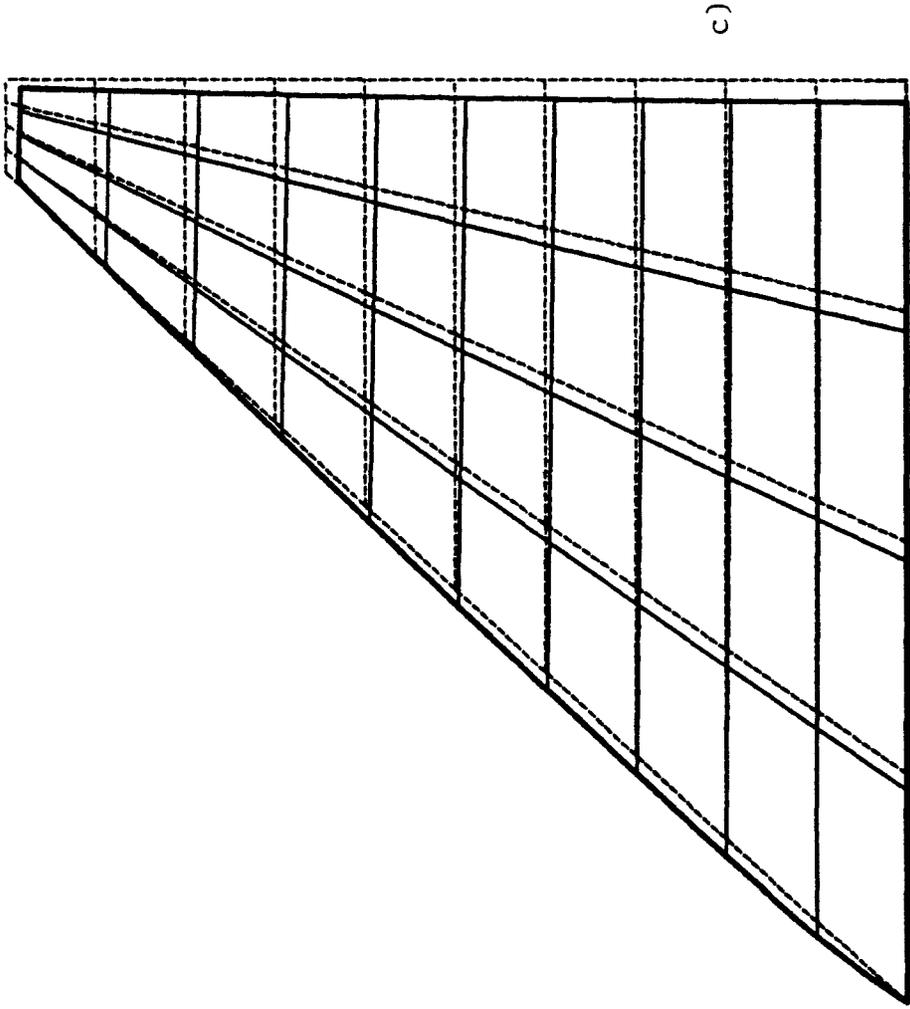


Figura 7.48-A.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Deformadas del diseño inicial. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.

b) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.

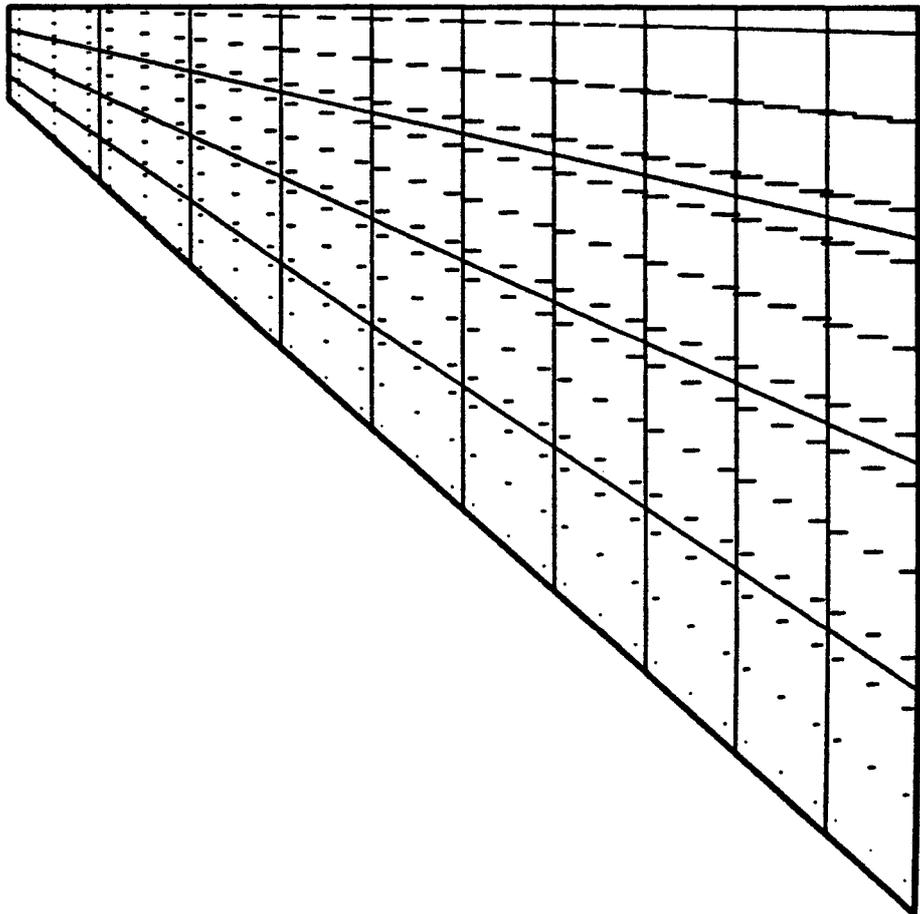
c) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución. (Fig. 7.48-B)



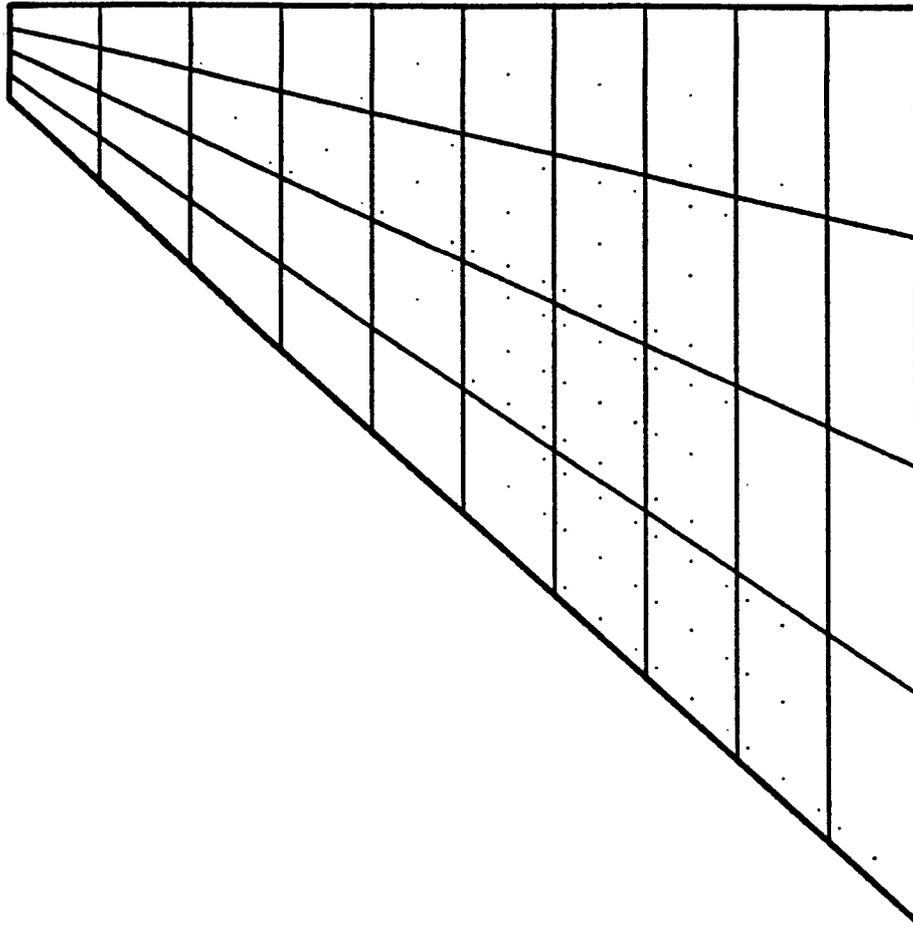
c)

1 cm = 5.000 m

Figura 7.48-B.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Deformadas del diseño inicial. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)
 a) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana. (Fig. 7.48-A)
 b) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución. (Fig. 7.48-A)
 c) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.



a)



b)

Figura 7.49-A.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño inicial.

a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.

c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución. (Fig 7.49-B)

e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución. (Fig 7.49-C)



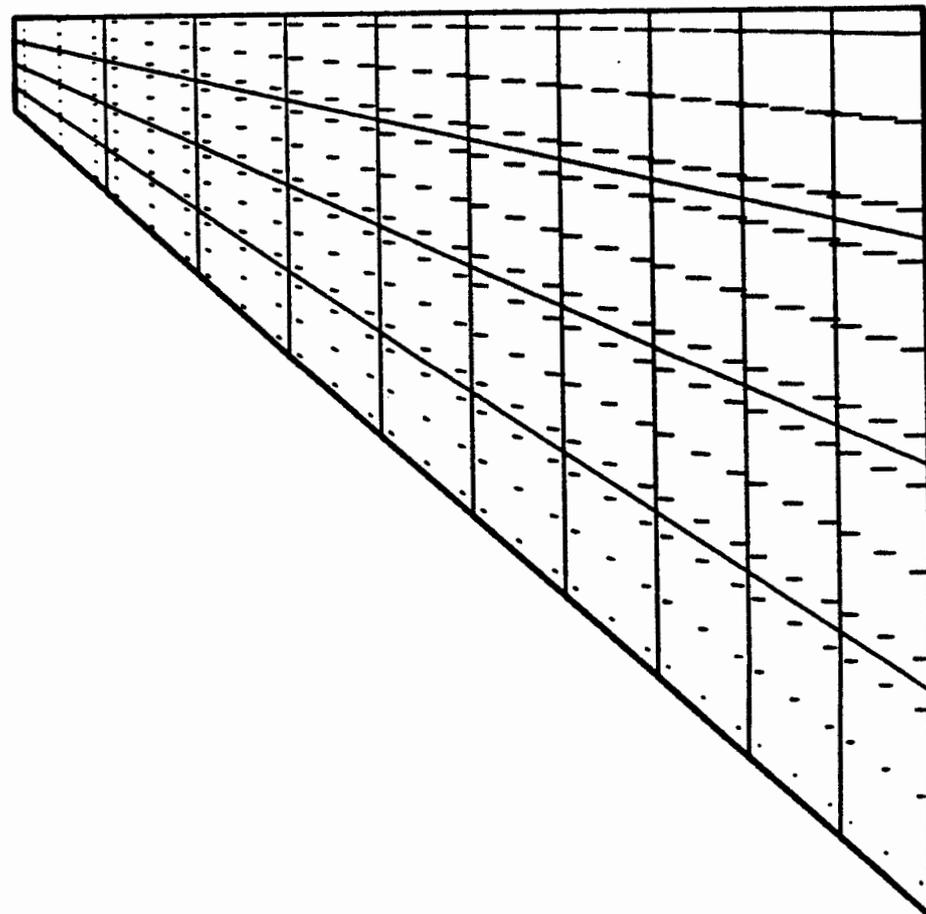
1 kg. = 5,000 kg.



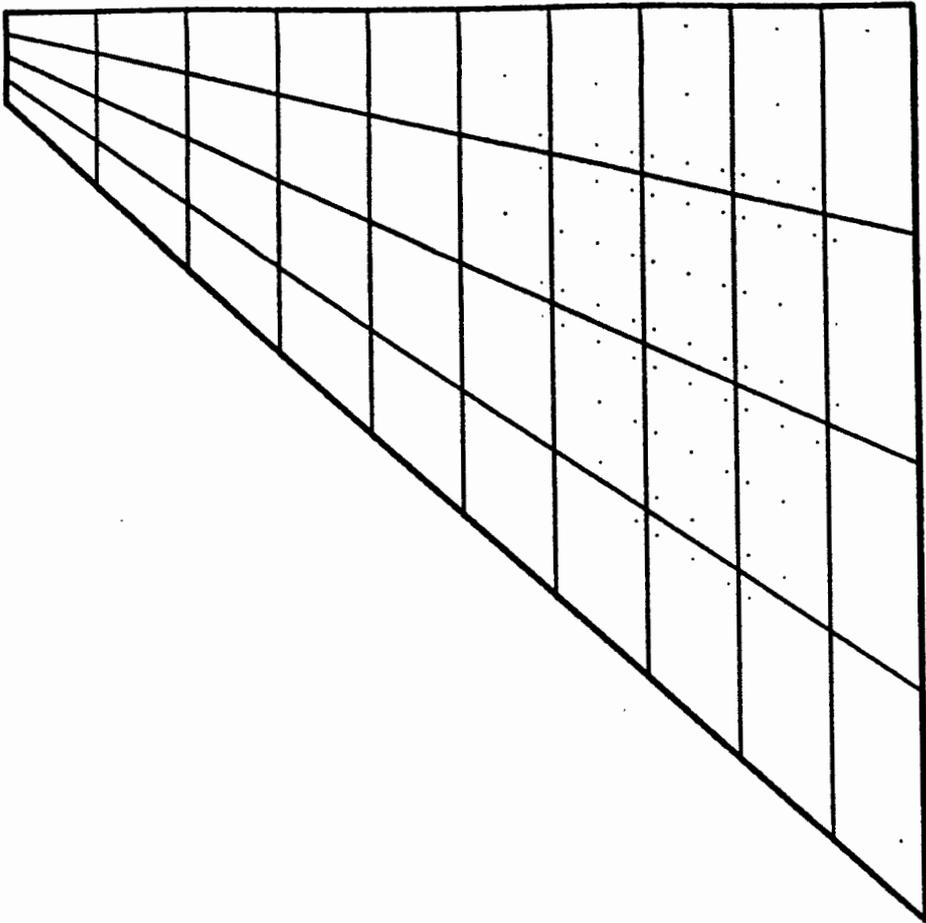
1 kg. = 300,000 kg/m²



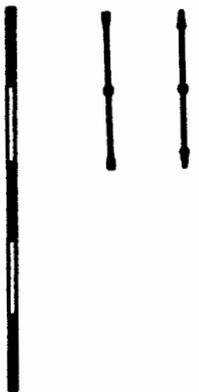
1 kg. = 300,000 kg/m²



c)



d)

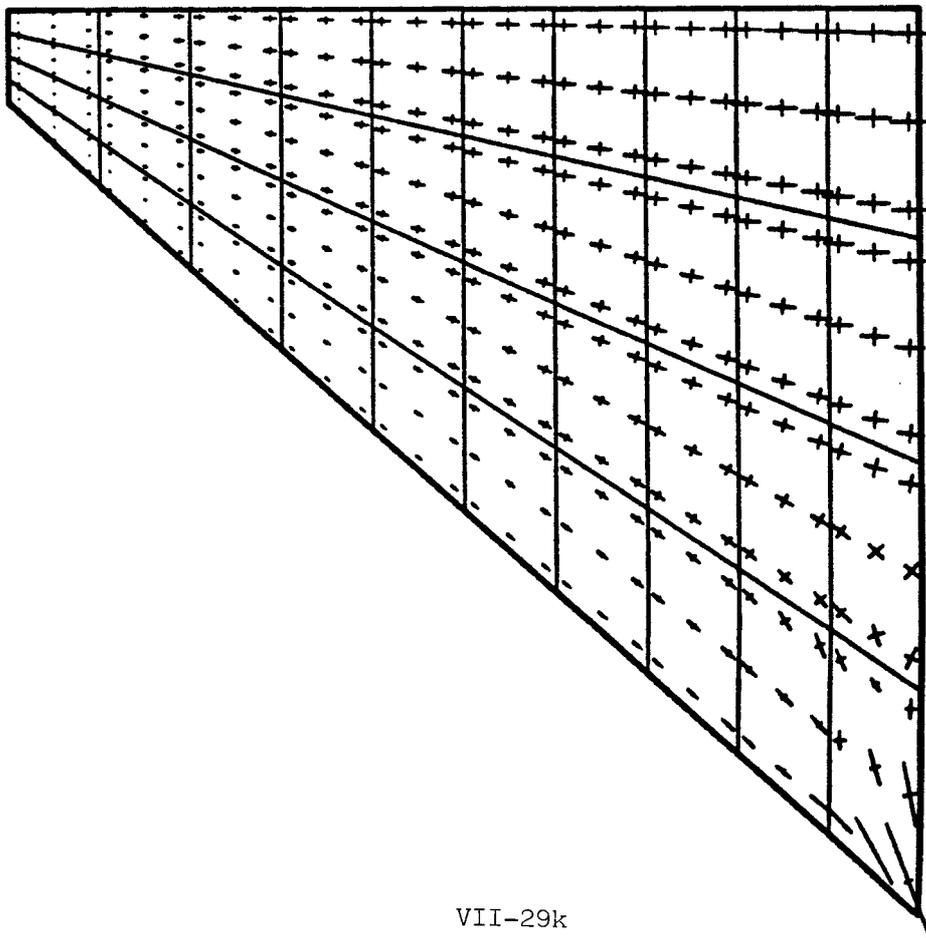


1 cm. = 5,000 lb.

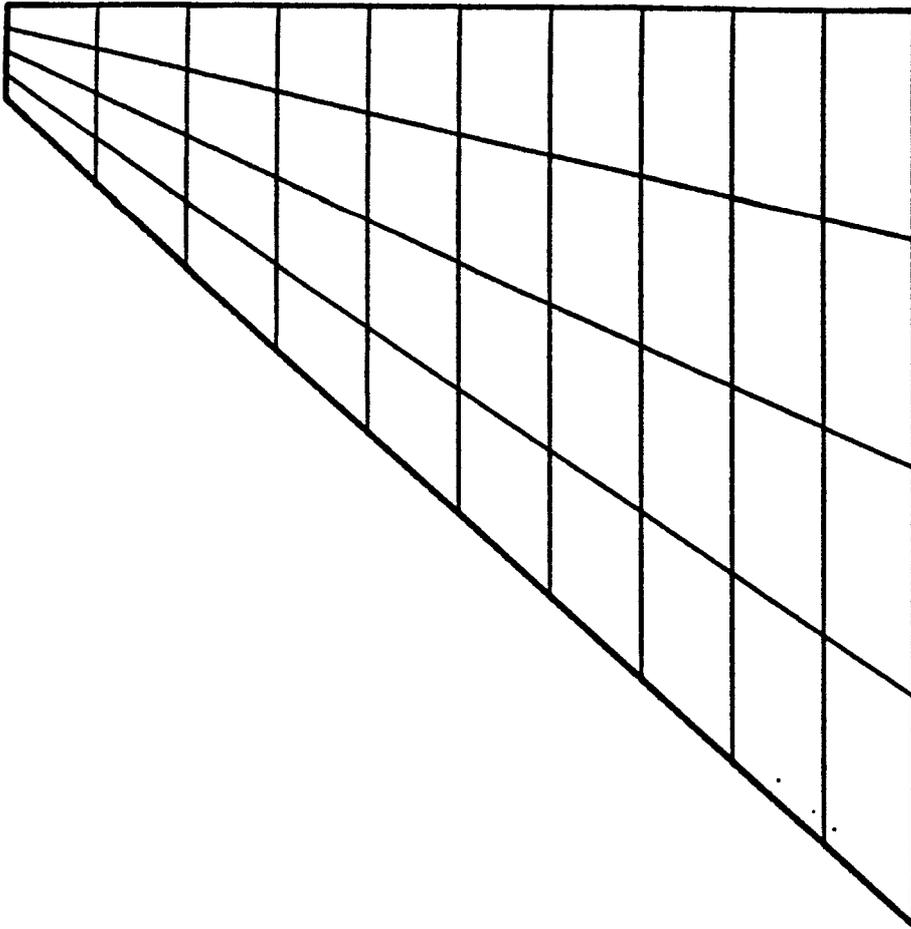
1 cm. = 500.00 1/2

1 cm. = 500.00 1/2

Figura 7.49-B.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño inicial.
 a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana. (Fig 7.49-A)
 c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
 e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución. (Fig 7.49-C)



e)



f)

Figura 7.49-C.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño inicial.

a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana. (Fig 7.49-A)

c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución. (Fig 7.49-B)

e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.



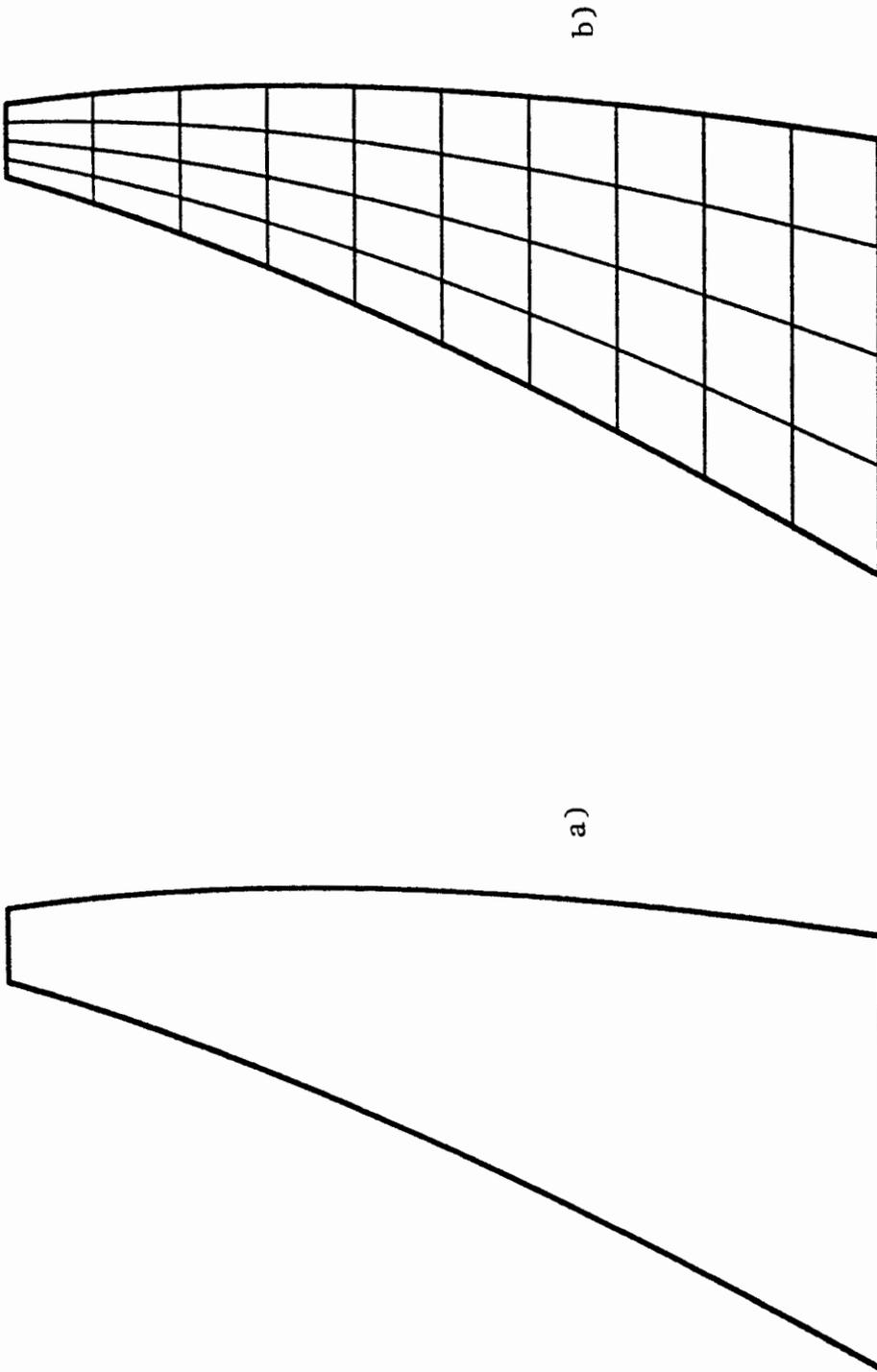
1 cm. = 5,000 m.



1 cm. = 500.00 T/m²



1 cm. = 500.00 T/m²



1 cm. = 5.000 m.

Figura 7.50.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometria del diseño en la tercera iteración.

