

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRICA

SECCIO: VILANOVA I LA GELTRU

UNIVERSITAT POLITECNICA DE CATALUNYA

**ESTRATEGIAS DE REALIMENTACION DE LOS CONVERTIDORES
CONTINUA- CONTINUA. CASOS LINEAL Y NO LINEAL.**

**Memoria presentada para acceder al grado de
Doctor Ingeniero Industrial por Joan Majó Roca.**

Director:

Luis Martinez Salamero

Ponente:

Joan Perecaula Roura

Barcelona, Febrero de 1990

A la meva companya Pilu

Als meus fills Anna i Iago

Als meus pares Joan i M^a Rosa

AGRADECIMIENTOS

Mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que me han alentado y ayudado en la realización de este trabajo, aunque me gustaría particularizar en alguna de ellas.

A Luis Martínez por su dedicación en la dirección de este trabajo, así como en la introducción en el mundo de la Electrónica de Potencia.

Para Luis García de Vicuña y Francisco Guinjoan por su continuo apoyo, y las largas horas de discusión.

A Enric Fossas por su participación en toda la parte matemática, así como para Antonio Francisco Sánchez en la ayuda suministrada en el trabajo experimental.

Por último quiero agradecer a Ignasi Perat, Marcel Torrent y Eusebi Martínez Piera por su colaboración en la escritura de esta memoria.

Este trabajo ha sido realizado dentro del convenio de colaboración entre el Departamento de Ingeniería Electrónica (U.P.C) y la División de Electrónica de Potencia del L.A.A.S (C.N.R.S) de Toulouse (Acción Integrada Hispano - Francesa nº183 - año 1989)

INDICE

CAPITULO I

INTRODUCCION	1 - 1
------------------------	-------

CAPITULO II

FUNDAMENTOS DE LA REALIMENTACION DE ESTADO EN CONVERTIDORES CONMUTADOS BIDIRECCIONALES.

2.1 INTRODUCCION	2 - 1
2.2 INCIDENCIA DEL TIPO DE INTERRUPTOR EN EL COMPORTAMIENTO ESTATICO Y DINAMICO DE UN CONVERTIDOR CONMUTADO.CONDUCCION DISCONTINUA.	2 - 3
2.3 NECESIDAD DE UN INTERRUPTOR BIDIRECCIONAL.	2 - 9
2.4 ECUACION GENERAL EN EL ESPACIO DE ESTADO DEL MODELO DE UN CONVERTIDOR CONMUTADO UTILIZANDO DOS INTERRUPTORES CONTROLADOS COMPLEMENTARIAMENTE.	2 - 14
2.5 SISTEMA LINEAL. CONVERTIDOR BUCK BIDIRECCIONAL.	2 - 15
2.5.1 Controlabilidad.	2 - 15
2.5.2 Realimentación de estado.	2 - 17
2.5.3 Control de gran señal en la célula buck-smart.	2 - 19
2.5.4 Realimentación de estado.	2 - 22
2.5.5 Realimentación de estado con términos integrativos.	2 - 23
2.5.6 Respuesta forzada de la misma naturaleza que la excitación.	2 - 27

CAPITULO III

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES BIDIRECCIONALES DE ORDEN ELEVADO EN CONDICIONES DE REDUCCION DE ORDEN.

3.1 INTRODUCCION..	3 - 1
3.2 SISTEMA BILINEAL. CONVERTIDOR DE CUK BIDIRECCIONAL.	3 - 3
3.3 CONTROLABILIDAD.	3 - 4
3.4 CONTROL NO LINEAL DE UN CONVERTIDOR DE CUK. RECURRENCIA DISCRETA.	3 - 6
3.4.1 Control por realimentación de estado con compensación.	3 - 6
3.4.2 Integración de la ecuación general. Cálculo de τ	3 - 7
3.4.3 Realización de la adaptación a la carga y a la tensión de alimentación.	3 - 11
3.5 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO. RECURRENCIA DISCRETA.	3 - 15
3.5.1 Control por realimentación de estado con compensación.	3 - 18
3.5.2 Integración de la ecuación general. Cálculo de τ	3 - 19
3.5.3 Realización de la adaptación a la carga y a la tensión de alimentación.	3 - 22
3.6 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO. RECURRENCIA DISCRETA.	3 - 24
3.6.1 Controlabilidad.	3 - 26
3.6.2 Control por realimentación de estado con compensación.	3 - 27
3.6.3 Integración de la ecuación general. Cálculo de τ	3 - 27

3.6.4 Realización de la adaptación a la carga y a la tensión de alimentación.	3 - 31
3.6.5 Realización práctica.	3 - 32
3.6.5.1 Regulación hacia arriba, regulación hacia abajo y rendimiento.	3 - 35
3.6.5.2 Fenómenos dinámicos en régimen de gran señal.	3 - 37

CAPITULO IV

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES BIDIRECCIONALES. FORMULACION CONTINUA.

4.1 INTRODUCCION.	4 - 1
4.2 CONTROL DE LOS CONVERTIDORES BILINEALES. FORMULACION CONTINUA.	4 - 3
4.3 CONVERTIDOR BOOST.	4 - 5
4.3.1 Estabilidad del modelo en lazo abierto.	4 - 6
4.3.2 Ley de control.	4 - 8
4.3.3 Control directo de la tensión.	4 - 8
4.3.4 Control indirecto de la tensión.	4 - 10
4.3.5 Utilización de la corriente máxima en el inductor.	4 - 11
4.3.6 Estudio de la estabilidad en lazo cerrado.	4 - 14
4.4 CONVERTIDOR BUCK-BOOST.	4 - 15
4.4.1 Estabilidad del modelo en lazo abierto.	4 - 16
4.4.2 Ley de control.	4 - 18
4.4.3 Control directo de la tensión.	4 - 18
4.4.4 Control indirecto de la tensión.	4 - 20

4.4.5 Utilización de la corriente máxima en el inductor.	4 - 21
4.4.6 Estudio de la estabilidad en lazo cerrado.	4 - 24
4.5 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO.	4 - 24
4.5.1 Estabilidad del modelo en lazo abierto.	4 - 26
4.5.2 Ley de control.	4 - 27
4.5.3 Control directo de la tensión.	4 - 27
4.5.4 Control indirecto de la tensión.	4 - 29
4.5.5 Utilización de la corriente máxima en el inductor.	4 - 30
4.5.6 Estudio de la estabilidad en lazo cerrado.	4 - 32
4.5.7 Esquema del circuito de control.	4 - 32

CAPITULO V

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES MEDIANTE LA PSEUDOLINEALIZACION.

5.1 INTRODUCCION.	5 - 1
5.2 TRANSFORMACION GLOBAL DE UN SISTEMA NO LINEAL.	5 - 3
5.3 CONTROL DE CONVERTIDORES BILINEALES MEDIANTE LA PSEUDOLINEALIZACION.	5 - 6
5.4 CONVERTIDOR BOOST. TRANSFORMACION DE VARIABLES.	5 - 9
5.4.1 Ley de control sobre la base del modelo promediado linealizado.	5 - 10
5.4.2 Esquema del control de realimentación.	5 - 12
5.5 CONVERTIDOR BUCK-BOOST. TRANSFORMACION DE VARIABLES.	5 - 15
5.5.1 Ley de control sobre la base del modelo promediado linealizado.	5 - 16

5.5.2 Esquema del control de realimentación.	5 - 18
5.6 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO. TRANSFORMACION DE VARIABLES.	5 - 21
5.6.1 Ley de control sobre la base del modelo promediado linealizado.	5 - 25
5.6.2 Esquema del control de realimentación.	5 - 28
5.6.3 Realización práctica.	5 - 31
5.6.3.1 Regulación hacia arriba, regulación hacia abajo y rendimiento.	5 - 32
5.6.3.2 Fenómenos dinámicos.	5 - 33

CAPITULO VI

MODO DE DESLIZAMIENTO EN UN CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO Y $N = K = 1$.

6.1 INTRODUCCION.	6 - 1
6.2 REGIMEN "SLIDING". FORMULACION GENERAL Y PRINCIPALES RESULTADOS.	6 - 3
6.3 CONTROL DEL CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO MEDIANTE EL MODO "SLIDING".	6 - 7
6.3.1 Esquema del circuito de control.	6 - 14

CAPITULO VII

CONCLUSIONES.	7 - 1
-----------------------	-------

ANEXOS.

ANEXO I. **A. I - 1**
ANEXO II. **A. II - 1**
ANEXO III. **A III - 1**

BIBLIOGRAFIA.

BIBLIOGRAFIA. **B - 1**

CAPITULO I

1.1 INTRODUCCION

La principal dificultad en el análisis de los reguladores conmutados tiene su origen en la naturaleza altamente no lineal del convertidor. Para resolver este problema se propusieron en las dos últimas décadas diferentes técnicas de linealización que condujeron al establecimiento de modelos discretos o continuos del convertidor. Así, linealizada la planta, quedaba abierto el camino a la utilización de diferentes estrategias de control lineal, que tuvieron en la técnica de modulación PWM con un solo lazo de control su más conspicua representante durante la década de los 70. La utilización generalizada de esta alternativa radicaba en el conocimiento de los principios básicos de los sistemas continuos realimentados (criterios de estabilidad de Bode o de Nyquist, diseño de redes correctoras, etc.), así como en la fácil determinación experimental de su margen de validez mediante medida de la correspondiente función descriptiva.

Dentro de la estrategia de control lineal, las técnicas multilazo tuvieron diferente incidencia a la hora de constituir una alternativa seria a la técnica PWM con un solo lazo de control. El primer intento data de 1978 y se debe a Clique y a Fossard [7], quienes introducen, por primera vez, via simulación, la realimentación de estado en el control lineal de un convertidor continua-continua. Posteriormente Thau en 1979 [6], reproduce el planteamiento de aquellos, difiriendo en las hipótesis de partida: mientras Clique y Fossard modelan el convertidor a partir de la técnica de corriente inyectada [7] y separan el efecto del filtro de entrada de la acción del convertidor, Thau utiliza la promediación en el espacio de estado para modelar conjuntamente al filtro y al convertidor.

Sin embargo, las propuestas anteriores deberán esperar casi ocho años hasta verse hechas realidad en forma de control de gran señal de una célula "buck-smart" [4]. Durante todo ese tiempo la investigación en nuevas técnicas de control centró sus esfuerzos en un caso particular de la realimentación lineal de estado: el control en modo de corriente, que constituyó la mejor alternativa a la técnica PWM de un solo lazo.

Por otra parte, los límites de validez de las técnicas de control lineal anteriores vienen determinados por el margen de validez del modelo linealizado del convertidor, situado dentro de un pequeño entorno del punto de trabajo en régimen estacionario. De esta forma, el análisis se hace más difícil más allá de dicho entorno, cuando se requiere un comportamiento de gran señal.

Este caso es particularmente importante tanto en el diseño de un servosistema que utilice un convertidor conmutado con entrada de referencia variable, como en el análisis de un convertidor convencional sometido a perturbaciones de carga. El análisis es así mismo complejo en el caso del modo de conducción discontinua, en el que instante en que la corriente del conmutador se hace cero depende del estado del convertidor y no de su ciclo de trabajo. Además, la existencia de alinealidades adicionales, no relacionadas con las variables de control sino con las variables de estado del convertidor, dificulta notablemente el diseño de un lazo de realimentación para funcionamiento en gran señal.

Con objeto de evitar el modo de conducción discontinua y, al mismo tiempo, permitir la existencia de niveles bajos de carga, se introdujo el conmutador bidireccional, dando origen a una descripción bilineal del convertidor conmutado [1],[10]. La transformación de las células convertidoras canónicas en estructuras bidireccionales extendió las prestaciones dinámicas del convertidor de potencia ya que la constante de tiempo del filtro de salida se ve fuertemente afectada por la red de entrada de baja impedancia. Por otra parte, en tales convertidores bidireccionales no pueden utilizarse siempre las estrategias de control lineal, ya que aparecen a menudo transitorios de gran señal en la inversión del flujo de corriente. Por consiguiente, en dichos convertidores se hace obligatoria la utilización de control de gran señal (no lineal), que deberá tener en cuenta las alinealidades introducidas por el proceso de discretización, así como las condiciones adicionales que se necesitarán para obtener la regulación deseada en lazo cerrado.

En este sentido, cabe destacar la técnica de control de gran señal desarrollada por M. Valentin [1], [10] que ha proporcionado excelentes prestaciones en los convertidores elementales [1],[10] y que constituye el primer intento de aproximación sistemática al control no lineal de convertidores. Posteriormente, H. Sira-Ramírez [24], recogiendo la propuesta de Reboulet [25] y Hunt [26], introduce de forma teórica la técnica de pseudo-linealización [24] que permite la estabilidad global del sistema con independencia del punto de tra-

bajo.

El presente trabajo de investigación se inscribe dentro del contexto de aproximación mútua entre la Teoría de Sistemas y la Electrónica de Potencia, en el que se localizan las aportaciones de Valentin y Sira-Ramírez. Con la realización de la tesis doctoral generada en torno al mismo, se pretende profundizar en el diseño de nuevos circuitos de control no lineal para funcionamiento en gran señal de los convertidores conmutados.

En el capítulo 2, tras revisar las nociones básicas del control en gran señal y de la realimentación de estado, se presentan mediante simulación los fundamentos de las técnicas de control no lineal utilizadas en los capítulos posteriores.

En el capítulo 3, se extiende la técnica desarrollada por M. Valentin en convertidores elementales al caso de convertidores complejos en condiciones de reducción de orden.

Por otra parte, en el capítulo 4, se aplica la técnica desarrollada por M. Berbiche en el control de un ondulator basado en un convertidor "buck-boost" [3], al caso de los convertidores bidireccionales elementales y a un convertidor complejo en condiciones de reducción de orden.

Establecer el puente entre la descripción teórica de Sira-Ramírez [24] y la realización práctica de circuitos de control, constituye, a su vez, el objetivo del capítulo 5.

Como alternativa a los casos anteriores, se analiza en el capítulo 6 el comportamiento dinámico en modo de deslizamiento ("sliding") de un convertidor complejo en condiciones de reducción de orden.

Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones de la tesis, en las que destacan los resultados obtenidos, el margen de validez de los mismos y la comparación entre las diferentes alternativas analizadas.

CAPITULO II

FUNDAMENTOS DE LA REALIMENTACION DE ESTADO EN CONVERTIDORES CONMUTADOS BIDIRECCIONALES.

2.1 INTRODUCCION.

En este capitulo se explican los fundamentos físicos de los convertidores conmutados bidireccionales y las nociones básicas asociadas a la realimentación de estado: descripción lineal o bilineal de un sistema, controlabilidad y fijación de polos del sistema en lazo cerrado.

Finalmente, se analiza mediante simulación el comportamiento en gran señal de un convertidor "buck" bidireccional cuyo ciclo de trabajo experimenta variaciones de tipo sinusoidal o en forma de señal triangular o cuadrada.

2.2 INCIDENCIA DEL TIPO DE INTERRUPTOR EN EL COMPORTAMIENTO ESTÁTICO Y DINÁMICO DE UN CONVERTIDOR CONMUTADO. CONDUCCION DISCONTINUA.

El interruptor, supuestamente perfecto, que se desea utilizar es un interruptor unipolar de dos caminos, en el cual la corriente puede circular en los dos sentidos. Es un inversor (figura 2.1).

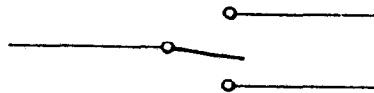


Figura 2.1 Interruptor unipolar de dos caminos.

En la actualidad los convertidores conmutados funcionan con interruptores electrónicos que no responden a las propiedades del inversor, ya que se utiliza en general la combinación de dos interruptores estáticos que son en la práctica la asociación de un interruptor controlado T (transistor bipolar, tiristor, transistor MOSFET) y de un diodo (interruptor no controlado) llamado diodo de recuperación o de camino libre D. Ahora bien, la asociación de un diodo con un interruptor unidireccional controlado no efectúa la función equivalente al símbolo propuesto (interruptor unipolar a dos caminos capaz de asegurar el paso de la corriente en los dos sentidos).

El interruptor clásico asociando un diodo y un componente unidireccional controlado es muy utilizado, ya que es suficiente un sólo control. Pero esta solución entraña la existencia de una configuración de bloqueo de la célula de potencia, apareciendo la conducción discontinua. Este modo de conducción, bien caracterizado por la evolución de la corriente en el/los elemento/elementos de almacenamiento dinámico es bien conocido de todos los autores que se ocupan del estudio de los convertidores en conmutación y ha sido objeto de numerosos trabajos, en particular desde el punto de vista dinámico.

Se van a encontrar las causas del fenómeno de la conducción discontinua y sus consecuencias, reproduciendo el análisis efectuado por M. Valentin [1], tomando como ejemplo los convertidores tensión-tensión de primer orden reductor (buck) y elevador (boost) funcionando sobre un tipo de carga RC.

Estos dos convertidores están representados en la figura 2.2.

Durante el periodo de conmutación T , pueden ocurrir dos situaciones: la corriente en la bobina L no se anula nunca (figura 2.3.a) o por el contrario esta corriente se anula a partir de un instante t' , durante \bar{T}_D (figura 2.3.b). El primer modo corresponde a la conducción continua y en el segundo modo corresponde

a la conducción discontinua.

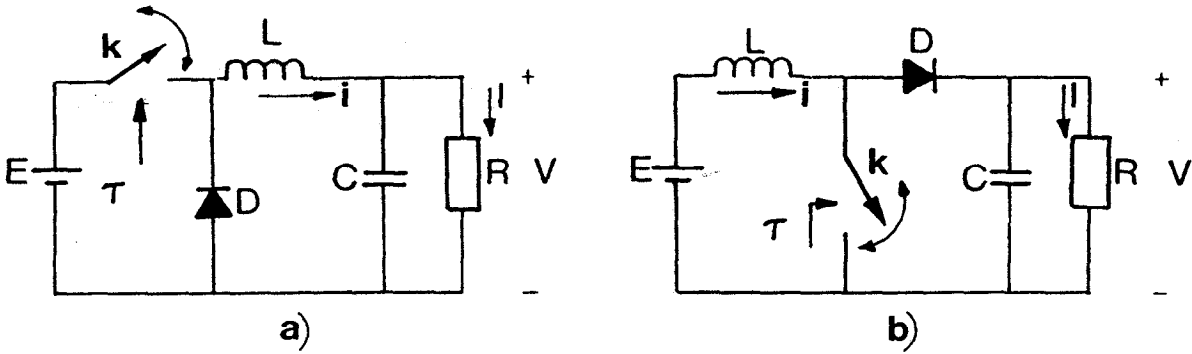


Figura 2.2 Convertidores con interruptores convencionales. a) Reductor, b) Elevador.

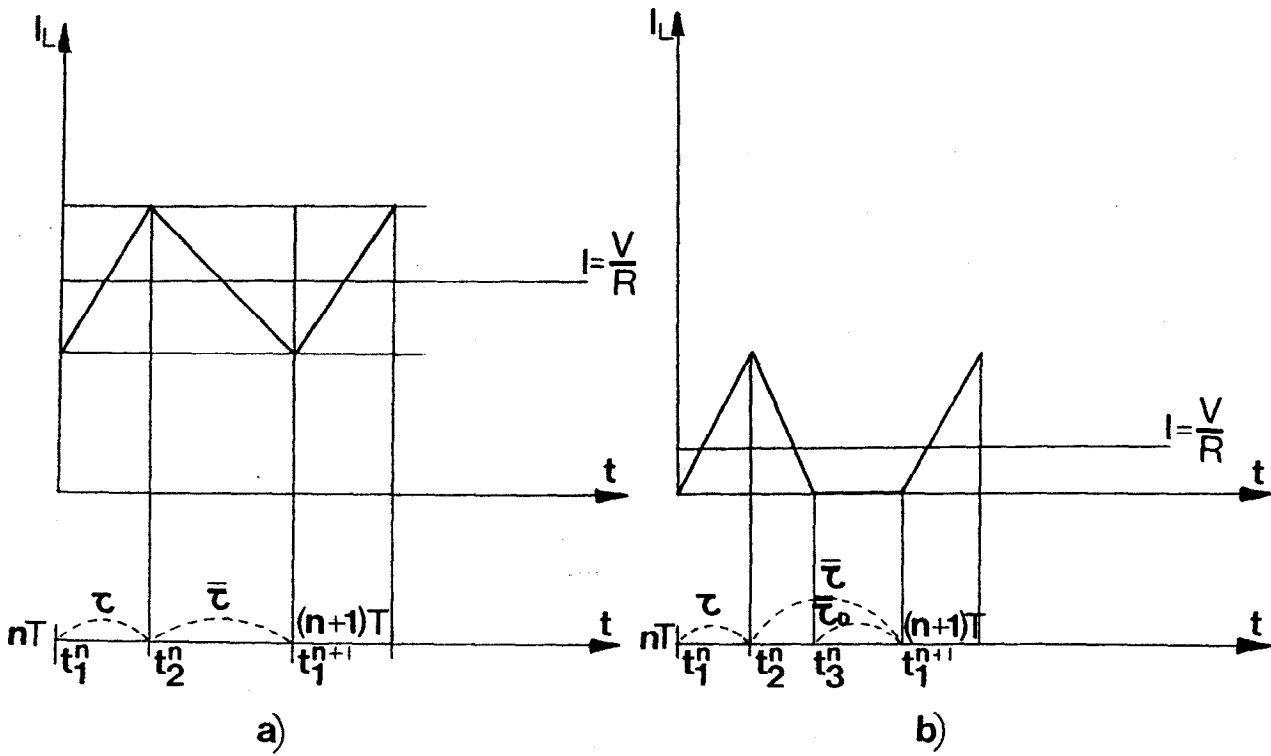


Figura 2.3 Los dos modos de conducción: a) continua b) discontinua.

Por otra parte, en conducción continua se cumple:

Para una célula tipo reductora (buck)
$$\frac{V}{E} = \Gamma$$

Para una célula tipo elevadora (boost) $\frac{V}{E} = \frac{1}{\Gamma}$

A su vez, en conducción discontinua se cumple:

Para una célula tipo reductora (buck) $\frac{V}{E} = \left[1 + \frac{2L}{\Gamma 2T} \frac{I}{E} \right]^{-1}$

Para una célula tipo elevadora (boost) $\frac{V}{E} = 1 + \frac{T \Gamma^2}{2L} \frac{E}{I}$

En conducción discontinua la carga interviene en la relación de las tensiones, o sea éstas no son solamente función del ciclo de trabajo Γ .

El modo discontinuo es característico de los convertidores conmutados convencionales. Este modo de funcionamiento tiene lugar en las situaciones siguientes:

-Valor insuficiente de L (si el convertidor funciona permanentemente en conducción discontinua).

-Para un valor de L dado y una potencia nominal dada, insuficiencia de la frecuencia de conmutación.

-Funcionamiento en pequeña carga para un convertidor trabajando en regulación alrededor de una tensión media de salida dada.

-Funcionando en pequeña carga y cuando la tensión de salida se aproxima a un valor límite bajo (pequeña relación del ciclo de trabajo) en el caso de un convertidor trabajando en regulación para una consigna variable periódica o no.

Las consecuencias al paso en modo discontinuo de un convertidor son las siguientes:

1) Rizado de salida y efectos electromagnéticos parásitos.

La figura 2.3.a y b muestra que la forma de onda de la corriente en la bobina presenta un aspecto pulsante más marcado que en la conducción continua, con consecuencias evidentes para la ondulación residual y los efectos parásitos electromagnéticos que eso entraña. Si se quiere reducir este rizado a un valor razonable, se puede aumentar el valor de C .

Además para una corriente de salida y una Γ dada el valor instantáneo de la corriente en el interruptor puede tomar valores mucho más elevados que si la célula funciona en conducción continua.

2) Fenómenos dinámicos.

Si se supone que la tensión de salida debe seguir una consigna variable positiva, periódica por ejemplo, de período grande frente al de conmutación.

En un convertidor reductor, el dominio de la tensión de salida $v(t)$ se extiende de cero a la tensión del generador E , mientras que evoluciona de E hasta teóricamente el infinito para un convertidor elevador, situación resumida en la figura 2.4.

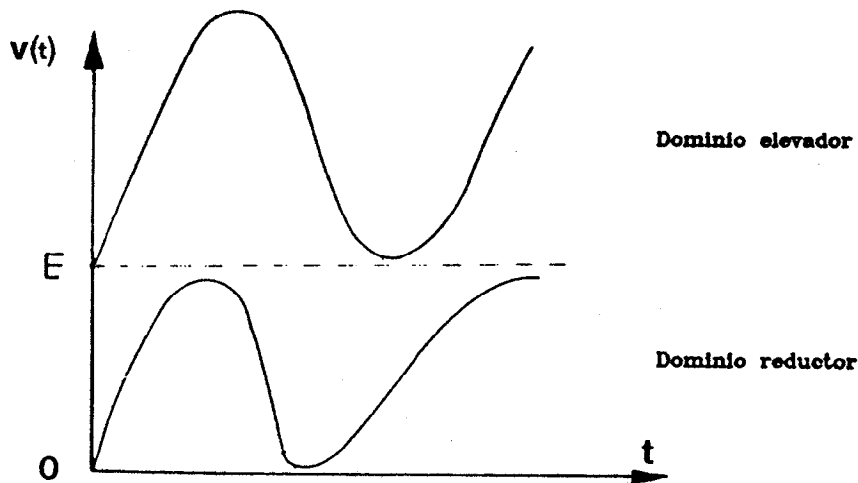


Figura 2.4 La tensión del generador es el límite inferior para un elevador y superior para un reductor.

Cuando la tensión de salida se aproxima al límite inferior cero, 0 , E según sea el tipo de convertidor, ésta corresponde de una parte a un valor pequeño de Γ , y de otra parte a un pequeño debilitamiento instantáneo: en efecto, para Γ muy pequeño, la corriente instantánea $I(t)$ en la carga es cercana al cero para un re-

ductor y E/R para un elevador. Generalmente, se escoge el valor de la bobina que satisfaga el funcionamiento relativo a los valores medios o eficaces, pasando entonces la célula a modo discontinuo. Por tanto según sea el tipo de célula tomada, la red de salida (RC) queda aislada del resto del circuito a causa del diodo (figura 2.5).

Durante la fase \bar{T}_D la corriente no puede invertirse en la bobina, el condensador no puede descargarse hacia la resistencia R: la tensión de salida disminuye con una constante de tiempo fijada por la carga, pero en vacío ella no puede teóricamente variar.

Esto es generalmente muy molesto, si se quiere seguir una consigna variable, además de las otras razones anteriormente expuestas en la elección de tomar C de elevado valor de capacidad. Este fenómeno también se manifiesta si la señal a seguir es de baja frecuencia: es suficiente que la pendiente en el origen de la ley exponencial de decrecimiento sea inferior a la que tenía la tensión de salida, en este instante empieza la conducción discontinua.

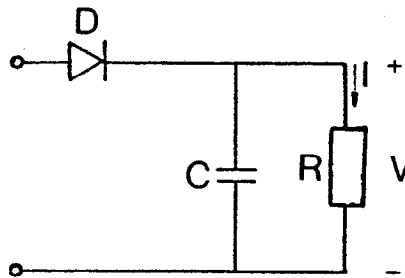


Figura 2.5 La red de salida queda aislada por el diodo D.

Se ve en particular que la naturaleza misma del interruptor utilizado habitualmente es un obstáculo al funcionamiento de gran señal de este tipo de convertidor.

3) Existencia de la conducción discontinua.

Cuando se manifiestan los dos modos de conducción, el circuito eléctrico puede tomar tres topologías diferentes, que en el caso de un convertidor elevador son las expuestas en la figura 2.6.

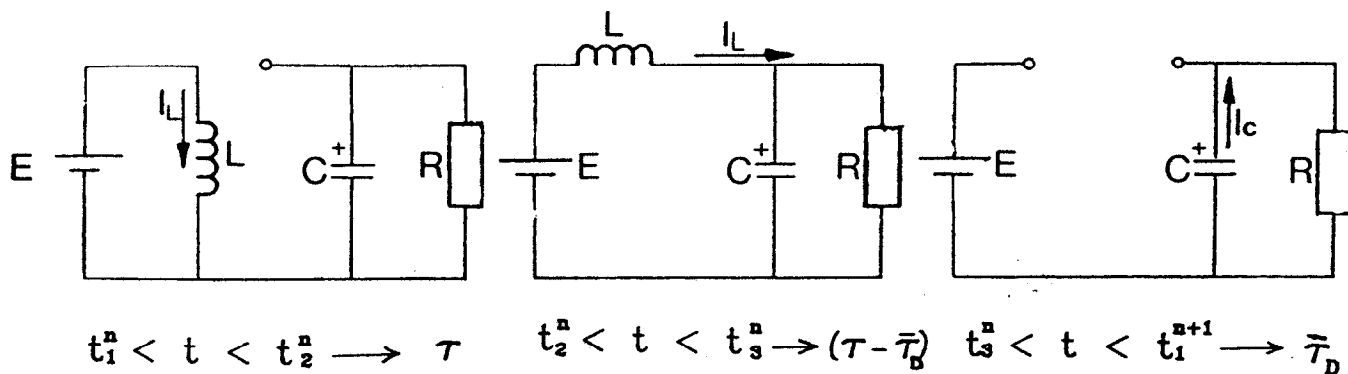


Figura 2.6 Topologías para un convertidor elevador con modo de conducción discontinua.

