

## Capítulo 2

# PRETOR-Stellarator

## 2.- PRETOR-Stellarator

### 2.1.- Transporte en el plasma

Uno de los problemas principales de la fusión termonuclear controlada es el que concierne al tiempo de confinamiento de las partículas y energía. Cuanto más alto sea este tiempo mejor, pues significa que estas tardan más en escaparse, con lo que la probabilidad de obtener reacciones de fusión será mayor.

En una situación ideal en la que no hubiese colisiones entre las partículas ni derivas, las partículas estarían permanentemente ligadas a las líneas de campo magnético, con lo que no habría fugas y el tiempo de confinamiento sería infinito. En la realidad no sucede así, hay colisiones entre las partículas de modo que pueden escapar de la línea de campo y al final perder el confinamiento. Para estudiar la pérdida de partículas se debe calcular el transporte perpendicular a las líneas de campo.

En un plasma confinado magnéticamente se puede distinguir entre las componentes paralelas al campo magnético y las perpendiculares. Dentro de la investigación en fusión termonuclear es más importante determinar los coeficientes perpendiculares, pues de ellos depende que una partícula escape o no del confinamiento.

Para calcular este transporte perpendicular a las líneas de campo se define el flujo de partículas  $\Gamma$  como el número de partículas que pasan a través de una superficie magnética por unidad de área y de tiempo:

$$\bar{\Gamma} = -D\bar{\nabla}n + n\bar{v}_p \quad (2.1)$$

Donde  $D$  es el coeficiente de difusión y  $v_p$  es la velocidad de *pinch* de las partículas. El término de difusión tiene cuenta el recorrido libre medio de las partículas, y el segundo término es consecuencia de la parte convectiva debida al movimiento conjunto de las partículas.

La ecuación de continuidad que relaciona el flujo y el término fuente con la variación de la densidad de partículas es la siguiente:

$$\frac{\delta n}{\delta t} = -\bar{\nabla}\Gamma + S \quad (2.2)$$

En esta ecuación aparece el término fuente  $S$ , que tiene en cuenta el número de nuevas partículas que se crean o destruyen en la unidad de volumen debido a la ionización de los neutros o a la recombinación de los iones. En estado estacionario no habrá variación de la densidad, con lo que introduciendo (2.1) en (2.2) se obtiene:

$$-\bar{\nabla}(D\bar{\nabla}n) + \bar{\nabla}\cdot(n\bar{v}) = S \quad (2.3)$$

A partir de esta ecuación y con datos experimentales de la densidad se puede encontrar el coeficiente de difusión. Si éste es pequeño el tiempo de confinamiento será largo, pues implica que las partículas tardan más en escapar del plasma.

### 2.1.1.- Transporte clásico

Una manera de calcular el coeficiente de difusión es con la aproximación del recorrido libre medio. Se supone que por medio de colisiones con otras partículas, una partícula se desplaza una distancia  $\Delta x$  perpendicular al campo magnético después de un tiempo  $\Delta t$ . Si además tomamos por hipótesis que el salto puede ser en cualquier dirección, tendremos un movimiento puramente difusivo con el coeficiente de difusión dado por:

$$D \approx \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Para estimar  $D$  se tendrá que evaluar el valor de  $\Delta x$  y  $\Delta t$ .

El valor de  $\Delta t$  viene dado por el inverso de la frecuencia de colisión. Esta frecuencia de colisión es diferente dependiendo de qué dos tipos de partículas colisionan. Suponiendo un plasma de sólo hidrógeno, se obtiene [Zoh 95]:

$$v_{ee} \approx v_{ei} \propto \frac{ne^4}{\sqrt{m_e T_e^{3/2}}} \quad (2.5)$$

$$v_{ie} = \left( \frac{m_e}{m_i} \right) v_{ee} \quad (2.6)$$

$$v_{ii} = \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} v_{ee} \quad (2.7)$$

Para estimar el valor de  $\Delta x$  se utiliza la expresión del radio de Larmor, definido como el radio con que los electrones e iones describen su trayectoria alrededor de las líneas de campo:

$$\Delta x = r_L = \frac{\sqrt{2mkT}}{eB} \quad (2.8)$$

Donde  $k$  es la constante de Boltzmann y  $B$  el campo magnético en el punto donde se encuentra la partícula. El centro de guía de las partículas es el punto respecto al cual éstas tienen un movimiento circular. La trayectoria del centro de guía de las partículas viene dada por:

$$\bar{R} = \frac{\bar{p} \times \bar{B}}{eB^2} \quad (2.9)$$

En el caso de una colisión entre dos partículas iguales, por la conservación del momento no hay difusión neta de las partículas, simplemente se produce un desplazamiento de sus centros de giro, igual en magnitud pero de sentido contrario, de manera que no contribuye a la difusión. En cambio cuando la colisión es entre dos partículas con carga diferente el signo de la carga en la ecuación (2.9) hace que las dos partículas se muevan en la misma dirección. Se dice que la difusión es ambipolar, con los iones y electrones dando un salto de igual magnitud y dirección en cada colisión. Entonces el coeficiente de difusión viene dado por:

$$D_{e,class} = v_{ei} r_{L,e}^2 = v_{ie} r_{L,i}^2 = D_{i,class} \quad (2.10)$$

Donde el subíndice *class* nos indica que es el coeficiente de difusión según la teoría clásica, en la que sólo se tienen en cuenta interacciones columbianas entre las partículas, sin contar con la geometría del confinamiento.

Pero las medidas experimentales del coeficiente de difusión dan resultados mucho mayores de los esperados, de un factor de aproximadamente  $10^5$  mayor. Esto indica que el transporte clásico no domina la difusión de las partículas en un plasma de fusión.