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.

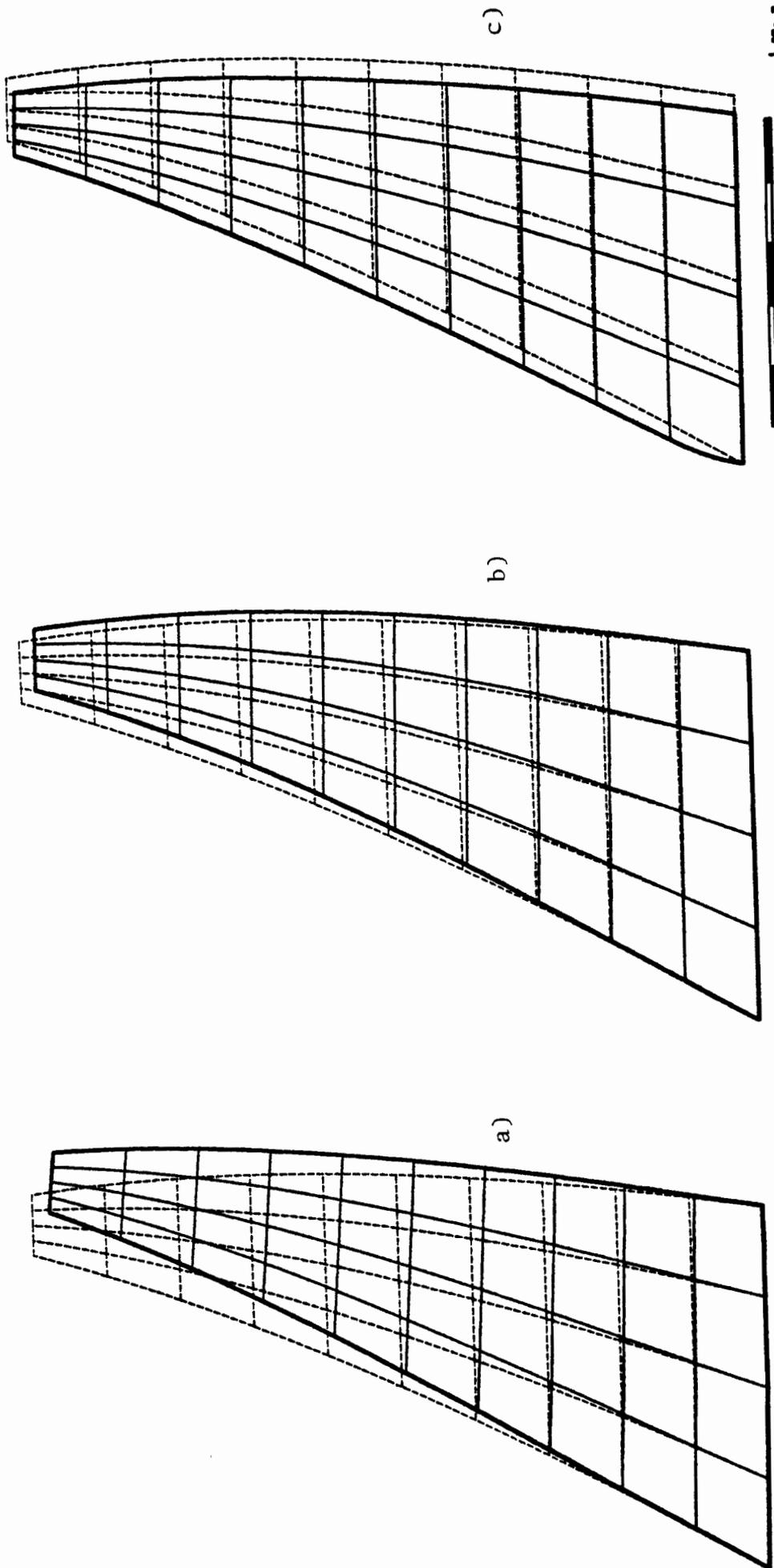


Figura 7.51.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Deformadas del diseño en la tercera iteración. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.

b) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.

c) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

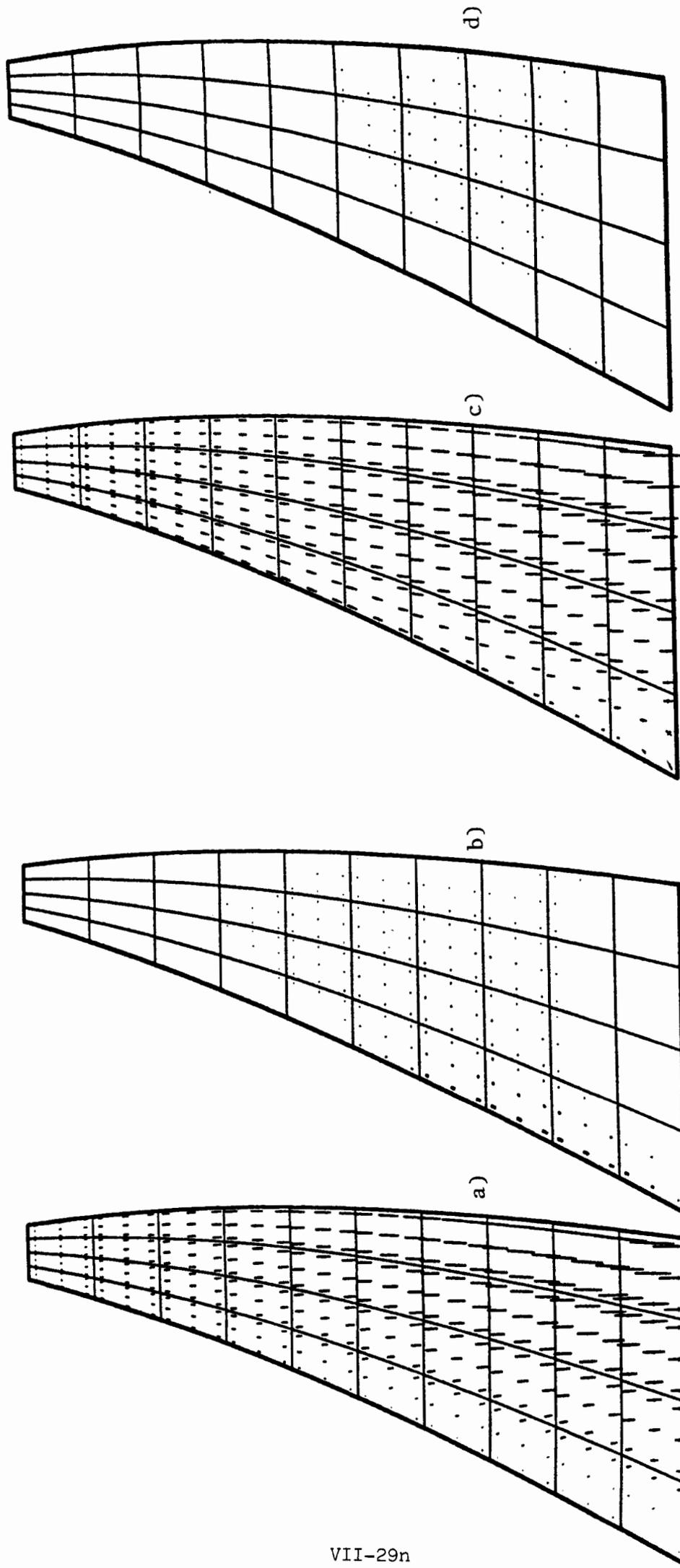


Figura 7.52-A.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la tercera iteración.

- a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de carga de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución. (Fig. 7.52-B)

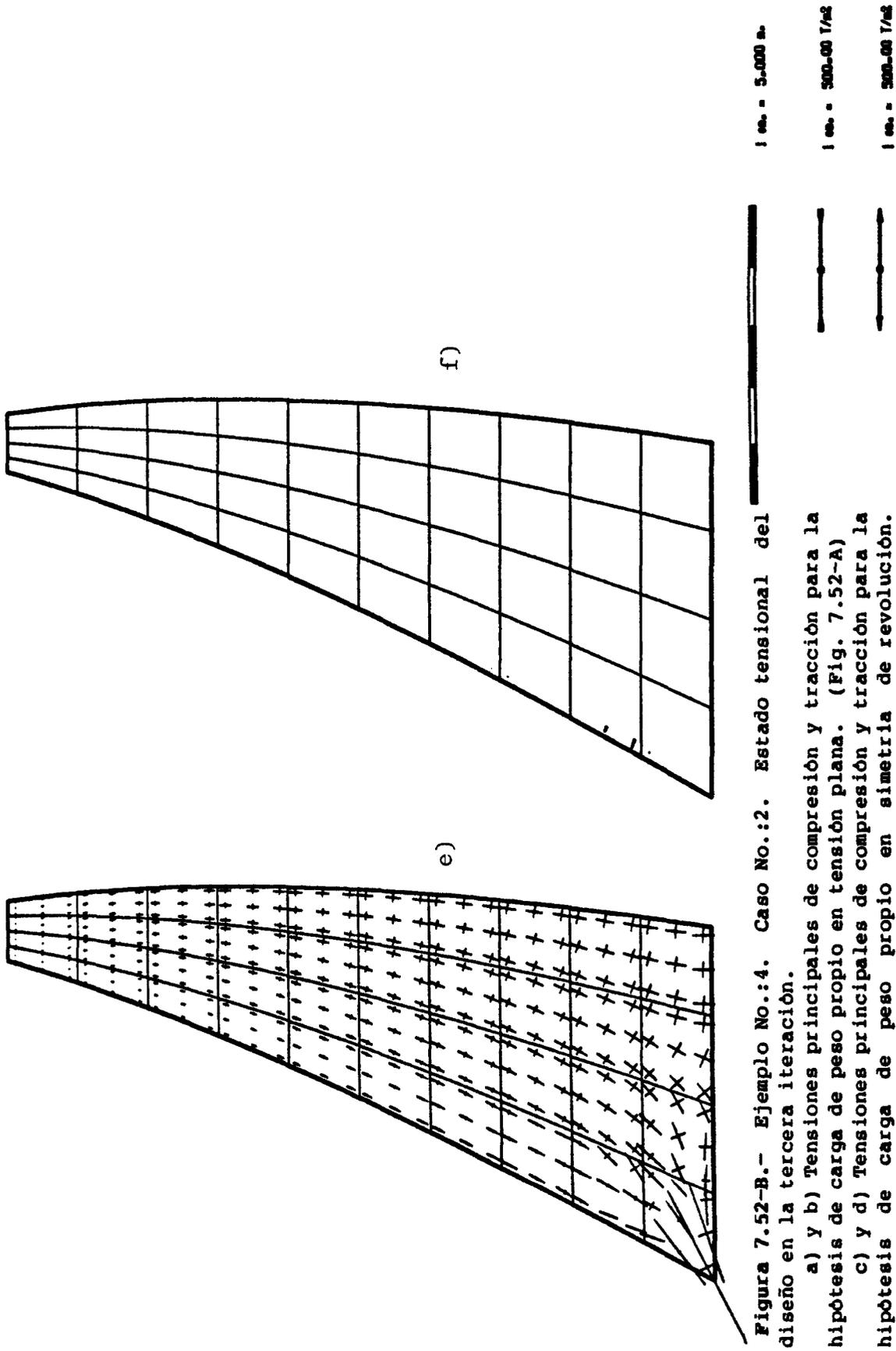


Figura 7.52-B.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la tercera iteración.

- a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana. (Fig. 7.52-A)
- c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución. (Fig. 7.52-A)
- e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de carga de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

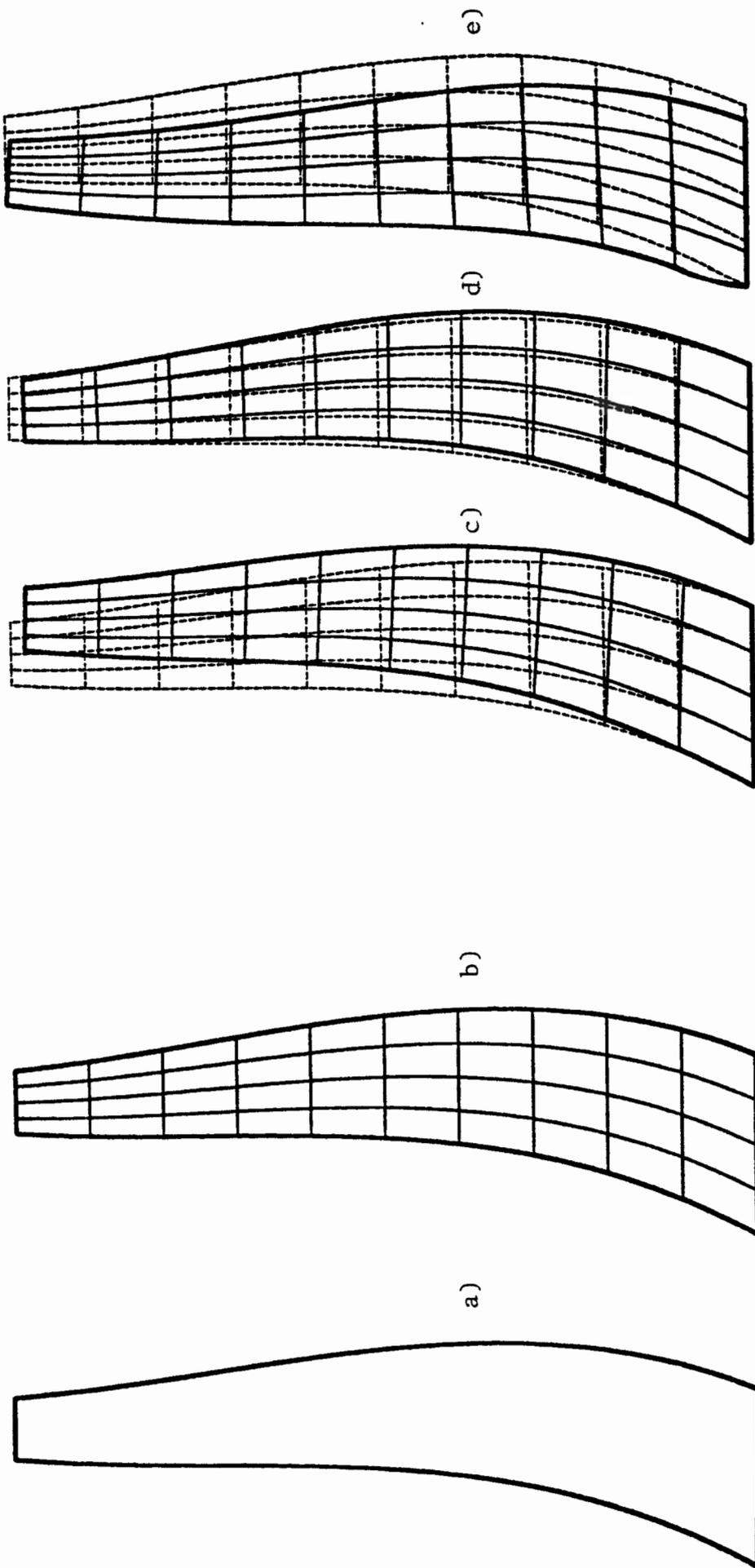


Figura 7.53.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometría y deformadas del diseño en la décima iteración. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.
- c) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- d) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

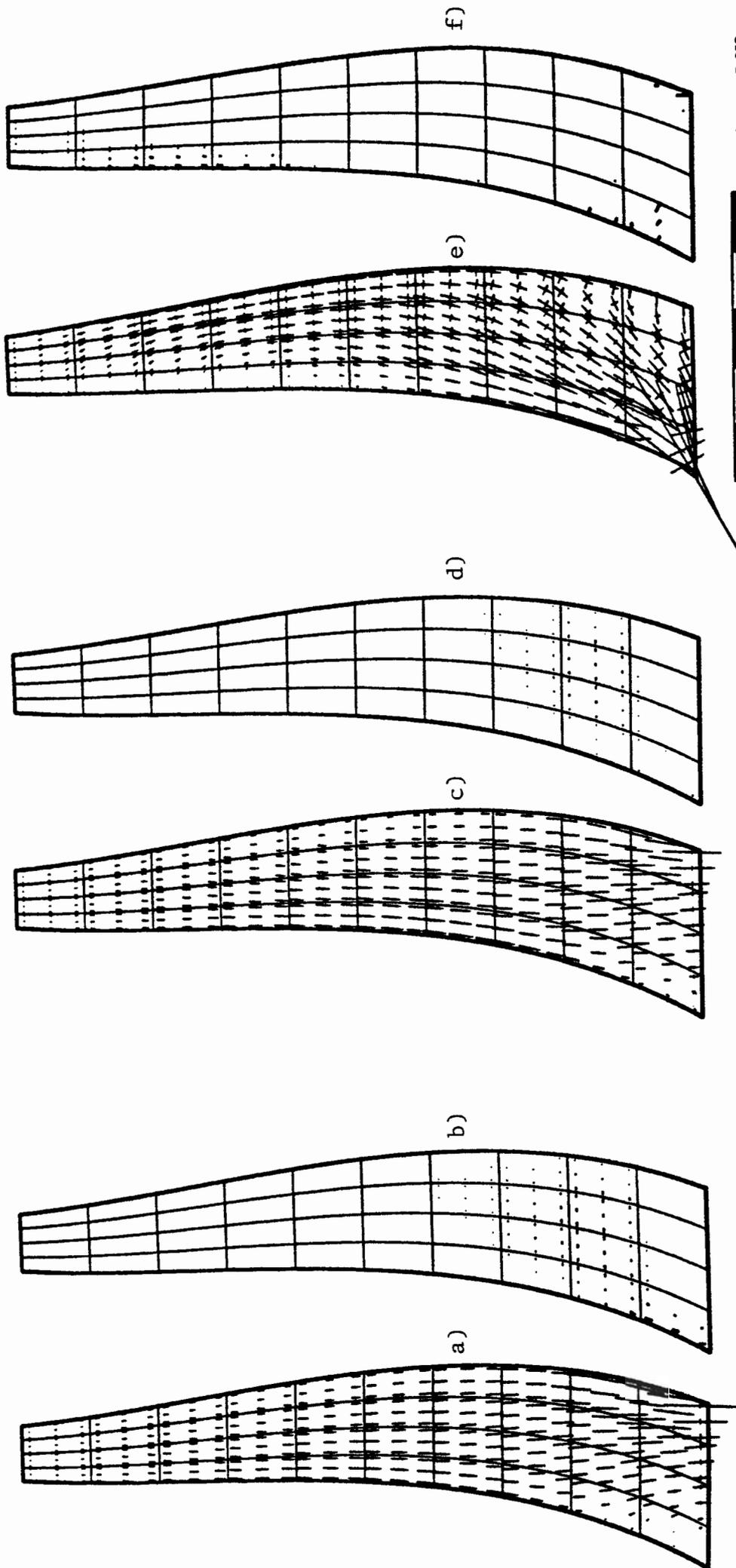


Figura 7.54.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la décima iteración.

- a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

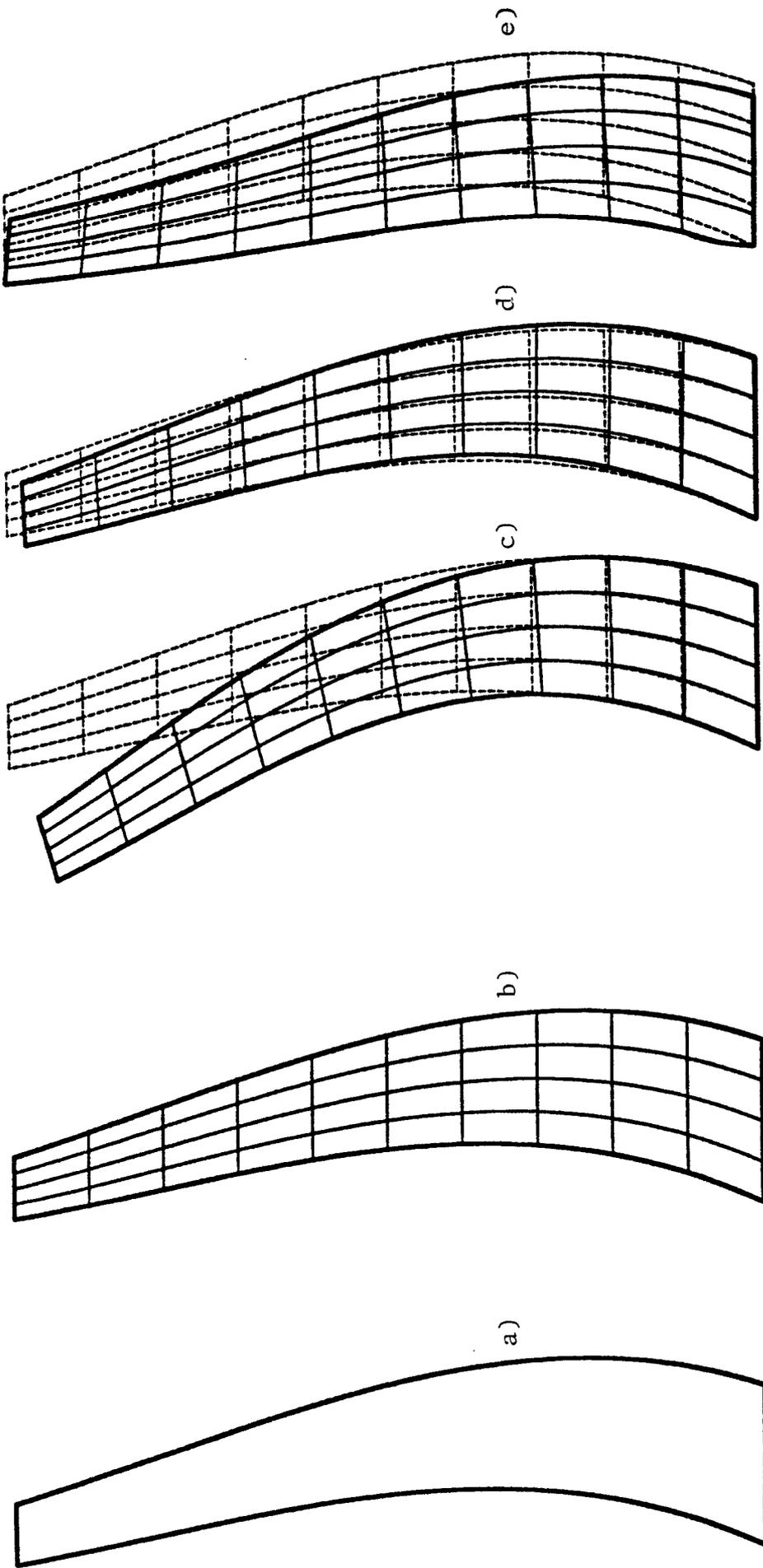


Figura 7.55.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Geometría y deformadas del diseño en la décimosexta iteración. (OPTIMO) (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

- a) Forma.
- b) Malla de cálculo.
- c) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.
- d) Deformada para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.
- e) Deformada para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

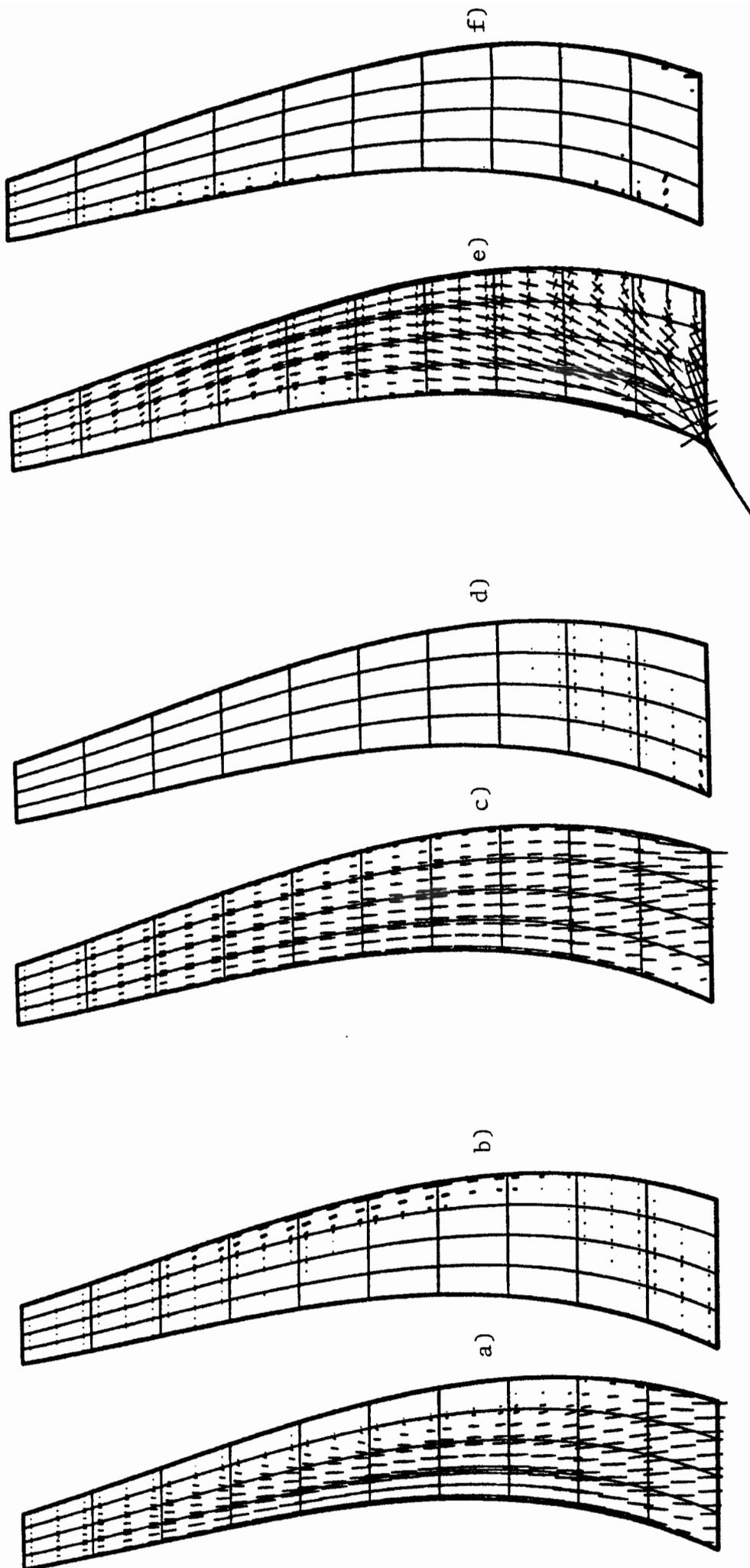


Figura 7.56.- Ejemplo No.:4. Caso No.:2. Estado tensional del diseño en la décimosexta iteración. (OPTIMO)

a) y b) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en tensión plana.

c) y d) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga de peso propio en simetría de revolución.

e) y f) Tensiones principales de compresión y tracción para la hipótesis de carga combinada de peso propio y presión hidrostática en simetría de revolución.