La conmutación en el período está indicada en la figura 2.7.

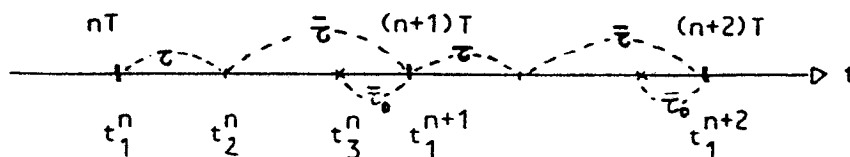


Figura 2.7 Subdivisión del período de conmutación.

En el espacio de estado esto da lugar a tres ecuaciones que son:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + B_1 e & \text{durante} & \quad t_1^n < t < t_2^n \\ \dot{x} &= A_2 x + B_2 e & \text{durante} & \quad t_2^n < t < t_3^n \\ \dot{x} &= A_3 x + B_3 e & \text{durante} & \quad t_3^n < t < t_1^{n+1} \end{aligned}$$

Donde:

A_1, A_2, A_3, B_1, B_2 y B_3 son matrices constantes.

e es un vector columna de la entrada que contiene la tensión de entrada, la variable de referencia y eventualmente otras variables.

x es un vector columna de las n componentes de las variables de estado, es decir, las corrientes en las bobinas y las tensiones en los condensadores.

En régimen dinámico, no es fácil de tratar el problema de las aproximaciones en pequeña señal, es decir, en linealizar alrededor de un punto de funcionamiento.

Esto proviene del hecho de que en el instante donde se anula la corriente en la bobina depende del estado del circuito y no de su ciclo de trabajo. Hay que añadir a las tres ecuaciones precedentes dos condiciones emanadas de la anulación de la intensidad, a saber

$$I_L \left[\tau + (T - \bar{\tau}_D) \right] = I_L(0)$$

$$I_L = 0 \text{ para } t \in [t_3^n, t_1^{n+1}]$$

La existencia de una no linealidad suplementaria, y que además no está ligada directamente al control de más variables de estado, presenta una muy difícil concepción del lazo de control capaz de hacer funcionar el convertidor en régimen de gran señal.

Parece pues que para evitar el régimen discontinuo, siendo además imposible de evitar su funcionamiento con pequeña carga, hace necesario encontrar una nueva configuración de interruptor.

2.3 NECESIDAD DE UN INTERRUPTOR BIDIRECCIONAL.

El símbolo que se utilizará dentro del estudio de las células de potencia es un interruptor unipolar de dos vías y a priori permite el paso de la corriente en los dos sentidos; se dice que es un interruptor bidireccional [1], (figura 2.8).

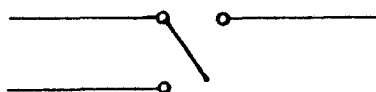


Figura 2.8 Interruptor bidireccional.

Tal interruptor evita el paso en modo discontinuo ya que la corriente se puede invertir probablemente antes de anularse.

Para realizarlo materialmente, es suficiente asociar correctamente dos interruptores idénticos colocados de la forma representada en la figura 2.9.

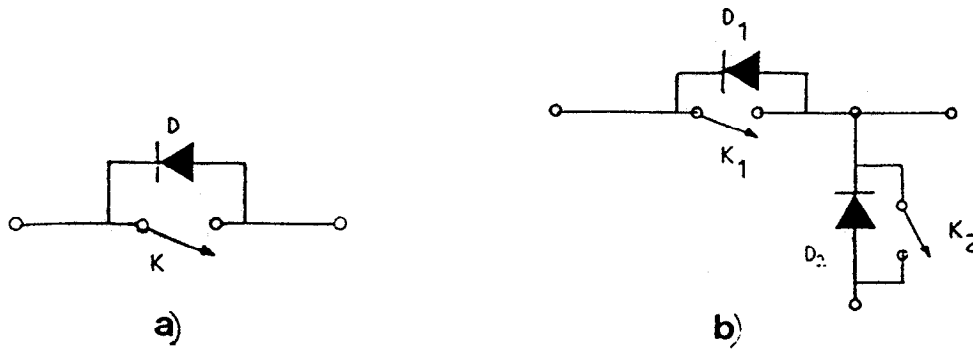


Figura 2.9 Asociación propuesta para constituir los interruptores bidireccionales.

Cada elemento comporta un interruptor controlado unidireccionalmente (K) y un diodo (D) en una rama antiparalelo. Así para una estructura de tipo reductora tensión-tensión se realiza la asociación $K_1 D_1$ y $K_2 D_2$ (figura 2.9.b). Los dos componentes K_1 y K_2 deben ser controlados complementariamente siguiendo el cronograma de la figura 2.10. Cuando K_1 conduce (durante τ), K_2 está abierto. Cuando K_2 conduce (durante $\bar{\tau}$), K_1 está abierto.

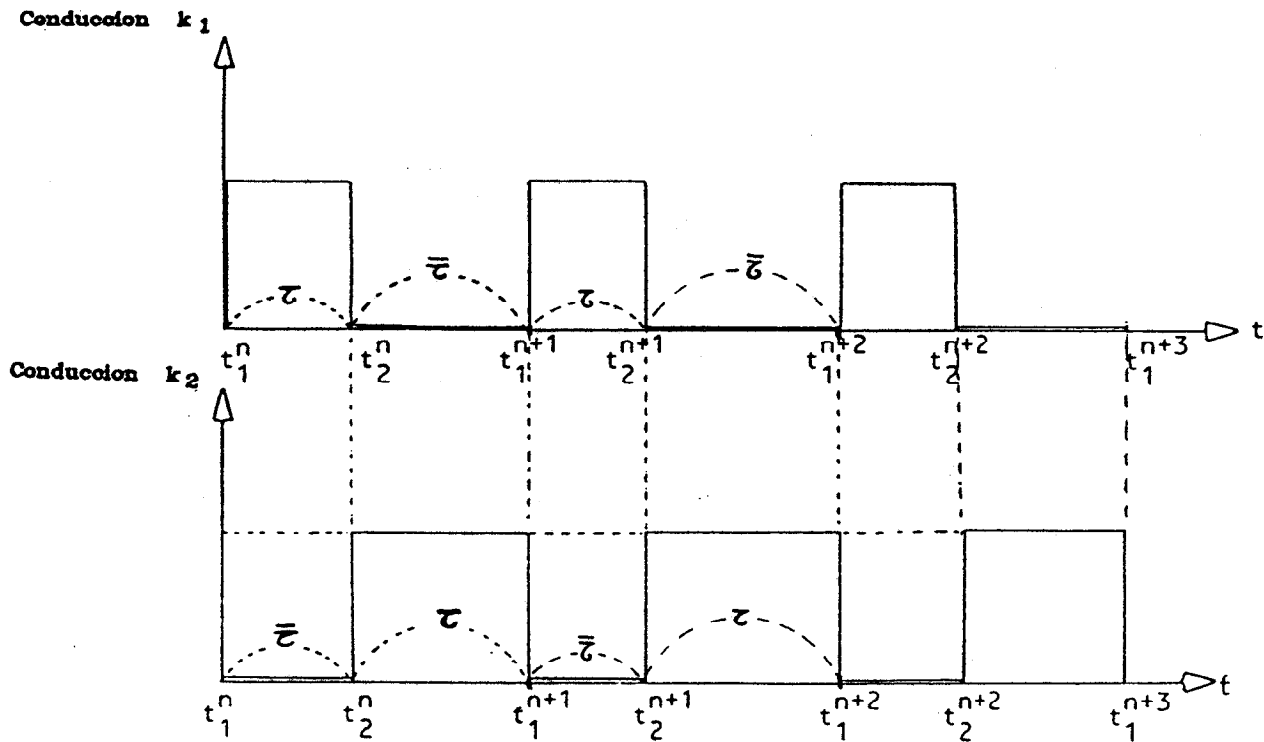


Figura 2.10 Control complementario de los interruptores K_1 y K_2 .

Las tres estructuras clásicas tensión-tensión están representadas en estas condiciones para la figura 2.11.

que K_2 está cerrado y la corriente crece negativamente en la bobina hasta que finaliza el intervalo de conmutación siguiente. A partir de ese instante, la corriente decrece al pasar por el diodo D_1 , luego se anula en el curso de τ , crece seguidamente con la misma pendiente ya que K_1 está cerrado hasta el fin de τ . A continuación decrece hasta anularse al pasar por D_2 . Después el ciclo se reinicia. Las figuras 2.13.a, b, c, d muestran los cuatro caminos que puede recorrer la corriente en la bobina en el caso de un elevador y la figura 2.14 da la forma de onda correspondiente (la misma para todos los tipos de convertidores de orden 1).

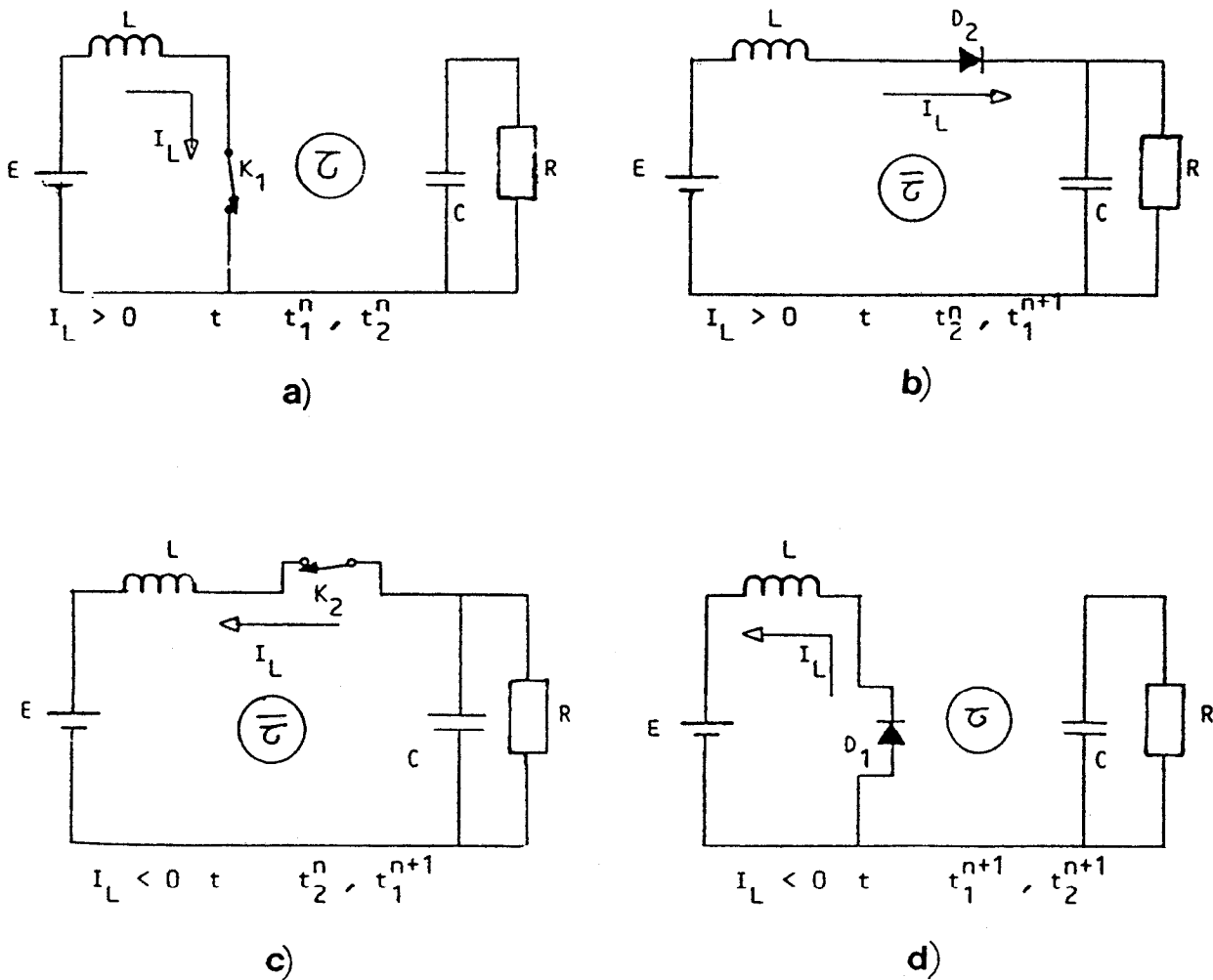


Figura 2.13 Los cuatro caminos recorridos por la corriente I_L .

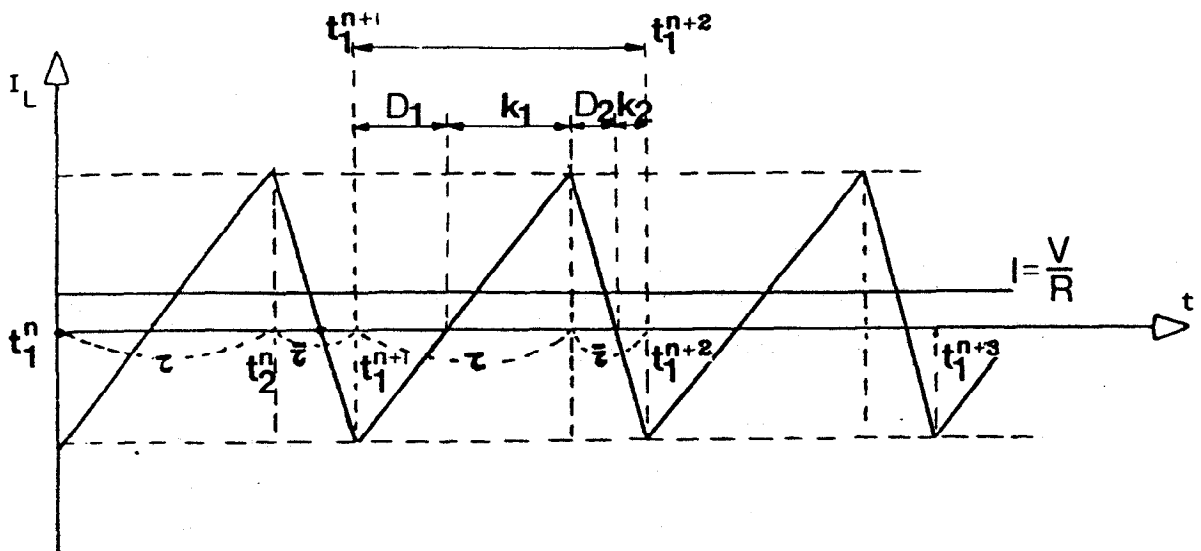


Figura 2.14 Forma de onda de la corriente en la bobina.

Se señalan los siguientes puntos singulares:

1) Durante $\bar{\tau}$ la red de salida no se encuentra aislada.

El condensador C puede descargarse a través de la bobina siguiendo una ley en t^2 , lo que permitirá retomar la regulación de la tensión de salida para pequeñas cargas y además con carga nula, ya que la conducción discontinua no autoriza la anulación de la corriente media que tiene la condición de que $E = V$. Este sistema permite conservar la controlabilidad de la tensión de salida en circuito abierto.

2) Las células de potencia que utilizan control complementario de interruptores son reversibles.

En el supuesto de que la célula esté colocada entre dos fuentes reales permanentes, cuando $V > E$, por ejemplo, la célula funciona como elevador del generador E frente al receptor V cuando K_1 y K_2 están respectivamente cerrados durante los intervalos τ y $\bar{\tau}$. Si las funciones de K_1 y K_2 están permutadas la célula funciona como reductor del receptor V frente al generador E. La transferencia de energía entre las dos fuentes es posible en los dos sentidos, encontrándose desde este punto de vista un montaje clásico: esto es igualmente cierto a lo que se manifiesta de manera transitoria en las fases correspondientes de los casos c y d de la figura 2.13 cuando la carga es una asociación RC.

3) Como conclusión, por lo visto en la figura 2.13, el circuito eléctrico no presenta más que dos configuraciones posibles, con lo cual se simplifica el modelo matemático. En el espacio de estado se puede describir por dos ecuaciones:

$$\dot{x} = A_1x + B_1E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad <2.1>$$

$$\dot{x} = A_2x + B_2E \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad <2.2>$$

2.4 ECUACION GENERAL EN EL ESPACIO DE ESTADO DEL MODELO DE UN CONVERTIDOR CONMUTADO UTILIZANDO DOS INTERRUPTORES CONTROLADOS COMPLEMENTARIAMENTE.

En el caso que se propone desarrollar, el vector columna de entrada se reduce a una sola componente, la tensión de entrada E. Se designa por u un operador que puede tomar los valores 1 ó 0, cuando el circuito toma la configuración correspondiente en τ , o bien, correspondiente en $\bar{\tau}$, la ecuación general en el espacio de estado se escribe como

$$\dot{x} = (Ax + a) + (Bx + b)u \quad <2.3>$$

Esta ecuación es bilineal en x y en u. A y B son dos matrices (nxn), a, b y x son vectores (nx1), [1].

Estos valores se deducen de las ecuaciones <2.1> y <2.2> de la manera siguiente:

$$A = A_2$$

$$B = A_1 - A_2$$

$$b = (B_1 - B_2)E$$

$$a = B_2E$$

Cuando el convertidor es reductor, elevador o reductor- elevador se pueden encontrar las simplificaciones siguientes.

$$\text{-Reductor (buck)} \quad A_1 = A_2 \longrightarrow B = 0$$

$$B_2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} b = B_1 E \\ a = 0 \end{array} \right.$$

Por tanto $\dot{x} = (Ax + a) + (Bx + b)u = Ax + bu$. Sistema lineal.

Las ecuaciones de estado para este convertidor son:

$$\dot{x} = A_1x + B_1E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad \text{durante } \tau$$

$$\dot{x} = A_2x \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad \text{durante } \bar{\tau}$$

-Elevador (boost)

$$A_1 \neq A_2 \text{ -----} > B \neq 0$$

$$B_1 = B_2 \text{ -----} > b = 0$$

Por tanto $\dot{x} = (Ax + a) + (Bx + b)u = (Ax + a) + (Bx)u$. Sistema bilineal.

Las ecuaciones de estado para este convertidor son:

$$\dot{x} = A_1x + B_1E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad \text{durante } \tau$$

$$\dot{x} = A_2x + B_2E \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad \text{durante } \bar{\tau}$$

-Elevador-reductor (buck-boost) $A_1 \neq A_2 \longrightarrow B \neq 0$
 $B_2 = 0 \left\{ \begin{array}{l} b = B_1 E \\ a = 0 \end{array} \right.$

Por tanto $\dot{x} = (Ax + a) + (Bx + b)u = Ax + (Bx + b)u$. Sistema bilineal.

Las ecuaciones de estado para este convertidor son:

$$\dot{x} = A_1x + B_1E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad \text{durante } \tau$$

$$\dot{x} = A_2x \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad \text{durante } \bar{\tau}$$

Las matrices A_1 , A_2 , B_1 y B_2 están dadas en el Anexo I para los tres convertidores.

2.5 SISTEMA LINEAL. CONVERTIDOR BUCK BIDIRECCIONAL.

Como se ha visto en el apartado 2.4 el convertidor buck bidireccional (convertidor reductor) es un sistema lineal. En el Anexo I se han calculado sus expresiones.

2.5.1 CONTROLABILIDAD.

Sea un sistema Σ , dos estados x_0 , x_1 y un instante t_0 , se dice que el sistema es controlable en un cierto instante, si es posible encontrar una ley de control $u(t)$ cuya aplicación al sistema lo lleve de x_0 a x_1 en un tiempo finito $(t_f - t_0)$, sean cuales sean los estados x_0 y x_1 y el instante t_0 .

Dado un sistema con ecuaciones de estado $\dot{x} = Ax + Bu$, la aplicación de un

control $u(t)$ desde el instante 0 al instante t_f lo lleva al estado $x(t_f)$, según la expresión:

$$x(t_f) = e^{At_f} x(0) + \int_0^{t_f} e^{A(t_f - \tau)} B u(\tau) d\tau$$

Es decir

$$e^{-At_f} x(t_f) - x(0) = \int_0^{t_f} e^{A(-\tau)} B u(\tau) d\tau \quad \langle 2.4 \rangle$$

Se puede expresar $\exp(A\tau)$ como una combinación lineal de la matriz unidad y de las $n-1$ primeras potencias de A de la forma

$$e^{-A\tau} = \alpha_0(\tau) 1 + \alpha_1(\tau)A + \dots + \alpha_{n-1}(\tau)A^{n-1}$$

Definiendo los productos escalares del control $u(t)$ por las funciones $\alpha_i(t)$

$$\int_0^{t_f} \alpha_0(\tau) u(\tau) d\tau = \rho_0$$

$$\int_0^{t_f} \alpha_{n-1}(\tau) u(\tau) d\tau = \rho_{n-1}$$

La ecuación $\langle 2.4 \rangle$ podrá escribirse como

$$B \rho_0 + AB \rho_1 + \dots + A^{n-1} B \rho_{n-1} = e^{-At_f} x(t_f) - x(0) \quad \langle 2.5 \rangle$$

Este es un sistema algebraico de n ecuaciones con n incógnitas

$$\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_{n-1}$$

Geoméricamente expresa la descomposición del vector de n componentes

$$e^{-At_f} x(t_f) - x(0)$$

según los n vectores $B, AB, \dots, A^{n-1}B$.

Se pueden distinguir dos casos, según que el rango r de la matriz

$$Q_G = [A, AB, \dots, A^{n-1} B]$$

llamada matriz de controlabilidad de Kalman sea igual o inferior que el nú-

mero de ecuaciones.

En resumen, el espacio de controlabilidad es el subespacio vectorial de \mathbb{R}^n generado por los vectores $B, AB, \dots, A^{n-1}B$.

-Primer caso $r = n$

El sistema <2.5> es, entonces, crameriano con solución única. Geométricamente, las columnas de <2.6> engendran todo el hiperespacio (de dimensión n). Los coeficientes $\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_{n-1}$ se determinan de forma única.

La función $u(t)$ se encuentra definida por sus productos escalares con las n funciones $\alpha_0(t), \alpha_1(t), \dots, \alpha_{n-1}(t)$

Existe una infinidad de tales funciones $u(t)$ y por tanto el sistema es totalmente controlable.

- Segundo caso $r < n$

En estas condiciones el sistema algebraico <2.6> no es compatible más que si se cumple:

$$\text{rang} [Q_c, e^{-At}x(t_f) - x(0)] = \text{rang} Q_c \quad \langle 2.7 \rangle$$

Geoméricamente esto expresa que $e^{-At}x(t_f) - x(0)$ pertenece al subespacio engendrado por las columnas de la matriz de controlabilidad

$$e^{-At}x(t_f) - x(0) \in \langle B, AB, \dots, A^{n-1}B \rangle$$

Como conclusión se puede decir que el sistema es incontrolable y la condición <2.7> define el subespacio de controlabilidad.

Para el convertidor reductor de tensión, que es un sistema lineal, sería

$$\text{rang} [B, AB] = \text{rang} \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & 0 \\ 0 & \frac{E}{LC} \end{bmatrix} = 2$$

Tendría pues rango máximo, por tanto es controlable.

2.5.2 REALIMENTACION DE ESTADO.

En el apartado 2.5.1 se encontró que el convertidor buck bidireccional posee

rango pleno, por tanto implica que su controlabilidad es completa. Esto significa que una realimentación lineal de los estados i y v puede estabilizar siempre el sistema en torno a cualquier referencia.

La figura 2.15 muestra el diagrama de bloques de la célula reductora tensión-tensión con realimentación de estado.

De la formulación general en el espacio de estado:

$$\dot{x} = Ax + bu \quad <2.8>$$

$$y = C^T x$$

La función de transferencia salida-control en lazo abierto se expresa por

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C^T \frac{\text{Adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} b$$

Donde Adj son los menores adjuntos de la matriz y I es la matriz unidad.

Los polos del sistema vienen expresados por la ecuación

$$\det(sI - A) = 0.$$

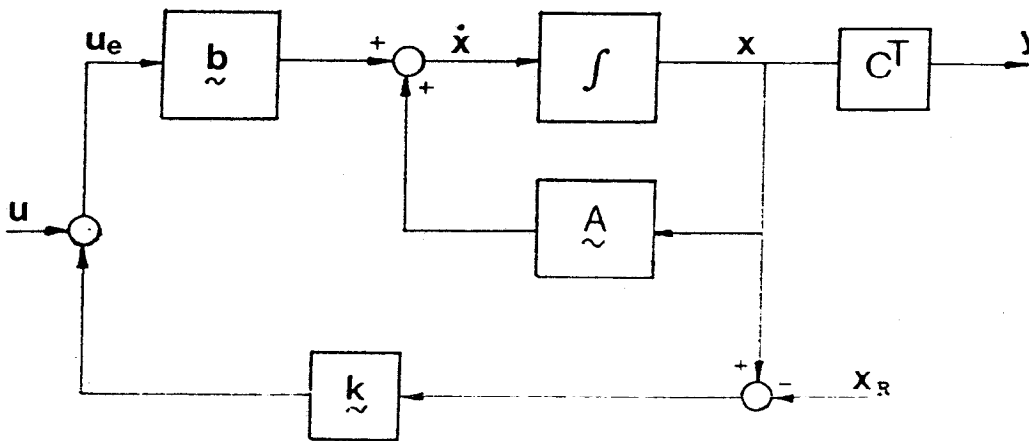


Figura 2.15 Diagrama de bloques del convertidor buck con realimentación de estado.

Cuando el sistema se encuentra en lazo cerrado, figura 2.15, las ecuaciones <2.8> se transforman en

$$\dot{x} = Ax + bu_e \quad <2.9>$$

$$y = C^T x$$

Siendo $u_e = u + kx$ <2.10>

Introduciendo la ecuación <2.10> en <2.9> queda:

$$\dot{x} = [A + bk]x + bu \quad \text{<2.11>}$$

Con $k = [k_1 \quad k_2]$

La función de transferencia salida-control en lazo cerrado se expresa por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C^T [sI - (A + bk)]^{-1} b \quad \text{<2.12>}$$

Los polos correspondientes al lazo cerrado serán las raíces de

$$\det [sI - (A + bk)]^{-1} = 0 \quad \text{<2.13>}$$

La ecuación <2.13> para el caso de un convertidor buck bidireccional es:

$$s^2 + s\left(\frac{k_1 E}{L} + \frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{LC}(Ek_2 + 1) = 0 \quad \text{<2.14>}$$

Donde k_1 y k_2 están representados en la figura 2.16.

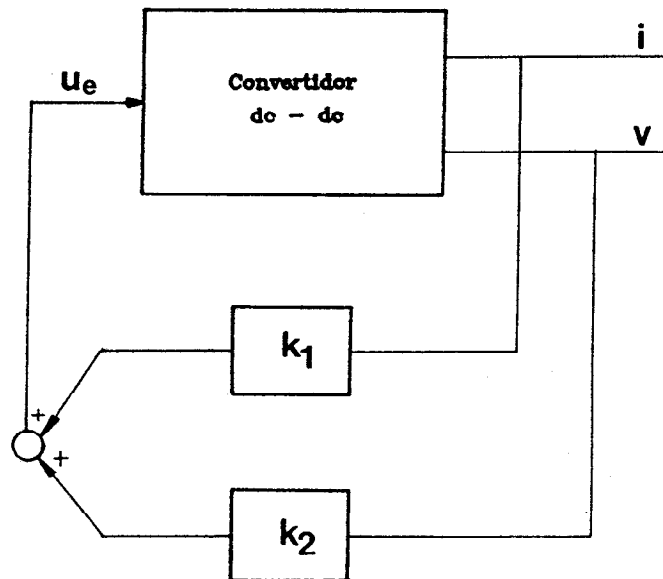


Figura 2.16 Realimentación de estado en el convertidor buck.

En la ecuación <2.14> se puede ajustar la ganancia del vector k , con lo cual se fijan los polos en el punto deseado, precisándose solamente amplificadores o atenuadores, sin tener que recurrir a circuitos dinámicos.