### 2.1.2.- Transporte neoclásico

Para tener una mejor estimación de la difusividad en un plasma confinado magnéticamente se han de tener en cuenta los efectos de la geometría toroidal de la máquina. El hecho de que la geometría del confinamiento sea toroidal introduce dos diferencias principales respecto a una geometría cilíndrica (suposición con la que se ha desarrollado el transporte clásico):

- A lo largo de una línea de campo magnético, el módulo del campo no es constante. Una partícula moviéndose en una línea de campo interacciona con un campo más intenso en la parte interior del toro que en la exterior. Dependiendo de la relación entre la componente paralela y perpendicular de la velocidad, el campo puede llegar a ser tan intenso que hace que la partícula sea reflejada, si la velocidad paralela de la partícula es pequeña. Una partícula de este tipo se llama partícula atrapada, las que son capaces de dar toda la vuelta al toro sin ser reflejadas son las llamadas partículas pasantes.
- Debido al efecto del gradiente del campo magnético y la deriva por la curvatura, el camino de una partícula atrapada depende del signo de  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$ . Además la proyección de la órbita de una partícula atrapada no es un sector de círculo, sino que tiene forma de plátano. Estas órbitas se llaman órbitas banana.

Las órbitas banana llevan a la definición de la frecuencia de colisión efectiva para partículas atrapadas:

$$v_{eff} \approx \frac{v_c}{2\varepsilon} \quad (2.11)$$

Donde  $v_c$  es la colisionalidad clásica que viene dada por la ecuación correspondiente (2.5-2.7), dependiendo del tipo de colisión que se considere y  $\varepsilon=r/R$  es el inverso de la relación de aspecto de la máquina. También se define la relación  $v_*=v_{eff}/v_t$  donde  $v_t$  es el inverso del tiempo que una partícula necesita para completar una órbita banana.

Dependiendo del valor de  $v_*$  se pueden distinguir tres regímenes distintos de transporte neoclásico [Zoh 95]:

- Colisional o de Pfirsch-Schlüter:  $v_* > 1$ . Las partículas no completan su órbita antes de sufrir colisiones. En este caso el coeficiente de difusión vale, donde  $q$  es el factor de seguridad:

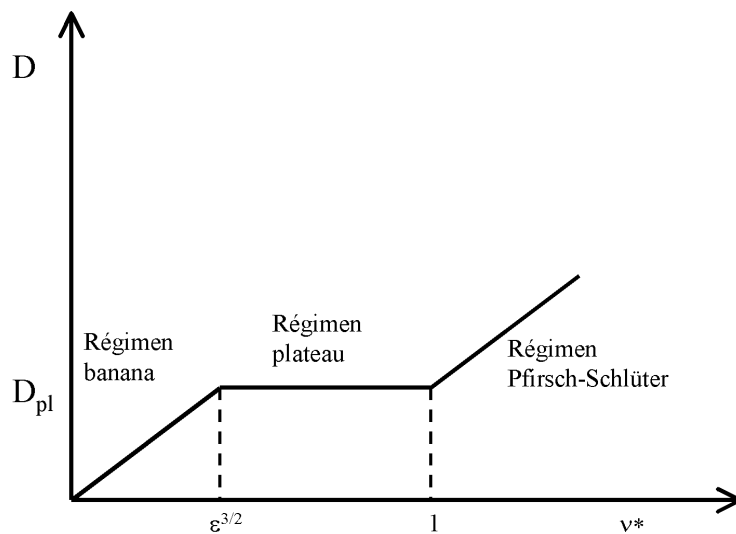
$$D_{PS} = q^2 r_L^2 v_c = q^2 D_{class} \quad (2.12)$$

- Banana:  $v_* < \varepsilon^{3/2}$  las partículas completan la órbita banana antes de ser dispersadas por las colisiones. Se llega al siguiente coeficiente de difusión:

$$D_B \approx \sqrt{2\varepsilon} r_B^2 v_{eff} = \frac{r_L^2 q^2}{\varepsilon^{3/2}} v_c = \frac{q^2}{\varepsilon^{3/2}} D_{class} \quad (2.13)$$

- Plateau:  $1 > v_* > \varepsilon^{3/2}$ . En este caso el valor de la difusividad es independiente de la colisionalidad y sus valores numéricos se encuentran entre los de Pfirsch-Schlüter y de banana. El coeficiente de difusión viene dado por, donde  $v_{th}$  es la velocidad térmica:

$$D_{Pl} \approx \frac{v_{th} r_L^2 q}{R} \quad (2.14)$$



**Fig. 2.1.** Esquema de los tres regímenes de transporte neoclásico en función de la colisionalidad.

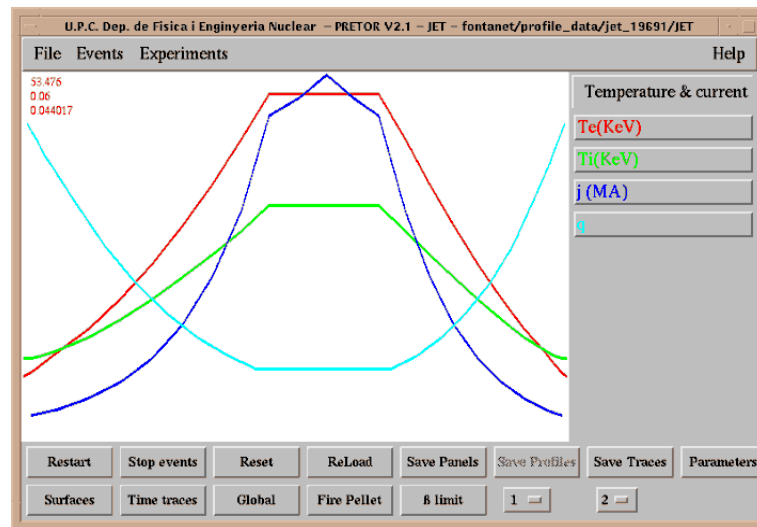
### 2.1.3.- Transporte anómalo

A pesar de añadir el transporte neoclásico y que éste incrementa en dos órdenes de magnitud los valores de los coeficientes de difusión, éstos no concuerdan con los datos medidos experimentalmente. Esto hace pensar que hay otro fenómeno de transporte más importante que estos dos. Es lo que se conoce como transporte anómalo.

Para explicar este transporte anómalo se proponen ecuaciones empíricas provenientes de datos experimentales de diferentes máquinas.

## 2.2.- PRETOR

PRETOR (*Predictive tokamak simulator in toroidal geometry*) es un código de simulación de transporte de energía y partículas en plasmas de fusión termonuclear. PRETOR simula diferentes magnitudes de interés de un plasma de fusión, muestra el perfil radial y la evolución temporal de distintas variables. Fue desarrollado por D. Boucher en 1992 [Bou 92]. En un principio se diseñó para simular descargas de grandes tokamaks. Este objetivo inicial hace que el cálculo de la geometría sea relativamente sencillo debido a la simetría axial de este tipo de máquinas y que el modelo de transporte implementado sea el de Rebut-Lallia-Watkins [RLW 89], válido para este tipo de máquinas.



