Apéndice II

Modelos de transporte aplicados a stellarators

En el capitulo 6 se presentan las modificaciones introducidas en el código PRETOR para adaptarlo a la simulación de dispositivos tipo stellarator. Uno de estos cambios supone la substitución del modelo de transporte de Rebut-Lallia-Watkins, implementado en la versión inicial de PRETOR, por otros modelos que tienen en cuenta los conocimientos adquiridos en stellarators (apartado 6.3).

En este apéndice se detallan las expresiones correspondientes a estos modelos introducidos en PRETOR-Stellarator con el fin de determinar la difusividad térmica de los electrones e iones y la difusividad de los iones [How90].

II.1 Conductividad térmica de los electrones

II.1.1 Modelo empírico de Alcator con forma fija

Este modelo tiene un perfil para la conductividad fijado por las constantes C_1, C_2 y C_3. Presenta una simple dependencia con la densidad media de electrones.

$$\chi_e = \frac{0.2}{\langle n_e \rangle_{lin}} C_1 \left[C_1 + C_2 \rho^{C_3} \right] \qquad \textbf{(Ec. II.1)}$$

II.1.2 Modelo de Alcator con límite de beta suave

Este modelo tiene una dependencia inversamente proporcional con la densidad de electrones, al igual que el modelo de Alcator con forma fija, pero este además incorpora una dependencia con el valor de la beta según la expresión.

$$\chi_e = \begin{cases} \chi_e^* \exp\left[\left(\frac{2\beta}{R_0/a} \right)^2 \right] & si\ \chi_e^* \le 20 \\ 20 \exp\left[\left(\frac{2\beta}{R_0/a} \right)^2 \right] & si\ \chi_e^* > 20 \end{cases} \qquad \textbf{(Ec. II.2)}$$

donde se define

$$\chi_e^* = \frac{C_1}{\langle n_e \rangle_{lin}}$$

siendo: $\beta = 4 \times 10^{-11} \dfrac{P}{B_t / q\, A}$

II.1.3 Modelo empírico sin dependencia de la densidad

Este modelo no depende de ningún parámetro del plasma, el valor de la conductividad viene dado únicamente por el radio menor y por el valor de los parámetros del modelo.

$$\chi_e = \begin{cases} C_1 + C_2\, e^{-(1-\rho)/0.05} & si \quad C_3 \geq 1 \\ C_1 + C_2\left(1 - step(a, C_3, 0.05)\right) & si \quad C_3 < 1 \end{cases} \qquad \textbf{(Ec. II.3)}$$

La función *step* es una función *escalón* que hace que la conductividad aumente bruscamente cerca del radio menor cuyo valor está determinado por el parámetro C_3. Se define la función *step* como:

$$step(x, x_0, dx) = \left[1 + \exp\left(\frac{1}{dx}\left(\frac{x - x_0}{x_0}\right)\right)\right]^{-1} \qquad \textbf{(Ec. II.4)}$$

Se imponen los siguientes límites al argumento de la exponencial anterior

$$\text{si} \ \frac{1}{dx}\left(\frac{x-x_0}{x_0}\right) \geq 30 \quad \Rightarrow \frac{1}{dx}\left(\frac{x-x_0}{x_0}\right) = 30$$

$$\text{si} \ \frac{1}{dx}\left(\frac{x-x_0}{x_0}\right) \leq -30 \quad \Rightarrow \frac{1}{dx}\left(\frac{x-x_0}{x_0}\right) = -30$$

Este modelo es adecuado en los casos en que la densidad varía muy poco a lo largo del perfil.

II.1.4 Modelo Pseudoclásico

Este modelo presenta una dependencia global con el tiempo de confinamiento de la energía dado por la ley de escala LHD, $\tau_{LHD.}$

$$\chi_e = \left[C_1 + C_2(1 - \rho^{C_3})\right] \frac{a^2}{4\tau_{LDH}} + 20\, e^{-(1-\rho)/0.05} \qquad \textbf{(Ec. II.5)}$$

siendo

$$\tau_{LHD} = 0.17 < n_{e,20} >_l^{0.69}\ B_t^{0.84}\ a^2\ R_0^{0.75}\ P_{in}^{-0.58}\ A^{0.5} \qquad \textbf{(Ec. II.6)}$$