2.5.3 CONTROL DE GRAN SEÑAL EN LA CELULA BUCK-SMART.

El ejemplo práctico más interesante de realimentación de estado lo consti-

tuye el control de la célula "smart" [4]. Esta célula combina una etapa buck reversible con una etapa push-pull. Cuando los interruptores push-pull operan invariablemente con un ciclo de trabajo del 50%, la etapa transformadora es equivalente a la ganancia pura entre la bobina y el filtro de salida (condensador C y carga). El modelo dinámico de la célula "smart" es idéntica a la célula buck reversible, descrita en la figura 2.17.

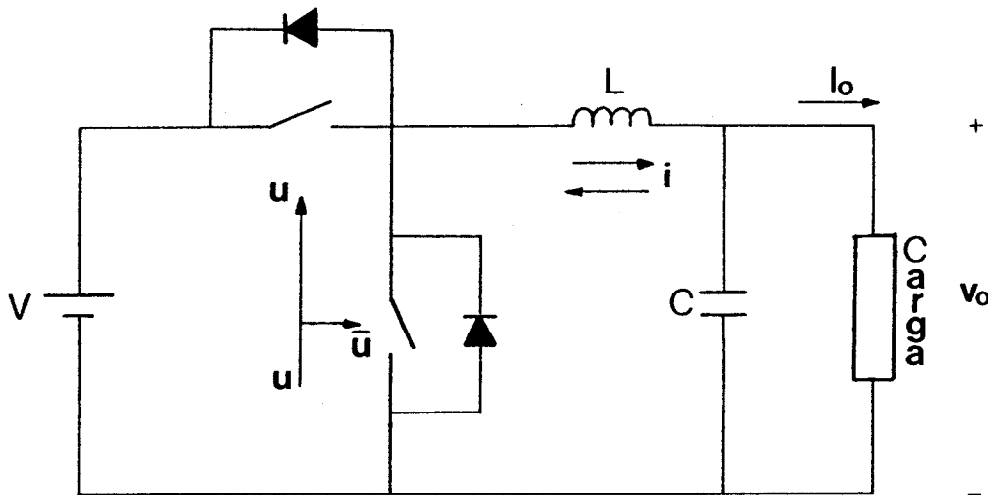


Figura 2.17 Modelo equivalente de la célula "smart" bidireccional.

El análisis dinámico de esta célula ya está realizado usando las ecuaciones de estado exactas (discretas-contínuas), cuando la carga está representada por una resistencia R [1].

En este estudio se reconsiderará el caso de la célula smart cuando se toman las ecuaciones de estado promediadas (tiempo-contínuo) del modelo dinámico de la figura 2.17, donde la carga Z está representada por la relación:

$$Z = \frac{V_o}{I_o} \quad \langle 2.15 \rangle$$

siendo V_0 e I_0 la tensión promediada de salida y la corriente en un periodo muestreado T, respectivamente.

El tiempo en los sistemas PWM se encuentra dividido en intervalos de conmutación, que son pequeños respecto a la escala de tiempo de la dinámica de la célula de potencia. El control es alcanzado por el ciclo de trabajo λ , tal que, si X es el vector de estado promediado dentro del periodo, las ecuaciones que describen el sistema son:

$$\dot{X} = AX + B\lambda + C \quad \langle 2.16 \rangle$$

con

$$X = \begin{bmatrix} I \\ V_0 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{V}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{I_0}{C} \end{bmatrix} \quad \langle 2.17 \rangle$$

y

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad \langle 2.18 \rangle$$

El modelo promediado equivalente se encuentra en el circuito de la figura 2.18 donde I es la corriente promediada en la bobina.

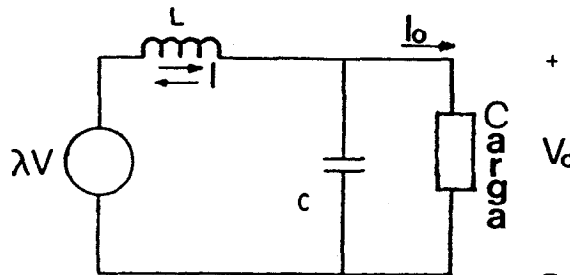


Figura 2.18 Circuito equivalente promediado de una célula "smart" bidireccional.

El circuito anterior con sólo realimentación de tensión es incapaz de estabilizar el sistema descrito en la ecuación $\langle 2.16 \rangle$, donde la corriente en la carga I_0 puede ser arbitraria. Se sabe además que la realimentación de estado es obligatoria en el control dinámico de la célula de potencia bidireccional [4].

a) Lazo abierto.

En lazo abierto, para alguna relación cíclica $\bar{\lambda}$ fija, el correspondiente equilibrio $\bar{X} = (\bar{I}, \bar{V}_0)$ para el estado estacionario en la ecuación $\langle 2.16 \rangle$ es

$$\bar{I} = I_0 \quad \langle 2.19 \rangle$$

$$\bar{V}_0 = \bar{\lambda}V$$

El resultado dinámico en lazo abierto de la ecuación de error $\tilde{X} = X - \bar{X}$ hacia

el equilibrio es

$$\dot{\tilde{X}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \tilde{X} \quad \langle 2.20 \rangle$$

Donde las raíces del polinomio característico están localizadas en el eje imaginario, mostrando pues la precaria estabilidad.

b) Realimentación de tensión.

Si, en lugar de $\bar{\lambda} = \lambda$, se coge una ley de realimentación de salida del tipo

$$\lambda = \bar{\lambda} + k(V_o - V_R) \quad \langle 2.21 \rangle$$

Donde k es una constante y V_R es una tensión de referencia del lazo cerrado, el comportamiento dinámico vendrá gobernado por

$$\dot{\tilde{X}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{V_k - 1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \tilde{X} \quad \langle 2.22 \rangle$$

Los polos estarán localizados otra vez en el eje imaginario, observándose de que el sistema no queda estabilizado por la realimentación de tensión.

2.5.4 REALIMENTACION DE ESTADO.

La ley de realimentación asociada con el sistema lineal descrito en $\langle 2.16 \rangle$, en orden de la localización arbitraria de los polos en lazo cerrado es

$$\lambda = \bar{\lambda} + k_1(I - I_o) + k_2(V_o - V_R) \quad \langle 2.23 \rangle$$

donde k_1 y k_2 son constantes y

$$\bar{\lambda} = -\frac{V_R}{V}$$

La dinámica para el error de gran señal $\tilde{X} = X - \bar{X}$ se obtiene por la sustracción de $\langle 2.16 \rangle$, la ecuación de equilibrio definida por

$$\dot{\bar{X}} = A\bar{X} + B\bar{\lambda} + C = 0 \quad <2.24>$$

Se tendrá entonces

$$\dot{\tilde{X}} = (A + Bk)\tilde{X} \quad <2.25>$$

Donde k es una matriz tal que

$$k = [k_1 \quad k_2] \quad <2.26>$$

El polinomio característico por encima del error dinámico es fácil de calcular:

$$Q(s) = s^2 - k_1 \frac{V}{L} s + \frac{1}{LC} (1 - k_2 v) \quad <2.27>$$

Si se desea que el error dinámico en lazo cerrado sea del tipo

$$(s + p_1)(s + p_2) = s^2 + a_1 s + a_0 \quad <2.28>$$

comparando <2.27> con <2.28> se obtiene

$$K_1 = -a_1 \frac{L}{V}$$

$$K_2 = \frac{1}{V} (1 - a_0 LC) \quad <2.29>$$

2.5.5 REALIMENTACION DE ESTADO CON TERMINOS INTEGRATIVOS.

Hay que hacer notar que la variable de estado promediada $X = (I, V_0)$ seleccionada para este análisis es diferente a la del estado instantáneo $x = (i, v_0)$ que se ha usado en estudios previos. Esta última corresponde a la corriente y la tensión que se pueden medir en el circuito, mientras que el control por realimentación utilizado en la relación <2.16> requiere el conocimiento de (I, V_0) .

La diferencia entre estas dos aproximaciones se muestra en la figura 2.19, donde se aprecia la distorsión en la forma de onda de la corriente en la bobina [4].

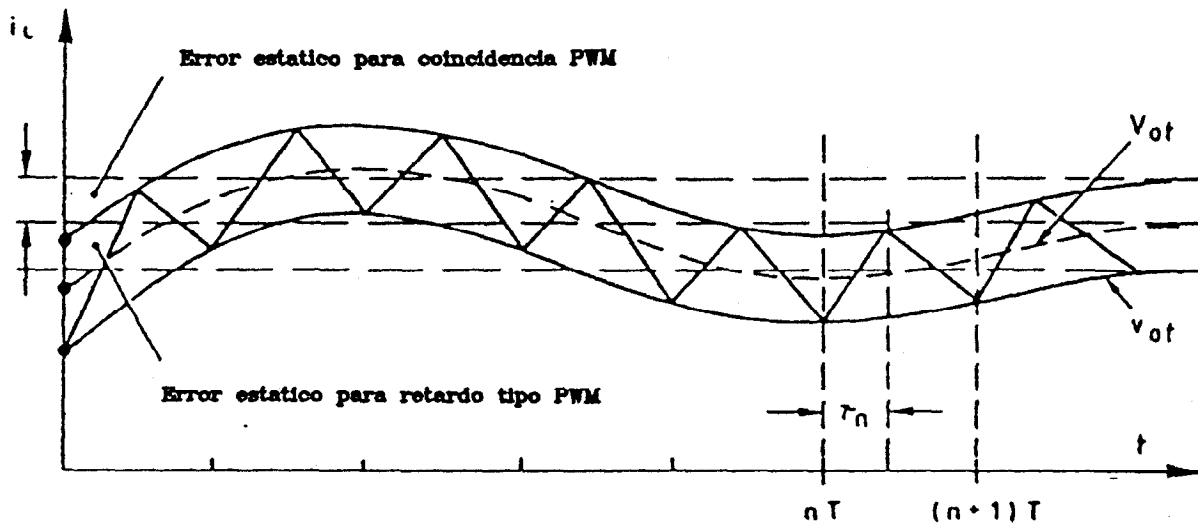


Figura 2.19 Error estático introducido por la promediación y el tipo de modulador PWM.

Si se denomina $x(nT)$ al vector de estado en el inicio de la muestra n , y $x(nT + \tau_n)$ el valor en el instante de esta muestra, donde la corriente del inductor alcanza el valor máximo, la función de estado dependerá del tipo de modulador PWM usado en el control de realimentación. Para este retardo tipo y coincidencia de moduladores, se obtiene:

$$\lambda = \bar{\lambda} + \begin{cases} k_1 [i(nT) - I_0] + k_2 [v_o(nT) - V_R] \\ k_1 [i(nT + \tau_n) - I_0] + k_2 [v_o(nT + \tau_n) - V_R] \end{cases} \quad \langle 2.30 \rangle$$

Debido a que son generalmente altos los valores del condensador de salida C , para la tensión de salida se puede afirmar que:

$$v_o(nT) \approx v_o(nT + \tau_n) = V_0 \quad \langle 2.31 \rangle$$

Sin embargo, esta afirmación no es válida para la corriente de la bobina, como se observa en la figura 2.19, debido al error estacionario introducido por la aproximación de la promediación y el tipo de modulador PWM.

Con objeto de eliminar los errores estáticos debido a la aproximación $x \cong X$, se colocan términos integrales sumados a la ley de control, como sigue:

$$\lambda = \bar{\lambda} + k_1(i - I_0) + k_2(v_0 - V_R) + \int_{t_0}^t l_1(i_0 - I_0) ds + \int_{t_0}^t l_2(v_0 - V_R) ds \quad \langle 2.32 \rangle$$

Donde l_1 y l_2 son constantes, i_0 y v_0 son la corriente y la tensión instantánea a la salida, medida en el intervalo (t_0, t) .

El resultado dinámico en lazo cerrado está representado por

$$\dot{\tilde{X}} = (A + Bk)\tilde{X} + \int_{t_0}^t BL\tilde{X}_s ds \quad \langle 2.33 \rangle$$

con $L = [l_1 \ l_2] \quad \langle 2.34 \rangle$

Se puede escribir en términos de segundo orden la ecuación vectorial diferencial

$$\ddot{\tilde{X}} - (A + BK)\dot{\tilde{X}} - BL\tilde{X} = 0 \quad \langle 2.35 \rangle$$

Si sólo se realimenta la integral de la tensión y se suma a la realimentación de estado ($l_1 = 0$), el resultado del polinomio característico es de tercer orden y:

$$Q(s) = s^3 - \frac{k_1 V}{L} s^2 - \frac{k_2 V}{LC} s + \frac{l_2 V}{LC} = 0 \quad \langle 2.36 \rangle$$

Si se considera que la dinámica de lazo cerrado es del tipo

$$(s + p_1)(s + p_2)(s + p_3) = s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad \langle 2.37 \rangle$$

comparando las ecuaciones $\langle 2.36 \rangle$ y $\langle 2.37 \rangle$ se tendrá que

$$\begin{aligned} k_1 &= -\frac{L}{V} a_2 \\ k_2 &= \frac{1}{V} (1 - a_1 LC) \quad \langle 2.38 \rangle \\ l_2 &= \frac{LC}{V} a_0 \end{aligned}$$

El conjunto del modelo de gran señal de la célula smart reversible correspondería al esquema de la figura 2.20.

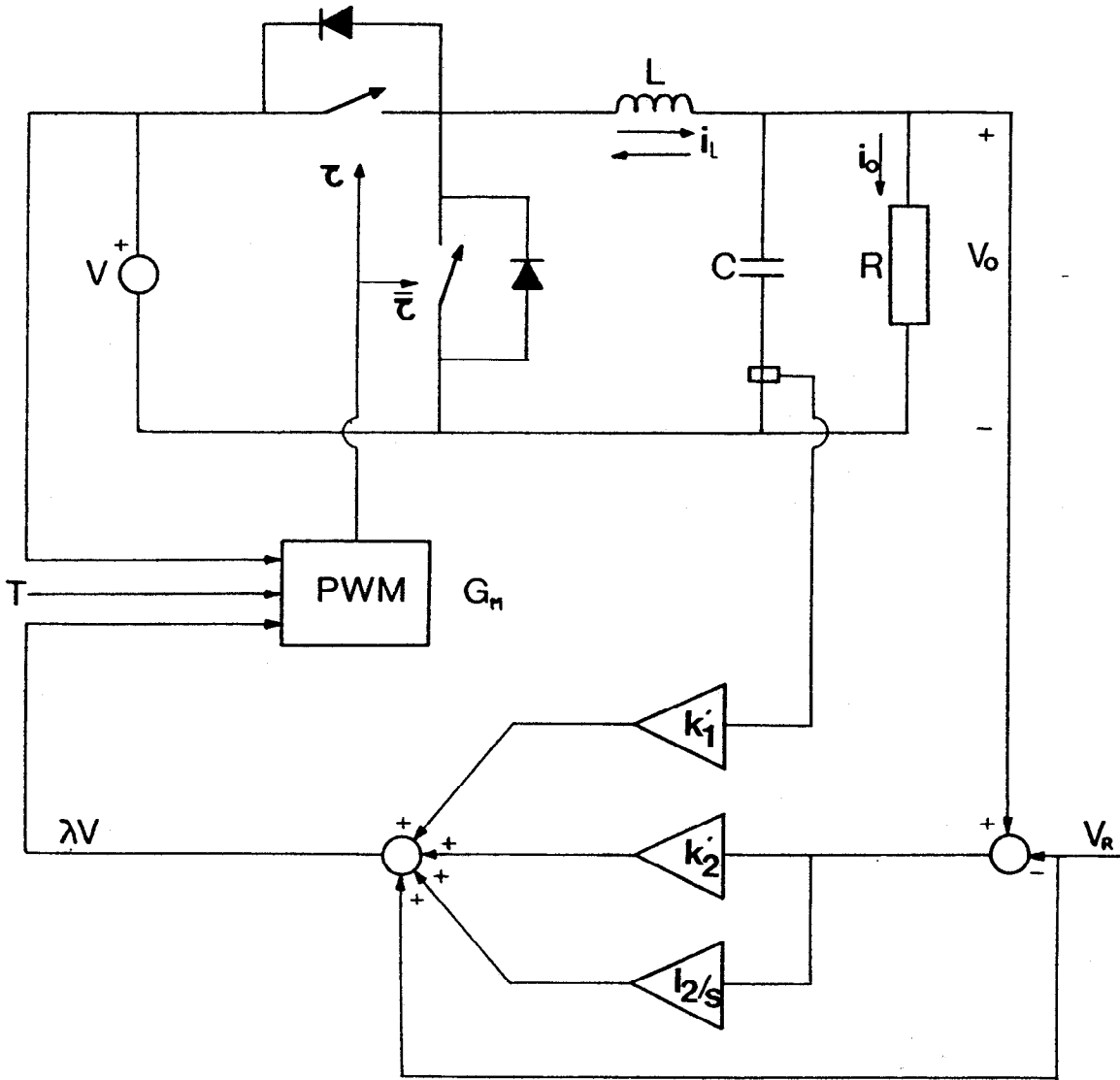


Figura 2.20 Modelo de gran señal de un regulador "smart" reversible.

Una señal de control λv es generada por la suma de las cuatro contribuciones indicadas, en relación a la ecuación <2.32>, con sus respectivas ampliificaciones.

La corriente del condensador i_c es sensada en orden de alcanzar:

$$i - I_0 = i_c \quad <2.39>$$

Y v_0 es comparada con la tensión de referencia V_R . La salida es transferida con un amplificador proporcional-integral.

La señal de control λv será realizada por medio de amplificadores lineales, con ganancias k'_1 , k'_2 y $k'_2 + 1/s$ en orden de reducir varias divisiones por V . El control por realimentación de estado λ y las órdenes de conmutación τ y $\bar{\tau}$ están construidas finalmente por la división del amplificador de salida por V . Esto es posible por la introducción en coincidencia de un modulador PWM con ganancia $G_M = 1/V$ de relación de muestreo T , teniendo una función semejante a

$$\tau = T \frac{\lambda V}{V} = T - \bar{\tau} \quad \langle 2.40 \rangle$$

2.5.6 RESPUESTA FORZADA DE LA MISMA NATURALEZA QUE LA EXCITACION.

Dado el sistema lineal por la ecuación

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \langle 2.41 \rangle$$

Con la condición inicial $x(t_0) = x(0)$, se obtendrá la respuesta completa de este sistema integrando la ecuación $\langle 2.41 \rangle$

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau \quad \langle 2.42 \rangle$$

Donde el primer término representa la respuesta libre a partir del estado inicial $x(0)$ y el segundo término es la respuesta forzada.

El convertidor bidireccional reductor tensión-tensión (buck) sin pérdidas posee para sus dos topologías las ecuaciones de estado descritas en el Anexo I:

$$\text{Durante } \tau \quad \dot{x} = A_1 x + B_1 E$$

$$\text{Durante } \bar{\tau} \quad \dot{x} = A_2 x + B_2 E$$

siendo

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Agrupando las dos topologías en una sola ecuación e introduciendo la función de control $u(t)$ que toma el valor 1 durante τ y 0 durante $\bar{\tau}$ quedará:

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \langle 2.43 \rangle$$

Observándose en $\langle 2.43 \rangle$ que cuando la función de control es nula el sistema evoluciona de forma libre o autónoma.

Ahora se va a abordar la integración de las dos ecuaciones diferenciales contenidas en la ecuación $\langle 2.43 \rangle$, tomando la hipótesis

$$\frac{4}{LC} > \frac{1}{R^2 C^2}$$

Se verifica que

$$e^{At} = \alpha_0(t) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \alpha_1(t) \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

siendo

$$\alpha_0(t) = \frac{e^{-at}}{b} [b \cos bt + a \sin bt]$$

$$\alpha_1(t) = \frac{e^{-at}}{b} \sin bt$$

donde

$$a = \frac{1}{2RC} \quad ; \quad b = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Suponiendo en la ecuación $\langle 2.42 \rangle$ que $t_0=0$ y que en el estado inicial $x(0) = 0$ se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(t) &= \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau = \int_0^t \alpha_0(t-\tau) \mathbf{B}u(\tau) d\tau + \\
 &+ \int_0^t \alpha_1(t-\tau) \mathbf{A} \mathbf{B}u(\tau) d\tau = \rho_0(t) \mathbf{B} + \rho_1(t) \mathbf{A} \mathbf{B}
 \end{aligned}
 \tag{2.44}$$

con lo cual

$$\begin{bmatrix} i(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \int_0^t \alpha_0(t-\tau) u(\tau) d\tau \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} + \int_0^t \alpha_1(t-\tau) u(\tau) d\tau \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{E}{LC} \end{bmatrix}
 \tag{2.45}$$

siendo cada variable de estado

$$i(t) = \frac{E}{L} \int_0^t \alpha_0(t-\tau) u(\tau) d\tau
 \tag{2.46}$$

$$v(t) = -\frac{E}{LC} \int_0^t \alpha_1(t-\tau) u(\tau) d\tau
 \tag{2.47}$$

Se ha simulado, [35], la variación de $v(t)$ según la expresión <2.47> con una evolución de τ periódica con un ciclo de 100 veces el intervalo de conmutación (T_c), de valor $20 \mu s$, es decir con un periodo total de variación de $2000 \mu s$.

τ (i) variará según la posición de T_c a que dicho ciclo de trabajo se refiera dentro del intervalo $100T_c$. Es decir, será

$$jT_c \leq t \leq (j+1)T_c
 \tag{2.48}$$

Los datos del circuito práctico simulado son

$$V_i = 10 \text{ V}$$

$$R = 7 \Omega$$

$$L = 150 \text{ mH}$$

$$C = 10 \mu F$$

$$T_c = 20 \mu s$$

Se han considerado tres tipos de variación de $\tau(j)$: triangular, senoidal y cuadrada.

En los tres casos, los correspondientes programas calculan cuatro periodos de evolución de $\tau(j)$, tomando muestras con un incremento de $10 \mu\text{s}$. En los tres casos se han calculado ventanas entre $2000 \mu\text{s}$ y $3999 \mu\text{s}$, con un incremento de muestreo de $1 \mu\text{s}$ para observar con más precisión la evolución de $v(t)$ en régimen estacionario durante un periodo completo de variación de $\tau(j)$.

Por último, en el caso de evolución cuadrada de $\tau(j)$ en la señal de control, se ha diseñado un fichero para cuatro periodos de evolución con un incremento entre muestras de $2 \mu\text{s}$.

a) Programa CALV 210.

Construye un fichero TBV 210 para una variación triangular de $\tau(j)$ de la forma mostrada en la figura 2.21, tomando muestras cada $10 \mu\text{s}$ durante cuatro ciclos de $\tau(j)$, o sea, $8000 \mu\text{s}$.

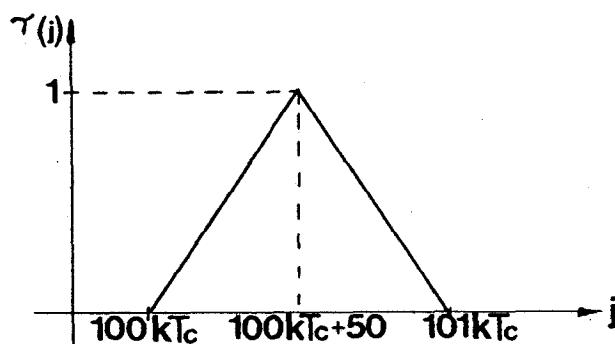


Figura 2.21. Evolución triangular de $\tau(j)$.

El listado del programa CALV 210 se adjunta en el Anexo II.

La figura 2.24 representa la forma de onda de la tensión $v(t)$ en el convertidor buck cuando el ciclo de trabajo evoluciona según la figura 2.21, o sea de forma triangular.

Se comprueba que la tensión de salida del convertidor sigue también una ley del mismo tipo.

b) Programa CALV 201V.

Construye el fichero TBV 201V que efectúa una ventana de 2000 μs a 3999 μs , con 1 μs de precisión, para la tensión de salida del convertidor buck, con una evolución triangular del ciclo de trabajo. En la figura 2.25 se muestra dicha representación gráfica.

El listado del programa CALV 201V se adjunta en el Anexo II.

c) Programa CALV 310.

Construye el fichero TBV 310 para una variación senoidal de $\tau(j)$ de la forma señalada en la figura 2.22, tomando muestras cada 10 μs durante cuatro ciclos de $\tau(j)$, o sea 8000 μs .

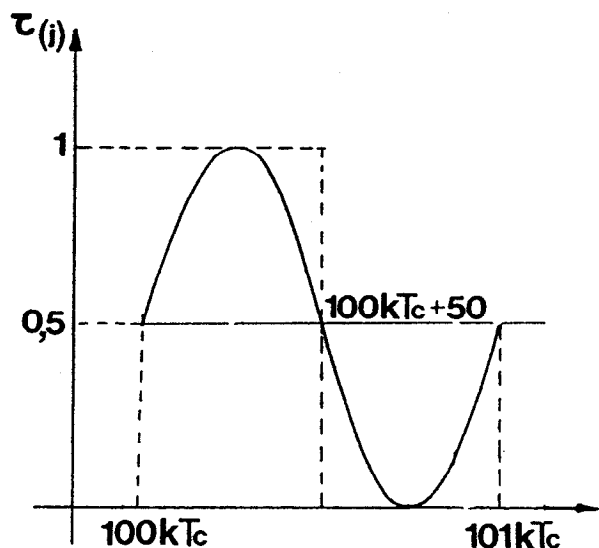


Figura 2.22 Evolución senoidal de $\tau(j)$.

El listado del programa CALV 310 se adjunta en el Anexo II.

La figura 2.26 muestra la forma de onda de la tensión $v(t)$ en el convertidor buck, cuando el ciclo de trabajo evoluciona según la figura 2.22. Se comprueba que la tensión de salida del convertidor sigue también una ley del mismo tipo.

d) Programa CALV 301V.

Construye el fichero TBV 301 V que constituye una ventana de 2000 μs a

3999 μs , con 1 μs de precisión para la tensión de salida del convertidor buck, con un ciclo de trabajo de evolución senoidal. En la figura 2.27 se muestra dicha representación gráfica.

El listado de este programa se adjunta en el Anexo II.

e) Programa CALV 410.

Construye el fichero TBV 410 para una variación cuadrada de $\tau(j)$, indicada en la figura 2.23, cogiendo muestras cada 10 μs durante cuatro ciclos de $\tau(j)$, o sea 8000 μs .

El listado del programa CALV 410 se encuentra en el Anexo II.

La figura 2.28 representa la forma de onda de la tensión $v(t)$ en el convertidor buck, cuando el ciclo de trabajo evoluciona según la figura 2.23, o sea de forma cuadrada.

Se comprueba que la tensión de salida del convertidor sigue una ley del mismo tipo.

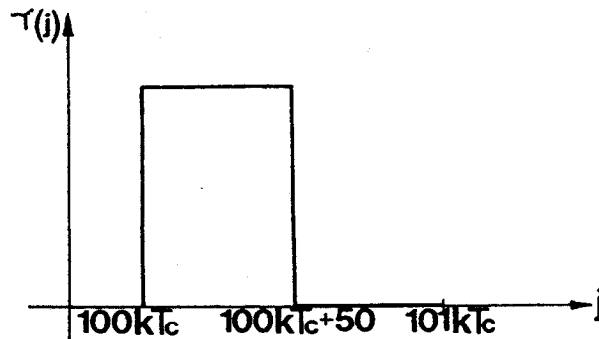


Figura 2.23 Evolución cuadrada de $\tau(j)$.

f) Programa CALV 401V.

Construye el fichero TBV 401V que realiza una ventana de 2000 μs a 3999 μs , con 1 μs de precisión, para la tensión de salida del convertidor buck, con una evolución cuadrada del ciclo de trabajo. En la figura 2.29 se visiona dicha representación gráfica.

El listado del programa CALV 401V se encuentra en el Anexo II.

g) Programa CALV 402.

Construye el fichero TBV 402V para una variación cuadrada de $\tau(j)$, indicada en la figura 2.23, pero tomando muestras cada $2 \mu s$, durante cuatro ciclos de $\tau(j)$.

El listado del programa CALV 402 se encuentra en el Anexo II.

La figura 2.30 muestra la forma de onda de la tensión de salida $v(t)$ en el convertidor buck, coincidiendo con la forma de onda de la figura 2.28, siendo su única diferencia el tiempo de muestreo.