**Fig. 2.2.** Pantalla de PRETOR en la que se muestra la temperatura electrónica, iónica, la corriente en el plasma y el factor de seguridad de una descarga de JET.

El código está escrito en lenguaje C y es compilado en una estación alpha bajo entorno Unix. La entrada de datos se hace a partir de un fichero o cambiando los parámetros de un fichero anterior por medio de unas pantallas gráficas. La salida es gráfica pero también se pueden volcar los datos a un fichero y de esta manera completar el análisis.

Este es un código utilizado en el diseño de ITER. También ha sido utilizado para diversos estudios dentro del *Departament de Física i Enginyeria Nuclear*, entre ellos un estudio de la parada de emergencia de ITER [Vil 97].

La estructuración del código en diversos módulos en que cada uno realiza unas funciones determinadas, hace que éste sea adaptable y modificable, ya que cambiando un módulo el resto queda invariado, siempre que se respeten los nombres de las variables y su sentido físico.

### 2.2.1.- Estructura de PRETOR

Para el estudio de los módulos se han agrupado por las funciones desempeñadas por éstos, ahora se pasará a explicar la función que tiene cada módulo dentro del código.



### 2.2.1.1. Equilibrio magnético

Los módulos que se utilizan para el cálculo del campo magnético son los siguientes:

equi\_mesh.c

equi\_solver.c

equi\_surface.c

equi\_IO.c

En estos módulos se calculan las superficies magnéticas, condiciones de recálculo de éstas y variables geométricas. El cálculo de la geometría se hace a partir de un pequeño número de parámetros: radio mayor, radio menor, elongación y triangularidad del plasma. Esto puede realizarse aprovechando la simetría axial de los tokamaks. Estos módulos han sido variados para la versión PRETOR-Stellarator.

### 2.2.1.2. Magnitudes físicas

Dentro de este apartado se incluyen los siguientes módulos:

physic.c

physic2.c

physic3.c

toric2.c

El primero es muy general y es el que llama el resto de funciones que calculan las diferentes variables físicas. En el segundo se calcula la difusión de las partículas y del calor, además de los campos magnéticos y las corrientes del plasma. En el tercero se calculan los coeficientes del modelo RLW. Finalmente en toric2.c se calculan las trayectorias de la inyección de partículas en el plasma. También estos módulos han sido variados en la versión de PRETOR para stellarators.

## 2.2.1.3. Entrada/salida

Se incluyen los módulos:

pretor.c

callback.c

rare.c

toric1.c

graphics.c

experiments.c

files.c

setup.c

event.c

Estos módulos son los que se encargan de leer los parámetros de entrada, sea vía fichero o por las pantallas de modificación de parámetros. También se han englobado en este apartado los módulos de salida gráfica, así como los del diseño de la pantalla principal y las secundarias. También se encuentran los módulos que escriben los ficheros de salida.

## 2.2.2.- Modelos implementados

Dentro de la estructura informática de PRETOR se han tenido que introducir los modelos físicos que nos dan las diferentes características del plasma; en esta sección se comentarán los que han sido cambiados para su adaptación a stellarators. Las principales unidades empleadas en PRETOR se muestran en la tabla 2.1.

<b>Magnitud</b>	<b>Unidad</b>
Densidad	$10^{19} \text{ m}^{-3}$
Temperatura	keV
Corriente	MA
Densidad de corriente	$\text{MA m}^{-2}$
Campo magnético	T
Potencia	MW

**Tabla 2.1.** Principales unidades utilizadas en PRETOR. [Fon 01]

### 2.2.2.1. Transporte de energía

El modelo de transporte implementado en PRETOR era el de Rebut-Lallia-Watkins, un modelo desarrollado para grandes tokamaks.

El código PRETORv2.2, punto de partida de la versión para stellarators, distingue cuatro tipos de partículas: los electrones, los iones, la primera impureza y la segunda impureza.

En un plasma, como se ha dicho en el apartado 2.1, hay tres tipos de transporte de las partículas que lo componen: el clásico, el neoclásico y el anómalo. El clásico y neoclásico pueden calcularse a partir de las ecuaciones teóricas, pero con el anómalo esto no es posible. El transporte anómalo se deduce por correlaciones a partir de datos experimentales, ya que las ecuaciones que gobiernan la física del plasma no tienen en cuenta este tipo de transporte.

El modelo RLW es un modelo que tiene cuenta del transporte anómalo en los tokamaks. Tiene un papel análogo al modo turbulento de los fluidos, en el que a partir de un cierto valor del número de Reynolds cambia el transporte y se rige por ecuaciones empíricas. En este modelo se supone que no hay transporte anómalo hasta que el gradiente de la temperatura electrónica no supera un cierto valor límite dado por [JVF 97]:

$$\nabla T_{e,crit} = C_{\nabla T_{e,crit}} \frac{1}{q} \left( \frac{\eta_S |j| B_t^3}{n_e T_e^{1/2}} \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

Donde  $C_{\nabla T_{e,crit}}$  es un parámetro dependiente de cada máquina;  $q$  es el factor de seguridad,  $\eta_S$  es la resistividad de Spitzer;  $j$  la densidad de corriente;  $B_t$  el campo magnético toroidal;  $n_e$  la densidad electrónica y  $T_e$  la temperatura electrónica.

En PRETOR el transporte de energía en los electrones viene dado por la suma de las contribuciones del transporte neoclásico y anómalo. Como se ha indicado anteriormente el transporte clásico es netamente menor a los otros dos, con lo que puede no ser tenido en cuenta en el código de transporte. La expresión de la difusividad térmica vendrá dada por:

$$\chi_e = \chi_{e,neo} + \chi_{e,an} \quad (2.16)$$

La difusividad neolásica viene dada por la siguiente expresión:

$$\chi_{e,neo} = C_{\chi_{e,neo}} (\nabla\rho)^2 \frac{0.272 T_e^{3/2} q}{2R_0 B_t^2} v_e^* \quad (2.17)$$

Donde  $v_e^*$  es un valor adaptado de la colisionalidad de los electrones que depende de  $Z_{eff}$ ,  $R_0$ ,  $q$ , la densidad de electrones, la razón de aspecto y la temperatura electrónica;  $C_{\chi_{e,neo}}$  es una constante ajustable para cada disparo; y  $\rho$  es el radio menor del punto en que se está calculando la conductividad.