VII.5.4 Recapitulación sobre el Ejemplo No. 4

En este ejemplo se ha optimizado una estructura tridimensional, idealizada bidimensionalmente, bajo unas hipótesis que la hacen razonablemente asimilable a la sección central de una presa de bóveda. En la optimización se han tenido en cuenta aspectos constructivos, aunque de una forma evidentemente simplificada.

Este ejemplo de optimización no pretende ser un estudio exhaustivo del diseño de presas bóveda, sino tan solo una demostración de la potencia de los planteamientos vertidos en este trabajo. La forma final del diseño es perfectamente razonable, y notablemente similar a la de secciones de presas existentes, y ha sido obtenida a partir de una definición de objetivos relativamente simple, y con diseños iniciales extraordinariamente diferentes -en todos los aspectos- del diseño final.

En este ejemplo, se ha realizado además una optimización multi-carga y multi-cálculo, esto es, imponiendo restricciones simultáneamente en diferentes hipótesis de carga alternativas, y analizando el comportamiento estructurales mediante teorías de cálculo distintas.

Se aprecia, una vez más, la capacidad del sistema desarrollado para obtener el diseño óptimo, o cuanto menos diseños muy aproximados a él, en un número relativamente bajo de iteraciones, y a partir de diseños iniciales completamente distintos. Nótese que las diferencias de peso estructural entre los dos diseños finales obtenidos son del orden del 0.0006%, y

las diferencias entre las variables de diseño son también insignificantes.

VII.6 EJEMPLO NO. 5

VII.6.1 Modelo de optimización

En este ejemplo se analiza la optimización de una estructura asimilable a una cubierta de hormigón apoyada en los cuatro vértices de un recinto cuadrado.

La geometría de la cubierta se modela tal y como se esquematiza en la Figura 7.57.

Se han escogido como variables de diseño las siguientes:

- x_1 = flecha de la superficie media en el centro de los bordes libres.
- x_2 = flecha de la superficie media en el punto central.
- x_3 = semiespesor de la cubierta en el centro de los bordes libres.
- x_4 = semiespesor de la cubierta en el punto central.
- x_5 = semiespesor de la cubierta en apoyos.

donde las flechas se miden en relación al plano de los apoyos.

La superficie media de la cubierta se genera de forma que su plano tangente en el punto central sea horizontal, y sus intersecciones con los planos verticales paralelos a los bordes del recinto sean parábolas. La superficie así obtenida es una función del tipo:

$$z(x,y) = a + b(x^2+y^2) + c x^2 y^2$$

donde las coordenadas "x", "y", "z" se miden respecto los ejes

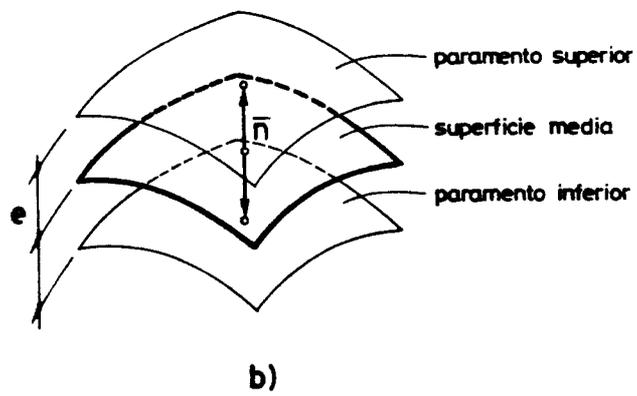
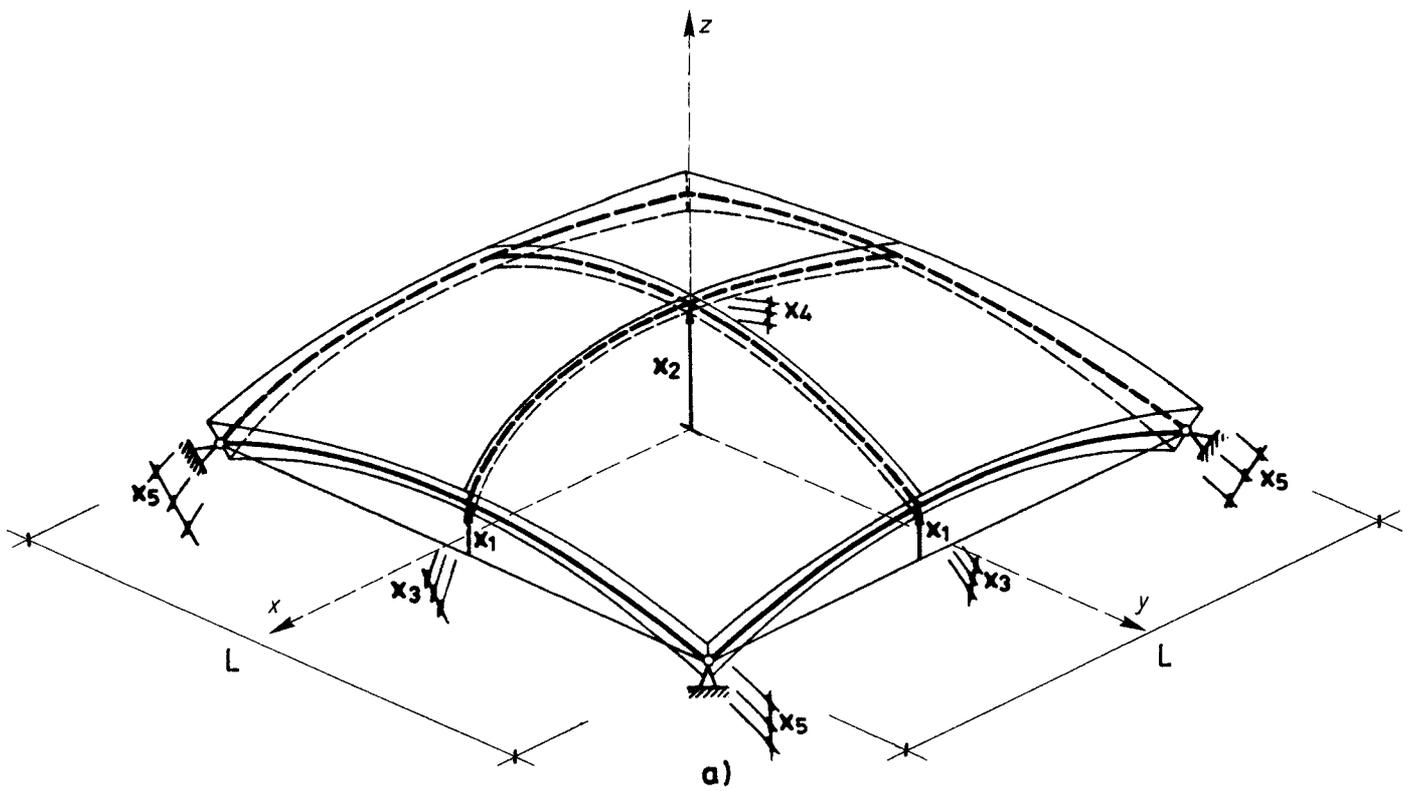


Figura 7.57.- Ejemplo No.:5. Modelo de Parametrización.
 a) Interpretación de las variables de diseño.
 b) Generación de los paramentos superior e inferior a partir de la superficie media.

coordenados representados en la Figura (7.57). La ley de espesores se genera de la misma forma. Los paramentos superior e inferior de la cubierta se obtienen llevando en uno y otro sentido el semiespesor correspondiente sobre la normal a la superficie media.

Son constantes de diseño:

- $L = 12 \text{ m.}$ = lado del recinto a cubrir.
- $q = 80 \text{ Kp/m}^2$ = sobrecarga de nieve.
- $E = 3 \text{ MT/m}^2$ = módulo de elasticidad del hormigón.
- $\nu = 0.0$ = módulo de Poisson.
- $w_c = 2.3 \text{ T/m}^3$ = peso específico del hormigón.

que se corresponden de forma explícita con las variables fundamentales y ambientales que definen el diseño.

Se consideran dos hipótesis de carga:

- peso propio.
- peso propio y sobrecarga de nieve.

El análisis estructural se efectúa en elasticidad tridimensional mediante el Método de Elementos Finitos, y se calcula por simetría un cuarto de la cubierta. La malla se genera automáticamente discretizando un cuarto de cubierta en $3 \times 3 \times 1$ elementos isoparamétricos tridimensionales de 20 nodos. La integración se realiza mediante la cuadratura de Gauss de $3 \times 3 \times 3$ puntos en las integrales de volumen en el recinto de los

elementos, y mediante la cuadratura de Gauss de 3x3 puntos en las integrales de superficie en sus contornos.

La función objetivo a minimizar es el peso estructural de un cuarto de la cubierta.

Se imponen las restricciones geométricas laterales:

$$x_1 \geq 0.0 \text{ m.}$$

$$x_2 \geq 0.0 \text{ m.}$$

$$x_3 \geq 5.0 \text{ cm.}$$

$$x_4 \geq 5.0 \text{ cm.}$$

$$x_5 \geq 7.5 \text{ cm.}$$

que aseguran que la superficie media de la cubierta se encuentre íntegramente sobre el plano de los apoyos, y que los espesores mínimos sean de 10 y 15 cm. en los centros de la cubierta y de los bordes libres, y en los apoyos, respectivamente.

Se imponen las restricciones siguientes sobre las tensiones principales en el plano de la sección:

$$\sigma_I \leq 0 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\sigma_{III} \geq -10 \text{ Kp/cm}^2$$

en los 36 puntos de Gauss centrales de las capas de puntos de integración superior e inferior (en vertical) de cada elemento.

Las restricciones impuestas limitan las tracciones y compresiones máximas admisibles en los puntos mencionados.

Se imponen por tanto un total de 72 restricciones en desigualdad, además de las restricciones de tipo lateral.

El proceso de optimización se lleva a cabo en dos casos diferentes a partir de dos diseños iniciales radicalmente distintos, obteniéndose un diseño final virtualmente idéntico dentro de los límites de precisión prefijados. En la Figura 7.58 se observa la convergencia de los dos procesos hacia el valor óptimo de la función objetivo en un máximo de 25 iteraciones.

Analizaremos a continuación el proceso de optimización en los dos casos resueltos.

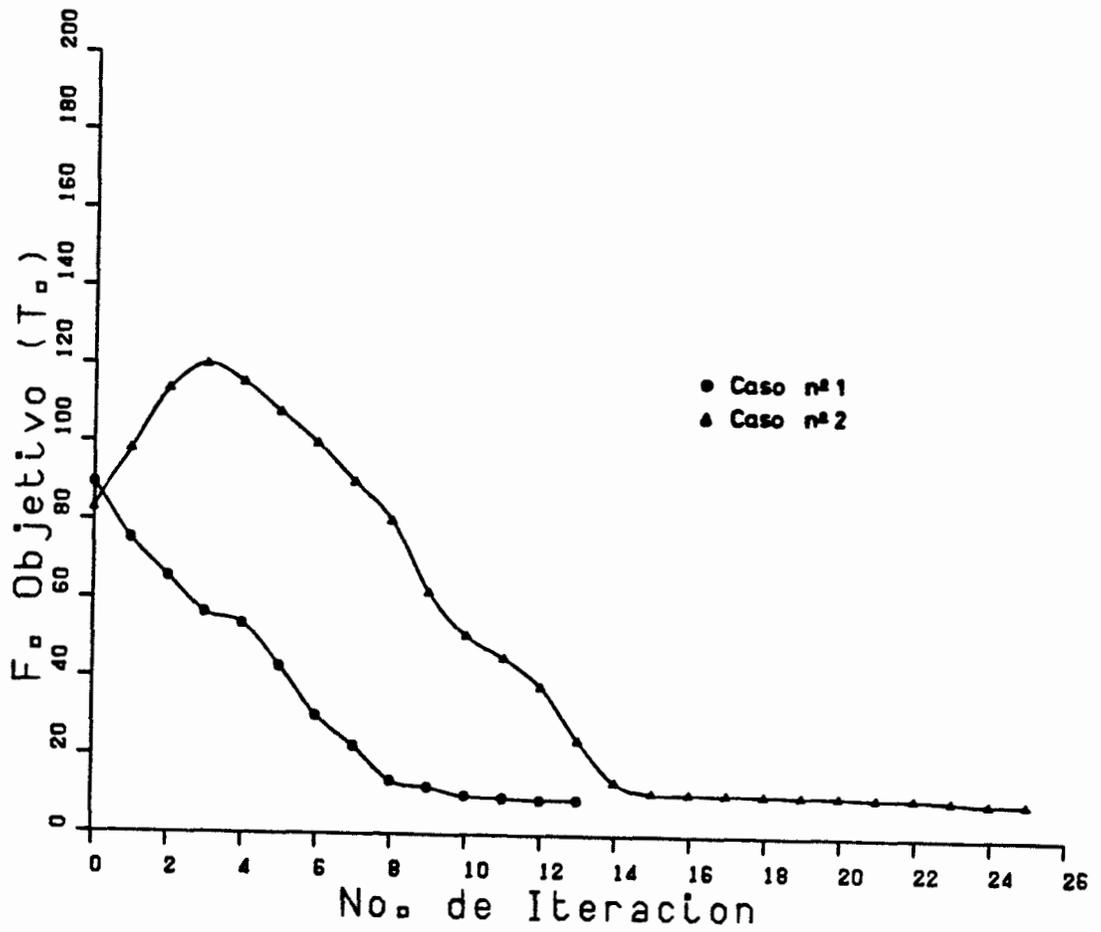


Figura 7.58.- Ejemplo No.:5. Evolución de la función objetivo en el proceso de optimización para los dos diseños iniciales considerados.

VII.6.2 Caso No. 1 del Ejemplo No. 5

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.11.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.59. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.60-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.60-b. En la Tabla 7.12 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.61) no es factible, debido fundamentalmente a las tracciones que se producen en la zona central de los bordes libres. En las Figuras 7.62 y 7.63 se muestran las deformadas de la estructura completa bajo las dos hipótesis de carga consideradas. Nótese que las deformadas en ambos casos son sensiblemente iguales, debido a la poca importancia de la sobrecarga de nieve frente a la carga de peso propio.

Se aprecia como en las primeras iteraciones se produce fundamentalmente una rápida disminución de los espesores, excepto en los apoyos, y no se modifica sustancialmente la forma de la superficie media, obteniéndose un fuerte descenso del peso estructural. Obsérvese, por ejemplo, la geometría en la sexta iteración (Fig. 7.64), y sus deformadas (Figs. 7.65 y 7.66). En comparación con el diseño inicial se aprecia que la flexión en los bordes libres es mucho más reducida, siendo por lo tanto las tracciones menos importantes.

El óptimo (Fig. 7.67) se alcanza en la décimotercera iteración, con los espesores mínimos permitidos. Sus deformadas se muestran en las Figuras 7.68 y 7.69. Nótese que la sobrecarga de nieve tiene ahora un efecto apreciable en comparación con el de la carga de peso propio. Sin embargo no es notablemente más desfavorable la hipótesis de peso propio y sobrecarga de nieve que la hipótesis de peso propio. De hecho, las restricciones activas predominantes en el óptimo son las de no tracción en el centro de los bordes libres, produciéndose la tracción en el paramento inferior. Este resultado concuerda con la experiencia profesional, ya que es común rigidizar los bordes libres de este tipo de cubiertas mediante vigas de borde, o voladizos, con objeto de evitar la fisuración en sus zonas centrales.

El diseño final es factible, pero no todos los diseños intermedios lo son. La reducción del peso estructural obtenida es de aproximadamente un 90% del peso estructural inicial.

Ejemplo No. 5 - Caso No. 1

Variables de diseño iniciales (m.):		
$x_1 = 1.5$	$x_2 = 3.0$	
$x_3 = 0.5$	$x_4 = 0.5$	$x_5 = 0.5$
Número máximo de iteraciones = 50		
Límites Móviles (m.):		
$c_1 = 0.4$	$c_2 = 0.4$	
$c_3 = 0.1$	$c_4 = 0.1$	$c_5 = 0.1$
Tolerancias en las variables de diseño (m.):		
$\epsilon_1^x = 0.001$	$\epsilon_2^x = 0.001$	
$\epsilon_3^x = 0.0001$	$\epsilon_4^x = 0.0001$	$\epsilon_5^x = 0.0001$
Tolerancias en las restricciones (Kp/cm²):		
$\epsilon_j^g = 0.005$; j=1, __, 72
Límites de Actividad (Kp/cm²):		
$\eta_j = 5.0$; j=1, __, 72

Tabla 7.11.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.