REPRESENTACION GRAFICA DE TBV210

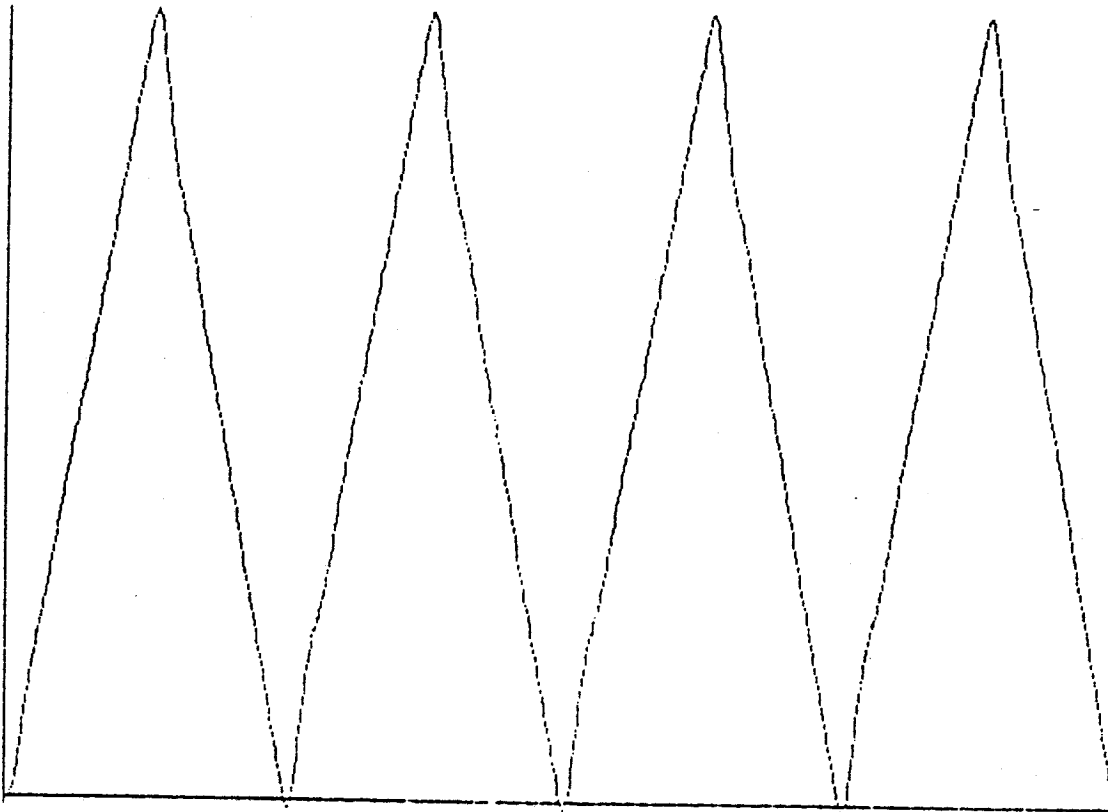


Figura 2.24 Tensión de salida del convertidor buck con un ciclo de trabajo de evolución triangular.

```
A)TYPE EXV210
VALOR SUPERIOR DE LA V=      10.08307
VALOR INFERIOR DE LA V=     -9.127955E-02
VALOR INFERIOR DEL T=       0
VALOR SUPERIOR DEL T=       8.000001E-03
```

REPRESENTACION GRAFICA DE TBV201V

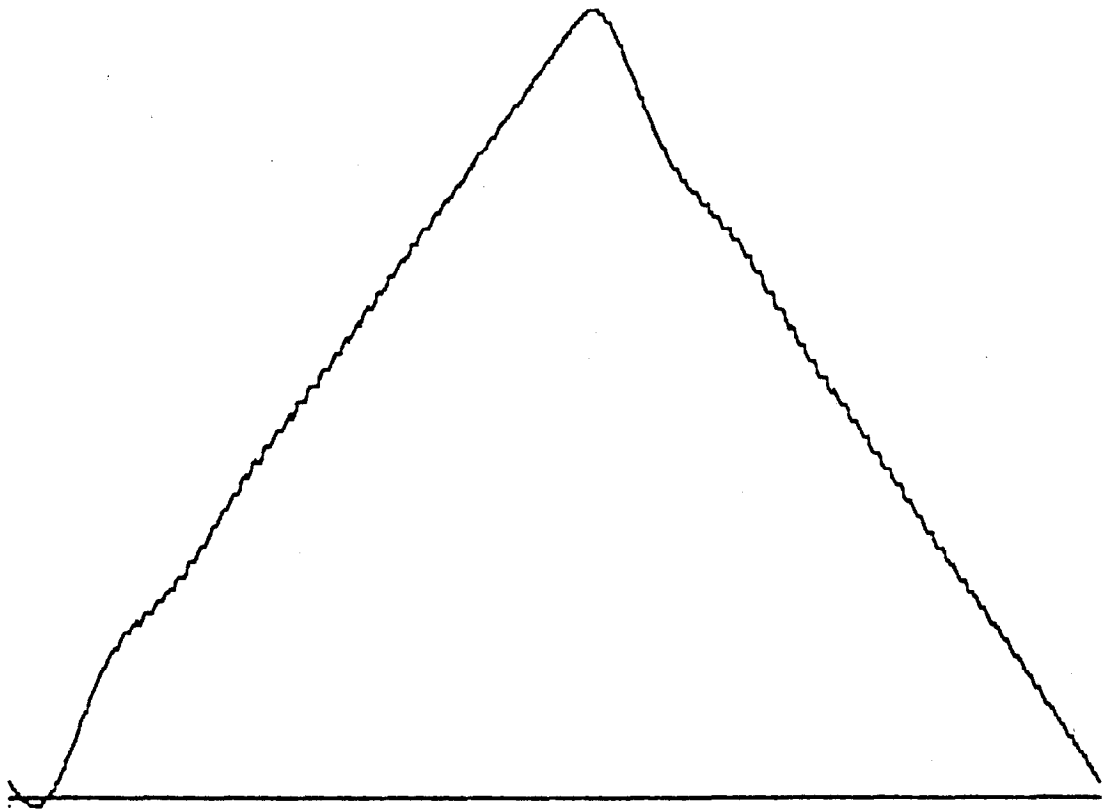


Figura 2.25 "Ventana" para la observación de la tensión de salida del convertidor buck, con un ciclo de trabajo triangular.

```
A)TYPE EXV201V
VALOR SUPERIOR DE LA V=      10.08295
VALOR INFERIOR DE LA V=     -9.238239E-02
VALOR INFERIOR DEL T=       .002
VALOR SUPERIOR DEL T=       .003999
```

REPRESENTACION GRAFICA DE TBV310

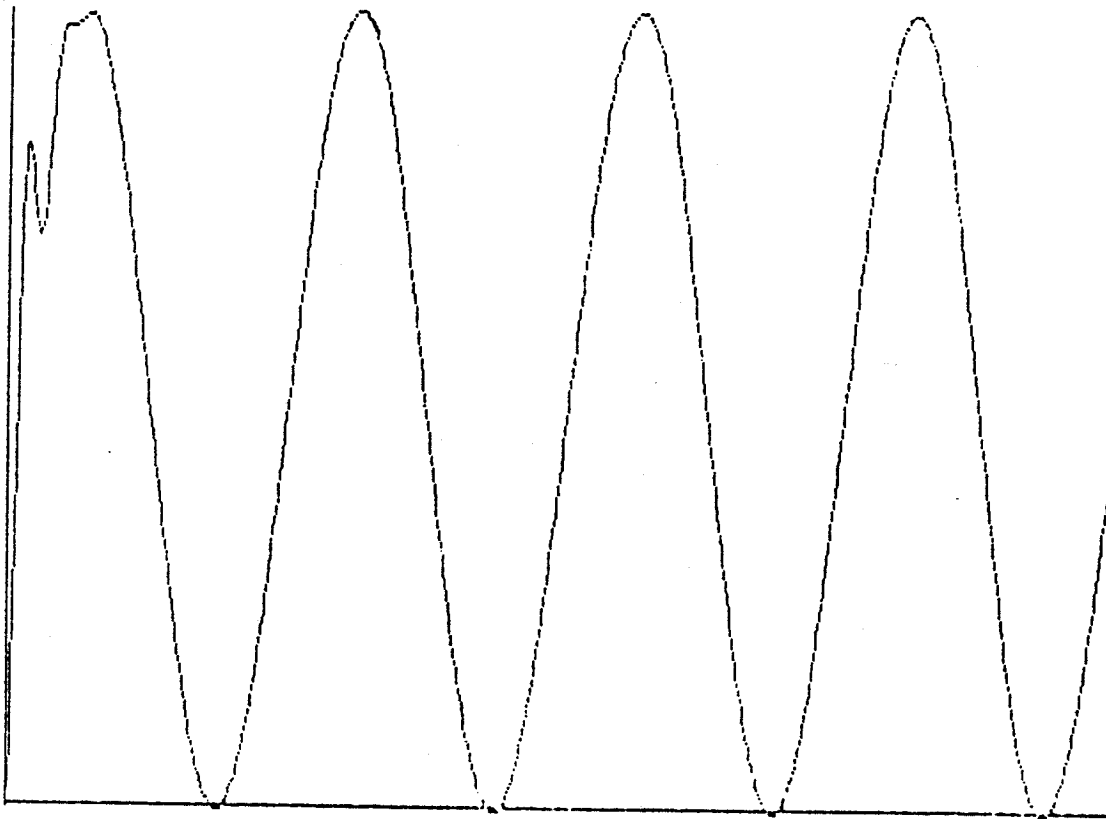


Figura 2.26 Tensión de salida del convertidor buck con un ciclo de trabajo de evolución senoidal.

```
A)TYPE EXV310
VALOR SUPERIOR DE LA V=      10.06293
VALOR INFERIOR DE LA V=     -6.402671E-02
VALOR INFERIOR DEL T=       0
VALOR SUPERIOR DEL T=       8.000001E-03
```

REPRESENTACION GRAFICA DE TBV301V

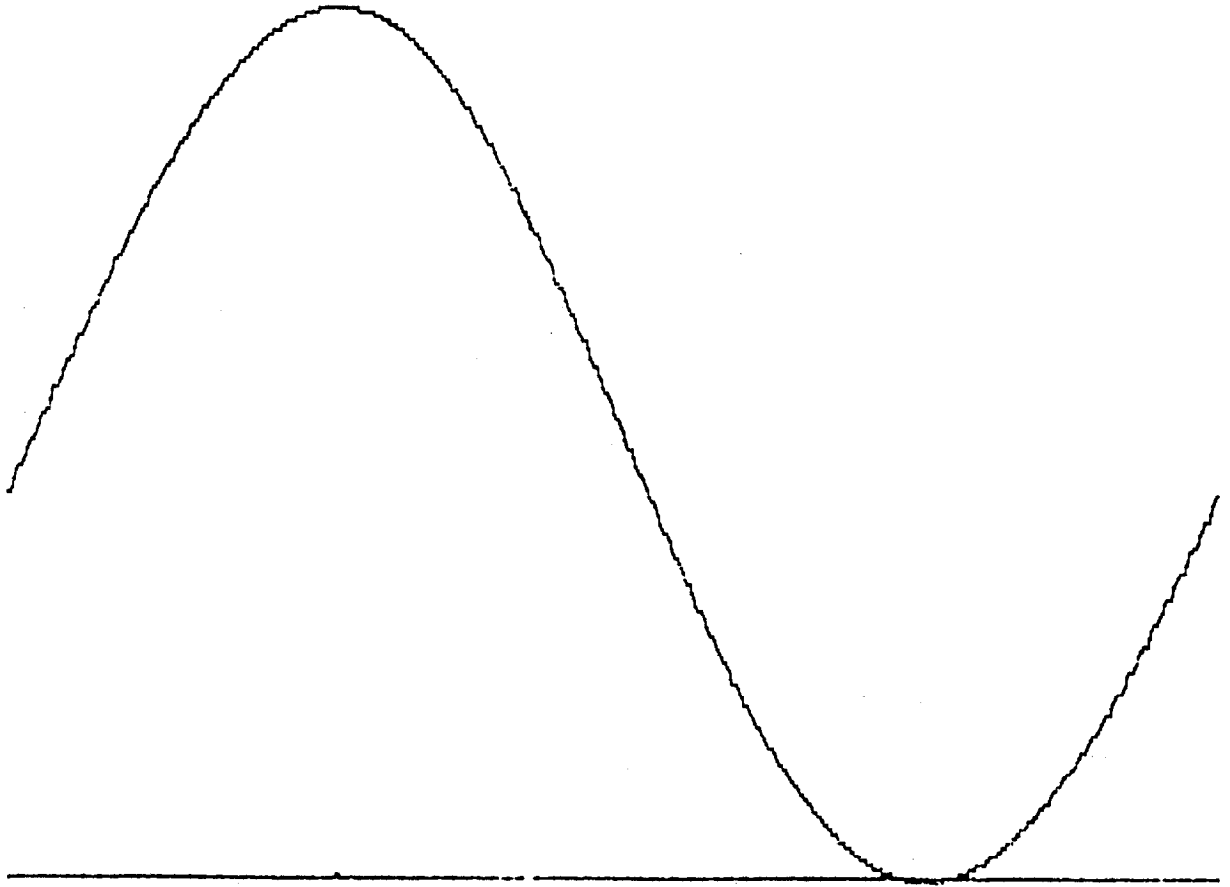


Figura 2.27 "Ventana" para la observación de la tensión de salida del convertidor buck, con un ciclo de trabajo senoidal.

```
A)TYPE EXV301V
VALOR SUPERIOR DE LA V=      10.06293
VALOR INFERIOR DE LA V=     -6.399948E-02
VALOR INFERIOR DEL T=       .002
VALOR SUPERIOR DEL T=       .003999
```

REPRESENTACION GRAFICA DE TBV410



Figura 2.28 Tensión de salida del convertidor buck con un ciclo de trabajo de evolución cuadrada, con tiempo de muestreo de 1 μ s.

```
A>TYPE EXV410
VALOR SUPERIOR DE LA V=      14.03268
VALOR INFERIOR DE LA V=     -4.029353
VALOR INFERIOR DEL T=        0
VALOR SUPERIOR DEL T=       8.000001E-03
```

REPRESENTACION GRAFICA DE TBV401V

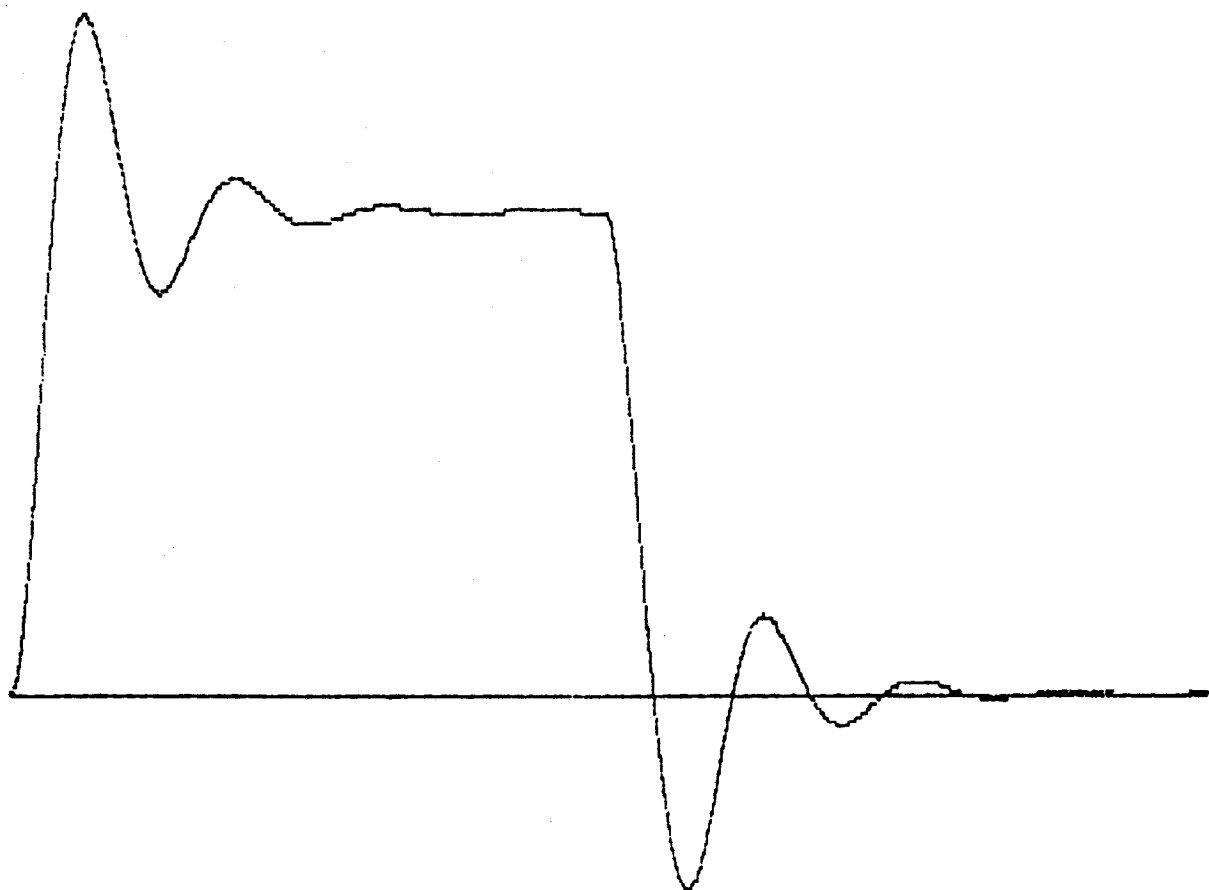


Figura 2.29 "Ventana" para la observación de la tensión de salida del convertidor buck, con un ciclo de trabajo cuadrado.

```
A)TYPE EXV401V
VALOR SUPERIOR DE LA V=      14.04493
VALOR INFERIOR DE LA V=     - 4.044928
VALOR INFERIOR DEL T=       .002
VALOR SUPERIOR DEL T=       .003999
```


REPRESENTACION GRAFICA DE TBV402



Figura 2.30 Tensión de salida del convertidor buck con un ciclo de trabajo de evolución cuadrada, con tiempo de muestreo $2\mu\text{s}$.

```
A)TYPE EXV402
VALOR SUPERIOR DE LA V=      14.04737
VALOR INFERIOR DE LA V=     -4.044644
VALOR INFERIOR DEL T=       0
VALOR SUPERIOR DEL T=       .008002
```

CAPITULO III

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES BIDIRECCIONALES DE ORDEN ELEVADO EN CONDICIONES DE REDUCCION DE ORDEN. FORMULACION DISCRETA.

3.1 INTRODUCCION.

La simulación del comportamiento en gran señal del convertidor "buck" bidireccional a perturbaciones de diferente naturaleza en el ciclo de trabajo, ha puesto de manifiesto que la respuesta forzada es de la misma forma que la excitación, lo que permite pensar en la utilización del convertidor para generar formas de onda de potencia de diferente naturaleza.

El objetivo del presente capítulo lo constituyen el diseño y la realización de un control no lineal de un convertidor bidireccional de orden elevado en condiciones de reducción orden.

El convertidor escogido es el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y con la condición $n = k = 1$. La técnica de control a utilizar fue desarrollada por M. Valentin [1] en los convertidores elementales. Se pretende, por tanto, analizar la viabilidad de dicha técnica en convertidores de mayor complejidad que los elementales.

3.2 SISTEMA BILINEAL. CONVERTIDOR CUK BIDIRECCIONAL.

En el apartado 2.4 se obtuvo la ecuación general en el espacio de estado, deduciéndose la expresión <2.3>, $\dot{x} = (Ax + a) + (Bx + b)u$, ecuación bilineal en x y en u .

El convertidor de Cuk bidireccional tiene como esquema de principio el de figura 3.1.

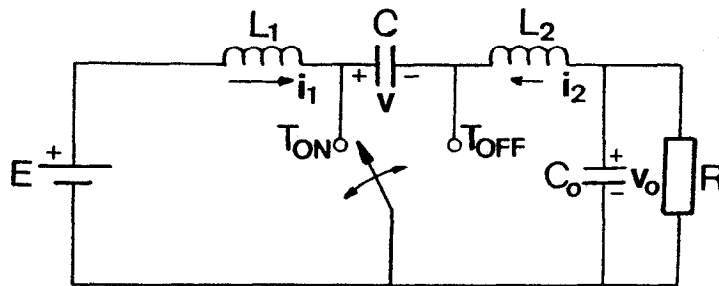


Figura 3.1 Esquema de principio del convertidor de Cuk.

Las ecuaciones de estado para este convertidor son:

$$\dot{x} = A_1x + B_1E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad \text{durante } \tau \quad <3.1>$$

$$\dot{x} = A_2x + B_2E \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad \text{durante } \bar{\tau} \quad <3.2>$$

donde x es el vector de estado formado por

$$x = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ V \\ V_0 \end{bmatrix} \quad <3.3>$$

siendo el valor de las matrices A_1 , A_2 y de los vectores B_1 , B_2 el siguiente

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{RC_0} \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{RC_0} \end{bmatrix};$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad <3.4>$$

Como $A_1 \neq A_2$ será $B \neq 0$ y además $B_1 = B_2$ por tanto $b = 0$.

La ecuación general en el espacio de estado quedará de la forma siguiente

$$\dot{x} = Ax + a + Bxu \quad <3.5>$$

que es una relación lineal en x y bilineal en x y u , por tanto el convertidor de Cuk bidireccional es un sistema bilineal.

3.3 CONTROLABILIDAD.

Sea un sistema con ecuaciones de estado

$$\dot{x} = (Ax + a) + (Bx)u \quad <3.6>$$

Dado un estado p del sistema $<3.6>$ el espacio de controlabilidad asociado al punto p en un tiempo t consta de los estados del sistema que se pueden alcanzar desde p en un tiempo t , variando el control $u(t)$.

La unión de todos los espacios de controlabilidad asociados al punto p define el espacio de controlabilidad de ese punto.

De manera más explícita se puede escribir:

Sean $p \in R^2$ y $t \in R$, el conjunto de puntos alcanzables desde p en un tiempo t se designa por $C(p,t)$ y es igual al conjunto de $q \in R^2$ tales que existen las dos

aplicaciones siguientes:

a) $u: [0, t] \rightarrow \mathbb{R}$ donde u es C^∞ a trozos

b) $\sigma: [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^2$ es una curva integral de <3.6> con $\sigma(t) = q$

Se define el espacio de controlabilidad de p por $C(p) = \bigcup_{t \geq 0} C(p, t)$

El sistema de ecuaciones diferenciales <3.6> es controlable si y solamente si $C(p) = \mathbb{R}^2$ para todo $p \in \mathbb{R}^2$.

Una pieza clave en el estudio de la controlabilidad de un sistema no lineal es el paréntesis de Lie.

Sean V, W campos vectoriales definidos en un abierto U de \mathbb{R}^n , el paréntesis de Lie es un nuevo campo vectorial definido por

$$[V, W] = (DW)_p(V(p)) - (DV)_p(W(p)) \quad \langle 3.7 \rangle$$

Donde $(DV)_p$ designa la diferencial de V en el punto p .

Como propiedades más importantes se pueden destacar las cuatro siguientes:

1) Si V y W son campos constantes $[V, W] = 0$.

2) Si V y W son aplicaciones lineales $[V, W] = WV - VW$.

3) Si V, W y X son campos vectoriales se verifica

$$[V, [W, X]] + [W, [X, V]] + [X, [V, W]] = 0 \quad (\text{Identidad de Jacobi}).$$

4) Si V, W son campos vectoriales $[V, W] = -[W, V]$.

Por otra parte, sea el sistema bilineal definido por

$$\frac{dx}{dt} = W_0(x(t)) + \sum_{i=1}^m u^i(t) W_i(x(t)) \quad \langle 3.8 \rangle$$

con $x(0) = x_0$

Mediante un cambio de variable clásico se puede eliminar el término en W_0 .

Tómese

$$z(t) = (\exp(-W_0 t))x(t) \quad \langle 3.9 \rangle$$

con $z(0) = x_0$

Para tener una idea del espacio de controlabilidad del sistema <3.8> es suficiente escribir

$$z(t) = \left(1 + \sum_{i=1}^m \int_0^t u^i(s) (\exp(-W_0 s) W_i \exp(W_0 s)) ds \right) x_0 \quad <3.10>$$

Combinando la expresión <3.10> con el desarrollo de Taylor se obtiene:

$$(\exp(-W_0 s)) W_i (\exp(W_0 s)) = W_i + s[W_0, W_i] + \frac{s^2}{2!} [W_0, [W_0, W_i]] + \dots$$

Si el espacio vectorial generado por los vectores $W_i, [W_0, W_i], [W_0, [W_0, W_i]], \dots$ es de dimensión n , el espacio de controlabilidad de x_0 es un entorno de x_0 .

El resultado anterior se verifica con una condición más débil que la dimensión del Algebra de Lie generada por los campos W_0, W_1, \dots, W_n sea n .

3.4 CONTROL NO LINEAL DE UN CONVERTIDOR DE CUK. RECURRENCIA DISCRETA.

3.4.1 CONTROL POR REALIMENTACION DE ESTADO CON COMPENSACION.

Las ecuaciones de estado para el convertidor de Cuk bidireccional están dadas en las expresiones <3.1> y <3.2>.

Se supone que la condición de que $T \ll T_0$, siendo T el periodo de conmutación y T_0 el periodo libre del circuito, se cumple.

La solución de las ecuaciones <3.1> y <3.2> viene dada por la resolución de la ecuación de transición

$$\mathbf{x}(t) = e^{A(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\theta)} \mathbf{B} E d \xi \quad \langle 3.11 \rangle$$

en la cual $e^{At} = \Phi(t)$ es la matriz de transición de estado, y para un instante arbitrario. En el presente caso $e = E$ (tensión de alimentación).

3.4.2 INTEGRACION DE LA ECUACION GENERAL. CALCULO DE τ .

En el apartado 3.4.1 se ha obtenido la ecuación de transición $\langle 3.11 \rangle$, ahora se va a realizar su integración.

a) Para $t_1^n < t < t_1^{n+\tau}$

$$\mathbf{x}(t_1^n + \tau) = \mathbf{x}(t_1^n) = e^{A_1 \tau} \mathbf{x}(t_1^n) + \int_{t_1^n}^{t_1^n + \tau} e^{A_1(t_1^n + \tau - \theta)} \mathbf{B}_1 E d \xi$$

limitando el desarrollo al primer orden, [1], conduce a

$$\mathbf{x}(t_1^n + \tau) = [I + A_1 \tau] \mathbf{x}(t_1^n) + \mathbf{B}_1 E A_1^{-1} [e^{A_1 \tau} - 1]$$

b) Para $t_1^n < t < t_1^{n+1}$

$$\mathbf{x}(t_1^{n+1}) = e^{A_2(\tau - \tau)} \mathbf{x}(t_1^n + \tau) + \int_{t_1^n + \tau}^{t_1^n + \tau} e^{A_2(t_1^n + \tau - \theta)} \mathbf{B}_2 E d \xi$$

Después de la integración y despreciando los términos en τ^2 , se obtiene

$$\mathbf{x}(t_1^{n+1}) = e^{A_2 \tau} [A_2^{-1} (1 - e^{-A_2 \tau}) \mathbf{B}_1 E + \mathbf{x}(t_1^n) + (A_1 - A_2) \mathbf{x}(t_1^n) \tau(t_1^n)]$$

$\langle 3.12 \rangle$

que se puede escribir como

$$x(t_1^{n+1}) = Hx(t_1^n) + Fx(t_1^n)\tau(t_1^n) + k \quad \langle 3.13 \rangle$$

expresión lineal en x y bilineal en x y τ , con

$$H = e^{A_2^T}$$

$$F = e^{A_2^T} (A_1 - A_2)$$

$$k = e^{A_2^T} A_2^{-1} (I - e^{-A_2^T}) B_1 E$$

siendo los valores de A_1 , A_2 y B_1 los expresados en $\langle 3.4 \rangle$.