El transporte anómalo se calcula con la difusividad térmica anómala de los electrones, cuya expresión es la siguiente [Fon 01]:

$$\chi_{e,an} = \chi_{e,RLW} \left( 1 - \frac{\nabla T_{e,crit}}{|\nabla T_e|} \right) H(|\nabla T_e| - \nabla T_{e,crit}) H(S - S_{crit}) H(S_{max} - S) \quad (2.18)$$

Donde  $H$  es la función de Heaviside y  $S$  la cizalla magnética:

$$S = \frac{1}{q^2} \frac{\delta q}{\delta \rho} \quad (2.19)$$

Donde  $S_{crit}$  y  $S_{max}$  son los valores entre los cuales se puede producir transporte anómalo. La expresión de  $\chi_{e,RLW}$  es la siguiente:

$$\chi_{e,RLW} = C_{\chi_{e,RLW}} (1 - \epsilon^{1/2}) \left( \frac{1}{T_e} \frac{\delta T_e}{\delta \rho} + 2 \frac{1}{n_e} \frac{\delta n_e}{\delta \rho} \right) \left( \left| \frac{\delta q}{q^2 \delta \rho} \right| + 0.01 \right)^{-1} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{1/2} \frac{(1 + Z_{eff})^{1/2}}{B_t R_0^{1/2}} \quad (2.20)$$

Donde  $C_{\chi_{e,RLW}}$  es una constante;  $\epsilon$  es el inverso de la relación de aspecto; y  $Z_{eff}$  una media de la carga de los iones.

El transporte de energía de los iones se calcula de manera análoga a la de los electrones, sumando la contribución neoclásica y anómala de la difusividad térmica,

$$\chi_i = \chi_{i,neo} + \chi_{i,an} \quad (2.21)$$

El valor de la difusividad térmica neoclásica de los iones se obtiene como

$$\chi_{i,neo} = (\nabla\rho)^2 \frac{n_i \chi_{g,neo} + n_{imp} \chi_{imp,neo}}{n_{ion}} \quad (2.22)$$

En esta ecuación  $n_{ion}$  es la densidad total de iones en el plasma, que es la suma de la densidad de iones ( $n_i$ ), de la primera impureza ( $n_{imp}$ ) y de la segunda impureza. Los valores de la difusividad térmica de la primera impureza y de los iones del plasma se obtienen a partir del factor de seguridad, temperatura de los iones, campo magnético toroidal y sus respectivas masas atómicas, densidades, carga y colisionalidad. Además el valor de la difusividad térmica está multiplicado por una constante que se puede cambiar en cada simulación que permite ajustar mejor los valores experimentales.

La difusividad térmica anómala de los iones se relaciona con la conductividad térmica de los electrones por la siguiente expresión:

$$\frac{\chi_{i,an}}{\chi_{e,an}} = C \frac{2T_e}{\chi_{i,e} (T_e + T_i)} \frac{Z_i}{(1 + Z_{eff})^{1/2}} \frac{n_e - Z_{fast} n_{fast}}{n_{ion}} \quad (2.23)$$

Donde el subíndice *fast* indica los iones inyectados por calentamiento NBI.

#### 2.2.2.2. Transporte de partículas

Para el cálculo del flujo de partículas también se calculan los términos neoclásico y anómalo, tanto para los iones como para las impurezas,

$$D_i = D_{i,neo} + D_{i,an} \quad (2.24)$$

$$D_{imp} = D_{imp,neo} + D_{imp,an} \quad (2.25)$$

Los coeficientes neoclásicos vienen dados por las siguientes ecuaciones,

$$D_{i,neo} = D_{e,neo} + 2C_{\chi_{i,neo}} \times 0.0038065 M_i^{1/2} \frac{q^2}{T_i^{1/2} B_t^{1/2}} Z_{imp}^2 n_{imp} \quad (2.26)$$

$$D_{imp,neo} = D_{e,neo} + 2C_{\chi_{i,neo}} \times 0.0038065 M_i^{1/2} \frac{q^2}{T_i^{1/2} B_t^{1/2}} (Z_i^2 n_i + Z_3^2 n_3) \quad (2.27)$$

donde  $C_{\chi_{i,neo}}$  es una constante;  $Z$  es el número atómico de los iones del plasma ( $i$ ), primera impureza ( $imp$ ) y segunda impureza (3); y

$$D_{e,neo} = 0.6192 C_{\chi_{e,neo}} \frac{0.272}{2R_0} \left( 1 + \frac{T_i}{T_e} \right) \frac{q T_e^{3/2}}{B_t^2} v_e^{**} \quad (2.28)$$

el valor de  $v_e^{**}$  es 0.79 si  $v_e$  es mayor de 0.79 y toma directamente el valor de  $v_e$  si su valor es inferior, siendo  $v_e$  el valor de la colisionalidad de los electrones.

Para los coeficientes anómalos de difusión de iones e impureza principal se impone que sean iguales a los de los electrones, que se calculan con las siguientes ecuaciones,

$$D_{i,an} = D_{imp,an} = D_{e,an} = C_{D_{i,an}} \chi_{e,an}^* \quad (2.29)$$

$$\chi_{e,an}^* = \chi_e - \chi_{e,neo} \quad (2.30)$$

donde  $\chi_{e,neo}$  viene dado por la ecuación (2.17). De manera análoga a los coeficientes de difusión, las velocidades de *pinch* se calculan sumando las contribuciones neoclásica y anómala de la velocidad, tanto para iones como para la primera impureza.