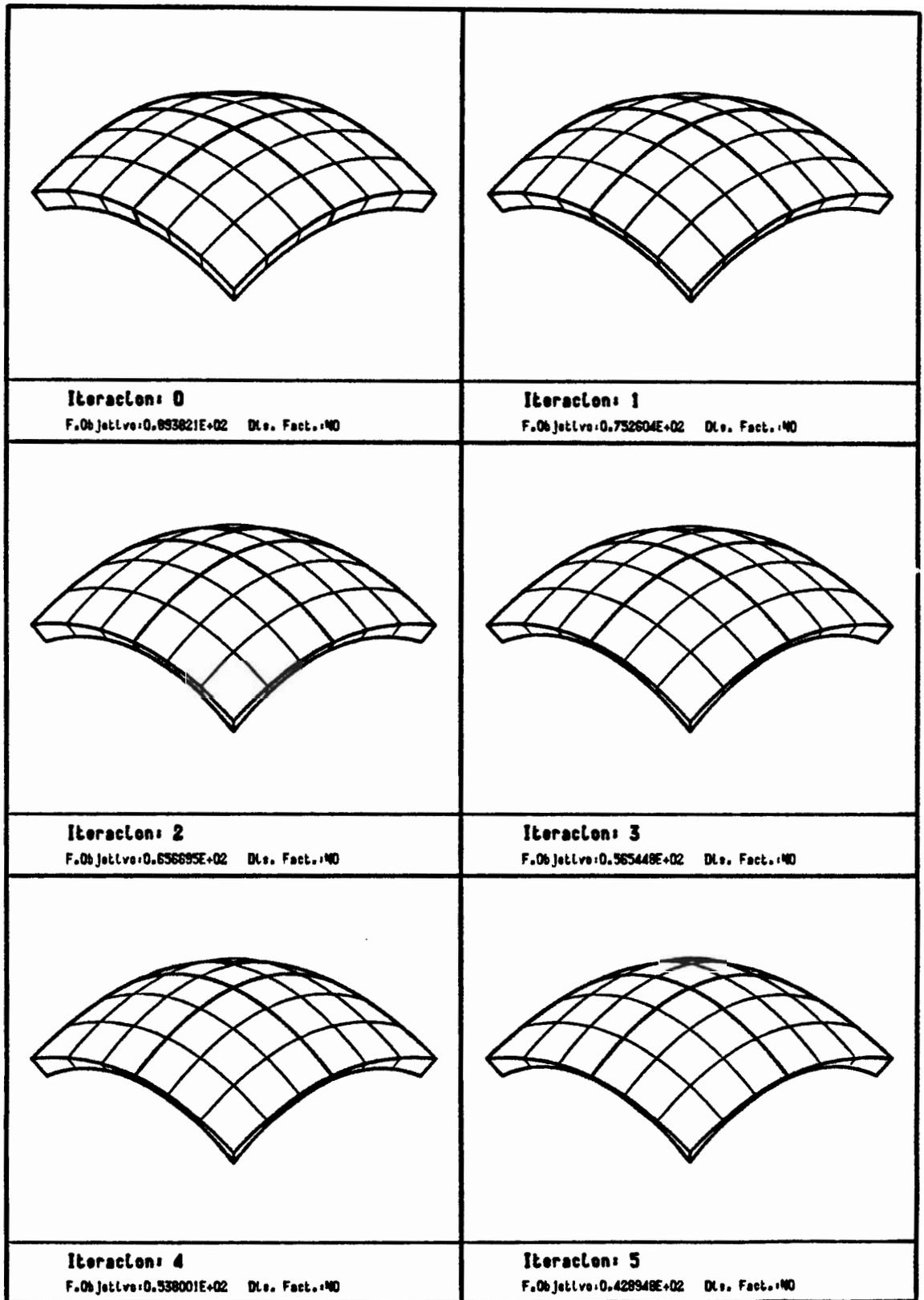


Figura 7.59-A.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

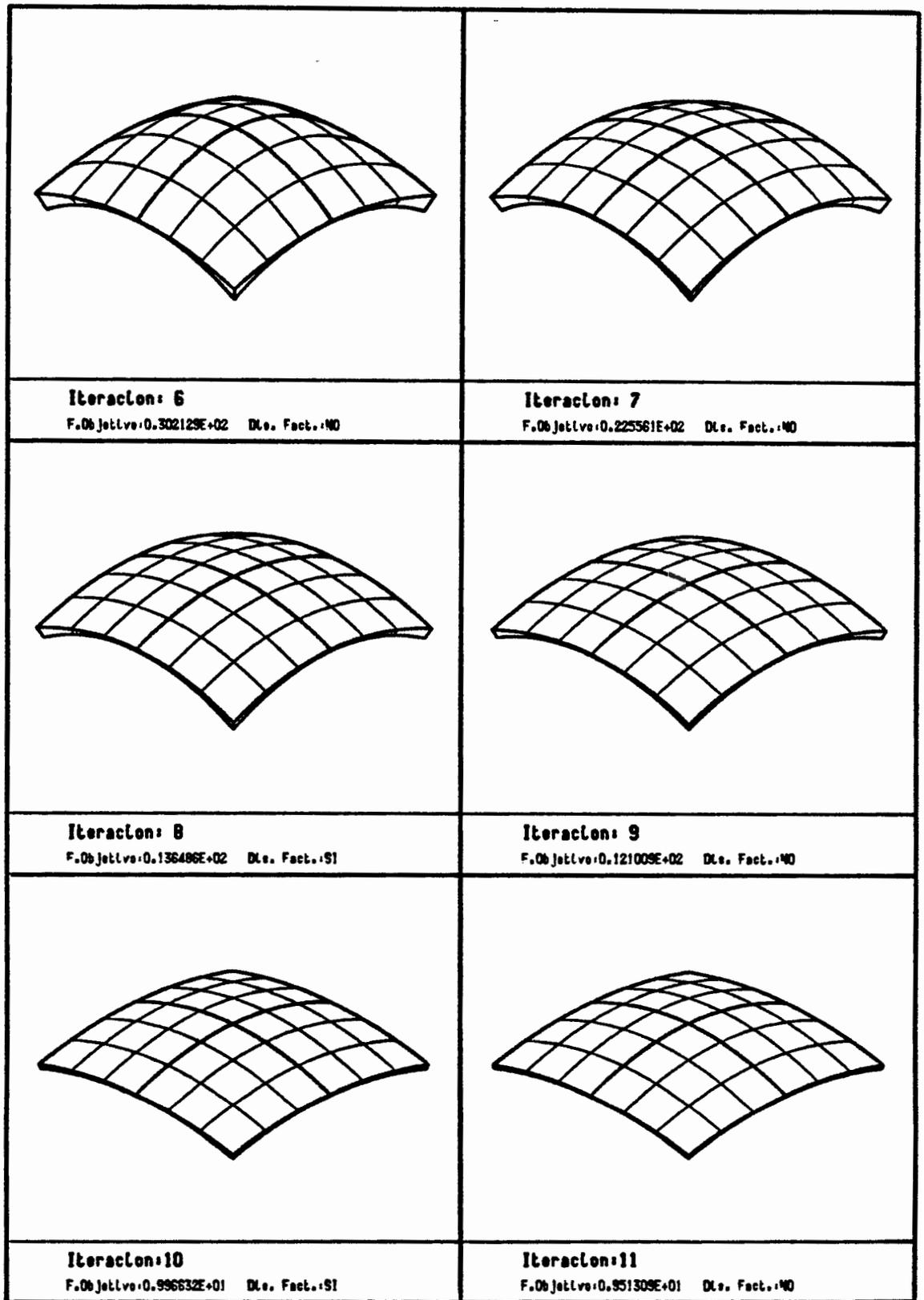


Figura 7.59-B.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

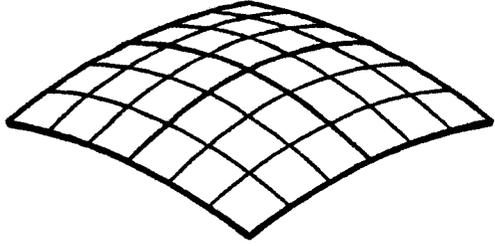
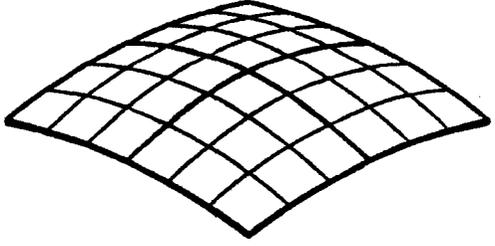
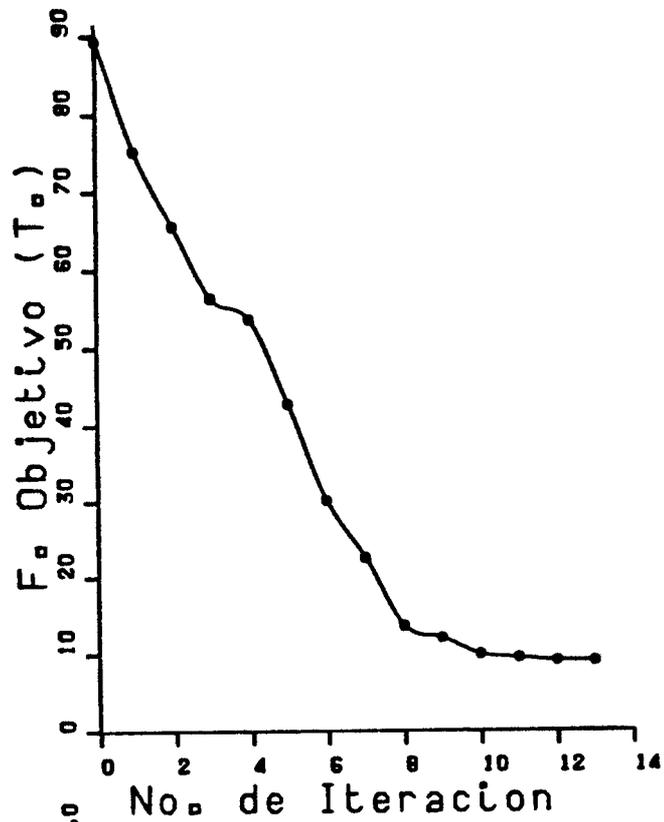
	
<p>Iteracion:12 F.Objetivo:0.910958E+01 Dto. Fact.:SI</p>	<p>Iteracion:13 F.Objetivo:0.906657E+01 Dto. Fact.:SI</p>

Figura 7.59-C.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

a)



b)

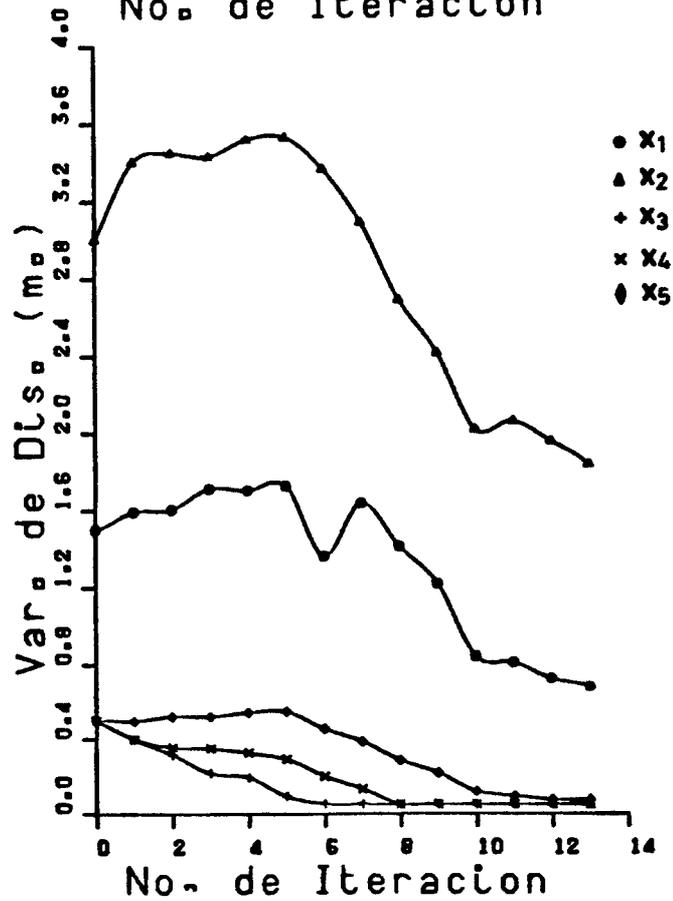


Figura 7.60.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Convergencia del proceso de optimización.

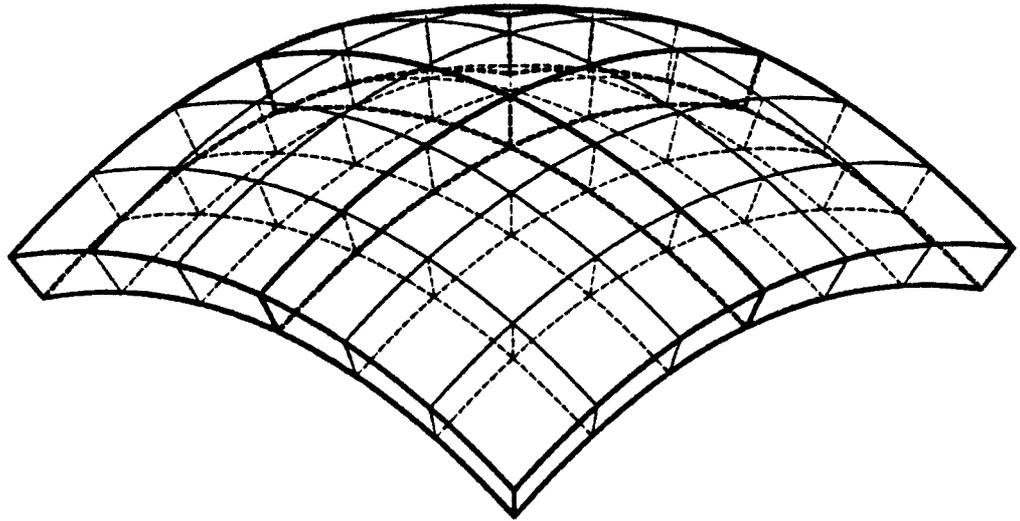
a)Evolución de la función objetivo.

b)Evolución de las variables de diseño.

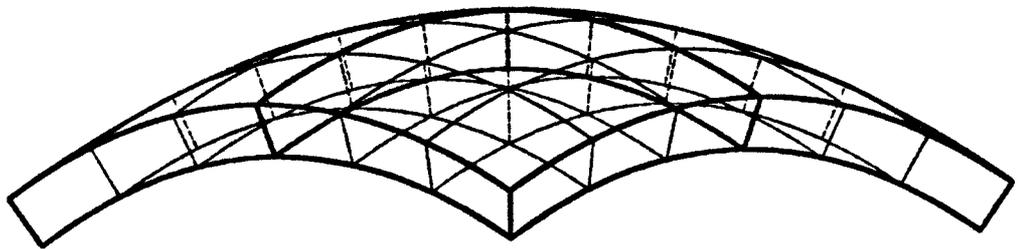
no. iteración	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	F. objetivo
0	0.150000E+01	0.300000E+01	0.500000E+00	0.500000E+00	0.500000E+00	0.893821E+02
1	0.159459E+01	0.340000E+01	0.400000E+00	0.400000E+00	0.496598E+00	0.752604E+02
2	0.160587E+01	0.344844E+01	0.317400E+00	0.356103E+00	0.520736E+00	0.656695E+02
3	0.171477E+01	0.343051E+01	0.217400E+00	0.349270E+00	0.520801E+00	0.565448E+02
4	0.170545E+01	0.351851E+01	0.195400E+00	0.327270E+00	0.542512E+00	0.538001E+02
5	0.173093E+01	0.353266E+01	0.954000E-01	0.293169E+00	0.547196E+00	0.428948E+02
6	0.136613E+01	0.336918E+01	0.539952E-01	0.201969E+00	0.455996E+00	0.302129E+02
7	0.164213E+01	0.309318E+01	0.512385E-01	0.132969E+00	0.386996E+00	0.225561E+02
8	0.141700E+01	0.269318E+01	0.500000E-01	0.500000E-01	0.286996E+00	0.136486E+02
9	0.122439E+01	0.242118E+01	0.500000E-01	0.500000E-01	0.218996E+00	0.121009E+02
10	0.844692E+00	0.202118E+01	0.500000E-01	0.500000E-01	0.118996E+00	0.996632E+01
11	0.812360E+00	0.206338E+01	0.500000E-01	0.500000E-01	0.942955E-01	0.951309E+01
12	0.725589E+00	0.195908E+01	0.500000E-01	0.500000E-01	0.750000E-01	0.910958E+01
13	0.680841E+00	0.183908E+01	0.500000E-01	0.500000E-01	0.750000E-01	0.906657E+01

no. iteración	tracciones (Kp/cm ²)		compresiones (Kp/cm ²)	
	hip. 1	hip. 2	hip. 1	hip. 2
0	0.835741E+00	0.863779E+00	0.449446E+01	0.465214E+01
1	0.228951E+00	0.236802E+00	0.389265E+01	0.405220E+01
2	0.173628E+00	0.179947E+00	0.352796E+01	0.370063E+01
3	0.113677E+00	0.120031E+00	0.371684E+01	0.392887E+01
4	0.947795E-01	0.100017E+00	0.334462E+01	0.355097E+01
5	0.423810E-01	0.467215E-01	0.301383E+01	0.326141E+01
6	0.217159E-01	0.107633E-01	0.344021E+01	0.374473E+01
7	0.302544E-01	0.101781E+00	0.269689E+01	0.324070E+01
8	-	-	0.308295E+01	0.385419E+01
9	-	0.768332E-02	0.343432E+01	0.440968E+01
10	0.127660E-02	-	0.500440E+01	0.679426E+01
11	-	0.548677E-02	0.557762E+01	0.761159E+01
12	0.121883E-02	-	0.708664E+01	0.915609E+01
13	0.474567E-02	0.495767E-02	0.758169E+01	0.981366E+01

Tabla 7.12.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).



a)

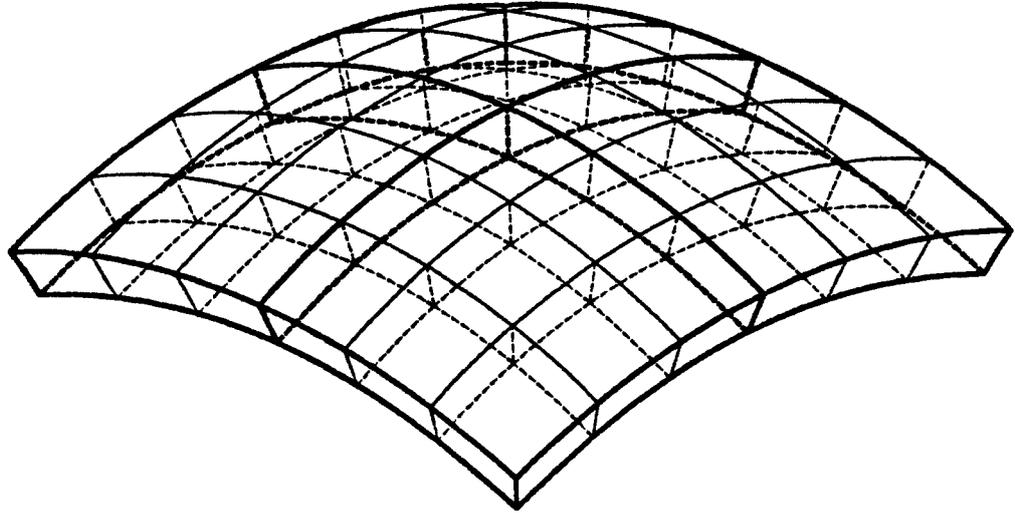


b)

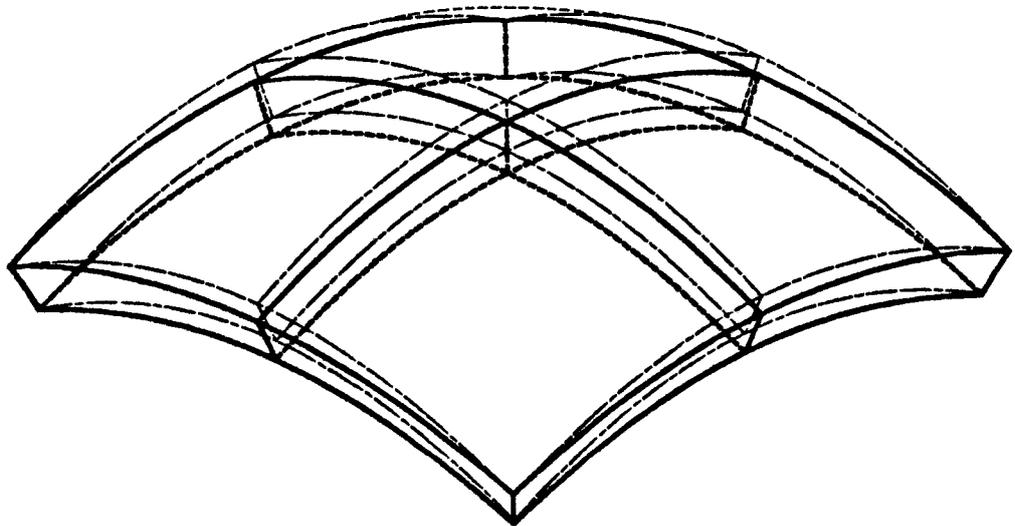
Figura 7.61.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Geometría del diseño inicial. Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.

a)Vista superior.

b)Vista lateral.



a)

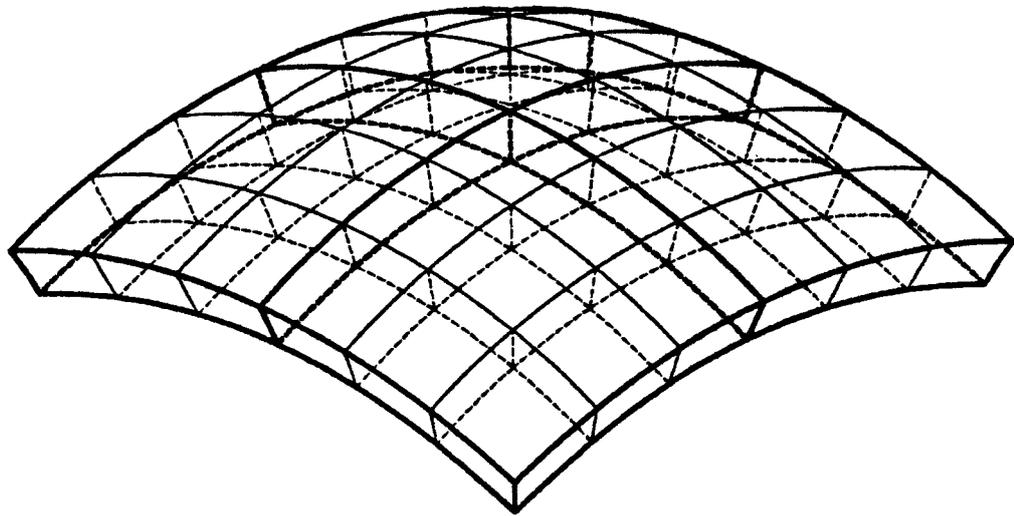


b)

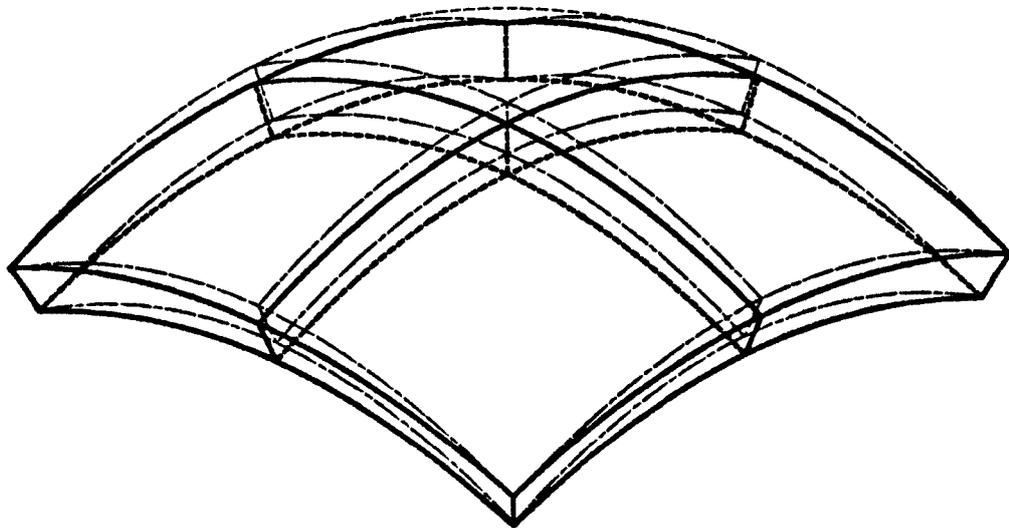
Figura 7.62.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

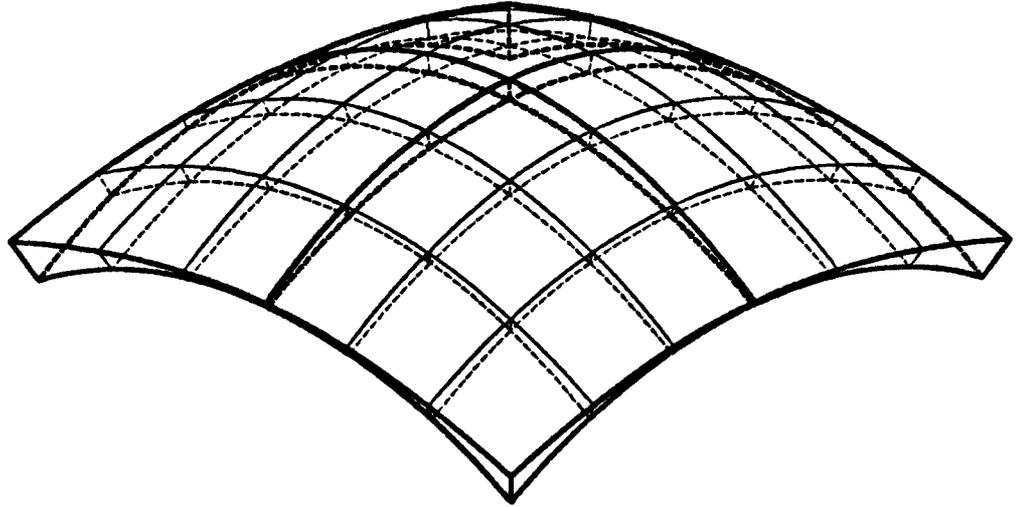


b)

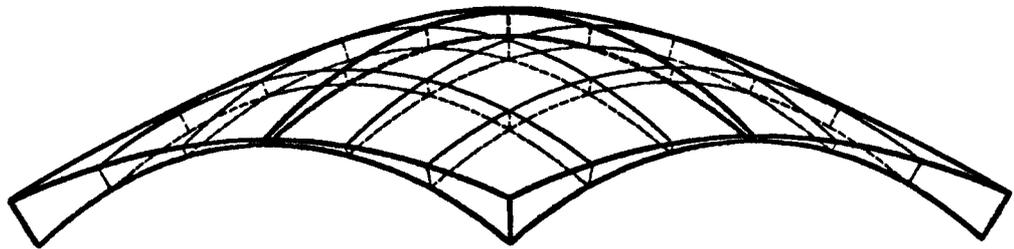
Figura 7.63.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



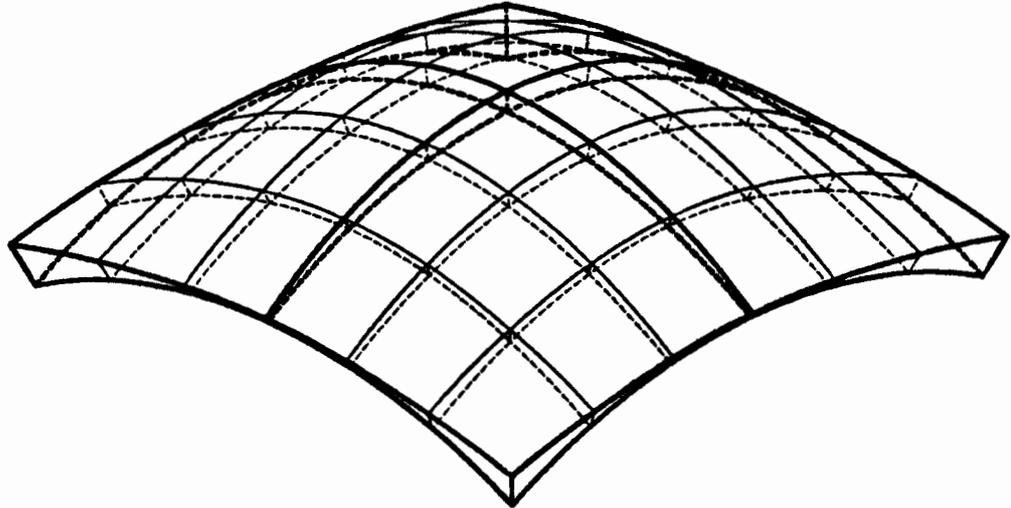
a)



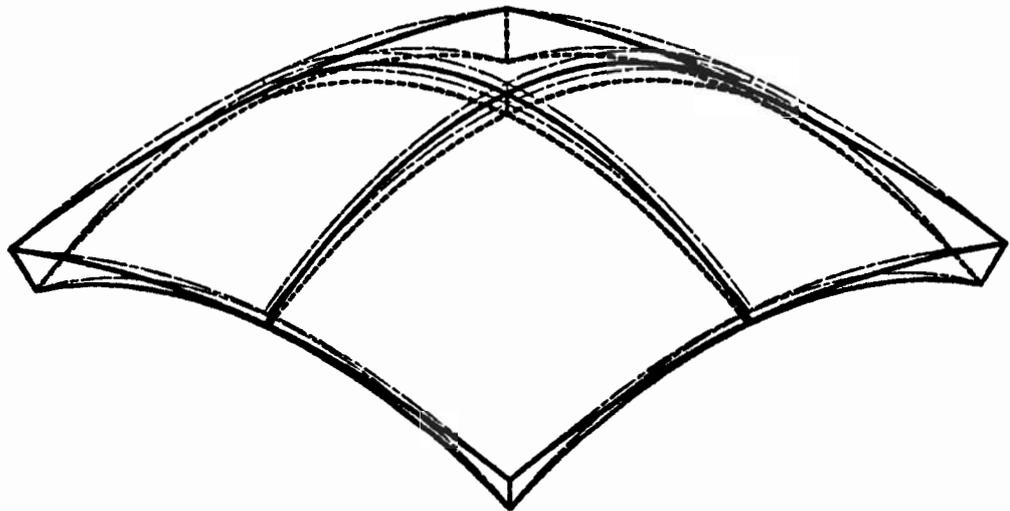
b)

Figura 7.64.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Geometría del diseño en la sexta iteración. Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.