Es posible el desarrollo de las exponenciales matriciales en primer orden, puesto que el error es pequeño en la medida que se tome la frecuencia de conmutación elevada (50 KHz). La forma de estas exponenciales matriciales es la siguiente

$$H = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{vmatrix}$$

$$F = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{vmatrix} \quad k = \begin{vmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{13} \\ k_{14} \end{vmatrix}$$

De la ecuación matricial $\langle 3.13 \rangle$ se deducen las expresiones de las variables de estado i_1 , i_2 , v , v_0 .

$$i_1(t_1^{n+1}) = h_{11} i_1(t_1^n) + h_{12} i_2(t_1^n) + h_{13} v(t_1^n) + h_{14} v_0(t_1^n) + [f_{11} i_1(t_1^n) + f_{12} i_2(t_1^n) + f_{13} v(t_1^n) + f_{14} v_0(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{11} \quad \langle 3.14 \rangle$$

$$i_2(t_1^{n+1}) = h_{21} i_1(t_1^n) + h_{22} i_2(t_1^n) + h_{23} v(t_1^n) + h_{24} v_0(t_1^n) + [f_{21} i_1(t_1^n) + f_{22} i_2(t_1^n) + f_{23} v(t_1^n) + f_{24} v_0(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{12} \quad \langle 3.15 \rangle$$

$$v(t_1^{n+1}) = h_{31} i_1(t_1^n) + h_{32} i_2(t_1^n) + h_{33} v(t_1^n) + h_{34} v_0(t_1^n) + [f_{31} i_1(t_1^n) + f_{32} i_2(t_1^n) + f_{33} v(t_1^n) + f_{34} v_0(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{13} \quad \langle 3.16 \rangle$$

$$v_0(t_1^{n+1}) = h_{41} i_1(t_1^n) + h_{42} i_2(t_1^n) + h_{43} v(t_1^n) + h_{44} v_0(t_1^n) + [f_{41} i_1(t_1^n) + f_{42} i_2(t_1^n) + f_{43} v(t_1^n) + f_{44} v_0(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{14} \quad \langle 3.17 \rangle$$

Si C_t designa la consigna y w es un coeficiente menor que 1 se puede escribir, [1],

$$v_0(t_1^{n+1}) - C_t = W[v_0(t_1^n) - C_t] \quad \langle 3.18 \rangle$$

Llevando la expresión $\langle 3.18 \rangle$ a la ecuación $\langle 3.17 \rangle$, se obtiene una relación no lineal de τ que sirve para calcular el lazo de regulación

$$\tau(t_1^n) = \frac{-k_{14} - h_{41} i_1(t_1^n) - h_{42} i_2(t_1^n) - h_{43} v(t_1^n) + v_0(t_1^n)[w - h_{44}] + C_t [1 - w]}{f_{41} i_1(t_1^n) + f_{42} i_2(t_1^n) + f_{43} v(t_1^n) + f_{44} v_0(t_1^n)} \quad \langle 3.19 \rangle$$

La no linealidad de la cadena directa está compensada por la no linealidad de la contra-reacción, como consecuencia el convertidor en lazo cerrado tiene un comportamiento lineal.

La expresión $\langle 3.19 \rangle$ hace aparecer un divisor analógico y el bucle completo está representado en la figura 3.2.

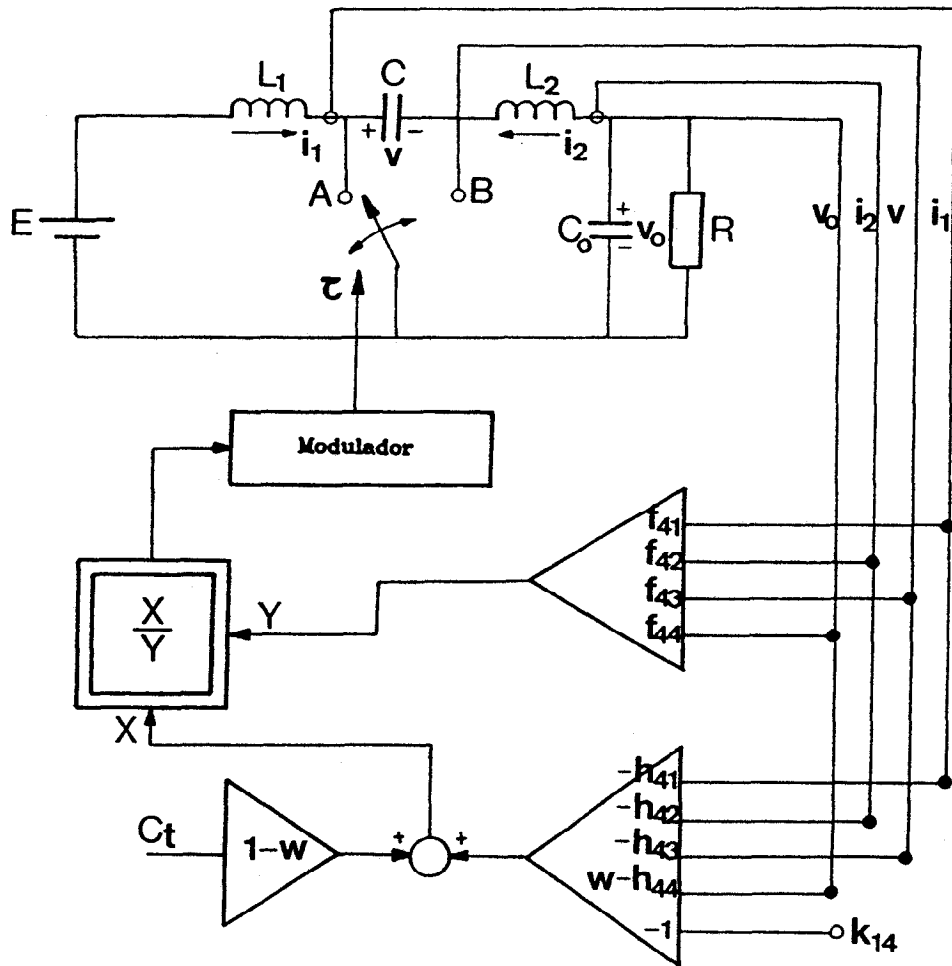


Figura 3.2 Célula de potencia no lineal con realimentación de estado con compensación.

El valor de las matrices H y F y el vector K es el siguiente

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{T}{L_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{T}{L_2} \\ \frac{T}{C} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{T}{C_0} & 0 & 1 - \frac{T}{C_0} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \frac{T}{L_1 C} & \frac{T}{L_1 C} & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \frac{T}{L_1 C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T}{C_0 L_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{T}{L_1} \\ 0 \\ \frac{T^2}{CL_1} \\ 0 \end{bmatrix} E \quad \langle 3.20 \rangle$$

3.4.3 REALIZACION DE LA ADAPTACION A LA CARGA Y A LA TENSION DE ALIMENTACION.

Los elementos que intervienen en el cálculo de $\tau(t_1^n)$, expresión $\langle 3.19 \rangle$, de las matrices H, F y del vector K, expresión $\langle 3.20 \rangle$, son los siguientes

$$\begin{aligned} k_{14} = 0, \quad h_{41} = 0, \quad h_{42} = \frac{T}{C_0}, \quad h_{43} = 0, \\ h_{44} = 1 - \frac{T}{RC_0}, \quad f_{41} = 0, \\ f_{42} = 0, \quad f_{43} = \frac{T}{C_0 L_2}, \quad f_{44} = 0 \end{aligned} \quad \langle 3.21 \rangle$$

La carga R sólo interviene en el denominador de h_{44} . Siguiendo la hipótesis

hecha para los valores respectivos de la frecuencia de conmutación y la natural, su relación será pequeña, pudiéndose tomar $h_{44} = 1$. Entonces para cargas elevadas, la aproximación no será válida y por tanto se deberá tomar en la cadena de realimentación.

a) Adaptación a la carga.

Sustituyendo los valores de <3.21> en la expresión <3.19> de $\tau(t_1^n)$ quedará

$$\tau(t_1^n) = \frac{-\frac{T}{C_o} i_2(t_1^n) + \frac{T}{R C_o} v_o(t_1^n) + [v_o(t_1^n) - C_t](w-1)}{\frac{T}{C_o L_2} v(t_1^n)}$$

<3.22>

La carga vendrá representada por la relación

$$R = \frac{v_o(t_1^n)}{I_s} \quad \text{<3.23>}$$

siendo I_s el valor de la corriente en la carga.

Sustituyendo <3.23> en la expresión <3.22> quedará

$$\tau(t_1^n) = \frac{-\frac{T}{C_o} i_2(t_1^n) + \frac{T}{C_o} I_s + [v_o(t_1^n) - C_t](w-1)}{\frac{T}{C_o L_2} v(t_1^n)} \quad \text{<3.24>}$$

El bucle completo de realimentación está representado en la figura 3.3.

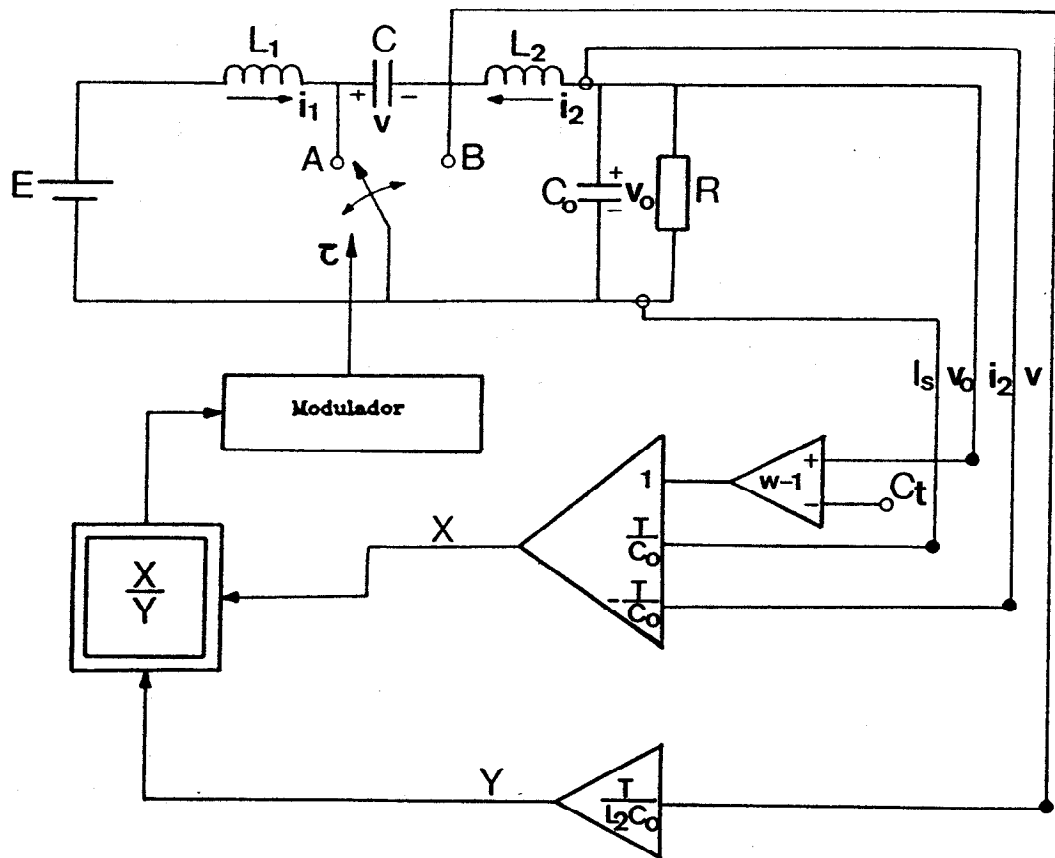


Figura 3.3 Estructura de la realimentación no lineal de regulación con adaptación a la carga.

b) Adaptación a la tensión de alimentación.

Con la técnica seguida hasta ahora, de linealizar la última variable de estado, el parámetro que lleva asociada la tensión de alimentación es k_{14} , pero como se comprueba en las expresiones <3.21>, $k_{14} = 0$, por tanto no se podrá hacer la adaptación a la tensión de alimentación.

Se prueba de linealizar otra variable de estado, la tensión del condensador C, o sea v.

Si C_t designa la consigna y w es un coeficiente menor que 1, se puede escribir, [1],

$$v(t_1^{n+1}) - C_t = W[v(t_1^n) - C_t] \quad \langle 3.25 \rangle$$

Sustituyendo la expresión <3.25> en la ecuación <3.19> se obtendrá la expresión no lineal de τ , que servirá para hallar el lazo de regulación

$$\tau(t_1^n) = \frac{-k_{13} - h_{31} i_1(t_1^n) - h_{32} i_2(t_1^n) - h_{34} v_0(t_1^n) + v(t_1^n)[w - h_{33}] + C_t [1-w]}{f_{31} i_1(t_1^n) + f_{32} i_2(t_1^n) + f_{33} v(t_1^n) + f_{34} v_0(t_1^n)} \quad \langle 3.26 \rangle$$

Los elementos de las matrices H, F y del vector K, expresión <3.20>, que intervienen en el cálculo de $\tau(t_1^n)$, expresión <3.26> son

$$\begin{aligned} k_{13} &= \frac{T^2}{CL_1} E, & h_{31} &= \frac{T}{C}, & h_{32} &= 0, & h_{33} &= 1, \\ h_{34} &= 0, & f_{31} &= -\frac{1}{C}, & f_{32} &= -\frac{1}{C}, \\ f_{33} &= \frac{T}{L_1 C}, & f_{34} &= 0 \end{aligned} \quad \langle 3.27 \rangle$$

En este caso, linealización de la variable de estado v , se comprueba que para la adaptación a la tensión de alimentación el valor de $\tau(t_1^n)$ depende del coeficiente k_{13} que trae implícitamente información de E . Así pues, realimentando convenientemente la entrada del amplificador correspondiente para la tensión de alimentación E , con un coeficiente multiplicador constante T^2/CL_1 se efectuará la adaptación a la tensión de alimentación. Pero ahora ocurre que ningún coeficiente de la expresión <3.27> depende de la carga R . Por tanto ahora que se efectúa la adaptación a la tensión de alimentación no se puede efectuar la adaptación a la carga.

Sustituyendo los valores de <3.27> en <3.26> queda

$$\tau(t_1^n) = \frac{-\frac{T^2}{CL_1} E - \frac{T}{C} i_1(t_1^n) + v(t_1^n)[w-1] + C_t [1-w]}{-\frac{1}{C} i_1(t_1^n) - \frac{1}{C} i_2(t_1^n) + \frac{1}{L_1 C} T v(t_1^n)} \quad \langle 3.28 \rangle$$

El bucle completo está representado en la figura 3.4.

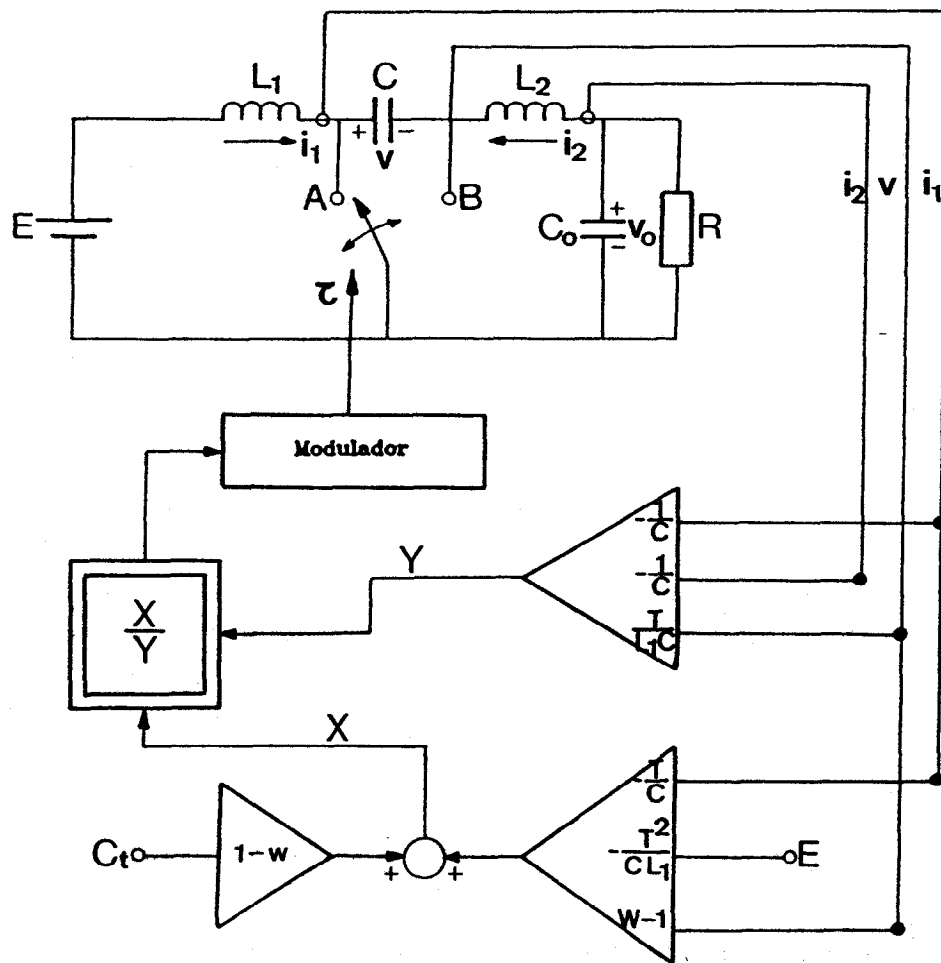


Figura 3.4 Estructura de la realimentación no lineal de regulación con adaptación a la tensión de alimentación.

3.5 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO. RECURRENCIA DISCRETA.

Se pretende una ampliación del convertidor de Cuk mediante acoplamiento entre las bobinas L_1 y L_2 para optimizar el espacio y el tamaño, reduciéndose así el número de componentes, ya que existirá un solo núcleo. Esta idea fue propuesta a partir de los conceptos sobre magnetismo integrado y de la observa-

ción de las tensiones y corrientes sobre los inductores L_1 y L_2 , [33].

La modificación resultante se ilustra en la figura 3.5.

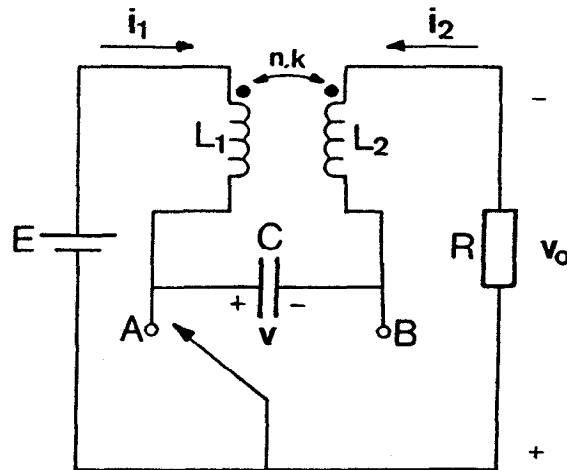


Figura 3.5 Convertidor de Cuk con acoplamiento entre inductores.

De otro lado el condensador de salida no afecta la relación de conversión, y con el objeto de simplificar el análisis no se considera.

Será por tanto un sistema de orden 3 con el siguiente vector de estado

$$X = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v \end{bmatrix} \quad \langle 3.29 \rangle$$

siendo $v_0 = i_2 R$

Se considera el modelo idealizado del transformador representado en la figura 3.6.

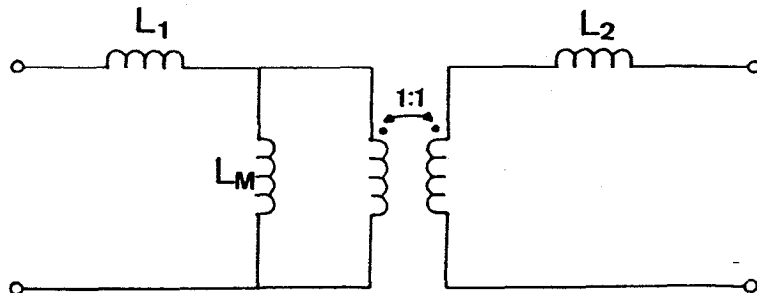


Figura 3.6 Modelo de un transformador sin pérdidas.

Definiéndose

$$n = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad k = \frac{L_M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad <3.30>$$

donde n es la relación de transformación y k es el coeficiente de acoplamiento del flujo magnético entre los devanados primario y secundario.

Las ecuaciones de estado para este convertidor son

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad \text{durante } \tau \quad <3.31>$$

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 E \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad \text{durante } \bar{\tau} \quad <3.32>$$

donde x es el vector de estado expresado en <3.29> , y el valor de las matrices A_1 , A_2 y de los vectores B_1 , B_2 son

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{RL_M}{L_e} & -\frac{L_M}{L_e} \\ 0 & -\frac{RL_1}{L_e} & \frac{L_1}{L_e} \\ 0 & -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{RL_M}{L_e} & -\frac{L_2}{L_e} \\ 0 & -\frac{RL_M}{L_e} & \frac{L_M}{L_e} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{L_e} \\ -\frac{L_M}{L_e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \langle 3.33 \rangle$$

siendo $L_e = L_1 L_2 - L_M^2$

Como $A_1 \neq A_2$ será $B \neq 0$ y además $B_1 = B_2$ por tanto $b = 0$.

La ecuación general del espacio de estado quedará de la forma siguiente

$$\dot{x} = Ax + a + Bxu \quad \langle 3.34 \rangle$$

que es una relación lineal en x y bilineal en x y u , por tanto el convertidor de Cuk bidireccional con acoplamiento magnético es un sistema bilineal.

3.5.1 CONTROL POR REALIMENTACION DE ESTADO CON COMPENSACION.

Las ecuaciones de estado para convertidor de Cuk bidireccional con acoplamiento magnético están dadas en las expresiones $\langle 3.31 \rangle$ y $\langle 3.32 \rangle$.

Suponiendo la condición de que $T \ll T_0$, siendo T el periodo de conmutación y T_0 el periodo libre del circuito, se cumple.

La solución de las ecuaciones <3.31> y <3.32> viene dada por la resolución de la ecuación de transición

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\theta)} B e d \xi \quad \langle 3.35 \rangle$$

en la cual $e^{AT} = \Phi(t)$ es la matriz de transición de estado, y para un instante arbitrario. En el presente caso $e = E$ (tensión de alimentación).

3.5.2 INTEGRACION DE LA ECUACION GENERAL. CALCULO DE τ .

Este apartado es idéntico al 3.4.2, obteniéndose análogamente la ecuación <3.13> que decía

$$x(t_i^{n+1}) = Hx(t_i^n) + Fx(t_i^n)\tau(t_i^n) + k \quad \langle 3.36 \rangle$$

expresión lineal en x y bilineal en x y τ , con

$$H = e^{A_2 T}$$

$$F = e^{A_2 T} (A_1 - A_2)$$

$$k = e^{A_2 T} A_2^{-1} (I - e^{-A_2 T}) B_1 E$$

siendo los valores de A_1, A_2, B_1 los expresados en <3.33>.

La forma de estas exponenciales matriciales es la siguiente

$$H = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix} \quad F = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} \quad k = \begin{vmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{13} \end{vmatrix}$$

De la expresión matricial <3.36> se deducen las relaciones de las varia-

bles de estado i_1, i_2, v .

$$i_1(t_1^{n+1}) = h_{11} i_1(t_1^n) + h_{12} i_2(t_1^n) + h_{13} v(t_1^n) + [f_{11} i_1(t_1^n) + f_{12} i_2(t_1^n) + f_{13} v(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{11} \quad \langle 3.37 \rangle$$

$$i_2(t_1^{n+1}) = h_{21} i_1(t_1^n) + h_{22} i_2(t_1^n) + h_{23} v(t_1^n) + [f_{21} i_1(t_1^n) + f_{22} i_2(t_1^n) + f_{23} v(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{12} \quad \langle 3.38 \rangle$$

$$v(t_1^{n+1}) = h_{31} i_1(t_1^n) + h_{32} i_2(t_1^n) + h_{33} v(t_1^n) + [f_{31} i_1(t_1^n) + f_{32} i_2(t_1^n) + f_{33} v(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{13} \quad \langle 3.39 \rangle$$

Si C_t designa la consigna y w es un coeficiente menor que 1, se puede escribir, [1]

$$v(t_1^{n+1}) - C_t = W[v(t_1^n) - C_t] \quad \langle 3.40 \rangle$$

Llevando la expresión $\langle 3.40 \rangle$ a la ecuación $\langle 3.39 \rangle$, se obtiene la relación no lineal de τ que sirve para calcular el lazo de regulación

$$\tau(t_1^n) = \frac{-k_{13} - h_{31} i_1(t_1^n) - h_{32} i_2(t_1^n) + v(t_1^n)[w - h_{33}] + C_t [1 - w]}{f_{31} i_1(t_1^n) + f_{32} i_2(t_1^n) + f_{33} v(t_1^n)} \quad \langle 3.41 \rangle$$

La no linealidad de la cadena directa está compensada por la no linealidad de la contra-reacción, como consecuencia el convertidor en lazo cerrado tiene un comportamiento lineal.

La expresión $\langle 3.41 \rangle$ hace aparecer un divisor analógico y el bucle completo está representado en la figura 3.7.

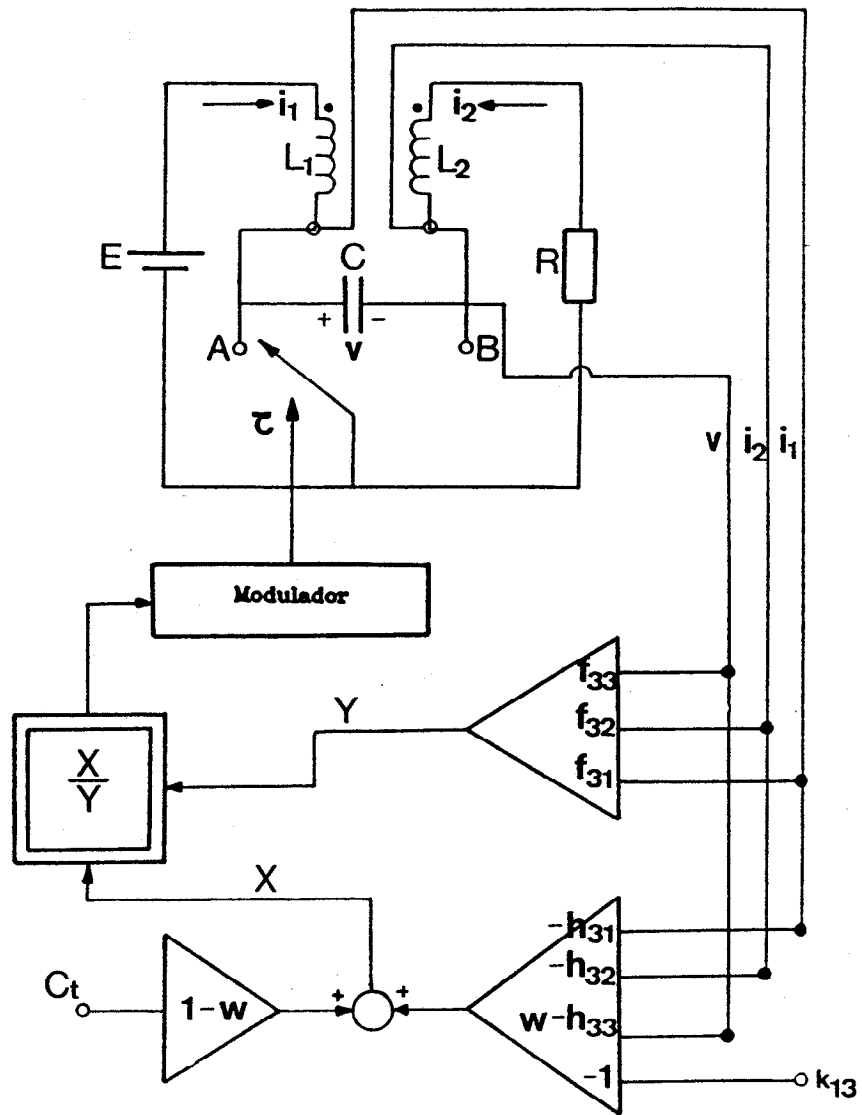


Figura 3.7 Célula de potencia no lineal con realimentación de estado con compensación.

El valor de las matrices H y F y el vector K es el siguiente

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{L_2 - L_M}{L_e} \\ 0 & \frac{R(L_M - L_1)}{L_e} & \frac{L_1 - L_M}{L_e} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{RL_M}{L_e} T & -\frac{L_2}{L_e} T \\ 0 & 1 - \frac{RL_M}{L_e} T & \frac{L_M}{L_e} T \\ \frac{T}{C} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{L_e} T - \frac{RL_M^2}{L_e^2} T^2 \\ -\frac{L_M}{L_e} T + \frac{RL_M^2}{L_e^2} T^2 \\ \frac{L_2}{CL_e} T^2 \end{bmatrix} E$$

<3.42>

3.5.3 REALIZACION DE LA ADAPTACION A LA CARGA Y A LA TENSION DE ALIMENTACION.

Los elementos que intervienen en el cálculo de $\tau(t_1^n)$, expresión <3.41>, de las matrices H, F y del vector K, expresión <3.42>, son las siguientes

$$k_{13} = \frac{L_2}{C L_e} T^2 E, \quad h_{31} = \frac{T}{C}, \quad h_{32} = 0, \quad h_{33} = 1,$$

$$f_{31} = -\frac{1}{C}, \quad f_{32} = -\frac{1}{C}, \quad f_{33} = \frac{L_2 - L_M}{L_e C} T \quad <3.43>$$

a) Adaptación a la carga.