Los términos anómalos vienen dados por las siguientes expresiones,

$$\frac{V_{p_{i,an}}}{\chi_{e,an}^*} = -C_{V_p} \frac{(n_e + \sum n_j) Z_i}{\frac{T_i}{T_e} n_e + \sum (n_j Z_j^2)} \frac{\delta q}{qa \delta \rho} H \left( \frac{\delta q}{\delta \rho} \right) \quad (2.31)$$

$$\frac{V_{p_{imp,an}}}{\chi_{e,an}^*} = -C_{V_p} \frac{(n_e + \sum n_j) Z_{imp}}{\frac{T_i}{T_e} n_e + \sum (n_j Z_j^2)} \frac{\delta q}{qa \delta \rho} H \left( \frac{\delta q}{\delta \rho} \right) \quad (2.32)$$

donde los sumatorios se extienden para todos los tipos de iones, tanto plasma como impurezas y  $C_{V_p}$  son constantes ajustables para cada descarga simulada.

Los términos neoclásicos viene dados por,

$$V_{p_{i,neo}} = V_{pW}^{-} (\nabla \rho)^2 C_{\chi_{i,neo}} 0.0038065 M_i^{1/2} \frac{q^2}{T_i^{3/2} B_t^2} \left( 2Z_i Z_{imp} \frac{\delta(n_{imp} T_i)}{a \delta \rho} + Z_{imp}^2 n_{imp} \frac{\delta T_i}{a \delta \rho} \right) \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} V_{p_{imp,neo}} &= V_{pW}^{-} (\nabla \rho)^2 C_{\chi_{i,neo}} 0.0038065 M_i^{1/2} \frac{q^2}{T_i^{3/2} B_t^2} \times \\ &\times \left( 2Z_i Z_{imp} \frac{\delta(n_i T_i)}{a \delta \rho} - (Z_i + c_3 Z_3) (2Z_i + 3Z_{imp}) n_i \frac{\delta T_i}{a \delta \rho} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Donde  $V_{pW}$  es una velocidad de *pinch* que tiene en cuenta el campo magnético poloidal, la realción de aspecto, la colisionalidad y la geometría. El flujo de electrones se deduce de la condición de ambipolaridad, a partir de los flujos de los iones, impureza principal y segunda impureza,

$$\Gamma_e = Z_i \Gamma_i + Z_{imp} \Gamma_{imp} + Z_3 \Gamma_3 \quad (2.35)$$

### 2.2.2.3. Cálculos geométricos

En la versión original de PRETOR, siendo un simulador pensado para tokamaks, el cálculo de las superficies magnéticas y de los campos y corrientes se realiza a partir de un pequeño número de variables, como son el radio mayor, el radio menor, la triangularidad y la elongación del plasma.

El cálculo de las superficies magnéticas se hace mediante las siguientes fórmulas [Bou 92]:

$$R(\rho, \theta) = R_0(\rho) + a\rho \cos\theta + \delta(\rho) \cos 2\theta \quad (2.36)$$

$$Z(\rho, \theta) = \kappa(\rho) a \rho \sin\theta - \kappa(\rho) \delta(\rho) \sin 2\theta \quad (2.37)$$

Donde  $R_0$  es el desplazamiento de las superficies magnéticas,  $\kappa(\rho)$  es la elongación y  $\delta(\rho)$  la triangularidad, que pueden modificarse durante las simulaciones.  $R$  y  $Z$  son las coordenadas cilíndricas del plasma y  $\rho$  y  $\theta$  son las coordenadas de flujo.

## 2.3.- Diferencias entre tokamaks y stellarators

Entre las dos grandes vertientes en que se puede separar las máquinas de confinamiento magnético hay similitudes pero también diferencias que hacen que un código escrito para tokamaks no sea aplicable directamente a máquinas de tipo stellarator sin un análisis previo.

En un tokamak el campo magnético toroidal viene inducido por una corriente en el plasma producida por unas bobinas externas a éste, mientras que en los stellarators todos los campos magnéticos son inducidos por bobinas externas. Esto hace que en un plasma de un stellarator no haya, o sean mínimas, corrientes internas.

Otra diferencia fundamental es la complejidad de las superficies magnéticas, en un tokamak hay simetría axial, mientras que en los stellarators no se encuentra ningún tipo de simetría. De este modo es más comprometido hacer aproximaciones.

El hecho de tener todos los campos magnéticos definidos por bobinas externas se derivan unas características que hacen diferentes los stellarators a los tokamaks. Los stellarators pueden



trabajar de manera continua. Por otro lado la corriente interna en el plasma tiene un efecto estabilizador, con lo que será algo más complejo trabajar con stellarators.

También el transporte anómalo será diferente en los stellarators al de los tokamaks, pues en las máquinas actuales, con medidas similares en los dos tipos de máquinas, se han llegado a correlaciones empíricas diferentes.

## 2.4.- Desarrollo del código PRETOR-Stellarator

En el marco de los convenios entre la Asociación EURATOM-Ciemat y la *Universitat Politècnica de Catalunya* “Desarrollo del código PRETOR para su aplicación a stellarators. Validación experimental en TJ-II” e “Ingeniería de plasmas en reactores de fusión termonuclear tipo stellarator” se ha desarrollado el código PRETOR-Stellarator a partir de la versión 2.2 del código PRETOR.

Para realizar la versión PRETOR-Stellarator se han tenido que introducir algunos cambios en el código para que éste sea capaz de simular este tipo de máquinas. En el código se ha tenido que cambiar el cálculo de las superficies magnéticas, pues de otro modo el perfil de la temperatura no se puede simular bien. Otro módulo que ha debido cambiarse es el de los modelos de transporte, se han de introducir los modelos adecuados para stellarators, en vez del RLW implementado, que sólo es válido para grandes tokamaks.

### 2.4.1.- Cálculos geométricos

Se han tenido que recalcular todas las variables geométricas y anular las llamadas en todo el código a las funciones que calculaban el equilibrio magnético. Esto se ha hecho para evitar llamadas a funciones que ya no se usan en el código y así prevenir el mal funcionamiento durante las simulaciones. En el caso de un stellarator como TJ-II (en el que se ha basado el estudio para realizar PRETOR-Stellarator) si no hay calentamiento por inyección de haces neutros, el equilibrio magnético no cambia. Esto hace que el equilibrio magnético se calcule al principio de la simulación y no tenga que variarse durante ésta. Si se quiere introducir calentamiento por

haces neutros esta asunción no tendrá validez y se deberá retocar el código para permitir recalculer el nuevo equilibrio con NBI.