II.1.5 Modelo empírico de Alcator con forma fija y beta suave

Este modelo reúne las dependencias con los parámetros del plasma dados por el modelo de Alcator con forma fija (ecuación II.1) y el modelo de Alcator con límite beta (ecuación II.2).

$$\chi_e = \frac{0.2}{< n_e >_{lin}} \left[C_1 + C_2 \rho^{C_3}\right] \exp\left(\left(\frac{2\beta}{R_0 / a}\right)^2\right) \quad \textbf{(Ec. II.7)}$$

II.1.6 Modelo empírico de Alcator con forma fija e incremento proporcional a la potencia NBI

Este modelo tiene en cuenta un incremento en la conductividad producido en descargas con calentamiento adicional por NBI.

$$\chi_e = \frac{2}{< n_e >_l} \left[C_1 + C_2 \rho^{C_3}\right]\left(1 + \frac{5}{2} P_{NBI}\right) \quad \textbf{(Ec. II.8)}$$

II.1.7 Modelo empírico LHD

Este modelo presenta una dependencia global con la densidad a través de la ley de escala LHD del tiempo del confinamiento. La conductividad viene dada por la siguiente expresión.

$$\chi_e = C_1 \frac{\chi_e^*}{\chi_{e,23}} \quad \textbf{(Ec. II.9)}$$

donde se define

$$\chi_e^* = \begin{cases} 1 + C_2\, e^{-(1-\rho)/0.05} & si \quad C_3 > 1 \\ 1 + C_2 \left(1 - step(\rho, C_3, 0.05)\right) & si \quad C_3 < 1 \end{cases}$$

la función *step* es la misma que la anteriormente definida en la ecuación II.4.

$\chi_{e,23}$ corresponde a la conductividad electrónica obtenida de imponer el balance de potencia en la posición radial $\rho = 2/3$, según la expresión:

$$\chi_{e,23} = -\left.\frac{W}{1.6\times10^{-3}\, \tau_{LHD} \left\langle (\nabla\rho)^2 \right\rangle n_e\, \nabla T_e\, S}\right|_{\rho=2/3}$$

para ello se utiliza la ley de escala LHD para el tiempo de confinamiento (ecuación II.6).

II.2 Conductividad térmica de los iones

II.2.1 Modelo empírico de Alcator con forma fija

Se utiliza el mismo modelo que en el cálculo de la conductividad térmica de los electrones, apartado II.1.1

$$\chi_i = \frac{0.2}{\langle n_e \rangle_{lin}} C_1 \left[C_1 + C_2 \rho^{C_3} \right] \qquad \textbf{(Ec. II.10)}$$

II.2.2 Modelo de Hinton-Hazeltine

La conductividad dada por este modelo depende de la colisionalidad y del radio de Larmor en cada punto del perfil según la expresión:

$$\chi_i = \left(1 + \alpha\, q^2\right) \nu_i \rho_i^2 \qquad \textbf{(Ec. II.11)}$$

ρi es el radio de Larmor de los iones. $\rho_i = 4.57 \times 10^{-3} \dfrac{M_i^{1/2}\ T_i^{1/2}}{B_t}$

$$\nu_i = \frac{1}{\sqrt{2}\ 42895} \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \frac{n_i}{n_e} Z_{eff}^i \frac{1}{\sqrt{M_i}} \frac{1.53 \times 10^4 n_e \ln \Lambda}{T_e^{3/2}}$$

$\ln \Lambda = 1 - \dfrac{1}{17.25} \ln \dfrac{n_e^{1/2}}{T_e}$ es el logaritmo de Coulomb.

se define

$$\alpha = 0.66 \left[1.77 \frac{\nu_i^* \varepsilon^{3/2}}{1 + 0.74 \nu_i^* \varepsilon^{3/2}} + \frac{K}{\left(1 + 1.03 \sqrt{\nu_i^*} + 0.31 \nu_i^* \right) \varepsilon^{3/2}} \right] \qquad \textbf{(Ec. II.12)}$$

$$K = 1$$

$$\nu_i^* = \frac{R_0 q}{\varepsilon^{3/2}\ v_{th,i}} \nu_i$$

$$v_{th,i} = 3.10 \times 10^5 \frac{T_i^{1/2}}{A^{1/2}}$$

En las expresiones anteriores Z^i_{eff} es una Z efectiva ligeramente diferente de la definición habitual que tiene en cuenta la diferencia entre las frecuencias de colisión entre partículas iguales y distintas.