Sustituyendo los valores de <3.43> en la expresión <3.41> de $\tau(t_1^n)$ quedará

$$\tau(t_1^n) = \frac{-\frac{T^2}{CL_0} E L_2 - \frac{T}{C} i_1(t_1^n) + v(t_1^n)[w-1] + C_i [1-w]}{-\frac{1}{C} i_1(t_1^n) - \frac{1}{C} i_2(t_1^n) + \frac{L_2 - L_M}{L_0 C} T v(t_1^n)} \quad \langle 3.44 \rangle$$

En la expresión anterior el valor de $\tau(t_1^n)$ no depende aparentemente de la carga R, puesto que ningún coeficiente depende de ella. Ahora bien en la elección de las variables de estado, expresión <3.29> se hubiera podido optar por la tensión de salida v_0 , en lugar de i_2 . Con esta sustitución se introducen el valor de la carga puesto que

$$i_2(t_1^n) = \frac{v_0(t_1^n)}{R} \quad \langle 3.45 \rangle$$

Por tanto la variable de estado $i_2(t_1^n)$ en la expresión <3.44> aporta cierta información sobre la variación de la carga en el convertidor.

b) Adaptación a la tensión de alimentación.

Puede ser realizada simplemente al nivel de ganancia $k_{13} = \frac{L_2}{C L_0} T^2 E$ realimentando convenientemente a la entrada del amplificador correspondiente la tensión de alimentación E, con un coeficiente multiplicador constante de valor $\frac{L_2}{C L_0} T^2$.

El bucle completo está representado en la figura 3.8.

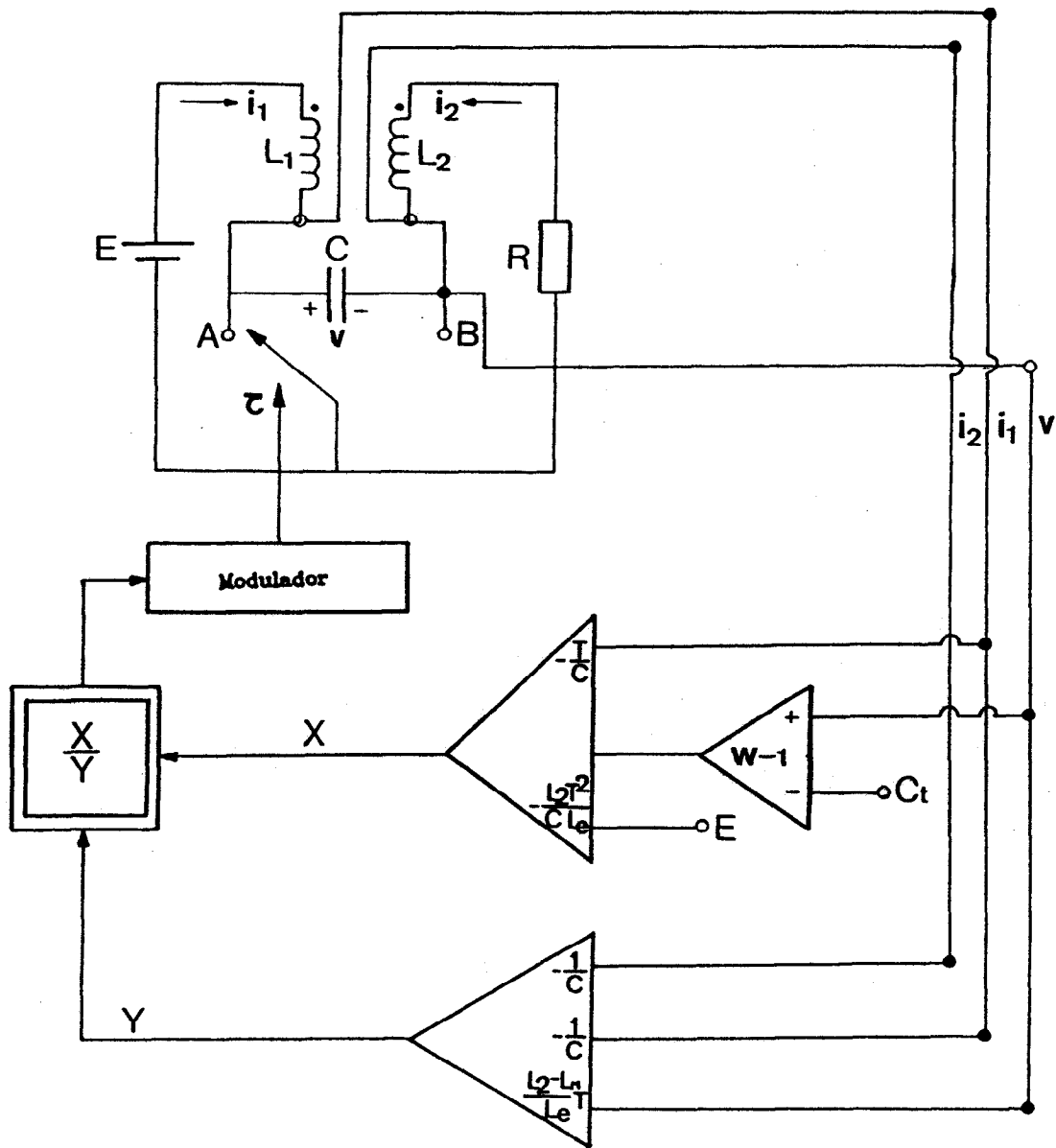


Figura 3.8 Estructura de la realimentación no lineal de regulación con adaptación a la carga y a la tensión de alimentación.

3.6 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO. RECURRENCIA DISCRETA.

Ahora el convertidor de Cuk tendrá un acoplamiento magnético perfecto, cumplirá que:

$$n = k = 1 \quad \langle 3.46 \rangle$$

donde n es la relación de transformación y k el coeficiente de acoplamiento magnético entre los devanados primario y secundario.

Para la relación $\langle 3.46 \rangle$ el modelo idealizado del transformador es el de la figura 3.9.

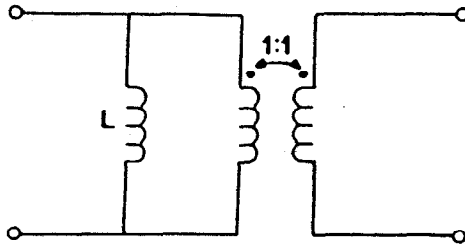


Figura 3.9 Modelo de un transformador sin pérdidas con acoplamiento magnético perfecto, $n = k = 1$.

La modificación resultante se ilustra en la figura 3.10.

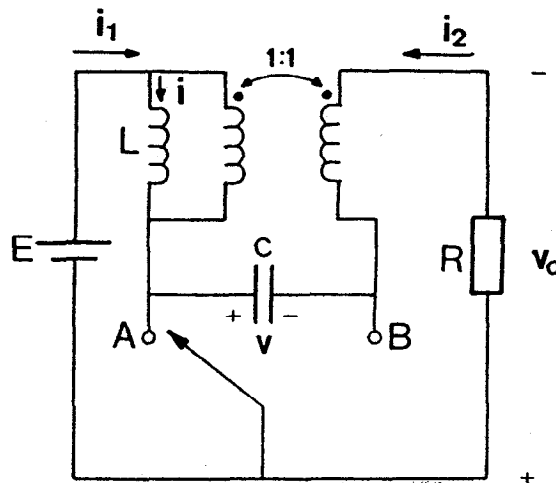


Figura 3.10 Convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto.

Será por tanto un sistema de orden dos con el siguiente vector de estado:

$$x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \quad \langle 3.47 \rangle$$

con

$$i = i_1 + i_2 \quad \langle 3.48 \rangle$$

En este convertidor se cumple que el rizado de las corrientes i_1 e i_2 es nulo [33].

Las ecuaciones de estado son:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 E \quad \text{para } t_1^n < t < t_2^n \quad \text{durante } \tau \quad \langle 3.49 \rangle$$

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 E \quad \text{para } t_2^n < t < t_1^{n+1} \quad \text{durante } \bar{\tau} \quad \langle 3.50 \rangle$$

donde x es el vector de estado expresado en $\langle 3.47 \rangle$, y el valor de las matrices A_1 y A_2 y de los vectores B_1 y B_2 son

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ \frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad \langle 3.51 \rangle$$

Como $A_1 \neq A_2$ será $B \neq 0$ y además $B_1 = B_2$ por tanto $b = 0$.

La ecuación general en el espacio de estado quedará de la forma siguiente:

$$\dot{x} = Ax + a + Bxu \quad \langle 3.52 \rangle$$

que es una relación lineal en x y bilineal en x y u , por tanto el convertidor de Cuk bidireccional con acoplamiento magnético perfecto es un sistema bilineal.

3.6.1 CONTROLABILIDAD.

El sistema bilineal descrito por la ecuación $\langle 3.52 \rangle$ es localmente controlable sólo si la dimensión del Algebra de Lie generada por los vectores $Ax + a$ y Bx es 2.

Efectivamente, el Algebra de Lie $\{Ax + a, Bx\}_{L.A.}$ contiene los vectores

$$W_1 = Bx$$

$$W_2 = [Ax + a, Bx]$$

$$W_3 = [Ax + a, [Ax + a, Bx]]$$

W_1 y W_2 son linealmente independientes en el complementario de la cónica:

$$C_{12} = \{ (i, v) \mid -2Liv + LEi - RCEv = 0 \}$$

W_1 y W_3 son linealmente independientes en el complementario de la cónica:

$$C_{13} = \{ (i, v) \mid i^2(2RL) - v^2(2RC) + i(R^2CE + LE) + v(3RCE) = 0 \}$$

Pero $C_{12} \cap C_{13}$ representan un punto en R^2 , en él los vectores W_2 y W_3 son linealmente independientes.

Por tanto como la dimensión de esta Algebra de Lie para cualquier punto p es 2 el sistema <3.52> es localmente controlable.

3.6.2 CONTROL POR REALIMENTACION DE ESTADO CON COMPENSACION.

Las ecuaciones de estado para el convertidor de Cuk bidireccional con acoplamiento magnético perfecto están dadas en las expresiones <3.49> y <3.50>.

Suponiendo que la condición de que $T \ll T_0$, siendo T el periodo de conmutación y T_0 el periodo libre del circuito, se cumple.

La solución de las ecuaciones <3.49> y <3.50> viene dada por la resolución de la ecuación de transición

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\theta)} B e d \xi \quad \langle 3.53 \rangle$$

en la cual $e^{AT} = \Phi(t)$ es la matriz de transición de estado, y para un instante arbitrario. En el presente caso $e = E$ (tensión de alimentación).

3.6.3 INTEGRACION DE LA ECUACION GENERAL. CALCULO DE τ .

Este apartado también es idéntico al 3.4.2, obteniéndose análogamente la ecuación <3.13> que decía

$$x(t_1^{n+1}) = Hx(t_1^n) + Fx(t_1^n) \tau(t_1^n) + k \quad \langle 3.54 \rangle$$

expresión lineal en x y bilineal en x y τ con

$$H = e^{A_2 \tau}$$

$$F = e^{A_2 \tau} (A_1 - A_2)$$

$$k = e^{A_2 \tau} A_2^{-1} (I - e^{-A_2 \tau}) B_1 E$$

siendo los valores de A_1 , A_2 y B_1 los expresados en $\langle 3.51 \rangle$.

La forma de estas exponenciales matriciales es la siguiente:

$$H = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix} \quad F = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} \quad k = \begin{vmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{vmatrix}$$

De la expresión matricial $\langle 3.54 \rangle$ se obtienen las relaciones de las variables de estado i , v .

$$\begin{aligned} i(t_1^{n+1}) &= h_{11} i(t_1^n) + h_{12} v(t_1^n) + \\ &+ [f_{11} i(t_1^n) + f_{12} v(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{11} \end{aligned} \quad \langle 3.55 \rangle$$

$$\begin{aligned} v(t_1^{n+1}) &= h_{21} i(t_1^n) + h_{22} v(t_1^n) + \\ &+ [f_{21} i(t_1^n) + f_{22} v(t_1^n)] \tau(t_1^n) + k_{12} \end{aligned} \quad \langle 3.56 \rangle$$

Si C_t designa la consigna y w es un coeficiente menor que 1, se puede escribir [1]

$$v(t_1^{n+1}) - C_t = W[v(t_1^n) - C_t] \quad \langle 3.57 \rangle$$

Llevando la expresión $\langle 3.57 \rangle$ a la ecuación $\langle 3.56 \rangle$, se obtiene la relación no lineal de τ que sirve para calcular el bucle de regulación.

$$\tau(t_1^n) = \frac{-k_{12} - h_{21} i(t_1^n) + v(t_1^n)[w - h_{22}] + C_t(1-w)}{f_{21} i(t_1^n) + f_{22} v(t_1^n)} \quad \langle 3.58 \rangle$$

La no linealidad de la cadena directa está compensada por la no linealidad de la contra-reacción, como consecuencia el convertidor en lazo cerrado tiene un comportamiento lineal.

La expresión $\langle 3.58 \rangle$ hace aparecer un divisor analógico. La intensidad i no será posible realimentarla físicamente puesto que es una variable resultado de la modelación de un transformador con acoplamiento magnético perfecto y realmente no es captable. Pero introduciendo un sumador se puede implementar la ecuación $\langle 3.48 \rangle$ que decía:

$$i = i_1 + i_2$$

El bucle completo está representado en la figura 3.11.

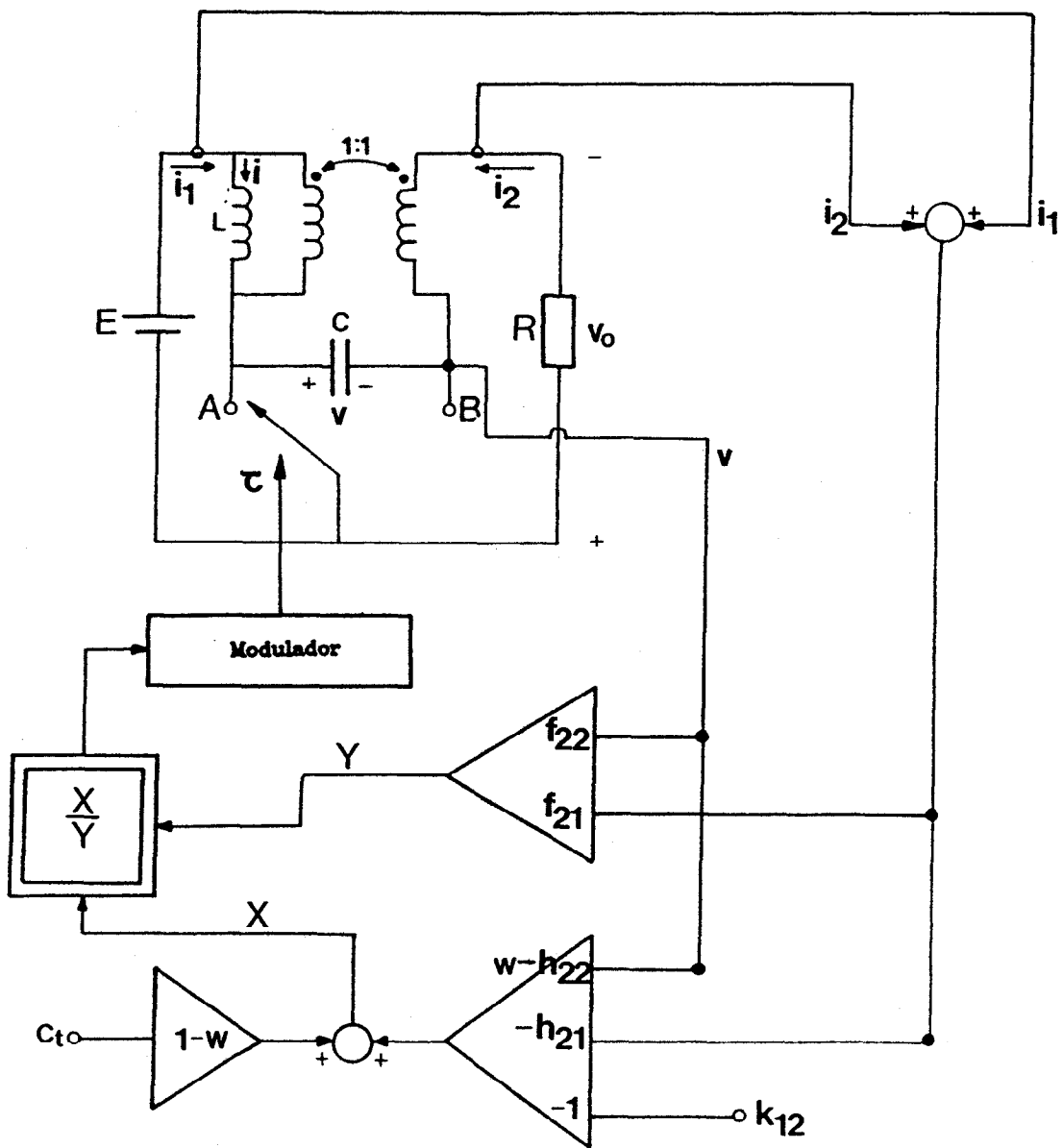


Figura 3.11 Célula de potencia no lineal con realimentación de estado con compensación.

El valor de las matrices H y F y el vector K es el siguiente:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{T}{L} \\ \frac{T}{C} & 1 - \frac{T}{RC} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \frac{T}{LC} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} + \frac{T}{RC^2} & \frac{T}{LC} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{T}{L} - \frac{T^2}{RCL} \\ \frac{T^2}{LC} + \frac{T}{RC} - \frac{T^2}{R^2C^2} \end{bmatrix} E \quad <3.59>$$

3.6.4 REALIZACION DE LA ADAPTACION A LA CARGA Y A LA TENSION DE ALIMENTACION.

Los elementos que intervienen en el cálculo de $\tau(t_1^n)$, expresión <3.58>, de las matrices H, F y del vector K, expresión <3.59> son los siguientes:

$$k_{12} = \left[T^2 \left(\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2} \right) + \frac{T}{RC} \right] E \quad ; \quad h_{21} = \frac{T}{C} ;$$

$$h_{22} = 1 - \frac{T}{RC} \quad f_{21} = -\frac{1}{C} + \frac{T}{RC^2} \quad ; \quad f_{22} = \frac{T}{LC} \quad <3.60>$$

a) Adaptación a la carga.

Sustituyendo los valores de <3.60> en la expresión <3.58> de $\tau(t_1^n)$ quedará

$$\tau(t_1^n) = \frac{-\left[T^2 \left(\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2} \right) + \frac{T}{RC} \right] E - \frac{T}{C} i(t_1^n) + v(t_1^n) \left[w - 1 + \frac{T}{RC} \right] + C_s (1-w)}{\left(-\frac{1}{C} + \frac{T}{RC^2} \right) i(t_1^n) + \frac{T}{LC} v(t_1^n)} \quad <3.61>$$

La carga vendrá representada por la relación

$$R = \frac{v_o(t_1^n)}{i_2(t_1^n)} \quad \langle 3.62 \rangle$$

Sustituyendo $\langle 3.62 \rangle$ junto con $\langle 3.48 \rangle$ en la expresión $\langle 3.61 \rangle$ se tendrá:

$$\tau(t_1^n) = \frac{-\frac{ET^n}{LC} - \frac{T}{C} i(t_1^n) + \frac{i_s(t_1^n)}{v_o(t_1^n)} \frac{T}{C} [v(t_1^n) + E(-\frac{T}{C} \frac{i_s(t_1^n)}{v_o(t_1^n)} - 1)] + v(t_1^n)[w-1] + C_i(1-w)}{i(t_1^n) [\frac{T}{C^2} \frac{i_s(t_1^n)}{v_o(t_1^n)} - \frac{1}{C}] + \frac{T}{LC} v(t_1^n)}$$

b) Adaptación a la tensión de alimentación.

Puede ser realizada simplemente al nivel de ganancia

$$k_{12} = [T^2 (\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}) + \frac{T}{R C}] E$$

realimentando convenientemente la entrada del amplificador correspondiente para la tensión de alimentación E, con un coeficiente multiplicador constante de valor

$$[T^2 (\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}) + \frac{T}{R C}]$$

El bucle completo de realimentación está representado en la figura 3.12.

3.6.5 REALIZACION PRACTICA.

La realización práctica corresponde al convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto, o sea con $n=k=1$, y cuyo diagrama de bloques es el correspondiente a la figura 3.11. Se han tomado dos tipos de referencia: senoidal y triangular.

El montaje global es el de la figura 3.13.

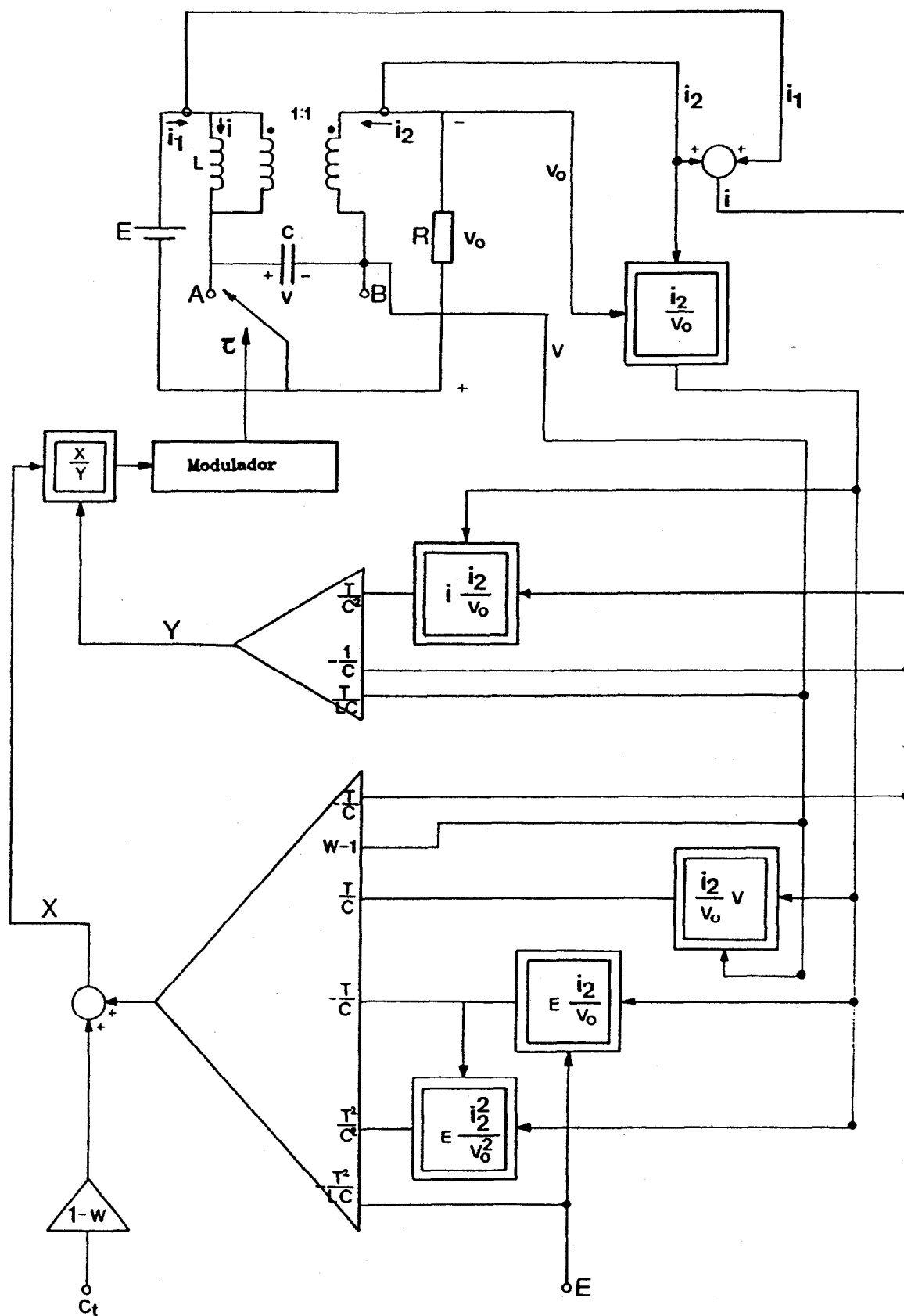


Figura 3.12 Estructura de la realimentación no lineal de regulación con adaptación a la carga y a la tensión de alimentación.

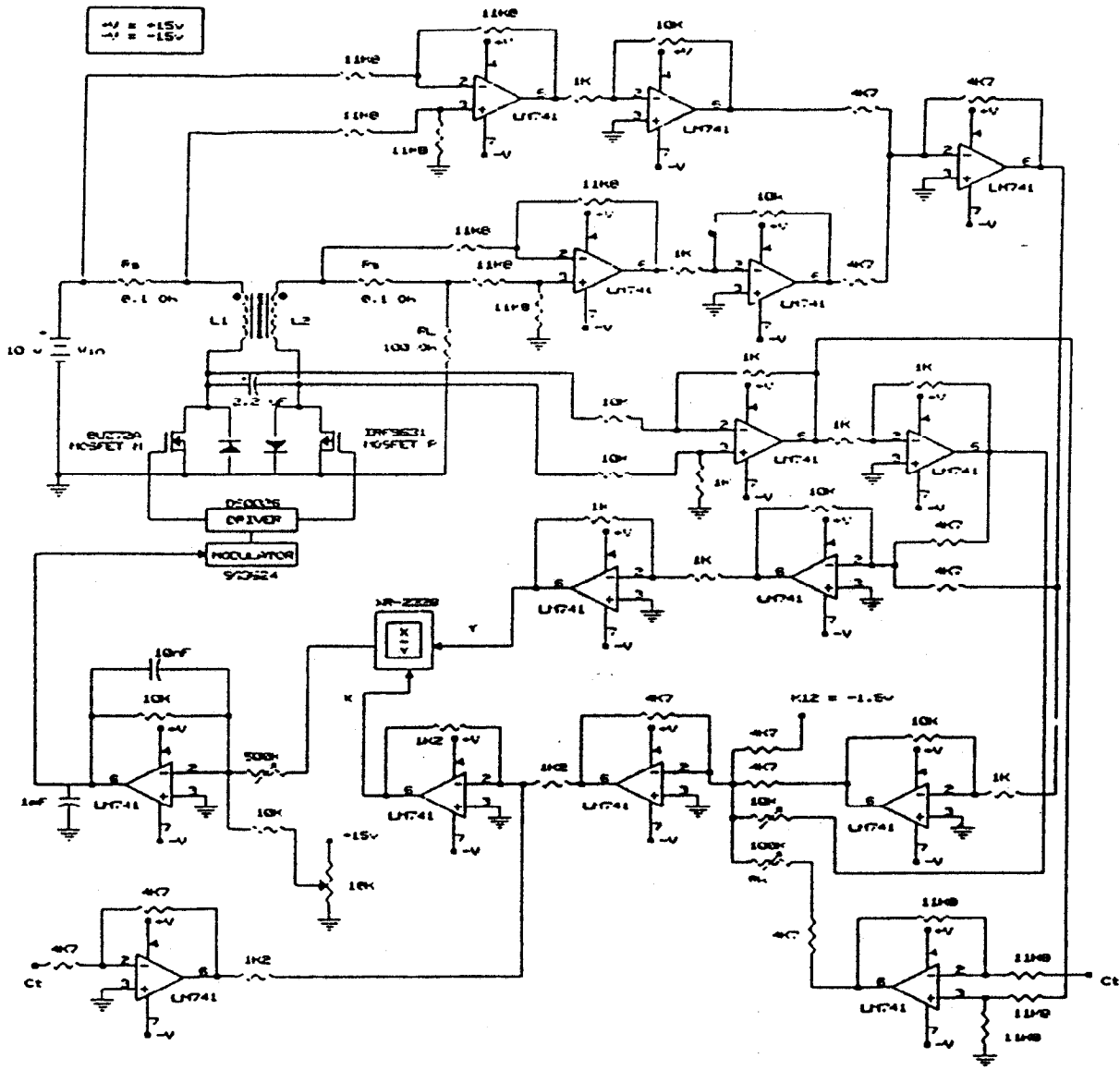


Figura 3.13 Implementación práctica de un convertidor de Cuk con acoplamiento magnético con control no lineal.

$C_1 = 2.2 \mu\text{F}$ $R = 100 \Omega$ $L_1 = L_2 = 3.25 \text{ mH}$ $E = 10 \text{ V}$ $\langle v_0 \rangle = -4 \text{ V}$
 $f_s = 80 \text{ kHz}$ $\langle D \rangle = 0.3$ $0.1 < D < 0.5$ $k = 0.99$

3.6.5.1 REGULACION HACIA ARRIBA, REGULACION HACIA ABAJO Y RENDIMIENTO.

a) Regulación hacia arriba.

Las medidas de la tensión de salida v_0 se realizan para un valor de la consigna C_t constante, haciendo variar la tensión de entrada E . El ciclo de trabajo tiene el valor de 0.3. Los resultados obtenidos se encuentran a la figura 3.14.