En el código original, aprovechando la simetría axial de los tokamaks se calculaban las superficies magnéticas a partir de unos pocos parámetros de la geometría del plasma como son los radios mayor y menor, la elongación y la triangularidad ( $R_0$ ,  $a$ ,  $\delta$ ,  $\kappa$ ). Como en un stellarator esta simetría axial no existe, el cálculo de las superficies magnéticas es mucho más complejo.

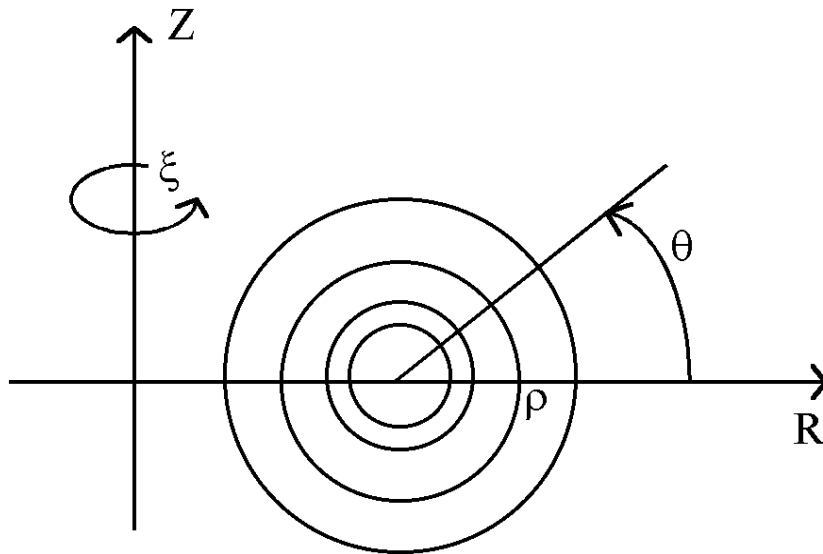


Fig. 2.3. Sistemas de coordenadas cilíndricas y de flujo.

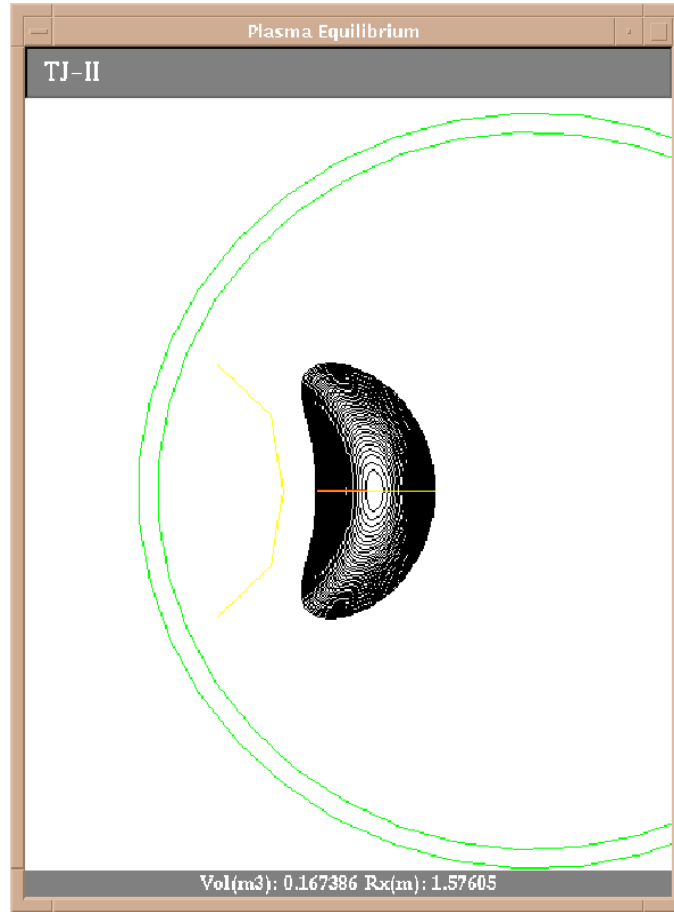
El cálculo de las superficies magnéticas se realiza con el código VMEC (*Variational Moments Equilibrium Code*). Es un código que resuelve las ecuaciones del equilibrio magnético a partir de las condiciones iniciales de presión del plasma y da como resultado la geometría de las superficies del flujo. Las coordenadas cilíndricas ( $R, Z, \varphi$ ) de un punto de una superficie magnética se dan a través de las coordenadas de flujo ( $\rho, \theta, \xi$ ) según la siguiente serie de Fourier:

$$R(\rho, \theta, \xi) = \sum R_{m,n}(\rho) \cos(m\theta - n\xi) \quad (2.38)$$

$$Z(\rho, \theta, \xi) = \sum Z_{m,n}(\rho) \sin(m\theta - n\xi) \quad (2.39)$$

El código VMEC da los coeficientes de Fourier ( $R_{m,n}$ ,  $Z_{m,n}$ ) de las expansiones anteriores. A partir de estos coeficientes de Fourier, PRETOR-Stellarator calcula el tensor métrico de cada

superficie. Por tanto se ha adaptado el código para que lea los coeficientes dados por VMEC y a partir de estos datos calcular el equilibrio magnético y diversos parámetros geométricos.



**Fig. 2.4.** Captura de pantalla de PRETOR-Stellarator en la que se aprecian las superficies magnéticas de TJ-II.

La geometría de un stellarator es tridimensional y muy compleja, mientras que el código PRETOR-Stellarator realiza los cálculos sobre la coordenada radial. Para tener en cuenta en los cálculos de transporte la geometría tridimensional de estas máquinas se introduce el tensor métrico medio ( $\langle (\nabla\rho)^2 \rangle_\psi$ ) de cambio de coordenadas cilíndricas a coordenadas de flujo sobre cada superficie en los cálculos del flujo de calor y partículas :

$$\varphi_e = -\langle (\nabla\rho)^2 \rangle_\psi n_e \chi_e \frac{\delta T_e}{\delta\rho} + \frac{3}{2} T_e \Gamma_e \quad (2.40)$$

$$\Gamma_i = -\langle (\nabla\rho)^2 \rangle_\psi D_i \frac{\delta n_i}{\delta\rho} + \langle |\nabla\rho| \rangle_\psi n_i V_{p,i} \quad (2.41)$$

En la adaptación del código a stellarators se ha tenido que controlar que la nueva forma de calcular los parámetros geométricos no varíe el significado de los mismos de manera de no inducir a error en el cálculo de las variables físicas que dependen de estos parámetros geométricos.