- a) Vista superior.
- b) Vista lateral.



a)

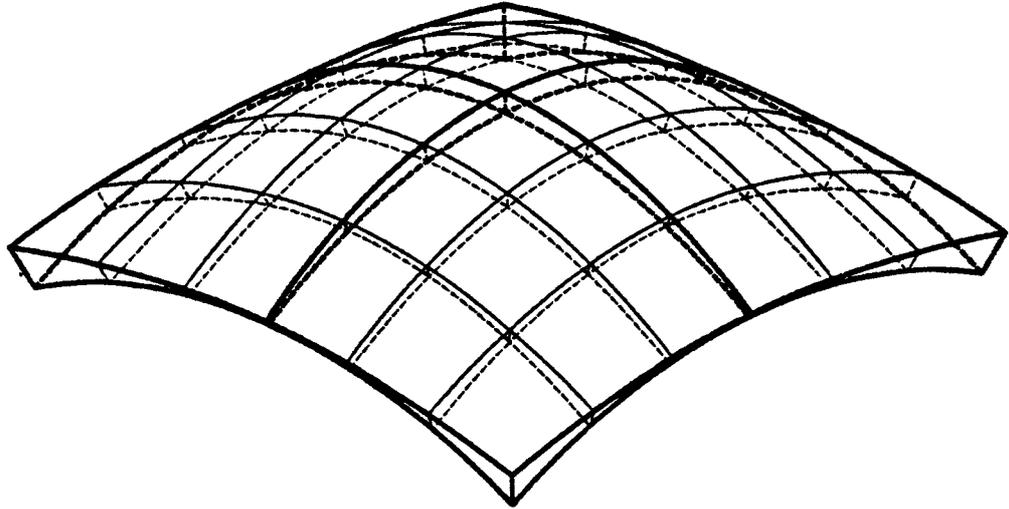


b)

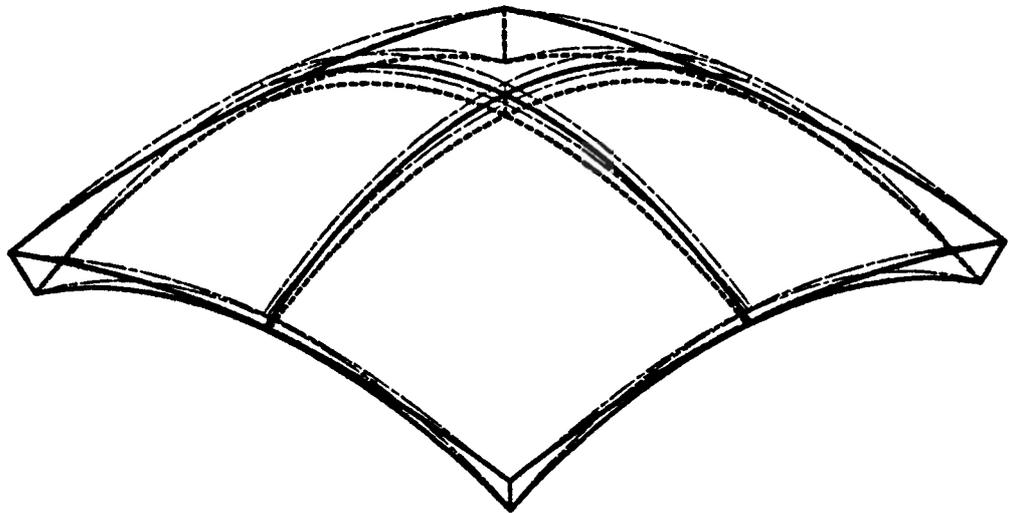
Figura 7.65.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la sexta iteración para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

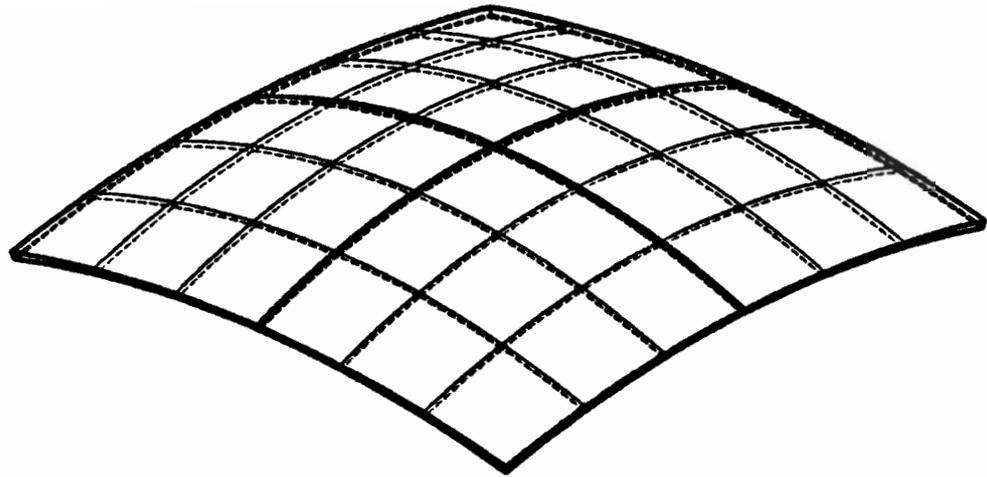


b)

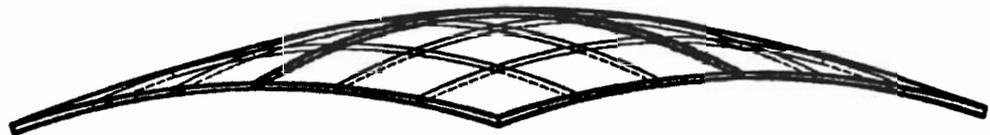
Figura 7.66.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la sexta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a)Deformada de la malla de cálculo.

b)Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

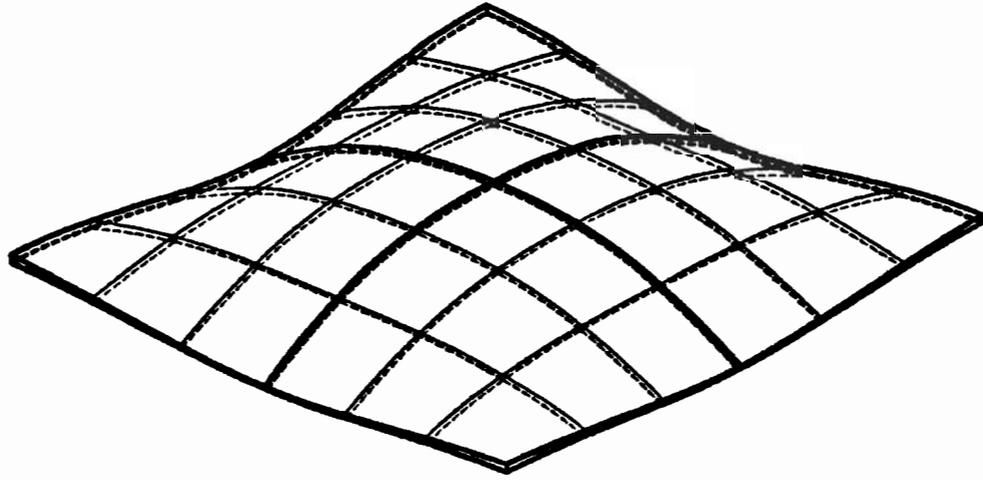


b)

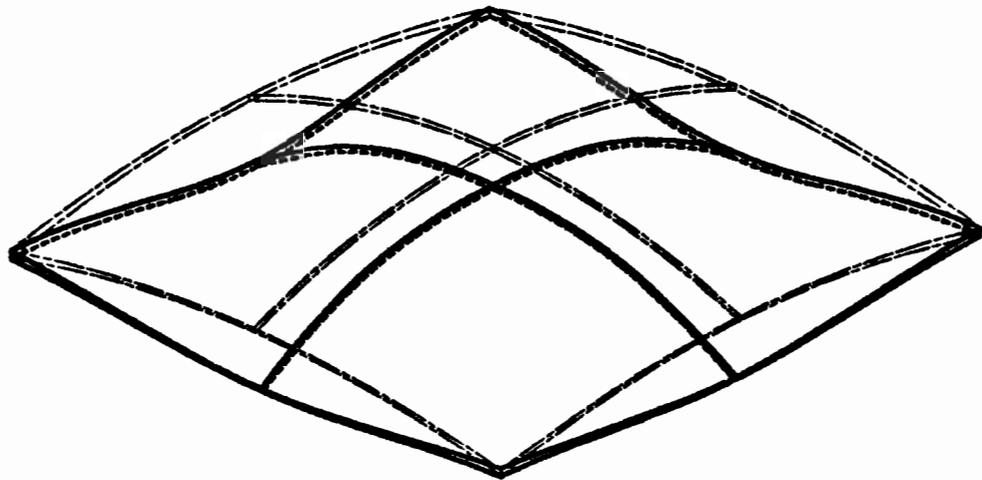
Figura 7.67.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Geometría del diseño en la décimotercera iteración (OPTIMO). Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.

a)Vista superior.

b)Vista lateral.



a)

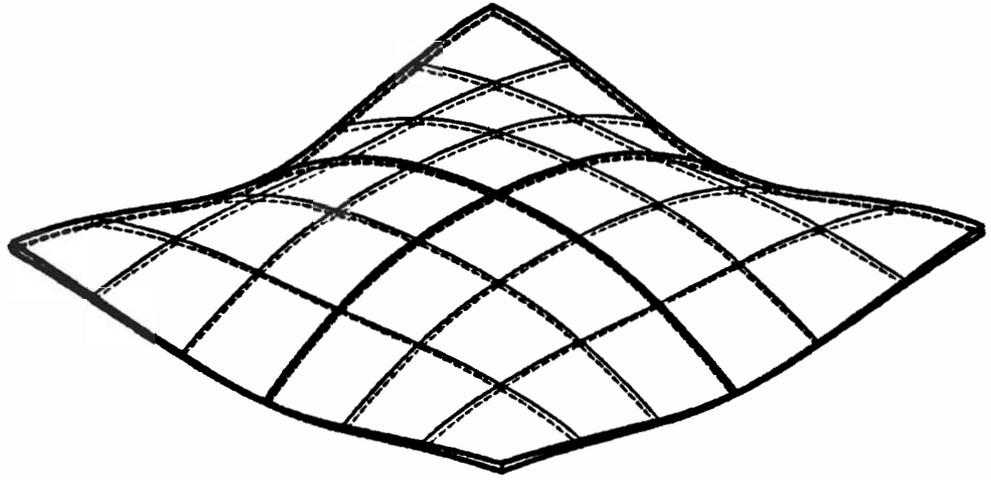


b)

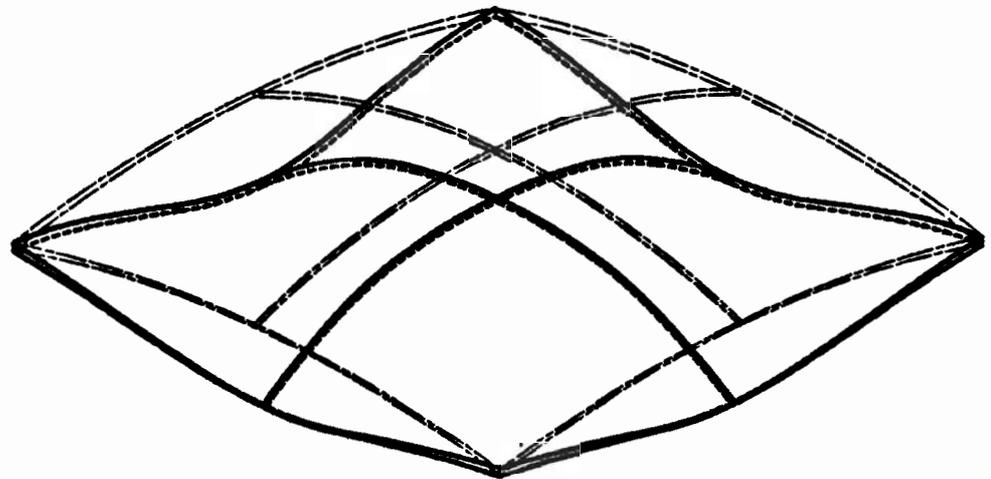
Figura 7.68.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la décimotercera iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a)Deformada de la malla de cálculo.

b)Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)



b)

Figura 7.69.- Ejemplo No.:5. Caso No.:1. Deformada del diseño en la décimotercera iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.

VII.6.3 Caso No. 2 del Ejemplo No. 5

Las variables de diseño iniciales y los parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización adoptados en este caso se recogen en la Tabla 7.13.

La evolución del diseño estructural se muestra en la Figura 7.70. La convergencia de la función objetivo se representa gráficamente en la Figura 7.71-a, y la de las variables de diseño en la Figura 7.71-b. En la Tabla 7.14 se recogen los resultados numéricos más significativos del proceso de optimización.

El diseño inicial (Fig. 7.72) es fuertemente no factible. De hecho, es una placa cuadrada de hormigón en masa de 1 m. de espesor, apoyada en sus cuatro vértices y con una luz libre entre apoyos de 12 m. En las Figuras 7.62 y 7.63 se muestran las deformadas de la estructura completa bajo las dos hipótesis de carga consideradas. Obsérvese que los desplazamientos de la estructura son considerablemente más altos que los de cualquiera de los diseños tratados en el caso anterior. Nótese además que las deformadas en ambos casos son sensiblemente iguales, debido a la poca importancia de la sobrecarga de nieve frente a la carga de peso propio.

Se aprecia como en las primeras iteraciones se modifica fundamentalmente la ley de espesores, con un fuerte incremento del peso estructural, mientras que la superficie media se modifica de suerte que el paramento inferior permanece casi plano. Tales modificaciones de forma son debidas a la estrategia de entrada en la región factible.

El peso estructural no empieza a disminuir hasta la cuarta iteración (Fig. 7.75), donde el comportamiento de la estructura comienza a dejar de ser característico de una placa y a ofrecer aspectos característicos de láminas. En las deformadas correspondientes a este diseño (Figs. 7.76 y 7.77) se aprecia que los desplazamientos son ahora unas 7 veces menos importantes que en el diseño inicial. Las tensiones de tracción disminuyen en una proporción igualmente alta, y a partir de este momento el optimizador puede reducir notablemente el peso estructural, generando una secuencia de diseños ligeramente no factibles con una rápida disminución de los espesores, excepto en los apoyos, y modificando paulatinamente la forma de la superficie media. Obsérvese, por ejemplo, la geometría en la undécima iteración (Fig. 7.78), y sus deformadas (Figs. 7.79 y 7.80), y el fuerte cambio de comportamiento en comparación con el diseño inicial.

El óptimo (Fig. 7.81) se alcanza en la vigésimoquinta iteración, con los espesores mínimos permitidos. Sus deformadas se muestran en las Figuras 7.82 y 7.83. El diseño final es factible, pero no todos los diseños intermedios lo son. La reducción del peso estructural obtenida es de aproximadamente un 89% del peso estructural inicial.

Ejemplo No. 5 - Caso No. 2

VARIABLES DE DISEÑO INICIALES (m.): $x_1 = 0.0$ $x_2 = 0.0$ $x_3 = 0.5$ $x_4 = 0.5$ $x_5 = 0.5$		
Número máximo de iteraciones = 50		
LÍMITES MÓVILES (m.): $c_1 = 0.5$ $c_2 = 0.5$ $c_3 = 0.1$ $c_4 = 0.1$ $c_5 = 0.2$		
TOLERANCIAS EN LAS VARIABLES DE DISEÑO (m.): $\epsilon_1^x = 0.001$ $\epsilon_2^x = 0.001$ $\epsilon_3^x = 0.0001$ $\epsilon_4^x = 0.0001$ $\epsilon_5^x = 0.0001$		
TOLERANCIAS EN LAS RESTRICCIONES (Kp/cm²): $\epsilon_j^g = 0.005$; j=1, __, 72		
LÍMITES DE ACTIVIDAD (Kp/cm²): $\eta_j = 5.0$; j=1, __, 72		

Tabla 7.13.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Variables de diseño iniciales y parámetros de funcionamiento del algoritmo de optimización.