$$Z_{eff}^i = \frac{1}{n_i} \left[n_i + \sqrt{2} \left(n_{He}\ Z_{He}^2 + \sum_j n_I \langle Z_j^2 \rangle \right) \right]$$

II.2.3 Modelo Hinton-Hazeltine con corrección Chang-Hinton

Es igual que el modelo anterior pero en este caso en la ecuación II.12 se usa el siguiente valor

$$K = 1 + 2.85\varepsilon^{1/2} - 2.33\,\varepsilon^{1/2} \qquad \textbf{(Ec. II.13)}$$

II.2.4 Modelo empírico sin dependencia de la densidad

El valor de la conductividad viene dado por las mismas expresiones utilizada en el caso de la conductividad de los electrones (apartado II.1.3)

II.3 Difusividad de los iones

II.3.1 Modelo Neoclásico

En este modelo el valor de la difusividad depende de la colisionalidad y del radio de Larmor en cada punto del perfil según la expresión:

$$D_i = C_1(1 - e_k q^2)\rho_e^2 \nu_e \qquad \textbf{(Ec. II.14)}$$

ρ_e es el radio de Larmor de los electrones: $\rho_e = 1.07 \times 10^{-4}\ \dfrac{T_e^{1/2}}{B}$ **(Ec. II.15)**

y donde se define

$$e_{k11} = \frac{A^{-3/2}}{1 + 2\sqrt{\nu_e^*} + \frac{3}{2}\nu_e^*} + \frac{1}{2}\,\frac{\nu_e^* A^{3/2}}{1 + 0.9\,\nu_e^* A^{3/2}}$$

$$\nu_e^* = \frac{R_0\ q}{\varepsilon^{3/2}\ v_{th,e}}\,\nu_e$$

$$\nu_e = 1.529 \times 10^4\ Z_{eff}\ \frac{n_e \ln\Lambda}{T_e^{3/2}} \qquad \textbf{(Ec. II.16)}$$

$$\ln\Lambda = 1 - \frac{1}{17.25}\ln\frac{\sqrt{n_e}}{T_e}$$

$$v_{th,e} = 1.32 \times 10^7\ T_e^{1/2}$$

II.3.2 Perfil constante

En este caso se usa un valor de la conductividad uniforme para todo el perfil.

$$D_i = Cte \qquad \textbf{(Ec. II.17)}$$

II.3.3 Modelo empírico de Alcator con forma fija

Modelo similar al de mismo nombre utilizado en la conductividad de electrones (apartado II.1.1). El perfil de la conductividad está fijado por las constantes C_1, C_2 y C_3 y presenta una simple dependencia con la densidad media de electrones.

$$D_i = \frac{0.2}{\langle n_e \rangle_{lin}} (C_1 + C_2 \rho^{C_3}) \qquad \textbf{(Ec. II.18)}$$

II.3.4 Modelo de Alcator

Este modelo únicamente depende de forma inversamente proporcional con la densidad media de los electrones.

$$D_i = \frac{C_1}{\langle n_e \rangle_l} \qquad \textbf{(Ec. II.19)}$$

pero tiene impuesto un límite que no puede superar dado por el valor de D_{bohm}

$$D_{bohm} = 6.25 \times 10^2 \frac{T_e}{B_t}$$

II.3.5 Modelo Pseudoclásico

Al igual que el modelo neoclásico (apartado II.3.1) este modelo depende del radio de Larmor de los electrones, (Ec. II.15) y de la colisionalidad electrónica (Ec. II.16) pero además depende de la razón entre el campo magnético toroidal y poloidal según la expresión:

$$D_i = C_1 \left(\frac{B_t}{B_{pol}} \right)^2 \rho_e^2 \nu_e \qquad \textbf{(Ec. II.20)}$$

II.3.6 Modelo proporcional a la conductividad térmica

En este caso se supone que el valor de la difusión de los iones es proporcional al valor de la conductividad térmica de los electrones χ_e dado por cualquiera de los modelos detallados en el apartado II.1.

$$D_i = C_1 \; \chi_e \qquad \textbf{(Ec. II.21)}$$