#### 2.4.2.- Modelos de transporte

En el código original sólo estaba implementado el modelo de Rebut-Lallia-Watkins, éste es un modelo semi-empírico deducido a partir de descargas en grandes tokamaks. Se ha comprobado que este modelo no es válido en stellarators de tamaño medio como es el TJ-II, por tanto se han tenido que introducir nuevos modelos apropiados a estas máquinas.

Se han introducido diferentes modelos de transporte, tanto para la difusividad térmica de los electrones e iones como para la difusión de partículas. Estos modelos están resumidos en la tabla 2.2.

<b>Difusividad térmica electrones</b>	<b>Difusividad térmica iones</b>	<b>Difusión de partículas</b>
Alcator forma fija	Alcator forma fija	Neoclásico
Alcator con límite beta	Hinton-Hazeltine	Perfil constante
Empírico sin dependencia de la densidad	Hinton-Hazeltine con corrección Chang-Hinton	Alcator forma fija
Pseudoclásico	Empírico sin dependencia de la densidad	Alcator
Alcator fijo y beta		Pseudoclásico
Alcator fijo y mejorado con NBI		Proporcional a la conductividad térmica
Empírico LHD		

**Tabla 2.2.** Modelos de transporte implementados en PRETOR-Stellarator.

El hecho de introducir diversos modelos de transporte permite una mayor flexibilidad del código, ya que de esta manera se puede escoger el modelo de transporte que se adapte mejor a cada máquina y régimen de confinamiento.

El principal modelo utilizado para el estudio de la conductividad térmica de los electrones es el empírico LHD que supone que se tiene una dependencia de la temperatura y densidad según la ley de escala LHD.

#### 2.4.2.1. Modelo empírico LHD

La conductividad térmica en el modelo LHD viene dada por la siguiente expresión:

$$\chi_e = C_1 \chi_e^* \chi_{e,23} \quad (2.42)$$

Donde se define:

$$\chi_e^* = \begin{cases} 1 + C_2 e^{-(1-\rho)/0.05} & \text{si } C_3 \geq 1 \\ 1 + C_2 (1 - \text{step}(\rho, C_3, 0.05)) & \text{si } C_3 < 1 \end{cases} \quad (2.43)$$

Siendo  $\rho$  el radio efectivo de la superficie;  $C_i$  son parámetros ajustables para cada descarga; y la función *step* viene definida como:

$$\text{step}(\rho, C_3, 0.05) = \left[ 1 + \exp \left( \frac{1}{0.05} \left( \frac{\rho - C_3}{C_3} \right) \right) \right]^{-1} \quad (2.44)$$

Con el límite de que el valor absoluto del argumento de la exponencial sea menor o igual a 30. Si es mayor de 30 se toma como 30, y si es menor de -30 se le da el valor de -30.

$\chi_{e,23}$  corresponde a la conductividad electrónica obtenida de imponer el balance de potencia en la posición radial  $\rho=2/3$ , según la siguiente expresión:

$$\chi_{e,23} = -\frac{W}{1.6 \times 10^{-3} \tau_{LHD} (\nabla \rho)^2 n_e \nabla T_e S} \Big|_{\rho=2/3} \quad (2.45)$$

Para calcular el tiempo de confinamiento ( $\tau_{LHD}$ ) se utiliza la escala LHD:

$$\tau_{LHD} = 0.17 \langle n_{e,20} \rangle_l^{0.69} B_t^{0.84} a^2 R_0^{0.75} P_{in}^{-0.58} A^{0.5} \quad (2.46)$$

Donde  $\langle n_{e,20} \rangle_l$  es la densidad de línea de los electrones en términos de  $10^{20} \text{m}^{-3}$ ;  $B_t$  el campo magnético toroidal;  $a$  es el radio menor del plasma;  $R_0$  el radio mayor;  $P_{in}$  la potencia inyectada; y  $A$  la masa atómica de los iones del plasma.

### 2.4.3.- Estudios realizados

Con la nueva versión del código de transporte PRETOR, desarrollada íntegramente en el *Departament de Física i Enginyeria Nuclear* [Fon 99] se han simulado diferentes descargas del heliac flexible TJ-II [Fon 00], obteniendo resultados acordes con los datos experimentales. Con estas primeras simulaciones realizadas se ha visto que los cambios hechos al código hacen posible su utilización para máquinas tipo stellarator.

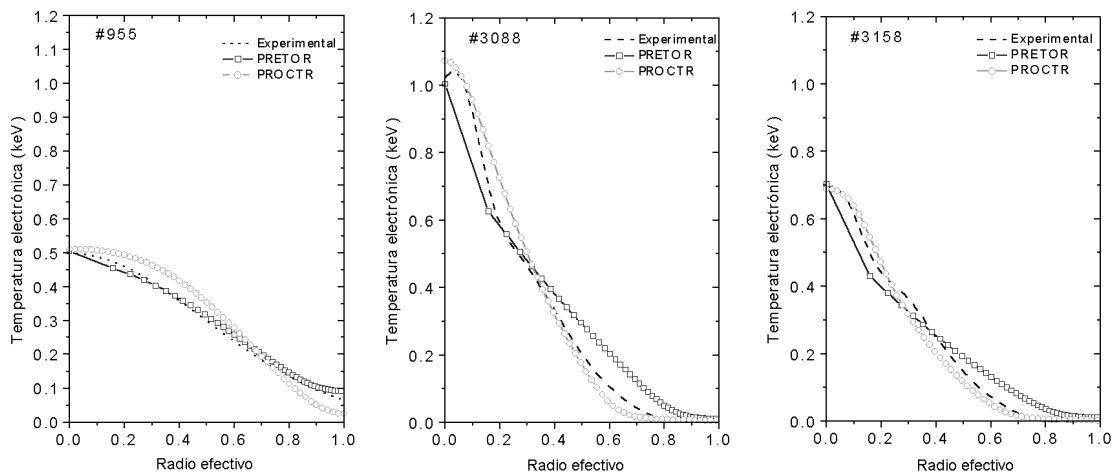
Para realizar los primeros estudios y comprobar la bondad de los cambios realizados se reprodujeron tres descargas de TJ-II. Una de las descargas correspondiente a la primera campaña experimental, de baja temperatura y bajo calentamiento. Las otras dos descargas pertenecen a otra campaña experimental en la que las temperaturas y calentamiento son mayores. Las tres descargas tienen la misma configuración magnética de este modo se pueden comparar entre sí sin que la geometría de las superficies magnéticas afecte a los resultados.