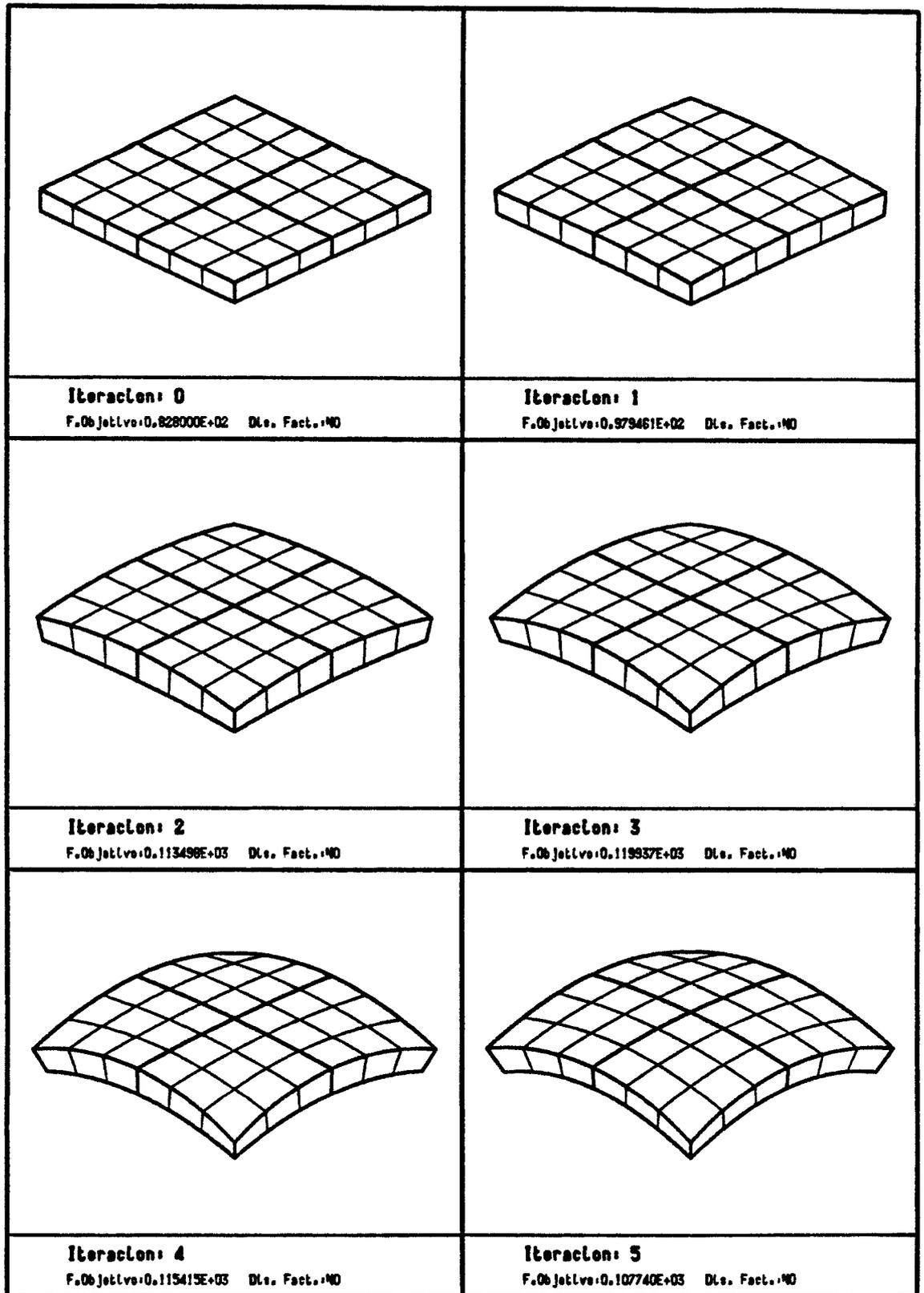


Figura 7.70-A.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

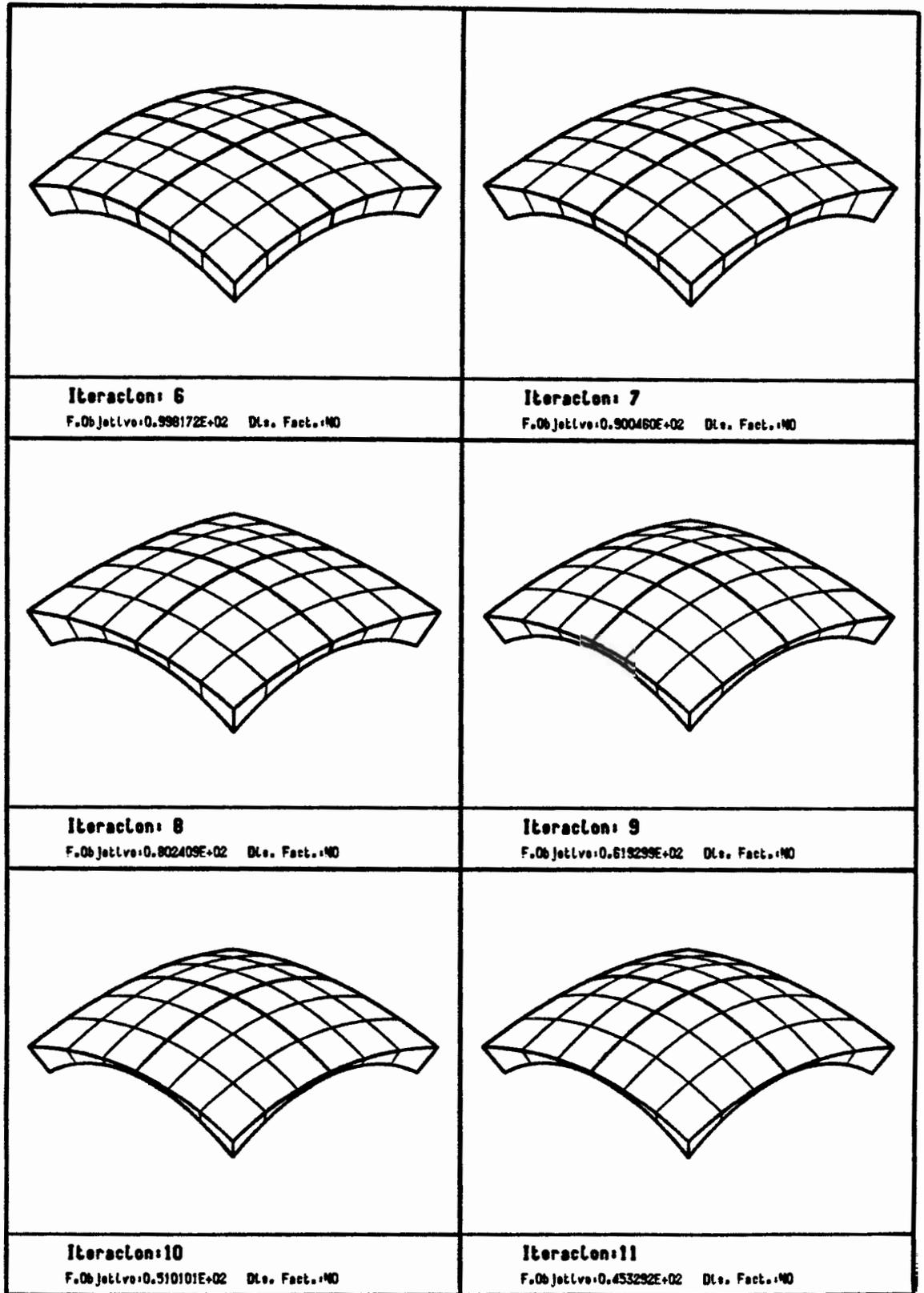


Figura 7.70-B.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

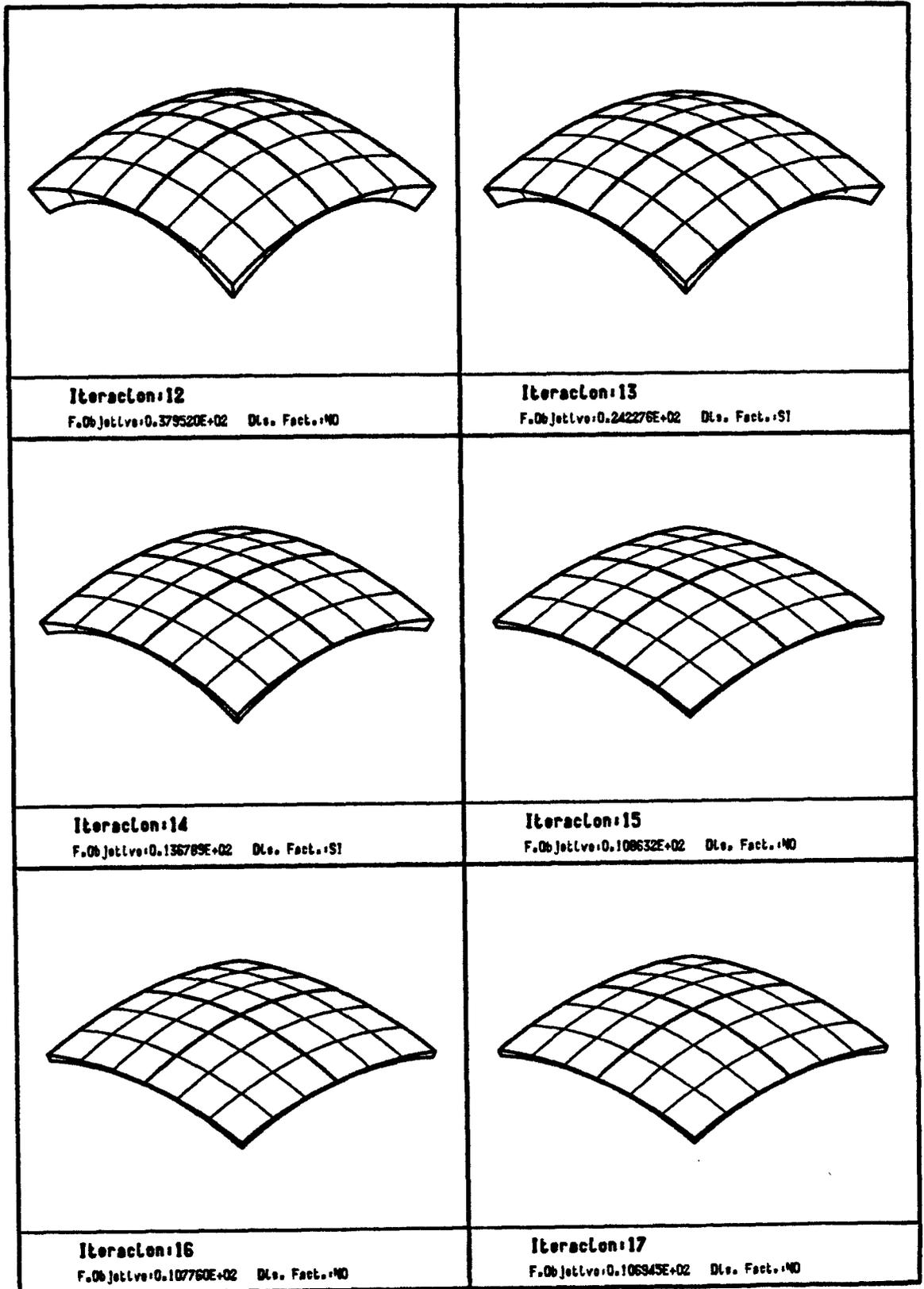


Figura 7.70-C.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

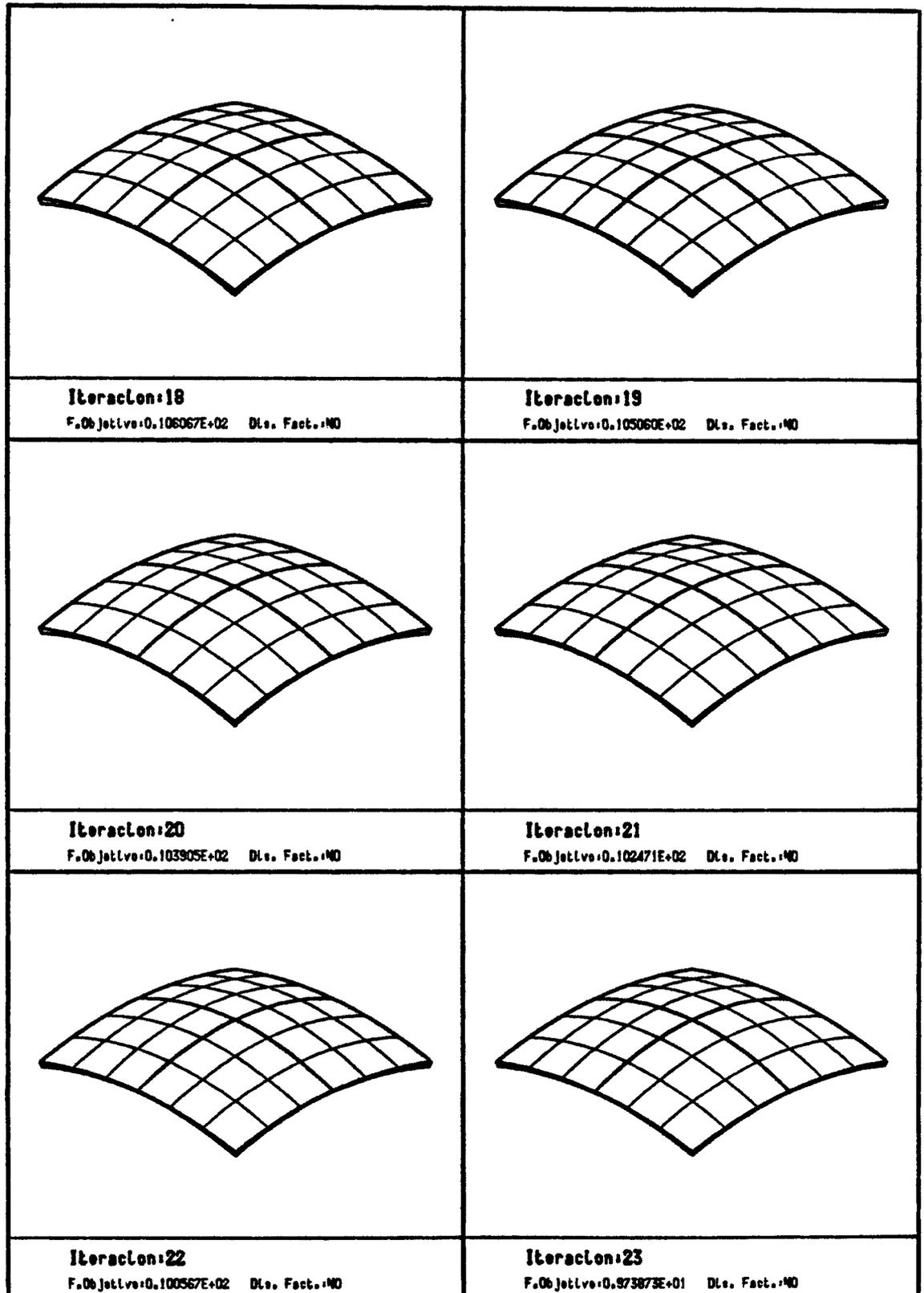


Figura 7.70-D.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.

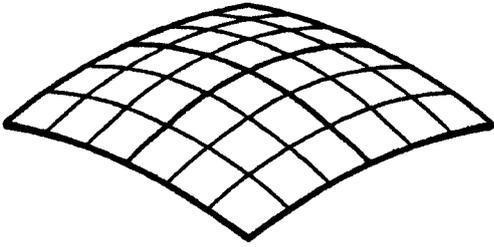
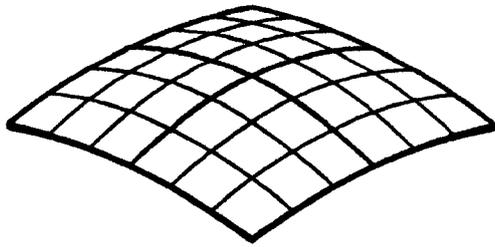
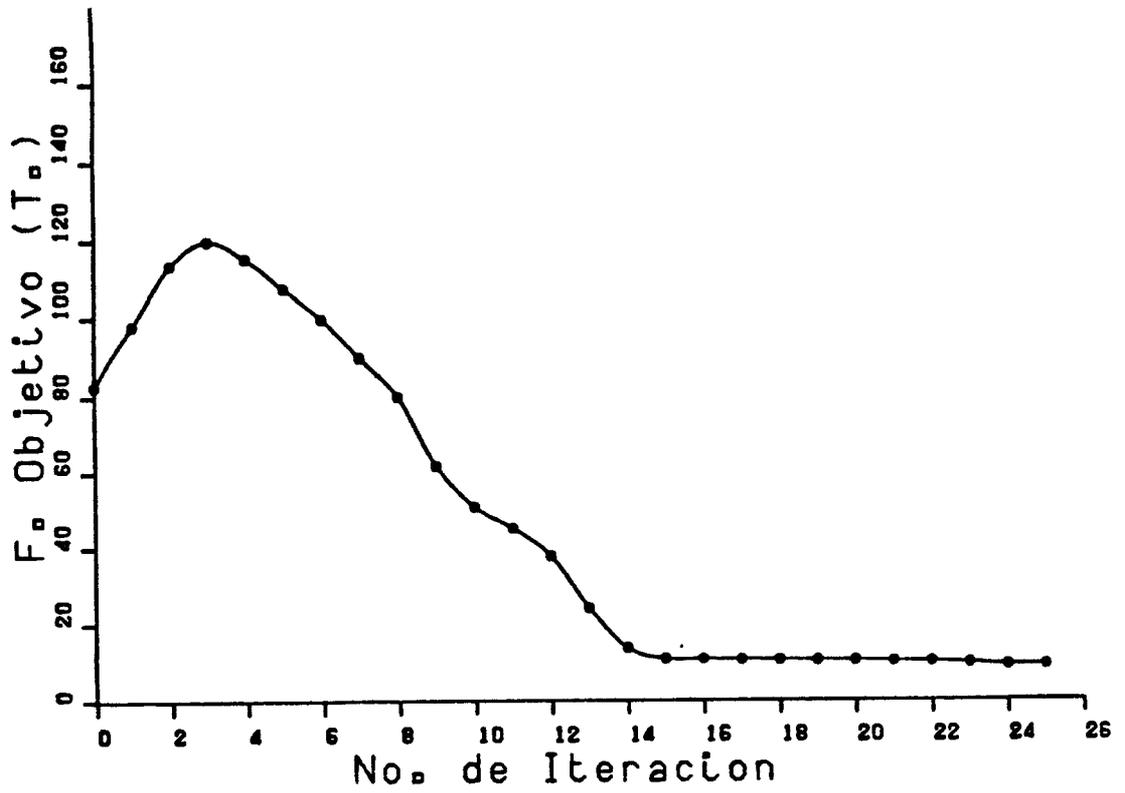
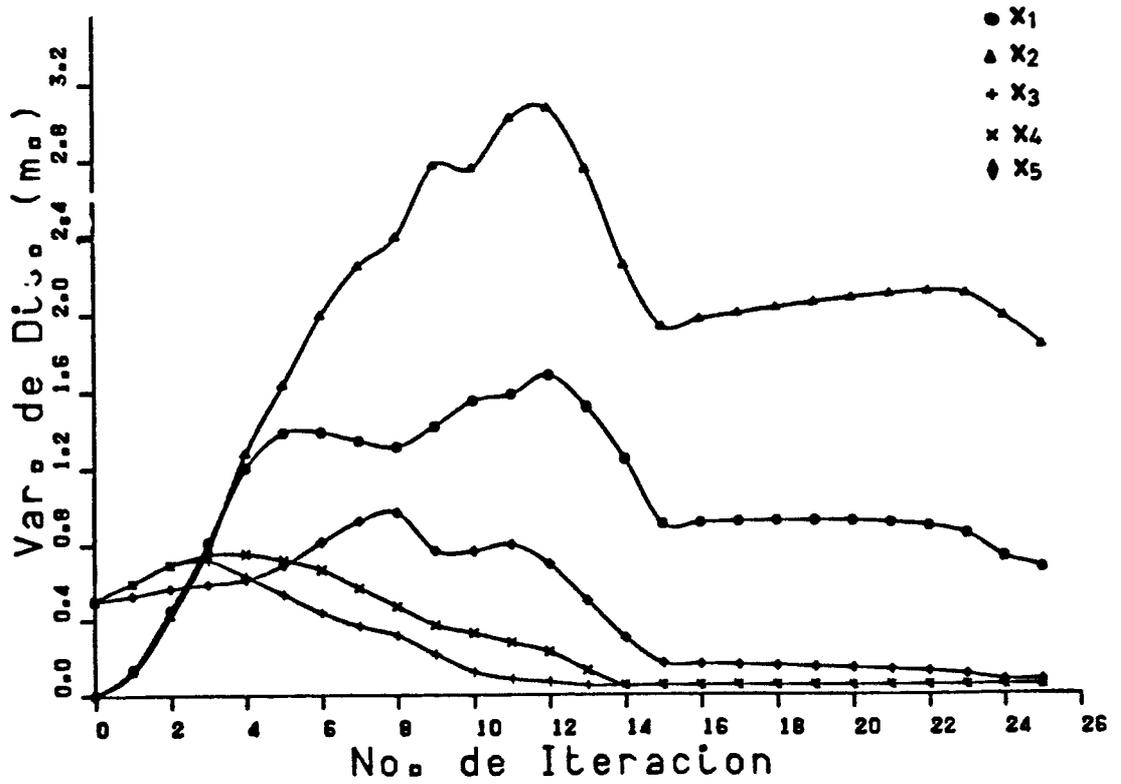
	
<p>Iteracion:24 F.Objetivo:0.912143E+01 Dto. Fact.:SI</p>	<p>Iteracion:25 F.Objetivo:0.906705E+01 Dto. Fact.:SI</p>

Figura 7.70-E.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución del diseño estructural en el proceso de optimización. Malla de Cálculo. Diseño inicial no factible.



a)



b)

Figura 7.71.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Convergencia del proceso de optimización.

a) Evolución de la función objetivo.

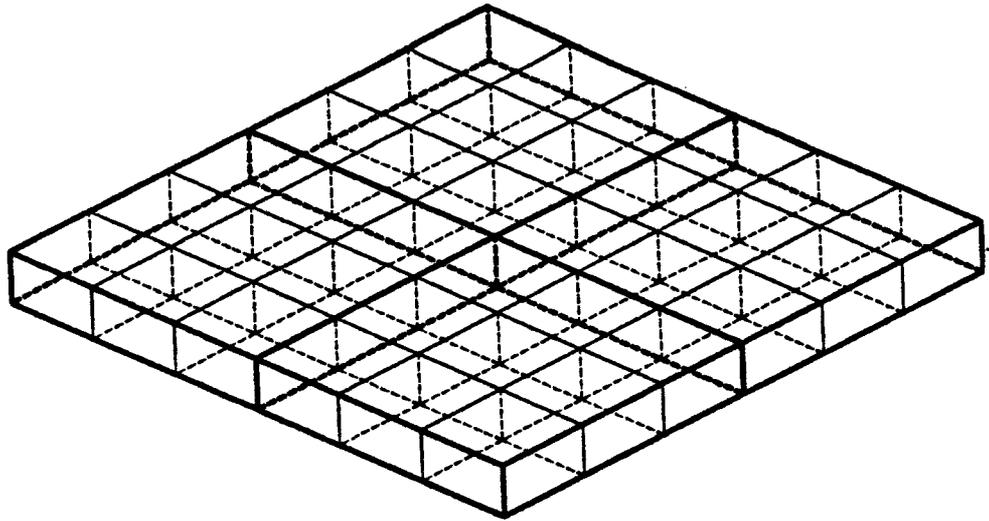
b) Evolución de las variables de diseño.

no. iteración	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	F. Objetivo
0	0.00000E+00	0.00000E+00	0.50000E+00	0.50000E+00	0.50000E+00	0.828000E+02
1	0.134286E+00	0.119116E+00	0.60000E+00	0.598057E+00	0.530113E+00	0.979461E+02
2	0.452403E+00	0.416969E+00	0.699655E+00	0.698057E+00	0.569338E+00	0.113498E+03
3	0.813939E+00	0.780340E+00	0.722807E+00	0.751044E+00	0.595364E+00	0.119937E+03
4	0.120645E+01	0.128034E+01	0.639735E+00	0.756794E+00	0.620353E+00	0.115415E+03
5	0.138964E+01	0.163677E+01	0.539735E+00	0.724260E+00	0.697076E+00	0.107740E+03
6	0.139428E+01	0.199650E+01	0.439735E+00	0.673926E+00	0.815199E+00	0.998172E+02
7	0.134889E+01	0.225212E+01	0.367916E+00	0.573926E+00	0.927066E+00	0.900460E+02
8	0.131646E+01	0.240271E+01	0.318503E+00	0.473926E+00	0.973761E+00	0.802409E+02
9	0.142452E+01	0.277394E+01	0.218503E+00	0.373926E+00	0.773761E+00	0.619299E+02
10	0.155589E+01	0.275722E+01	0.123903E+00	0.332312E+00	0.770477E+00	0.510101E+02
11	0.158917E+01	0.301722E+01	0.854733E-01	0.280312E+00	0.804615E+00	0.453292E+02
12	0.169018E+01	0.307358E+01	0.675238E-01	0.229712E+00	0.703415E+00	0.379520E+02
13	0.152304E+01	0.275780E+01	0.50000E-01	0.129712E+00	0.503415E+00	0.242276E+02
14	0.125107E+01	0.225780E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.303415E+00	0.136789E+02
15	0.912070E+00	0.194005E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.167815E+00	0.108632E+02
16	0.918860E+00	0.197605E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.162460E+00	0.107760E+02
17	0.923354E+00	0.200605E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.157535E+00	0.106945E+02
18	0.926043E+00	0.203398E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.152329E+00	0.106067E+02
19	0.926398E+00	0.206034E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.146488E+00	0.105060E+02
20	0.923530E+00	0.208374E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.139934E+00	0.103905E+02
21	0.915695E+00	0.210368E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.131999E+00	0.102471E+02
22	0.898829E+00	0.211599E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.121774E+00	0.100567E+02
23	0.857520E+00	0.210670E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.105292E+00	0.973873E+01
24	0.737387E+00	0.199092E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.750000E-01	0.912143E+01
25	0.680349E+00	0.183992E+01	0.50000E-01	0.50000E-01	0.750000E-01	0.906705E+01

Tabla 7.14.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).

no.iteración	tracciones (Kp/cm ²)		compresiones (Kp/cm ²)	
	hip. 1	hip. 2	hip. 1	hip. 2
0	0.220697E+02	0.228373E+02	0.220697E+02	0.228373E+02
1	0.166638E+02	0.171511E+02	0.168772E+02	0.194293E+02
2	0.103425E+02	0.106026E+02	0.144002E+02	0.147644E+02
3	0.638462E+01	0.653606E+01	0.108646E+02	0.111254E+02
4	0.386338E+01	0.395789E+01	0.745836E+01	0.764620E+01
5	0.283738E+01	0.291203E+01	0.593999E+01	0.609719E+01
6	0.195415E+01	0.201088E+01	0.502902E+01	0.517768E+01
7	0.104332E+01	0.108040E+01	0.405140E+01	0.419146E+01
8	0.747068E+00	0.773353E+00	0.361275E+01	0.374858E+01
9	0.132798E+00	0.139717E+00	0.322804E+01	0.340370E+01
10	0.800249E-01	0.862283E-01	0.317118E+01	0.339004E+01
11	0.448726E-01	0.489628E-01	0.249885E+01	0.264906E+01
12	0.223555E-01	0.253857E-01	0.243177E+01	0.272745E+01
13	-	-	0.269390E+01	0.314000E+01
14	-	-	0.353298E+01	0.441484E+01
15	-	0.225788E-01	0.447510E+01	0.587506E+01
16	-	0.218087E-01	0.442295E+01	0.584931E+01
17	-	0.211948E-01	0.438369E+01	0.588770E+01
18	-	0.205925E-01	0.435193E+01	0.594195E+01
19	-	0.198989E-01	0.438207E+01	0.601999E+01
20	-	0.190724E-01	0.443563E+01	0.612905E+01
21	-	0.180462E-01	0.455101E+01	0.629161E+01
22	-	0.166259E-01	0.475428E+01	0.655275E+01
23	-	0.140418E-01	0.518513E+01	0.710605E+01
24	0.738812E-03	-	0.696847E+01	0.899916E+01
25	0.473944E-02	0.494110E-02	0.759973E+01	0.983755E+01

Tabla 7.14.- (cont.) Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Evolución de variables de diseño, función objetivo, y tensiones máximas de tracción y compresión de cada hipótesis de carga (en puntos de Gauss con restricciones impuestas).

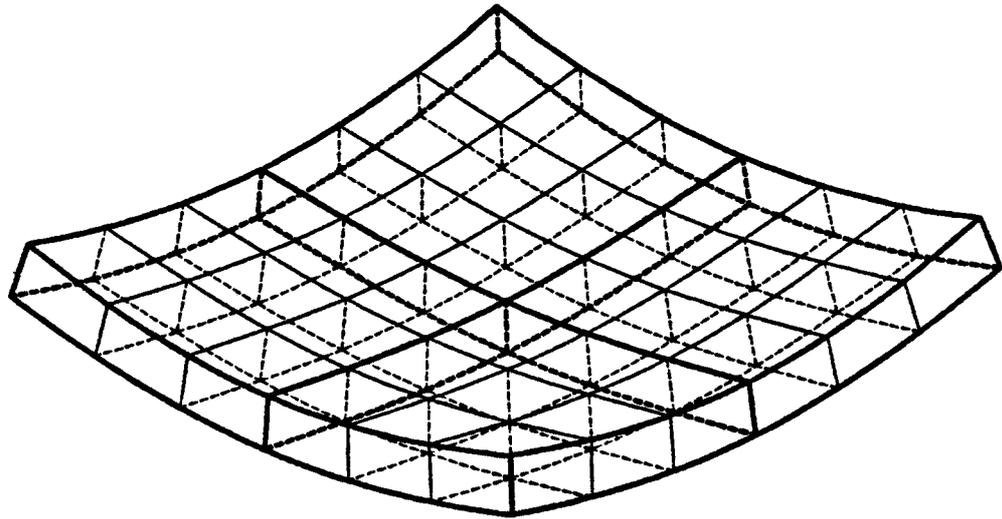


a)

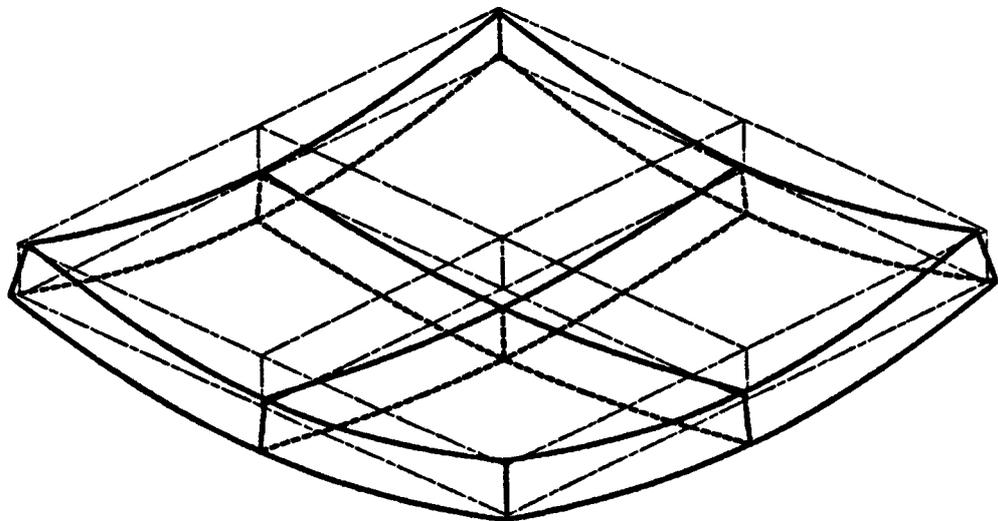


b)

Figura 7.72.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño inicial. Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.
a)Vista superior.
b)Vista lateral.



a)