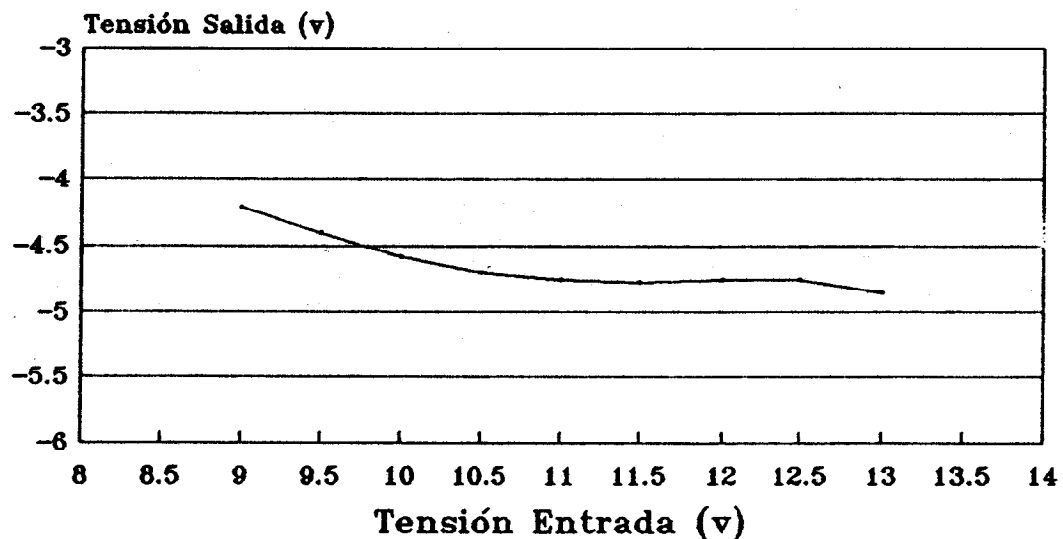


Figura 3.14 Regulación estática hacia arriba.

b) Regulación hacia abajo.

Las medidas de la tensión de salida v_0 se realizan para un valor de la tensión de entrada $E = 10$ V constante, haciendo variar la consigna C_t . El ciclo de trabajo varía entre 0.16 y 0.48. Los resultados obtenidos se encuentran en la figura 3.15.

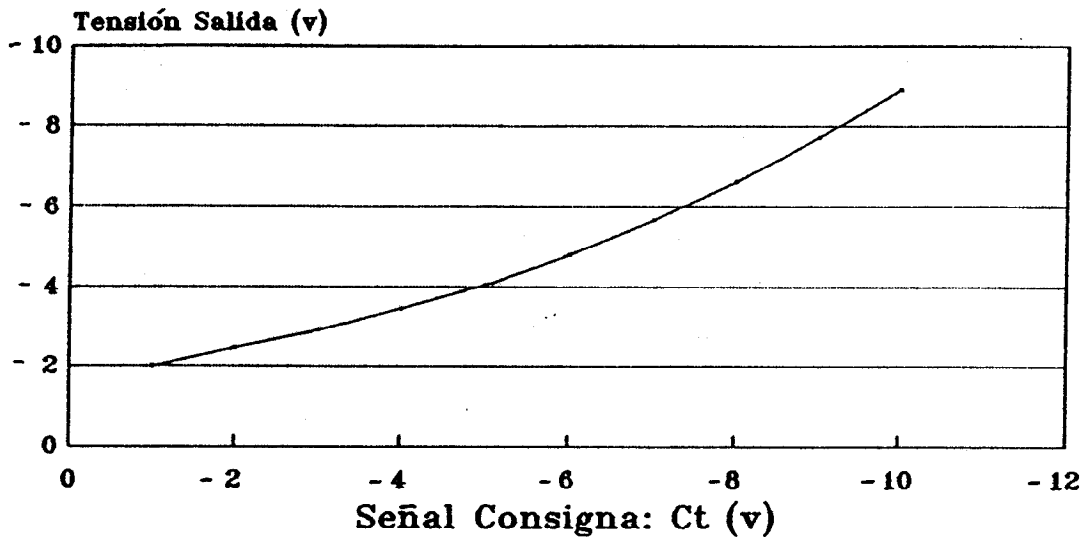


Figura 3.15 Regulación hacia abajo.

c) Rendimiento de la célula de potencia.

Los valores del rendimiento se efectúan en función de la corriente en la carga para un ciclo de trabajo 0.3, manteniendo la tensión de entrada E constante. Los resultados obtenidos se encuentran en la figura 3.16.

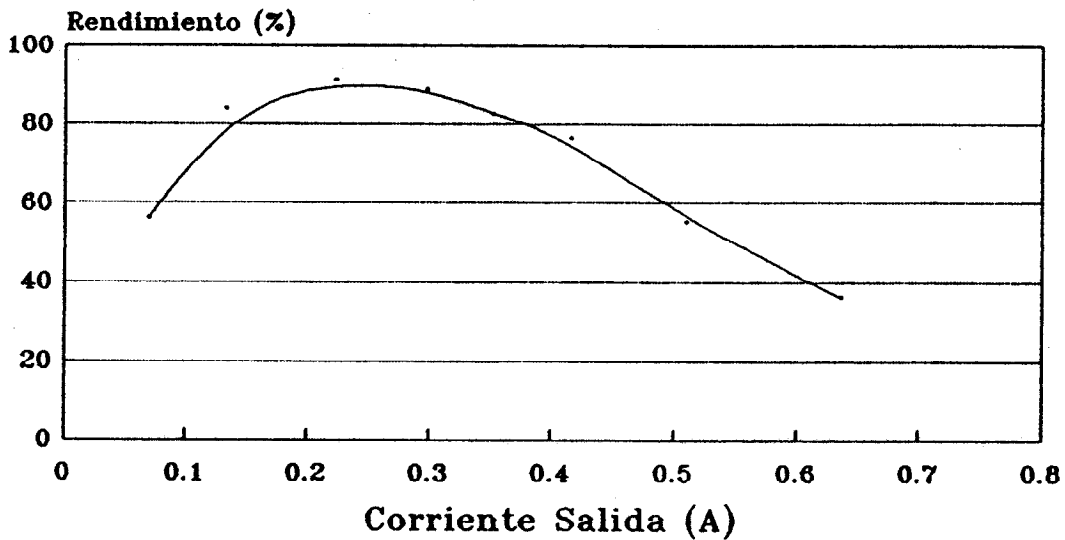


Figura 3.16 Rendimiento de la célula de potencia.

3.6.5.2 FENOMENOS DINAMICOS EN REGIMEN DE GRAN SEÑAL.

a) Conducta de la tensión de salida para diferentes tipos de consigna.

Se aplica una consigna variable, senoidal y triangular, al convertidor y se observa la tensión de salida. En los oscilogramas de la figura 3.17 la forma de onda de arriba corresponde a la consigna aplicada y la de abajo a la tensión de salida observada.

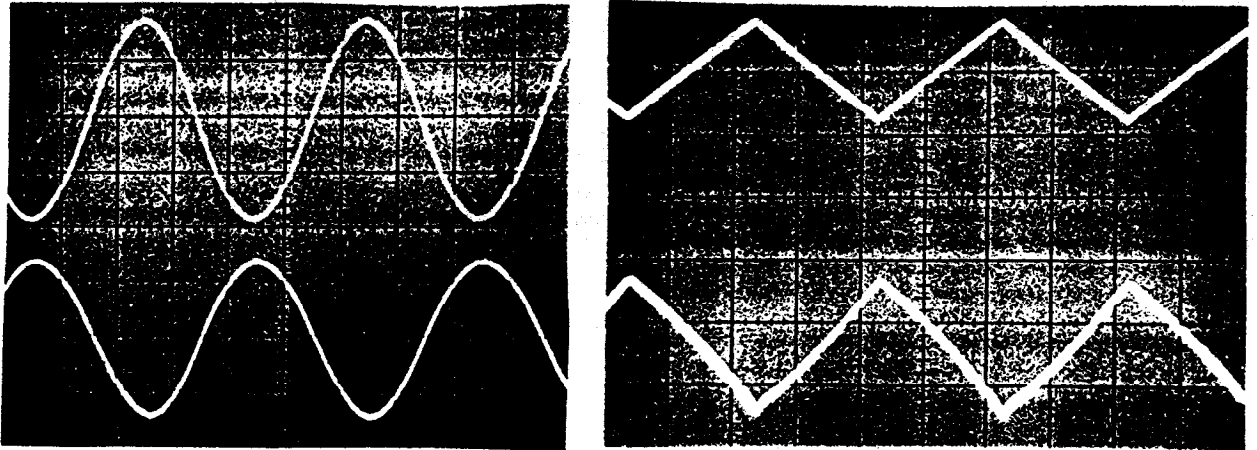


Figura 3.17 Tensión de salida para diferentes tipos de consigna.

(2V/div, 5ms/div)

b) Formas de onda de las corrientes i_1 , i_2 .

Las corrientes de entrada y salida, i_1 , e i_2 , deberían poseer en el caso ideal de acoplamiento magnético perfecto un rizado nulo. En el montaje realizado estas corrientes tienen un rizado prácticamente nulo, apareciendo solamente picos debido a la conmutación, como puede observarse en la figura 3.18.

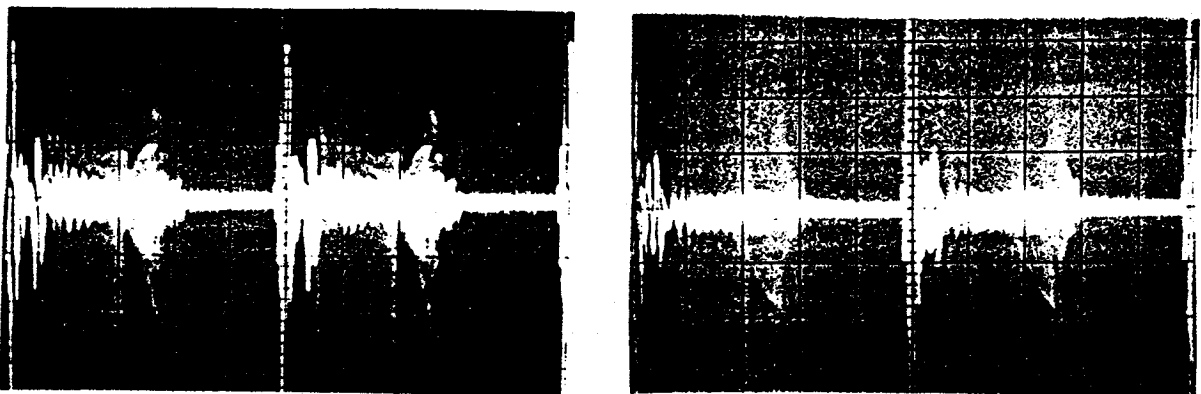


Figura 3.18 Forma de onda de las corrientes i_1 e i_2 .

(0.1 V/div, 2ms/div)

c) Formas de onda a la entrada y salida del divisor.

Las señales de entrada y salida del divisor analógico están referenciadas en la figura 3.19. En a) se encuentra en la parte superior la señal del numerador y en la parte inferior la señal del denominador. En b) se observa la división de ambas.

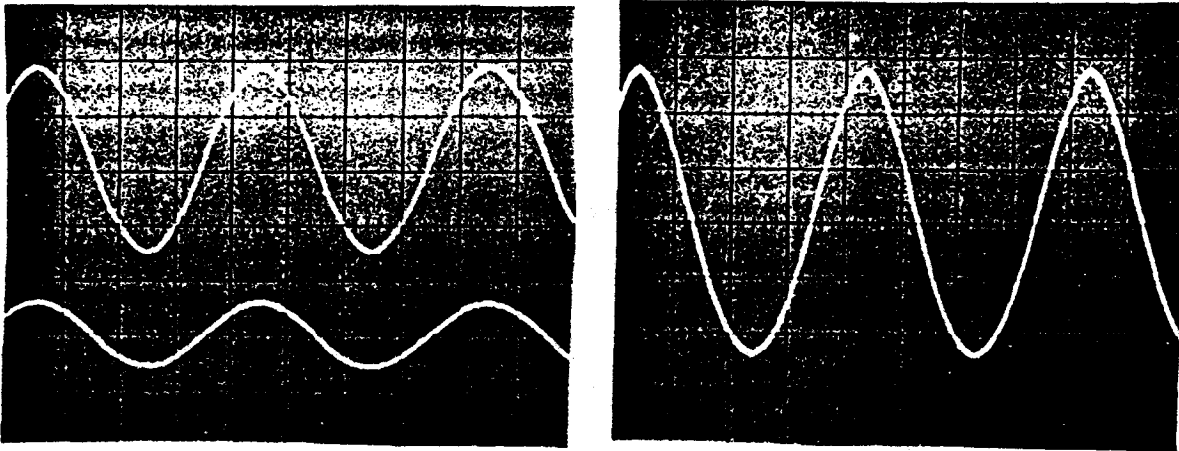


Figura 3.19 Formas de onda a la entrada y salida del divisor.

(2V/div, 5ms/div)

CAPITULO IV

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES BIDIRECCIONALES. FORMULACION CONTINUA.

4.1 INTRODUCCION.

El paralelismo existente entre los modelos discretos y continuos en el caso lineal tiene su reflejo en la descripción bilineal. A. Monin [42] y M. Berbiche[3] establecieron un modelo continuo bilineal que permite plantear un enfoque alternativo a la recurrencia discreta desarrollada en el capítulo anterior. El modelo continuo bilineal de valores medios venia acompañado, en el caso de la propuesta de M. Berbiche, de una técnica de control similar a la de M. Valentin. Se trata de encontrar una ley de control para el ciclo de trabajo que permita linealizar una determinada ecuación de estado, asegurando la estabilidad del sistema en torno al punto de trabajo. El método de M. Berbiche, utilizado en el diseño de un ondulator basado en la interconexión de convertidores "buck-boost" bidireccionales, se aplica en este capítulo para diseñar circuitos de control no lineales para el convertidor "boost", "buck-boost" y para el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y $n = k = 1$.

4.2 CONTROL DE LOS CONVERTIDORES BILINEALES. FORMULACION CONTINUA.

Sea un sistema no lineal descrito por la ecuación de estado

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad <4.1>$$

La solución de esta ecuación se escribe como

$$x(t) = e^{(t-t_0)} f(x(t)) \Big|_{x(t_0)} \quad <4.2>$$

donde $x(t_0)$ representa la condición inicial y, $e^{(t-t_0)}f$ es el operador de transporte.

Durante cada periodo de conmutación T , el convertidor conmuta entre las dos configuraciones $f_1(x(t))$ y $f_2(x(t))$. Se toma $f_1(x(t))$ durante τ y $f_2(x(t))$ durante $\bar{\tau}$.

La conmutación está indicada en la figura 4.1

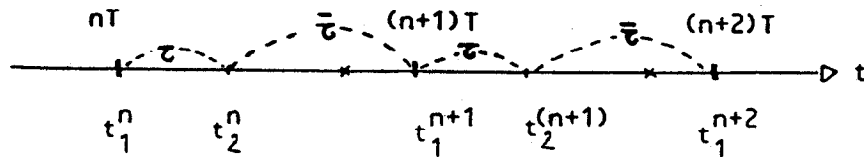


Figura 4.1 Subdivisión del periodo de conmutación.

Así pues en cada intervalo de conmutación se podrán escribir dos ecuaciones

$$\text{Para } t_1^n < t < t_2^n, \text{ durante } \tau, \text{ será: } x(t_2^n) = e^{\tau f_1(x(t))} x(t_1^n) \quad <4.3>$$

$$\text{Para } t_2^n < t < t_1^{n+1}, \text{ durante } \bar{\tau}, \text{ será: } x(t_1^{n+1}) = e^{\bar{\tau} f_2(x(t))} x(t_2^n) \quad <4.4>$$

Para un periodo de conmutación, la transición resultante se escribe como

$$x(t_1^{n+1}) = e^{\bar{\tau} f_2(x(t))} \circ e^{\tau f_1(x(t))} x(t_1^n) \quad <4.5>$$

La serie de Campbell-Hansdorff-Dynkin permite expresar esta transición entre los instantes t_1^n y t_1^{n+1} por una exponencial única, combinación lineal de términos del Algebra de Lie engendrada por $\tau f_1(x(t))$ y $\bar{\tau} f_2(x(t))$, aplicando la ley de composición no conmutativa de los operadores [2]

$$e^{\bar{\tau} f_2} \circ e^{\tau f_1} = e^{(\bar{\tau} f_2 + \tau f_1 + \frac{1}{2} \tau \bar{\tau} [f_2, f_1] + \frac{1}{12} \bar{\tau} \tau^2 [[f_2, f_1], f_1] + \dots)} \quad <4.6>$$

donde $[f_1, f_2]$ es el paréntesis de Lie.

Por otra parte, la duración de τ y $\bar{\tau}$ son del mismo orden que T , por tanto

$T \rightarrow dt$ (conmutación infinitesimal).

El producto $\tau \cdot \bar{\tau}$ y las potencias superiores a uno de τ y $\bar{\tau}$ son despreciables frente a τ y $\bar{\tau}$. En primera aproximación, la serie <4.6> puede reducirse a un desarrollo de primer orden

$$x_{t+dt} = e^{(\bar{\tau} f_2 + \tau f_1 + o[\tau^2, \bar{\tau}^2])} x(t) \quad <4.7>$$

Si se utiliza el ciclo de trabajo Γ definida por

$$\Gamma = \frac{\tau}{T} \quad <4.8>$$

τ y $\bar{\tau}$ pueden escribirse como

$$\tau = \Gamma dt \quad \bar{\tau} = (1 - \Gamma) dt \quad <4.9>$$

La ecuación <4.7> se escribirá:

$$x_{t+dt} \approx e^{(\Gamma f_1 + (1 - \Gamma) f_2) dt} x(t) \quad <4.10>$$

El valor medio del estado para un periodo de conmutación satisface entonces la ecuación siguiente:

$$\dot{\bar{x}} = \Gamma f_1(\bar{x}) + (1 - \Gamma) f_2(\bar{x}) \quad <4.11>$$

donde \bar{x} es el vector de estado en valores medios [3],[42].

Dentro de esta última expresión, Γ constituye el valor medio de los valores tomados por la función $[1-u(t)]$ durante el periodo de conmutación dt . Γ puede alcanzar todos los valores comprendidos entre $[0,1]$. Esto permite examinar un control por la relación cíclica, que es una función continua del valor medio del estado.

La ecuación <4.11> aparece como la expresión

$$\dot{\bar{x}} = b_0(\bar{x}) + b_2(\bar{x}) \Gamma \quad <4.12>$$

ya que

$$f_1(\bar{x}) = A_1 \bar{x} + B_1 \quad \text{durante } \tau \quad <4.13>$$

$$f_2(\bar{x}) = A_2 \bar{x} + B_2 \quad \text{durante } \bar{\tau} \quad <4.14>$$

4.3 CONVERTIDOR BOOST.

El convertidor boost es un sistema bilineal, según se vió en el apartado 2.4, de ecuación general de estado $\dot{x} = (Ax + a) + (Bx)u$.

Se recordará el esquema de principio, así como los valores de A_1 , A_2 , B_1 y B_2 para el convertidor boost.

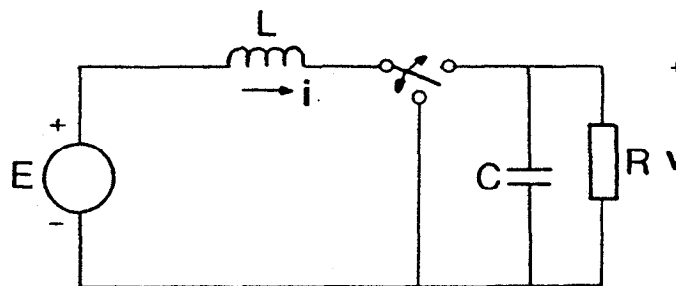


Figura 4.2 Esquema del convertidor boost.

Siendo

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \langle 4.15 \rangle$$

y el vector de estado en valores medios es:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} I \\ V \end{bmatrix} \quad \langle 4.16 \rangle$$

Los valores de $b_0(\bar{x})$ y $b_1(\bar{x})$ son:

$$b_0(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{E-V}{L} \\ \frac{I}{C} - \frac{V}{RC} \end{bmatrix}; \quad b_1(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{V}{L} \\ -\frac{I}{C} \end{bmatrix} \quad \langle 4.17 \rangle$$

4.3.1 ESTABILIDAD DEL MODELO EN LAZO ABIERTO.

En lazo abierto, cuando la estructura funciona en régimen estático, la relación cíclica permanece constante. Será tomada pues como un parámetro dentro de la ecuación $\langle 4.12 \rangle$ que se escribirá como

$$\dot{\bar{X}} = A(\Gamma)\bar{x} + b(\Gamma) \quad \langle 4.18 \rangle$$

donde

$$A(\Gamma) = A_1\Gamma + A_2(1-\Gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-\Gamma}{L} \\ \frac{1-\Gamma}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

<4.19>

$$b(\Gamma) = B_1\Gamma + B_2(1-\Gamma) = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

El polinomio característico se escribe

$$s^2 + \frac{S}{RC} + \frac{(1-\Gamma)^2}{LC} \quad <4.20>$$

Para $\Gamma=1$, hay un polo en el origen. El modelo tendrá pues en este caso un límite de estabilidad. Para evitarlo, se fija un margen de estabilidad α positivo, de tal manera que

$$\Gamma \in [0, 1-\alpha] \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

El discriminante de la ecuación <4.20> es:

$$\Delta = \frac{1}{R^2 C^2} + 4 \frac{(1-\Gamma)^2}{LC}$$

a) Para $\Delta > 0$

Las dos soluciones son

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$$

Estas dos raíces son negativas, con lo cual el sistema es estable en lazo

abierto.

b) Para $\Delta < 0$

Las dos raíces son complejas conjugadas, pero ambas tienen parte real negativa, entonces el sistema también será estable en lazo abierto.

4.3.2 LEY DE CONTROL.

En régimen dinámico, la acción sobre el ciclo de trabajo permite controlar los valores medios de la tensión de salida y la corriente en la bobina. Pudiéndose obtener por la regulación sobre la tensión de salida o sobre la corriente media de la bobina.

La ley de control que se propone, consiste en hacer seguir una variable de estado x_i por una magnitud de consigna x_i^* evolucionando con una frecuencia muy pequeña frente a la frecuencia de conmutación. El criterio del control es el propuesto por Berbiche [3]

$$\dot{\tilde{x}}_i = -k\tilde{x}_i = -k(\bar{x}_i - x_i^*) \quad <4.21>$$

Donde \tilde{x}_i representa el error entre el valor medio de la variable de estado y x_i^* la consigna, k es un factor de convergencia, $k > 0$.

Así pues se impone una dinámica de primer orden al error.

4.3.3 CONTROL DIRECTO DE LA TENSION.

Tomando la ecuación <4.12> se obtiene

$$\dot{I} = \frac{E-V}{L} + \frac{V}{L} \Gamma \quad <4.22>$$

$$\dot{V} = \frac{I}{C} - \frac{V}{RC} - \frac{I}{C} \Gamma \quad <4.23>$$

Se aplica la ley de control anterior a la tensión de salida:

$$\dot{\tilde{V}} = -k\tilde{V} = -k(V - V^*) \quad <4.24>$$

Introduciendo esta última ecuación en <4.23> se obtendrá el ciclo de tra-

bajo

$$\Gamma = 1 - \frac{V}{RI} + \frac{kC}{I}(v - v^*) \quad <4.26>$$

Las ecuaciones de estado en lazo cerrado podrán escribirse como

$$\dot{I} = \frac{E - V}{L} + \frac{V}{L} \left[1 - \frac{V}{RI} + \frac{kC}{I}(v - v^*) \right] \quad <4.26>$$

$$\dot{V} = -k(V - V^*) \quad <4.27>$$

Estas relaciones dan el punto de funcionamiento estático del convertidor boost, (I^*, V^*) cuando V alcanza V^* e I alcanza I^* .

$$I^* = \frac{V^{*2}}{ER} \quad <4.28>$$

Suponiendo que la tensión consigue llegar al valor de la consigna V^* con una perturbación sobre I , la ecuación <4.22> se convierte en

$$\dot{I} = \frac{E}{L} \left(1 - \frac{I^*}{I} \right) \quad <4.29>$$

Con una tensión positiva a la salida hay dos casos posibles

a) $I > I^*$

Para alcanzar I^* , la corriente debe disminuir. Ahora bien la expresión <4.29> es positiva, entonces \dot{I} también lo es. En consecuencia, la corriente continúa creciendo.

b) $I < I^*$

En este caso, la corriente debe aumentar para llegar a I^* , pero la pendiente es negativa. Así pues la corriente continúa su decrecimiento.

Se puede concluir diciendo que un control directo de la tensión de salida conduce a un comportamiento inestable del sistema. Habrá pues que intentar la búsqueda de una ley de control utilizando la corriente media en la bobina, donde la corriente de consigna I^* sea función de la carga y de la tensión de consigna V^* hacia la cual deberá converger la tensión de salida. El criterio de con-

trol se escribirá

$$\dot{\tilde{I}} = -k\tilde{I} = -k(I - I^*) \quad <4.30>$$

4.3.4 CONTROL INDIRECTO DE LA TENSION.

El esquema de principio de este control en tensión por medio de la corriente media en la bobina [3], esta dado por la figura 4.3.

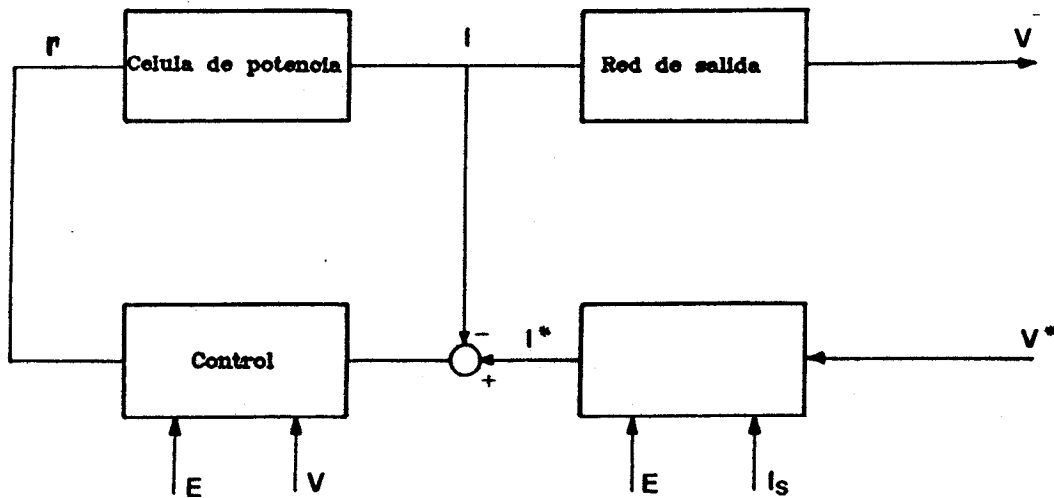


Figura 4.3 Esquema de bloques del control indirecto de la tensión.

La expresión del ciclo de trabajo en función de V^* y de los valores medios de V y de I se puede deducir de las expresiones <4.22> y <4.23>.

$$\Gamma(\bar{x}) = \frac{V - E + kL(I^* - I)}{V} \quad <4.31>$$

La evolución del valor medio de la tensión V se escribe

$$\dot{V} = -\frac{V}{RC} + \frac{I}{C} \left[\frac{E + kL(I - I^*)}{V} \right] \quad <4.32>$$

El convertidor en lazo cerrado está regido por las ecuaciones <4.30> y <4.32>. El punto de funcionamiento estático de la estructura verifica la relación

$$I^* = \frac{V^{\cdot 2}}{RE} \quad <4.33>$$

siendo V^* la señal hacia la cual converge la tensión de salida V , cuando la corriente media en la bobina alcanza la consigna I^* .

El esquema de bloques del convertidor boost con el control encontrado en la relación <4.31> será el de la figura 4.4.