En la tabla 2.3 se presentan resumidos los parámetros más importantes de las descargas utilizadas para la comprobación de la validez de los cambios hechos en PRETOR.

Parámetro	#955	#3088	#3158
Radio menor medio	19 cm	19 cm	19 cm
Calentamiento ECRH	250 kW	500 kW	300 kW
Temperatura electrónica central	0.5 keV	1.0 keV	0.7 keV
Densidad electrónica central	$0.5 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$	$0.9 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$	$1.0 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$
Potencia radiada	~200 kW	57 kW	57 kW

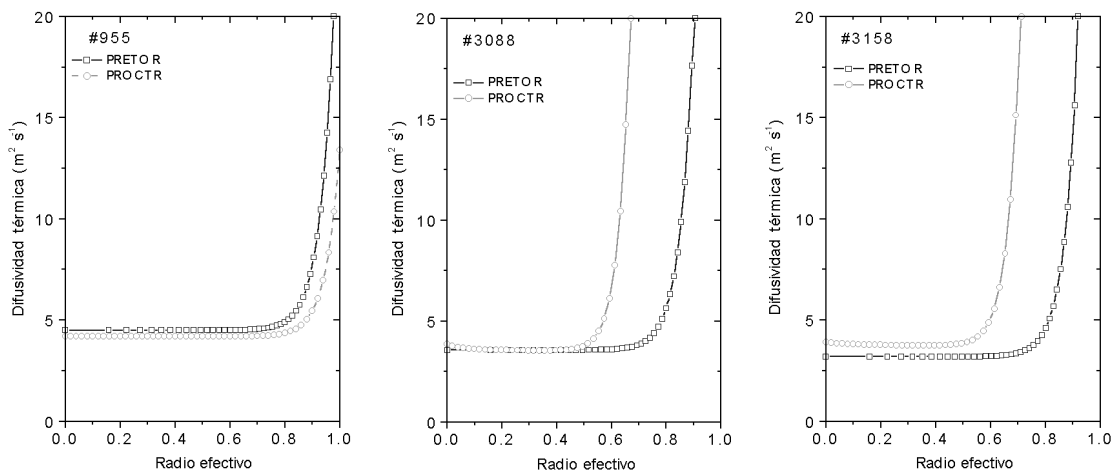
**Tabla 2.3.** Parámetros de las descargas utilizadas para los primeros estudios con PRETOR-Stellarator.

En los estudios se ajusta el perfil de la temperatura electrónica al perfil experimental y así se encuentra el perfil de la difusividad térmica de la descarga que permite el ajuste. En este caso se han comparado los resultados del ajuste con los resultados del código PROCTR para validar los resultados de PRETOR-Stellarator.



**Fig. 2.5.** Simulaciones de la temperatura electrónica con PRETOR-Stellarator y PROCTR y comparación con los datos experimentales para tres descargas de TJ-II.

Como se ve en la figura 2.5 el ajuste con la temperatura experimental es bastante bueno y la coincidencia entre los perfiles de temperatura de los dos códigos también es muy parecida. Una vez ajustados los perfiles de la temperatura se pasa a comparar los resultados de la difusividad térmica de los dos códigos.



**Fig 2.6.** Valores de la conductividad térmica de los electrones obtenidos con PRETOR-Stellarator y PROCTR para tres descargas de TJ-II.

En la figura 2.6 se muestra la comparación de los resultados de la difusividad térmica de los electrones obtenidos con PRETOR-Stellarator y PROCTR, todos ellos son muy similares en el centro, pero a medida que se acercan al borde la disparidad aumenta ya que el modo de tratar el borde del plasma en los dos códigos es diferente, además de ser una región del plasma que presenta mayores problemas de modelización.

Con estas tres descargas de TJ-II también se estudió el balance de potencia. Para ello se utilizan los resultados del código PRETOR-Stellarator, que están resumidos en la tabla 2.4.

Potencia	#955	#3088	#3158
Pérdidas por radiación (simulada)	200 kW	64 kW	61 kW
Pérdidas por radiación (experimental)	-	57 kW	64 kW

**Tabla 2.4.** Resultados de PRETOR-Stellarator del balance de potencia y comparación con los datos experimentales.

Para la descarga #3088 se tiene un valor experimental de pérdidas por radiación de 57 kW, ligeramente inferior del resultado de PRETOR-Stellarator pero dentro de los márgenes de error de los datos experimentales e incertidumbres del código. Lo mismo sucede con la descarga #3158 en la que el valor experimental de estas pérdidas es de 64 kW. Para la descarga #955 no se tienen datos experimentales.



En el balance de potencia también se puede observar como las pérdidas por radiación en la primera campaña experimental (#955) son mucho mayores que en la segunda. Esta mejora es debida a que ha cambiado la forma de absorción de las microondas. También es debido a que los plasmas de las descargas #3088 y #3158 son más limpios por la introducción de descargas de limpieza de argón.

## 2.5.- Conclusiones

El código PRETOR ha sido ampliamente utilizado en los estudios de fusión por confinamiento magnético y puede considerarse como una buena herramienta para los estudios del transporte en el plasma.

El modelo de Rebut-Lallia-Watkins implementado en PRETOR v2.2, ha sido validado para descargas de grandes tokamaks pero no es válido para la simulación de descargas de stellarators.

Hay grandes diferencias entre tokamaks y stellarator que hacen que el código PRETOR no sea directamente aplicable a máquinas tipo stellarator, por tanto ha sido necesario un cambio en el código para poder simular descargas en este tipo de máquinas.

En el *Departament de Física i Enginyeria Nuclear* se han introducido cambios necesarios en los cálculos geométricos y el transporte para poder simular plasmas en stellarators. Se ha realizado una primera tanda de simulaciones con PRETOR-Stellarator encaminadas a validar esta versión del código. Los primeros resultados y su comparación con el código PROCTR parece indicar que los cambios introducidos son válidos para la simulación de plasmas en stellarators.