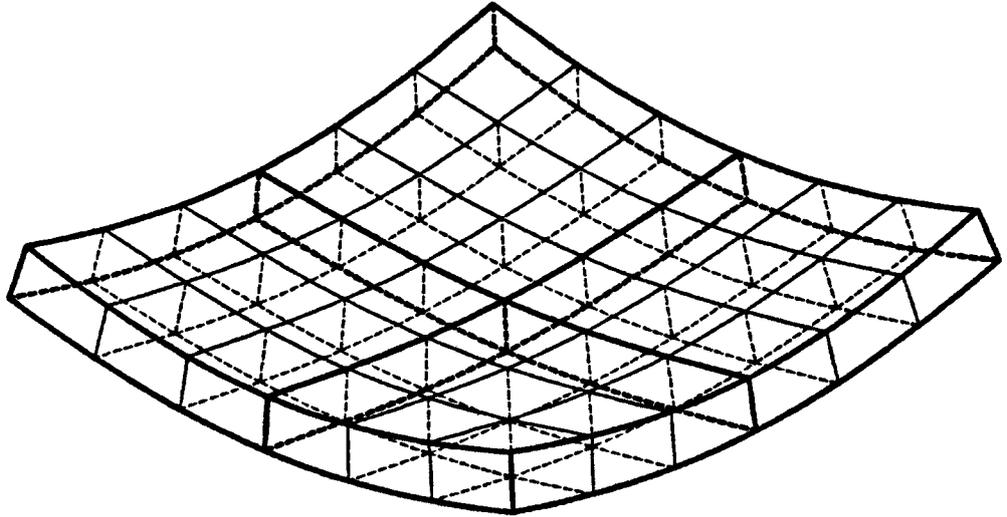


b)

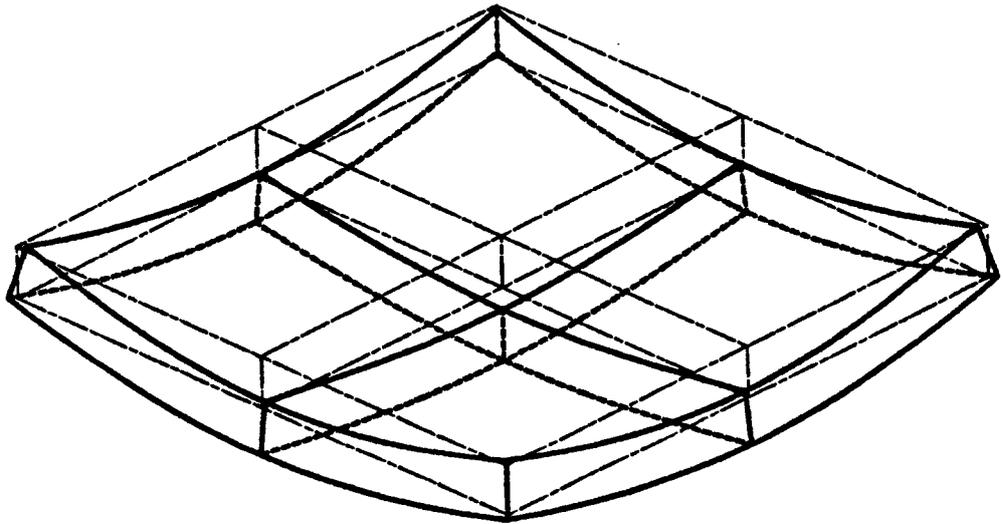
Figura 7.73.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 250 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

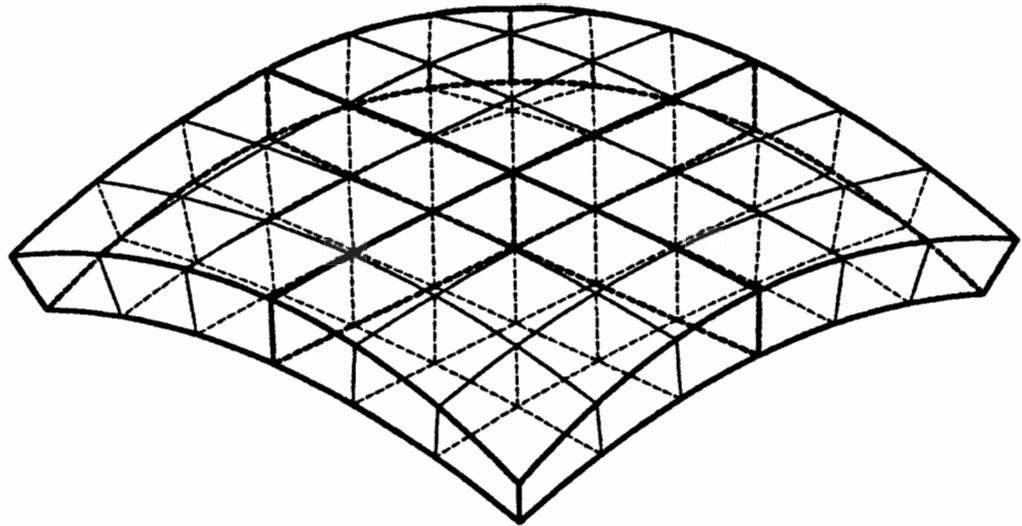


b)

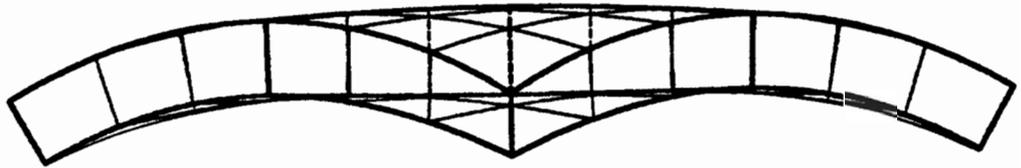
Figura 7.74.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño inicial para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 250 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

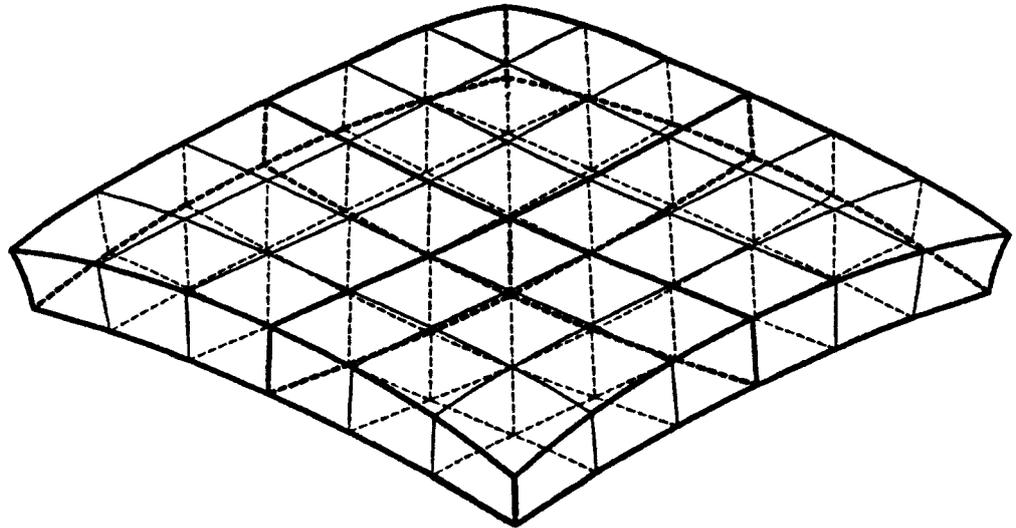


b)

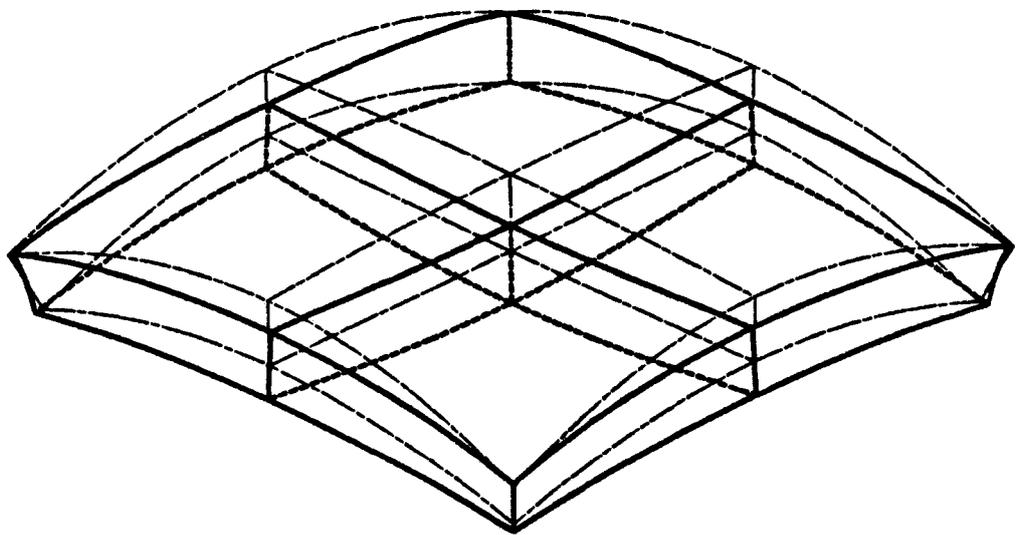
Figura 7.75.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño en la cuarta iteración. Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.

a)Vista superior.

b)Vista lateral.

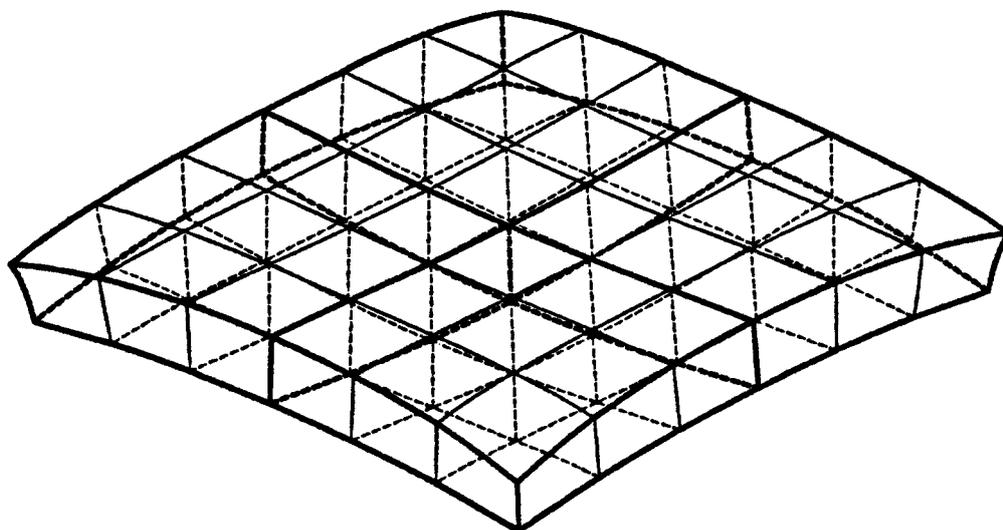


a)

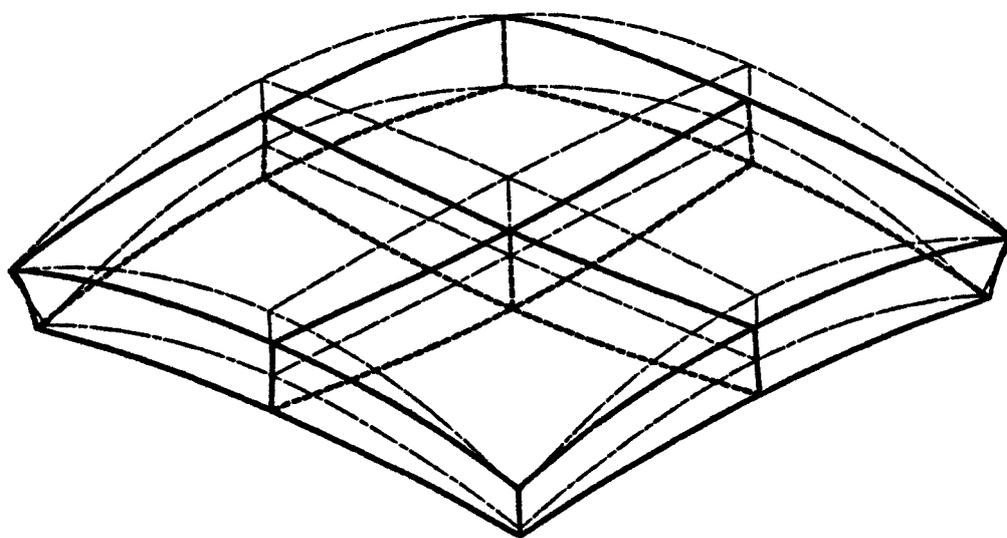


b)

Figura 7.76.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)
a) Deformada de la malla de cálculo.
b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

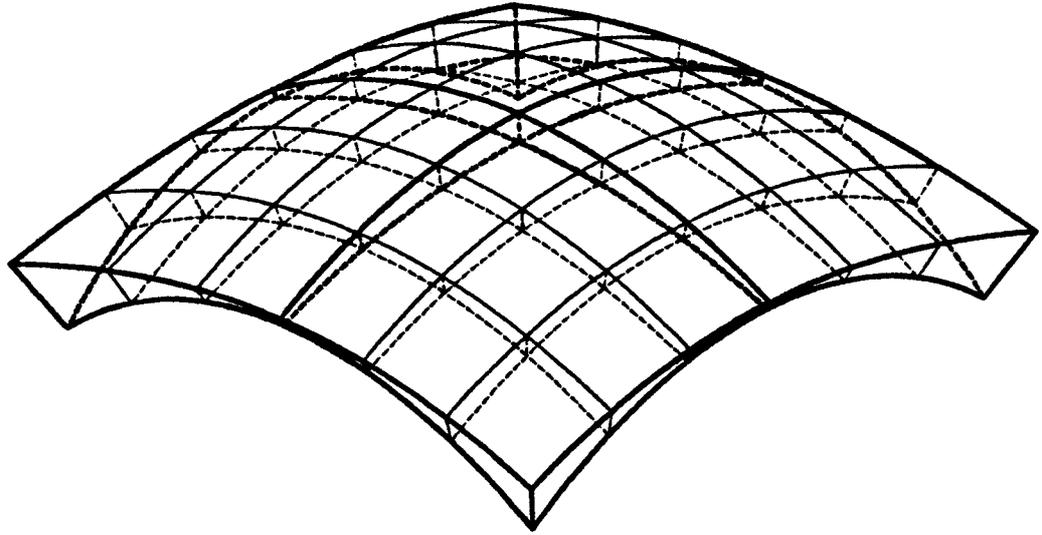


b)

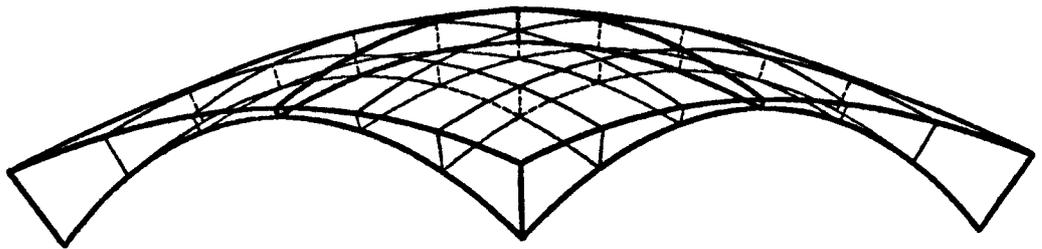
Figura 7.77.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la cuarta iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

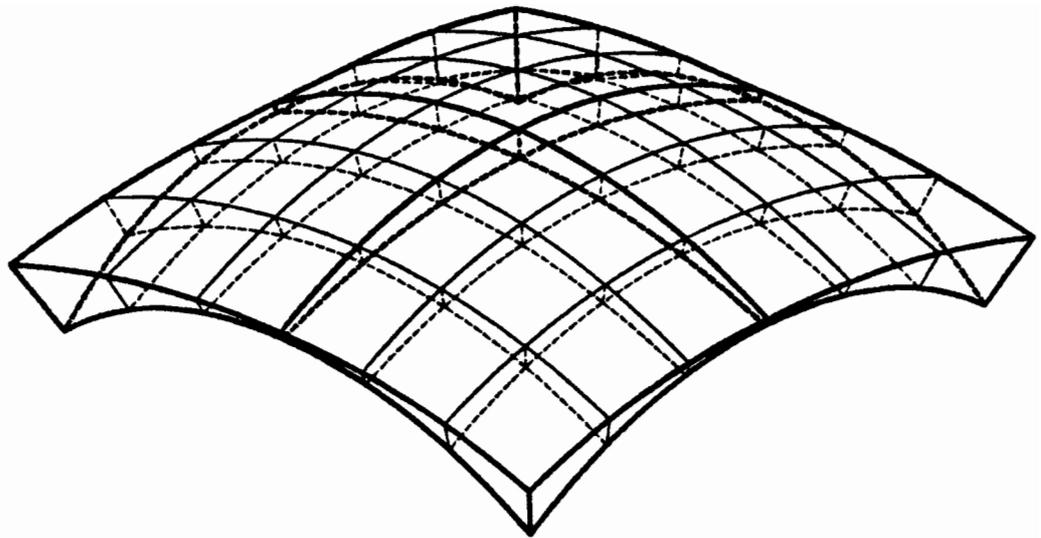


b)

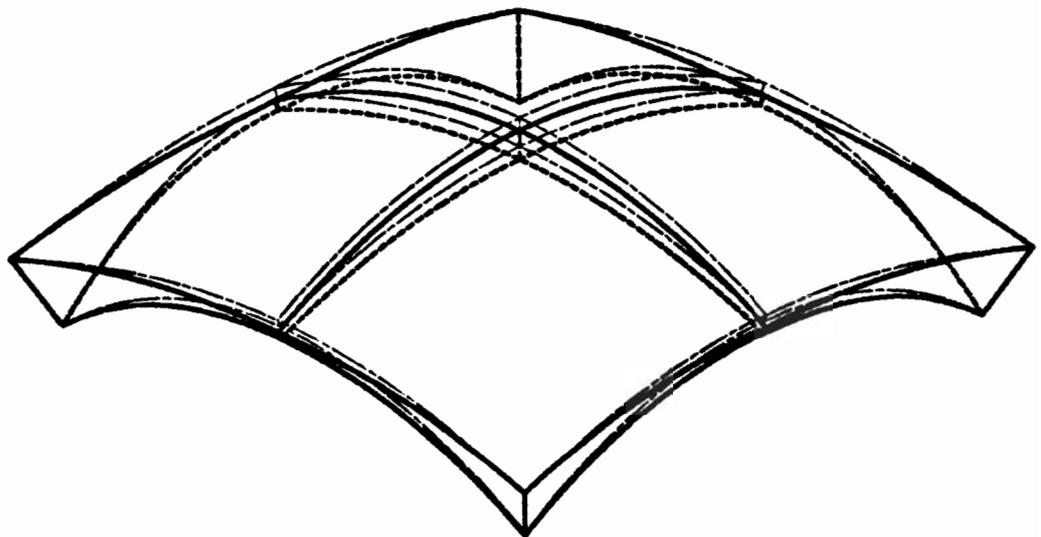
Figura 7.78.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño en la undécima iteración. Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.

a)Vista superior.

b)Vista lateral.



a)

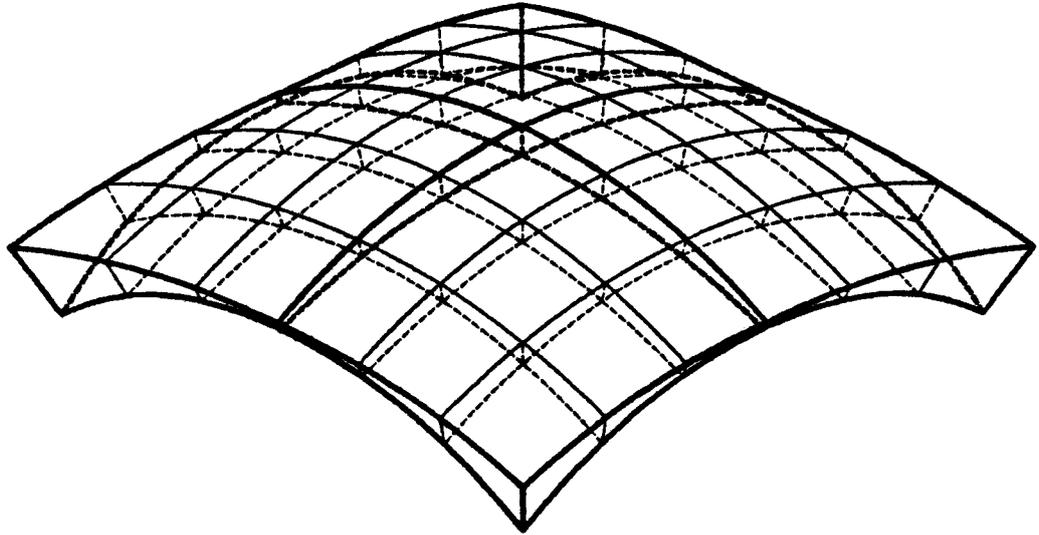


b)

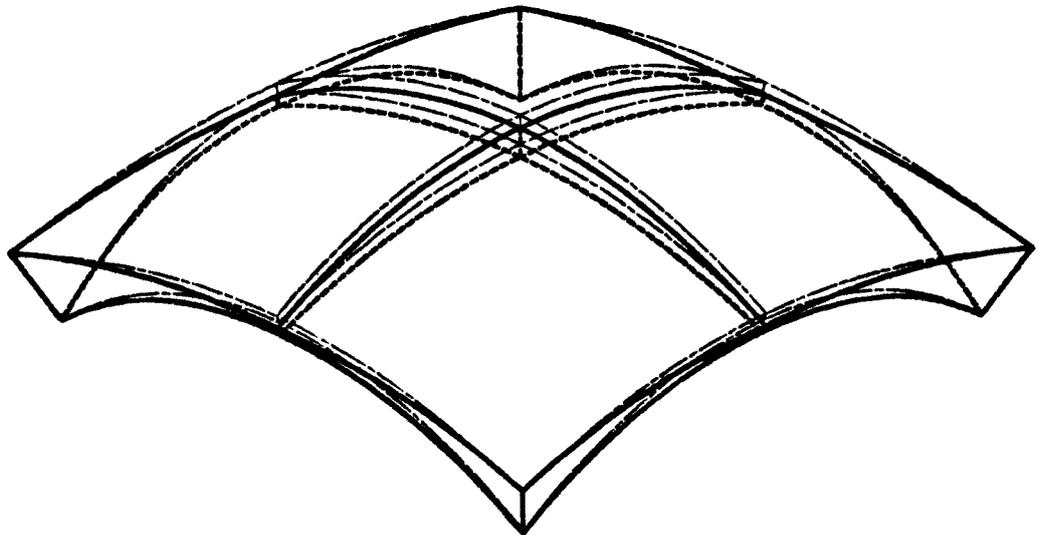
Figura 7.79.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la undécima iteración para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a)Deformada de la malla de cálculo.

b)Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

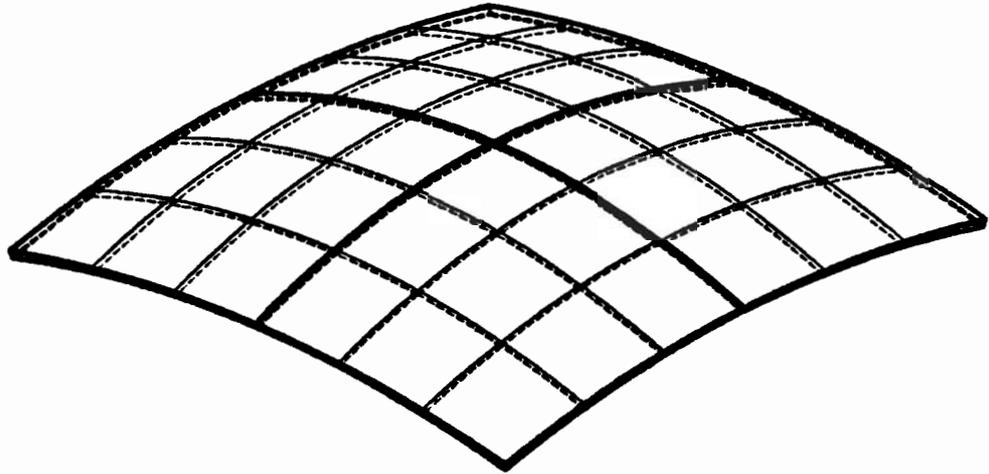


b)

Figura 7.80.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la undécima iteración para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)

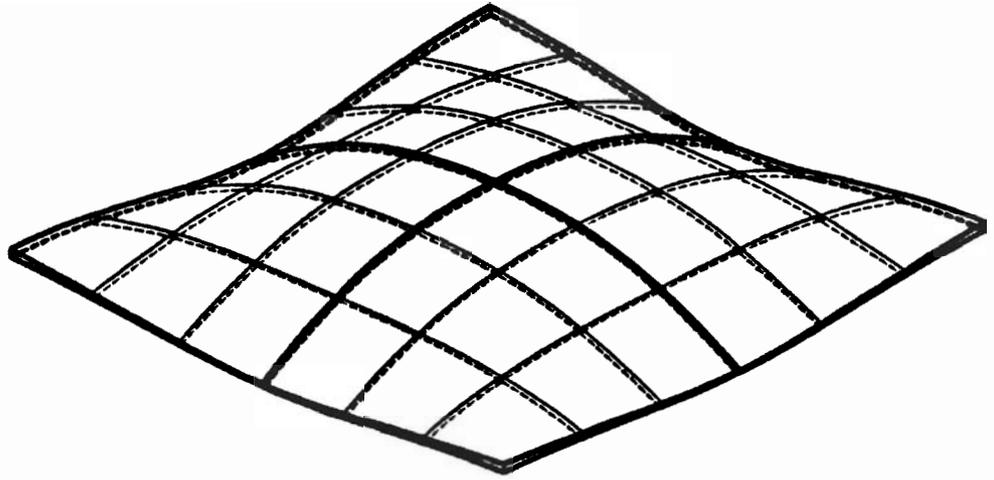


b)

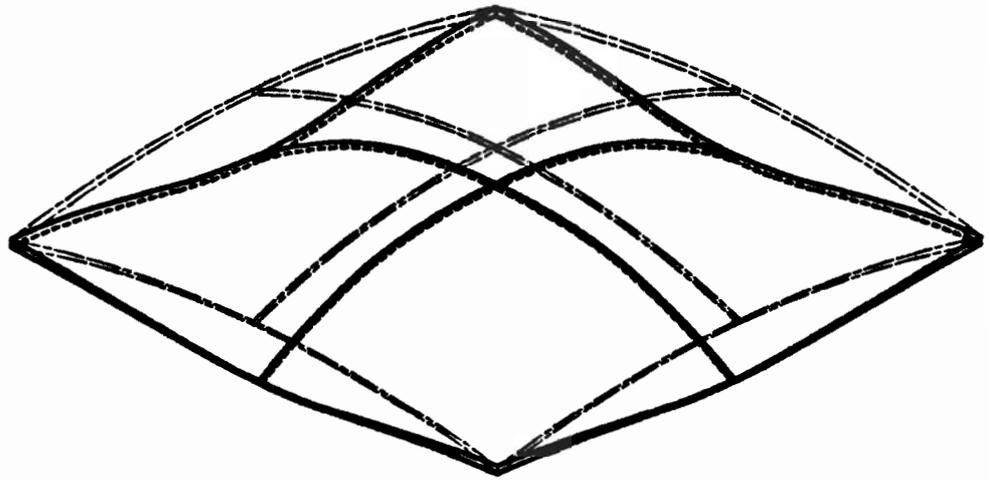
Figura 7.81.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Geometría del diseño en la vigésimoquinta iteración (OPTIMO). Perspectiva axonométrica de la malla de cálculo.

a)Vista superior.

b)Vista lateral.



a)

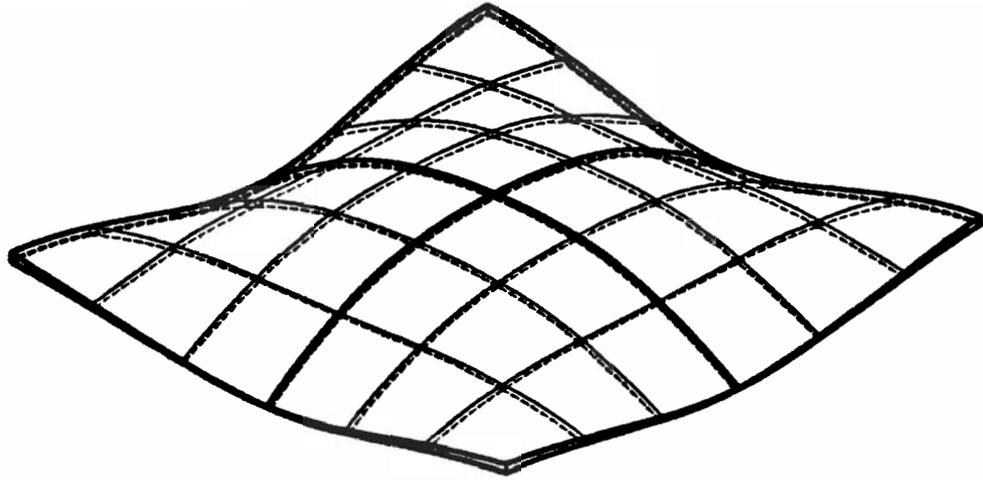


b)

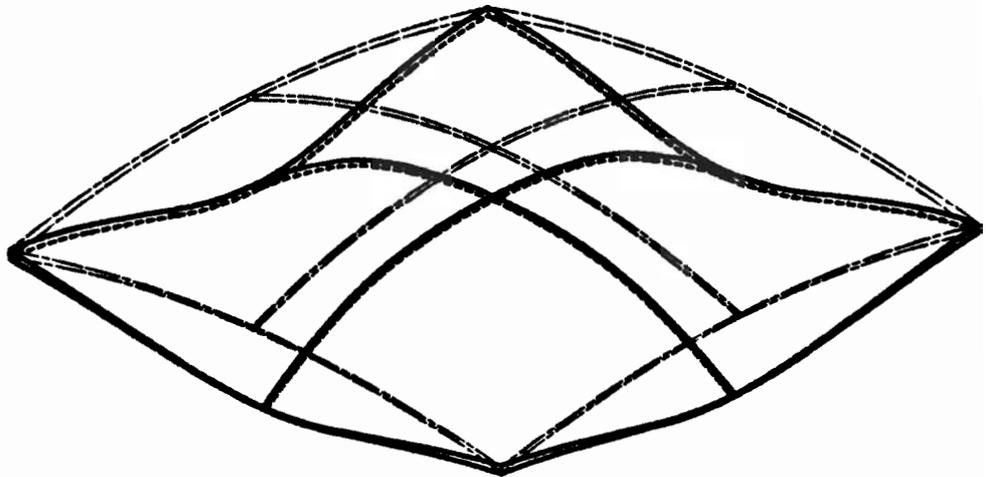
Figura 7.82.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la vigésimoquinta iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga de peso propio. Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.



a)



b)

Figura 7.83.- Ejemplo No.:5. Caso No.:2. Deformada del diseño en la vigésimoquinta iteración (OPTIMO) para la hipótesis de carga combinada de peso propio y sobrecarga de nieve de 80Kg/m². Perspectiva axonométrica. (Desplazamientos amplificados 1000 veces)

a) Deformada de la malla de cálculo.

b) Comparación de la deformada con la geometría estructural.

VII.6.4 Recapitulación sobre el Ejemplo No. 5

En este ejemplo se ha optimizado una estructura tridimensional tipo lámina. El cálculo se ha llevado a cabo mediante el Método de Elementos Finitos en elasticidad tridimensional.

Se ha partido de dos diseños iniciales notablemente diferentes y se han obtenido dos diseños finales entre los que las diferencias de peso estructural son del orden del 0.005%, siendo las diferencias entre las variables de diseño también insignificantes, en un número relativamente bajo de iteraciones.

En el segundo caso se evidencia particularmente la potencia del sencillo algoritmo empleado para obtener direcciones de entrada en la región factible a partir de diseños altamente no factibles.

Nótese en las Figuras 7.60-b y 7.71-b que las curvas de convergencia de las variables de diseño, en ambos casos, no finalizan en el óptimo con tangente horizontal, lo que puede parecer un tanto desconcertante en principio. Recuérdese que el más sencillo de los problemas de minimización con restricciones, el de programación lineal, se resuelve mediante el algoritmo del Simplex, en cuya aplicación se produce el mismo efecto y ello es debido a la propia naturaleza del algoritmo de resolución.

En ambas gráficas se observa que en las últimas iteraciones el valor de la función objetivo es prácticamente constante, produciéndose sin embargo modificaciones cuantitativamente importantes en las variables de diseño. Si se hubiera adoptado

en el algoritmo de optimización un criterio de convergencia basado en el análisis de las modificaciones de la función objetivo entre iteraciones sucesivas, y no en el análisis de las modificaciones de las variables de diseño, el proceso de optimización podía haberse detenido prematuramente. En problemas de programación no lineal, como los subyacentes bajo todos los ejemplos presentados, puede suceder que en varias iteraciones se modifique levemente la función objetivo (con importantes modificaciones de las variables de diseño), para caer bruscamente después. Ello justifica el criterio de convergencia adoptado.

VII.7 EJEMPLO NO. 6

En este ejemplo se pretende contrastar la exactitud de las técnicas de análisis de sensibilidad de primer y segundo orden desarrolladas y utilizadas en este trabajo.

Para ello se analiza en tensión plana mediante el Método de Elementos Finitos una ménsula de sección rectangular uniforme, discretizada en 10 elementos isoparamétricos de 8 nodos. Los resultados se comparan con los obtenidos a partir de las fórmulas de resistencia de materiales.

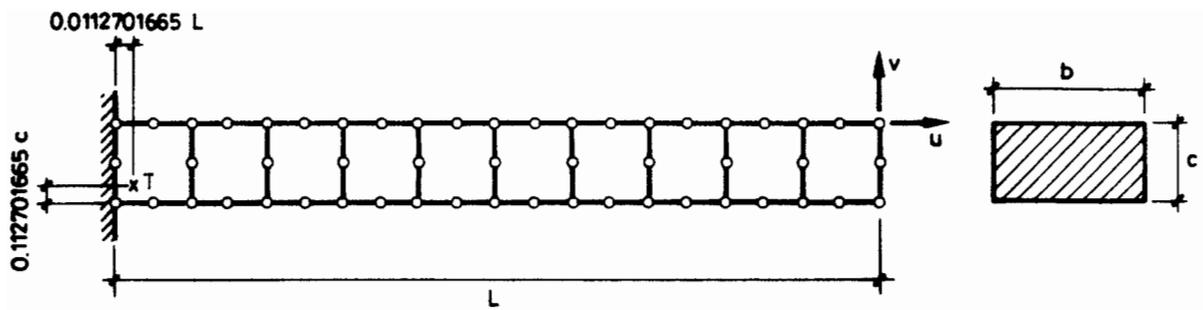
Se consideran los siguientes estados de carga:

1. carga puntual vertical hacia abajo en el extremo libre.
2. carga repartida en el paramento superior.
3. carga repartida de tracción en la sección libre.
4. peso propio.

La geometría estructural, propiedades del material y estados de carga, se representan en la Figura 7.84.

Se consideran como variables de diseño las siguientes:

- $x_1 = P$ (valor de la carga puntual en toneladas)
- $x_2 = L$ (longitud en metros)
- $x_3 = E$ (módulo de Young en toneladas por metro cuadrado)
- $x_4 = c$ (canto en metros)



$$L = 10 \text{ m}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

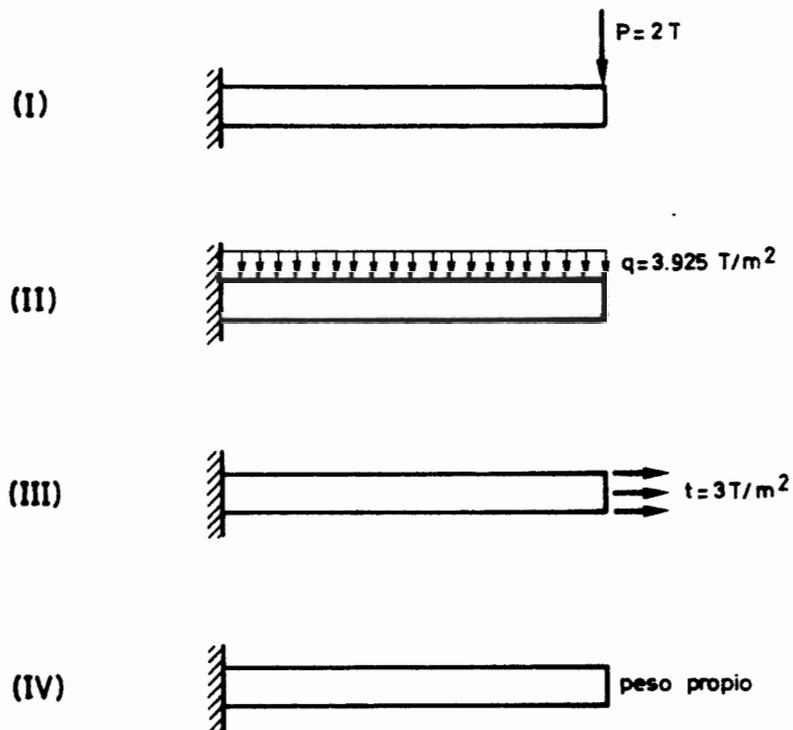
$$c = 0.5 \text{ m}$$

$$E = 21 \cdot 10^7 \text{ T/m}^2$$

$$V = 0$$

$$\mu = 7.85 \text{ T/m}^3$$

a)



b)

Figura 7.84.- Ejemplo No.:6. Modelo de Parametrización empleado en la realización del análisis de sensibilidad, y discretización en elementos finitos.

- a) Geometría y propiedades de los materiales.
 b) Hipótesis de carga consideradas.

- $x_5 = q$ (carga repartida vertical en toneladas por metro cuadrado)
- $x_6 = \mu$ (peso específico en toneladas por metro cúbico)
- $x_7 = t$ (carga repartida horizontal en toneladas por metro cuadrado)

Además del cálculo se realiza un análisis de sensibilidad, obteniendo los siguientes resultados:

- las derivadas primeras y segundas de los desplazamientos horizontal "u" y vertical "v" del vértice superior del extremo libre respecto a las variables de diseño.
- las derivadas primeras y segundas de las tensiones longitudinales " σ_x " en el punto que pertenece a la sección situada a $(0.0112701665 \times L)$ del empotramiento y a la fibra situada a $(.112701665 \times c)$ del paramento inferior, punto que coincide con un punto de integración de Gauss del modelo de MEF, y cuya situación es dependiente de las variables de diseño.

En la Figura 7.84 se esquematiza la geometría de la estructura, se acotan sus dimensiones, y se detallan las propiedades del material y los valores de las cargas empleados en los cálculos.

En la Tabla 7.15 se comparan algunos de los resultados obtenidos mediante el MEF con los obtenidos por aplicación directa y derivación de las fórmulas de resistencia de

	R.M.	M.E.F.	€
\bar{O}_x	-0.367320E+03	-0.363500E+03	1.040%
DP ₁	-0.183810E+03	-0.181750E+03	1.121%
DS ₁	-	-	-
DP ₂	-0.367320E+02	-0.357620E+02	2.641%
DS ₂	-	-	-
DP ₃	-	-	-
DS ₃	-	-	-
DP ₄	0.147050E+04	0.144230E+04	1.918%
DS ₄	-0.882280E+04	-0.858630E+04	2.681%
DP ₅	-	-	-
DS ₅	-	-	-
DP ₆	-	-	-
DS ₆	-	-	-
DP ₇	-	-	-
DS ₇	-	-	-

	R.M.	M.E.F.	€
v	-0.304760E-02	-0.304940E-02	0.059%
DP ₁ v	-0.152380E-02	-0.152470E-02	0.059%
DS ₁ v	-	-	-
DP ₂ v	-0.914290E-03	-0.913690E-03	0.066%
DS ₂ v	-0.182860E-03	-0.182550E-03	0.170%
DP ₃ v	0.145130E-09	0.145210E-09	0.055%
DS ₃ v	-0.138210E-15	-0.138290E-15	0.058%
DP ₄ v	0.182860E-01	0.182740E-01	0.066%
DS ₄ v	-0.146290E+00	-0.146110E+00	0.123%
DP ₅ v	-	-	-
DS ₅ v	-	-	-
DP ₆ v	-	-	-
DS ₆ v	-	-	-
DP ₇ v	-	-	-
DS ₇ v	-	-	-

v = desplazamiento vertical del nodo superior derecho en la hipótesis de carga I

\bar{O}_x = tensión longitudinal en el punto "T" en la hipótesis de carga I

DP_i = $\partial / \partial x_i$

DS_i = $\partial^2 / \partial x_i^2$

Tabla 7.15.- Ejemplo No.:6. Estudio comparativo de los análisis de sensibilidad de una ménsula efectuados mediante el Método de Elementos Finitos y las fórmulas de la teoría de resistencia de materiales. (Continúa)

	R.M.	M.E.F.	€
\bar{O}_x	-0.356658E+04	-0.348744E+04	2.219%
DP ₁ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₁ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₂ \bar{O}_x	-0.713314E+03	-0.686531E+03	3.755%
DS ₂ \bar{O}_x	-0.713314E+02	-0.655219E+02	8.144%
DP ₃ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₃ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₄ \bar{O}_x	0.142663E+05	0.137306E+05	3.755%
DS ₄ \bar{O}_x	-0.855978E+05	-0.811311E+05	5.218%
DP ₅ \bar{O}_x	-0.908682E+03	-0.888519E+03	2.219%
DS ₅ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₆ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₆ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₇ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₇ \bar{O}_x	-	-	-

	R.M.	M.E.F.	€
v	-0.224286E-01	-0.224446E-01	0.071%
DP ₁ v	-	-	-
DS ₁ v	-	-	-
DP ₂ v	-0.897145E-02	-0.896732E-02	0.046%
DS ₂ v	-0.269143E-02	-0.268722E-02	0.156%
DP ₃ v	0.106803E-08	0.106879E-08	0.071%
DS ₃ v	-0.101717E-15	-0.101790E-15	0.072%
DP ₄ v	0.134571E+00	0.134457E+00	0.085%
DS ₄ v	-0.107657E+01	-0.107489E+01	0.156%
DP ₅ v	-0.571429E-02	-0.571838E-02	0.072%
DS ₅ v	-	-	-
DP ₆ v	-	-	-
DS ₆ v	-	-	-
DP ₇ v	-	-	-
DS ₇ v	-	-	-

v = desplazamiento vertical del nodo superior derecho en la hipótesis de carga II

\bar{O}_x = tensión longitudinal en el punto "I" en la hipótesis de carga II

DP_i = $\partial / \partial x_i$

DS_i = $\partial^2 / \partial x_i^2$

Tabla 7.15.- (Cont.) Ejemplo No.:6. Estudio comparativo de los análisis de sensibilidad de una ménsula efectuados mediante el método de Elementos Finitos y las fórmulas de la teoría de resistencia de materiales.

	R.M.	M.E.F.	€
u	0.142857E-05	0.142857E-05	0.000%
DP ₁ u	-	-	-
DS ₁ u	-	-	-
DP ₂ u	0.142857E-06	0.142857E-06	0.000%
DS ₂ u	-	-	-
DP ₃ u	-0.680272E-13	-0.680272E-13	0.000%
DS ₃ u	0.647878E-20	0.647878E-20	0.000%
DP ₄ u	-	-	-
DS ₄ u	-	-	-
DP ₅ u	-	-	-
DS ₅ u	-	-	-
DP ₆ u	-	-	-
DS ₆ u	-	-	-
DP ₇ u	0.476190E-06	0.476190E-06	0.000%
DS ₇ u	-	-	-

	R.M.	M.E.F.	€
σ_x	0.300000E+01	0.300000E+01	0.000%
DP ₁ σ_x	-	-	-
DS ₁ σ_x	-	-	-
DP ₂ σ_x	-	-	-
DS ₂ σ_x	-	-	-
DP ₃ σ_x	-	-	-
DS ₃ σ_x	-	-	-
DP ₄ σ_x	-	-	-
DS ₄ σ_x	-	-	-
DP ₅ σ_x	-	-	-
DS ₅ σ_x	-	-	-
DP ₆ σ_x	-	-	-
DS ₆ σ_x	-	-	-
DP ₇ σ_x	0.100000E+01	0.100000E+01	0.000%
DS ₇ σ_x	-	-	-

u = desplazamiento horizontal del nodo superior derecho en la hipótesis de carga III

σ_x = tensión longitudinal en el punto "T" en la hipótesis de carga III

DP_i = $\partial / \partial x_i$

DS_j = $\partial^2 / \partial x_j^2$

Tabla 7.15.- (Cont.) Ejemplo No.:6. Estudio comparativo de los análisis de sensibilidad de una ménsula efectuados mediante el método de Elementos Finitos y las fórmulas de la teoría de resistencia de materiales.

	R.M.	M.E.F.	€
V	-0.224286E-01	-0.224446E-01	0.071%
DP ₁ V	-	-	-
DS ₁ V	-	-	-
DP ₂ V	-0.897145E-02	-0.896732E-02	0.046%
DS ₂ V	-0.269143E-02	-0.268722E-02	0.156%
DP ₃ V	0.106803E-08	0.106879E-08	0.071%
DS ₃ V	-0.101717E-15	-0.101790E-15	0.072%
DP ₄ V	0.897145E-01	0.895676E-01	0.164%
DS ₄ V	-0.538285E+00	-0.537057E+00	0.228%
DP ₅ V	-	-	-
DS ₅ V	-	-	-
DP ₆ V	-0.285714E-02	-0.285918E-02	0.071%
DS ₆ V	-	-	-
DP ₇ V	-	-	-
DS ₇ V	-	-	-

	R.M.	M.E.F.	€
\bar{O}_x	-0.356658E+04	-0.348744E+04	2.219%
DP ₁ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₁ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₂ \bar{O}_x	-0.713314E+03	-0.686531E+03	3.755%
DS ₂ \bar{O}_x	-0.713314E+02	-0.655223E+02	8.144%
DP ₃ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₃ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₄ \bar{O}_x	0.713314E+04	0.675572E+04	5.291%
DS ₄ \bar{O}_x	-0.285326E+05	-0.262089E+05	8.144%
DP ₅ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₅ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₆ \bar{O}_x	-0.454341E+03	-0.444260E+03	2.219%
DS ₆ \bar{O}_x	-	-	-
DP ₇ \bar{O}_x	-	-	-
DS ₇ \bar{O}_x	-	-	-

v = desplazamiento vertical del nodo superior derecho en la hipótesis de carga IV

\bar{O}_x = tensión longitudinal en el punto "T" en la hipótesis de carga IV

DP_i = $\partial / \partial x_i$

DS_j = $\partial^2 / \partial x_j^2$

Tabla 7.15.- (Cont.) Ejemplo No.:6. Estudio comparativo de los análisis de sensibilidad de una ménsula efectuados mediante el método de Elementos Finitos y las fórmulas de la teoría de resistencia de materiales.

materiales. Nótese que los errores estimados en el análisis de sensibilidad son del mismo orden que los estimados en el cálculo. En cualquier caso pueden considerarse como reducidos, habida cuenta de que la discretización empleada es muy burda (tan sólo 10 elementos).

Obsérvese además que los mayores errores se producen en las derivadas respecto a la cuarta variable de diseño, lo cual era previsible en principio ya que es en la dirección del canto que la discretización realizada es más grosera (1 solo elemento) y el análisis de sensibilidad respecto a esta variable debe estar afectado, por consiguiente, del mayor error.

VII.8 RECAPITULACION GENERAL SOBRE LOS EJEMPLOS PRESENTADOS

Creemos importante resaltar los siguientes aspectos:

- En todos los ejemplos presentados (a excepción de los dos primeros), el análisis de sensibilidad de segundo orden ha proporcionado información de gran exactitud, permitiendo al optimizador adoptar decisiones correctas sobre la magnitud de la modificación del diseño entre cada dos iteraciones. Además, al disponer de aproximaciones cuadráticas de gran calidad, no es necesario imponer límites móviles demasiado estrictos, y es posible obtener una velocidad de convergencia notable, eliminándose las oscilaciones que se producen al utilizar únicamente aproximaciones lineales.
- El algoritmo de optimización desarrollado es conceptualmente sencillo y su implementación no envuelve grandes dificultades. Ha demostrado una eficiencia notable en problemas característicos de optimización estructural de formas, con un número no demasiado elevado de variables de diseño y funciones objetivo sencillas, pero con un número muy elevado de restricciones altamente no lineales con las variables de diseño. Se aprecia en los ejemplos presentados que el algoritmo es capaz de proporcionar diseños muy cercanos al óptimo partiendo de diseños iniciales muy distintos, incluso fuertemente no factibles, y en un número reducido de iteraciones.
- Los ejemplos 3, 4, 5 y 6, pese a las grandes diferencias existentes en su planteamiento y en las teorías de cálculo utilizadas, han sido resueltos con un único sistema, DAO²,

dentro de una misma filosofía de trabajo, y requiriendo cada uno de ellos un desarrollo específico mínimo.