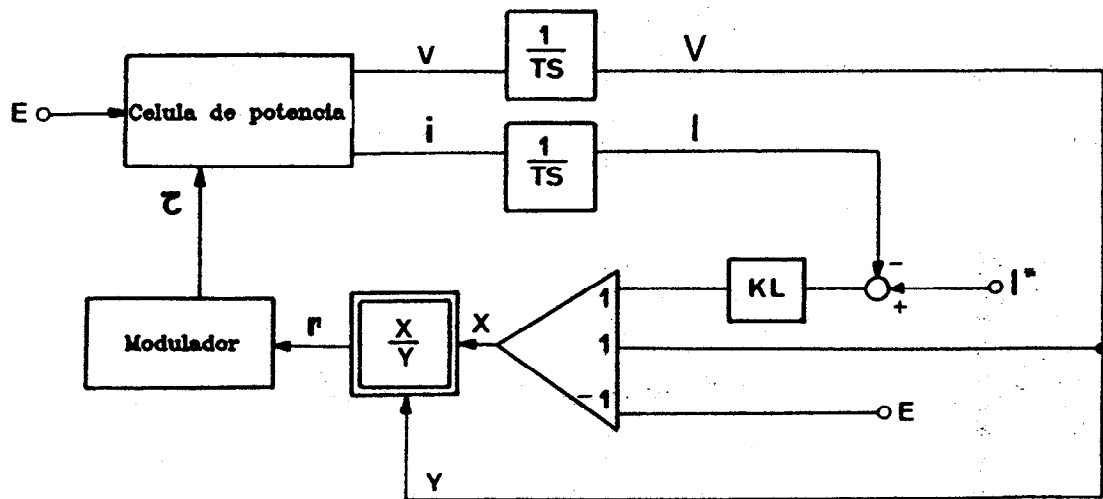


Figura 4.4 Esquema de bloques del convertidor realimentado.

4.3.5 UTILIZACION DE LA CORRIENTE MAXIMA EN EL INDUCTOR.

El principio de este método consiste en introducir las variables ficticias continuas que toman los mismos valores que las variables discretas en el instante donde ellas aparecen y cuyas derivadas no sufren un paso de discontinuidad entre dos instantes sucesivos donde se encuentran estos valores discretos verdaderos [41], [40], [3]. Estas variables ficticias corresponden a las envolventes inferior i_m y superior i_M de la corriente instantánea en la bobina. Para un periodo de conmutación, la envolvente instantánea en esta última evoluciona en el interior de esta corriente, como indica la figura 4.5.

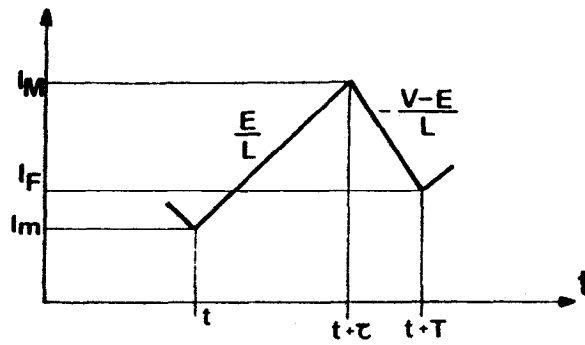


Figura 4.5 Evolución de la corriente instantánea.

Las variables continuas están definidas de la manera siguiente:

$$i_M = I_M$$

en el instante donde esta variable discreta aparece.

De la misma forma

$$i_F = I_F$$

$$i_m = I_m$$

Se consideran las ecuaciones de estado <4.13> y <4.14> relativas a la evolución de la corriente.

Las variables discretas satisfacen entonces las relaciones siguientes

$$I_M = \frac{E}{L} \tau + I_m \quad I_F = -\frac{V-E}{L} (T-\tau) + I_M$$

Las variables continuas correspondientes verifican las mismas relaciones. De otra parte, el valor medio de la corriente para un periodo de conmutación está definido por

$$I = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} I(t) dt$$

De la figura 4.5, la corriente media puede escribirse de la forma

$$I = \frac{i_M + i_m}{2} \frac{\tau}{T} + \frac{i_M + i_F}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)$$

que reemplazando i_M , i_m , i_F por sus valores

$$I = i_M - \frac{1}{2LT} [E \tau^2 + (V - E)(T - \tau)^2]$$

Teniendo en cuenta la expresión del ciclo de trabajo definido por $\Gamma = \frac{\tau}{T}$, la corriente máxima en la bobina viene dada por la relación siguiente

$$i_M(t) = I + \frac{T}{2L} [V \Gamma^2 + (V - E)(1 - 2\Gamma)] \quad <4.44>$$

Si se reemplaza Γ por su expresión <4.31> dentro de la última relación quedará

$$i_M(t) = I + \frac{T}{2L} \left[\frac{E(V - E) + k^2 L^2 (I^* - I)^2}{V} \right] \quad <4.45>$$

La expresión encontrada constituye la ley de control que se ha adoptado para el convertidor. El esquema de principio del bucle de regulación está dado por la figura 4.6.

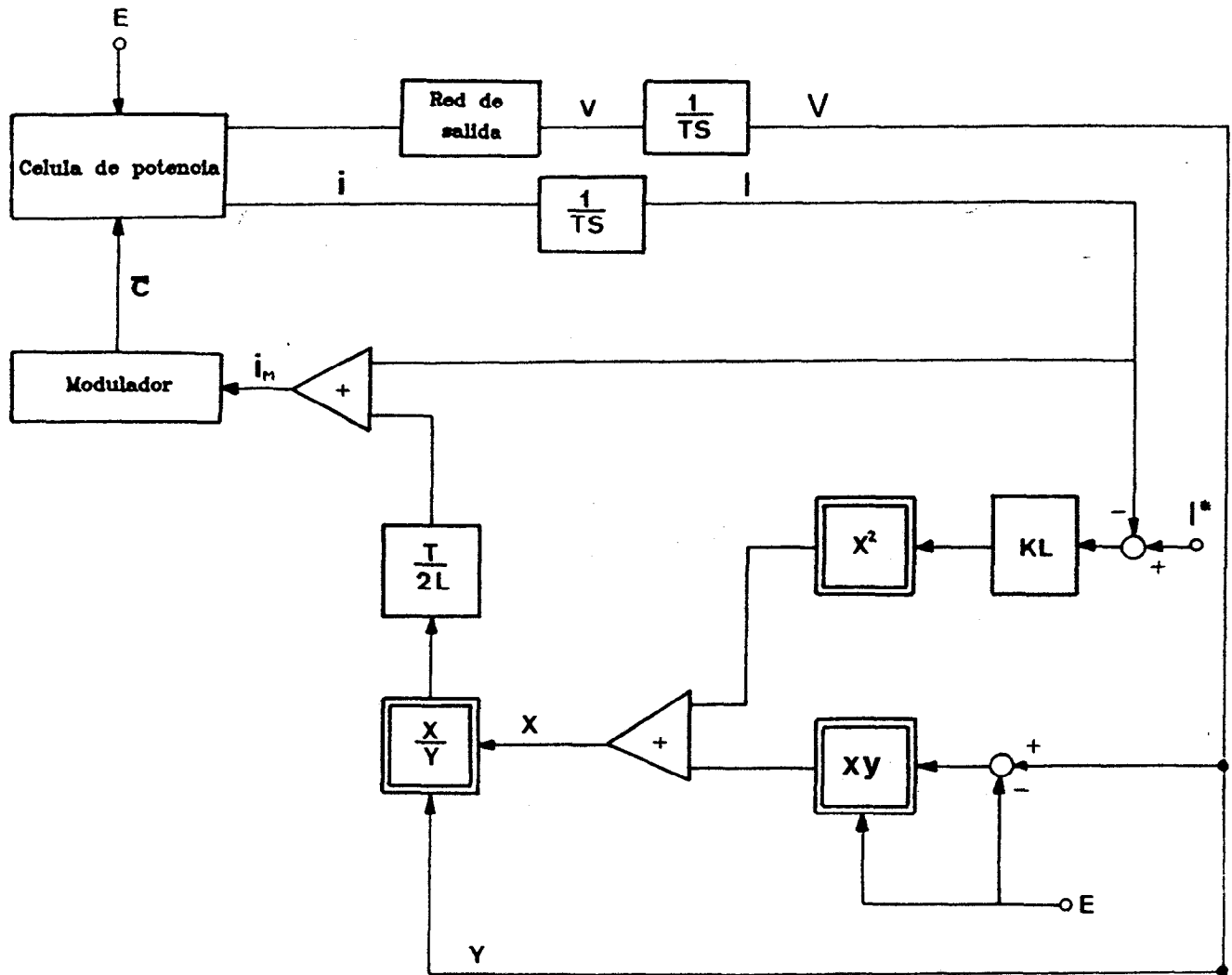


Figura 4.6 Esquema de la elaboración de la corriente máxima.

4.3.6 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO.

Para estudiar la estabilidad en brazo cerrado, se desarrollan las ecuaciones <4.30> y <4.32>. Por otra parte, con objeto de analizar la estabilidad local del sistema, se linealizará la ecuación <4.32> alrededor del punto de funcionamiento. Se propone pues

$$\dot{\tilde{I}} = -k\tilde{I}$$

$$\dot{\tilde{V}} = \left[\frac{\partial \dot{V}}{\partial I} \right]_{I^*, V^*} \tilde{I} + \left[\frac{\partial \dot{V}}{\partial V} \right]_{I^*, V^*} \tilde{V} + o(\tilde{I}^2, \tilde{V}^2)$$

En primera aproximación se puede escribir:

$$\dot{\tilde{I}} = -k\tilde{I}$$

$$\dot{\tilde{V}} = \frac{E + kLI^*}{CV^*} \tilde{I} - \frac{2}{RC} \tilde{V}$$

Este sistema posee los polos siguientes

$$s_1 = -k$$

$$s_2 = -\frac{2}{RC}$$

Estos dos polos son negativos. Se puede deducir entonces que el sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio es estable. Por consiguiente, esta ley de control permite resolver la estabilidad de la regulación.

4.4 CONVERTIDOR BUCK-BOOST.

El convertidor buck-boost es un sistema bilineal, según se vio en el apartado 2.4 de ecuación general de estado

$$\dot{x} = Ax + (Bx + b)u$$

Se recordará el esquema de principio, así como los valores de A_1 , A_2 , B_1 , y

B₂ para el convertidor buck-boost.

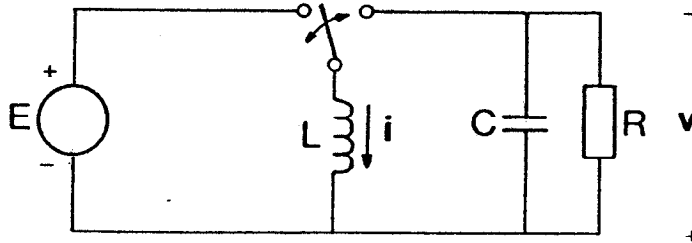


Figura 4.7 Esquema de principio del convertidor buck-boost.

Siendo

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = 0 \quad <4.46>$$

y el vector de estado en valores medios es

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} I \\ V \end{bmatrix} \quad <4.47>$$

Los valores de $b_0(\bar{x})$ y $b_1(\bar{x})$ son

$$b_0(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{V}{L} \\ \frac{I}{C} - \frac{V}{RC} \end{bmatrix}; \quad b_1(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{E+V}{L} \\ -\frac{I}{C} \end{bmatrix} \quad <4.48>$$

4.4.1 ESTABILIDAD DEL MODELO EN LAZO ABIERTO.

En lazo abierto, cuando la estructura funciona en régimen estático, el ciclo

de trabajo permanece constante. Será tomado pues como un parámetro dentro de la ecuación <4.12> , que se escribirá como

$$\dot{\bar{X}} = A(\Gamma)\bar{X} + b(\Gamma) \quad <4.49>$$

donde

$$A(\Gamma) = A_1\Gamma + A_2(1-\Gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-\Gamma}{L} \\ \frac{1-\Gamma}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$b(\Gamma) = B_1\Gamma + B_2(1-\Gamma) = \begin{bmatrix} \frac{\Gamma E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad <4.50>$$

El polinomio característico se escribe como

$$s^2 + \frac{S}{RC} + \frac{(1-\Gamma)^2}{LC} \quad <4.51>$$

Para $\Gamma=1$, hay un polo en el origen. El modelo tendrá pues en este caso un límite de estabilidad. Para evitarlo se fija un margen de estabilidad α positivo, de tal manera que

$$\Gamma \in [0, 1-\alpha] \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

El discriminante de la ecuación <4.51> será

$$\Delta = \frac{1}{R^2 C^2} + 4 \frac{(1-\Gamma)^2}{LC}$$

a) Para $\Delta > 0$

Las dos soluciones son

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$$

Estas raíces son negativas, con lo cual el sistema es estable en lazo abierto.

b) Para $\Delta < 0$

Las dos raíces son complejas conjugadas, pero ambas tienen parte real negativa, entonces el sistema también será estable en lazo abierto.

4.4.2 LEY DE CONTROL.

Siguiendo la pauta del apartado 4.3.2, el criterio de control es el siguiente

$$\dot{\tilde{x}}_i = -k\tilde{x}_i = -k(\bar{x}_i - x_i^*) \quad <4.52>$$

donde \tilde{x}_i representa el error entre el valor medio de la variable de estado y x_i^* la consigna, k es un factor de convergencia con $k > 0$. Imponiéndose una dinámica de primer orden al error.

4.4.3 CONTROL DIRECTO DE LA TENSION.

Tomando la ecuación <4.12> se obtiene

$$\dot{I} = \frac{-V}{L} + \frac{E+V}{L} \Gamma \quad <4.53>$$

$$\dot{V} = \frac{I}{C} - \frac{V}{RC} - \frac{I}{C} \Gamma \quad <4.54>$$

Se aplica la ley de control anterior a la tensión de salida

$$\dot{\tilde{V}} = -k\tilde{V} = -k(V - V^*) \quad <4.55>$$

Introduciendo esta última ecuación en <4.54> se obtendrá el ciclo de trabajo

$$\Gamma = 1 - \frac{V}{RI} + \frac{kC}{I} (v - v^*) \quad <4.56>$$

Las ecuaciones de estado en lazo cerrado podrán escribirse como

$$\dot{i} = \frac{-V}{L} + \frac{E+V}{L} \left[1 - \frac{V}{RI} + \frac{kC}{I} (v-v^*) \right] \quad <4.57>$$

$$\dot{V} = -k(V-V^*) \quad <4.58>$$

Estas relaciones dan el punto de funcionamiento estático del convertidor buck-boost, (I^*, V^*) cuando V alcanza V^* e I alcanza I^*

$$I^* = \frac{(E+V^*)V^*}{RE} \quad <4.59>$$

Suponiendo que la tensión consigue llegar al valor de la consigna V^* con una perturbación sobre I , la ecuación <4.53> se convierte en

$$\dot{I} = \frac{E}{L} \left(1 - \frac{I^*}{I} \right) \quad <4.60>$$

con una tensión positiva a la salida hay dos casos posibles.

a) $I > I^*$

Para alcanzar I^* la corriente debe disminuir. Ahora bien la expresión <4.60> es positiva, entonces \dot{I} también lo es. En consecuencia, la corriente continúa en crecimiento.

b) $I < I^*$

En este caso, la corriente debe crecer para llegar a I^* , pero la pendiente es negativa. Así pues la corriente continúa su decrecimiento.

Se puede concluir diciendo que un control directo de la tensión de salida conduce a un comportamiento inestable del sistema. Habrá pues que intentar la búsqueda de una ley de control utilizando la corriente media en la bobina, donde la corriente de consigna I^* sea función de la carga y la tensión de consigna V^* hacia la cual debe converger la tensión de salida. El criterio de control se escribirá

$$\dot{I} = -k\tilde{I} = -k(I-I^*) \quad <4.61>$$

4.4.4 CONTROL INDIRECTO DE LA TENSION.

El esquema de principio de este control en tensión por medio de la corriente media de la bobina está dado por la figura 4.3.

La expresión del ciclo de trabajo en función de V^* y de los valores medios de V y de I se puede deducir de las expresiones <4.53> y <4.54>.

$$\Gamma = \frac{V - kL(I - I^*)}{E + V} \quad <4.62>$$

La evolución del valor medio de la tensión V se escribe

$$\dot{V} = -\frac{V}{RC} + \frac{I}{C} \left[\frac{E + kL(I - I^*)}{E + V} \right] \quad <4.63>$$

Este convertidor en lazo cerrado está regido por las ecuaciones <4.61> y <4.63>.

El punto de funcionamiento estático de la estructura verifica la relación

$$I^* = \frac{(E + V^*)V^*}{RE} \quad <4.64>$$

siendo V^* la señal hacia la cual converge la tensión de salida V , cuando la corriente media en la bobina alcanza la consigna I^* .

El esquema de bloques del convertidor buck-boost con el control encontrado en la relación <4.62> será el de la figura 4.8.

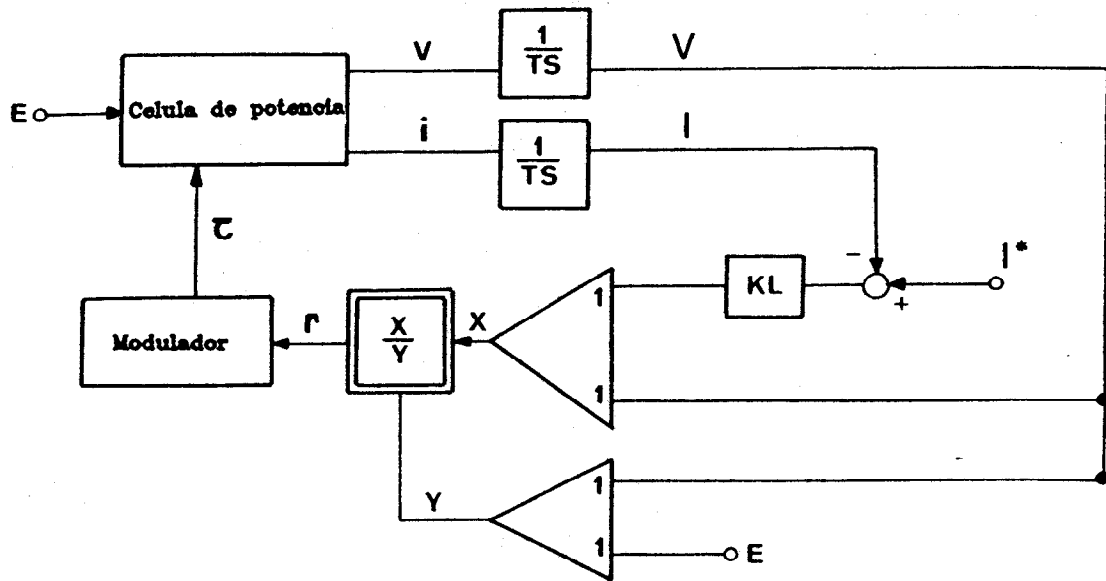


Figura 4.8 Esquema de bloques del convertidor realimentado.

4.4.5 UTILIZACION DE LA CORRIENTE MAXIMA EN EL INDUCTOR.

El principio de este método está explicado en el apartado 4.3.5.

La evolución de la corriente instantánea en el convertidor buck-boost está expuesta en la figura 4.9.

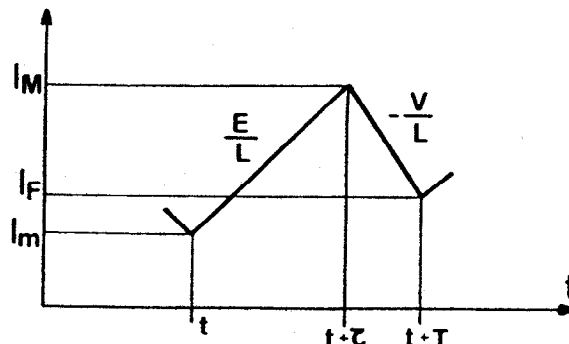


Figura 4.9 Evolución de la corriente instantánea.

Las variables continuas, definidas en el apartado 4.3.5, satisfacen las relaciones siguientes

$$I_M = \frac{E}{L} \tau + I_m \quad I_F = - \frac{V}{L} (T - \tau) + I_M$$

El valor medio de la corriente para un periodo de conmutación está definido por

$$I = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} I(t) dt$$

De la figura 4.9, la corriente media puede escribirse de la forma

$$I = \frac{i_M + i_m}{2} \frac{\tau}{T} + \frac{i_M + i_F}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)$$

que reemplazando i_M , i_m , e i_F por sus valores quedará

$$I = i_M - \frac{1}{2LT} [E \tau^2 + V (T - \tau)^2]$$

Introduciendo la expresión del ciclo de trabajo definido por $\Gamma = \frac{\tau}{T}$

la corriente máxima en la bobina viene dada por la relación siguiente

$$i_M(t) = I + \frac{T}{2L} [(E+V) \Gamma^2 - 2V\Gamma + V] \quad <4.65>$$

Si se reemplaza Γ por su expresión <4.62> dentro de la ecuación última será

$$i_M(t) = I + \frac{T}{2L} \left[\frac{VE + k^2 L^2 (I - I^*)^2}{E + V} \right] \quad <4.66>$$

La expresión encontrada constituye la ley de control que se adopta para el convertidor buck-boost. El esquema de principio del lazo de regulación está dado por la figura 4.10.

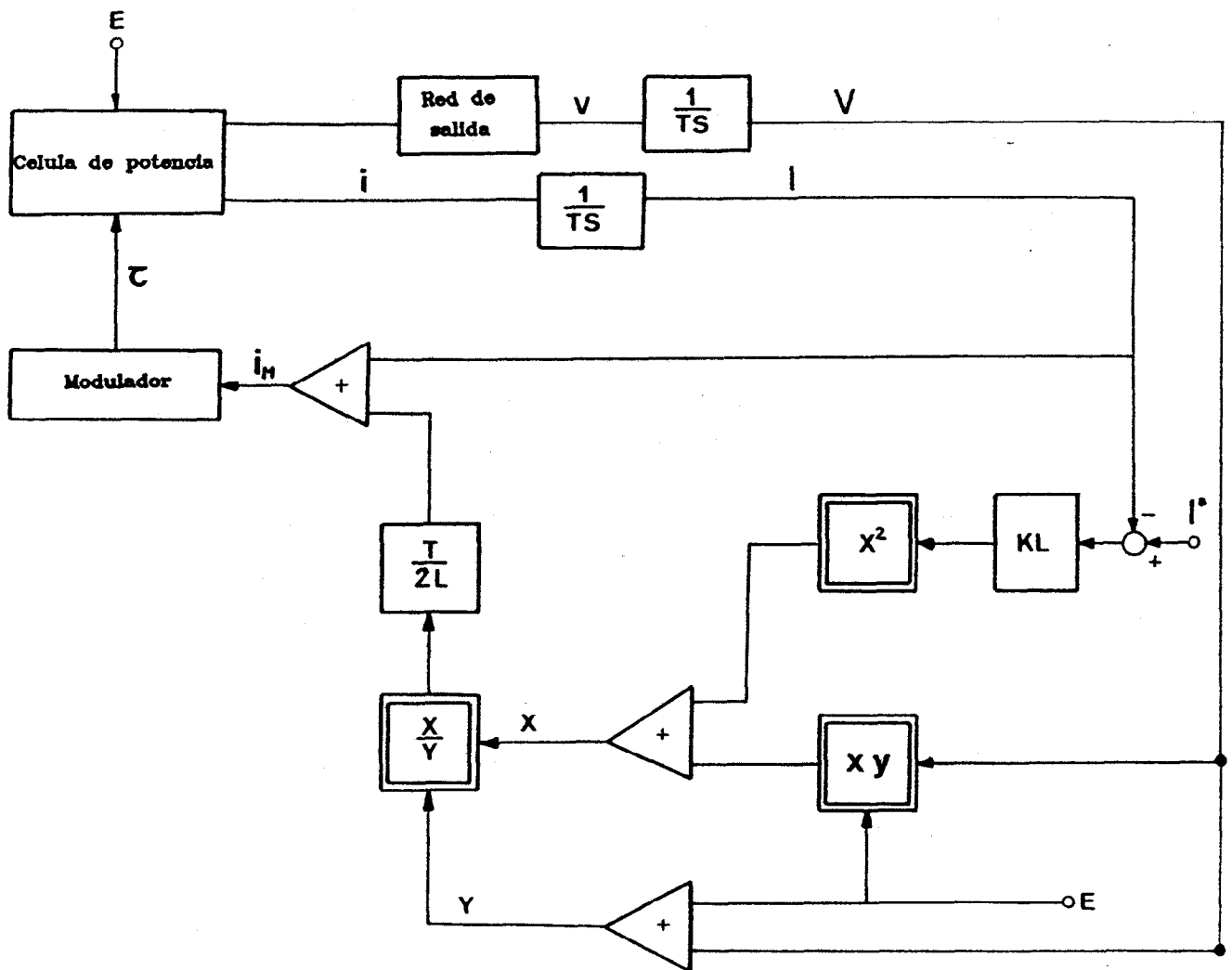


Figura 4.10 Esquema de la elaboración de la corriente máxima.

4.4.6 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO.

Para estudiar la estabilidad en lazo cerrado, se desarrollan las ecuaciones <4.61> y <4.63>. Por otra parte, con objeto de analizar la estabilidad local del sistema se linealizará la ecuación <4.63> alrededor del punto de funcionamiento. Se propone pues

$$\dot{\tilde{I}} = -k\tilde{I}$$

$$\dot{\tilde{V}} = \left[\frac{\partial \dot{V}}{\partial I} \right]_{I^*, V^*} \tilde{I} + \left[\frac{\partial \dot{V}}{\partial V} \right]_{I^*, V^*} \tilde{V} + o(\tilde{I}^2, \tilde{V}^2)$$

En primera aproximación se puede escribir

$$\dot{\tilde{I}} = -k\tilde{I}$$

$$\dot{\tilde{V}} = \frac{E+kLI^*}{C(E+V^*)} \tilde{I} - \frac{E+2V^*}{RC(E+V^*)} \tilde{V}$$

Este sistema posee los polos siguientes

$$S_1 = -k$$

$$S_2 = -\frac{E+2V^*}{RC(E+V^*)}$$

Estos polos son negativos. Se puede deducir entonces que el sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio es estable. Por consiguiente, esta ley de control permite resolver la estabilidad de la regulación.

4.5 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO.

El convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto, es decir $n=k=1$, es un sistema bilineal según se vió en el apartado 3.6, de ecuación general de estado

$$\dot{x} = Ax + a + Bxu$$

Se recordará el circuito equivalente, así como los valores de A_1, A_2, B_1, B_2 para este convertidor

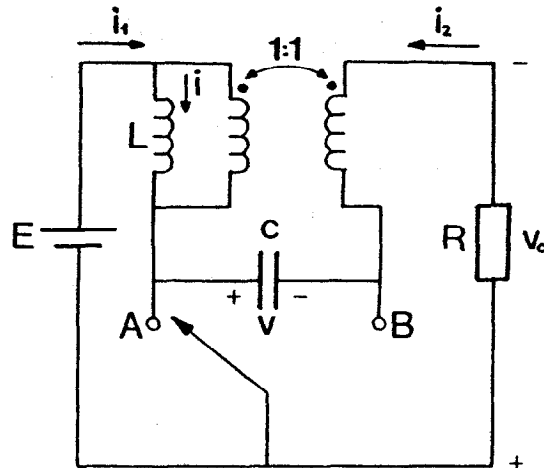


Figura 4.11 Circuito equivalente del convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto, con $n = k = 1$.

siendo

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ \frac{E}{RC} \end{bmatrix} \quad <4.67>$$

y el vector de estado en valores medios es

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \quad <4.68>$$

Los valores de $b_0(\bar{x})$ y $b_1(\bar{x})$ son

$$b_0(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{E-V}{L} \\ \frac{1}{C} + \frac{E-V}{RC} \end{bmatrix}; \quad b_1(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{V}{L} \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad <4.69>$$

4.5.1 ESTABILIDAD DEL MODELO EN LAZO ABIERTO.

En lazo abierto, cuando la estructura funciona en régimen estático, el ciclo de trabajo permanece constante. Será tomado pues como un parámetro dentro de la ecuación <4.12>, que se escribirá como

$$\dot{\bar{X}} = A(\Gamma)\bar{x} + b(\Gamma) \quad <4.70>$$

donde

$$A(\Gamma) = A_1\Gamma + A_2(1-\Gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-\Gamma}{L} \\ \frac{1-\Gamma}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad <4.71>$$
$$b(\Gamma) = B_1\Gamma + B_2(1-\Gamma) = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ \frac{E}{RC} \end{bmatrix}$$

El polinomio característico será

$$s^2 + \frac{S}{RC} + \frac{(1-\Gamma)^2}{LC} \quad <4.72>$$

Para $\Gamma = 1$, hay un polo en el origen. El modelo tendrá pues en este caso un límite de estabilidad. Para evitarlo se fija un margen de estabilidad α positivo, de tal manera que

$$\Gamma \in [0, 1-\alpha] \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

El discriminante de la ecuación <4.72> será

$$\Delta = \frac{1}{R^2 C^2} + 4 \frac{(1-\Gamma)^2}{LC}$$

a) Para $\Delta > 0$

Las dos soluciones son

$$s_{1,2} = -\frac{1}{RC} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$$

Estas dos raíces son negativas, con lo cual el sistema es estable en lazo abierto.

b) Para $\Delta < 0$

Las dos raíces son complejo conjugadas, pero ambas tienen parte real negativa, entonces el sistema también es estable en lazo abierto.

4.5.2 LEY DE CONTROL.

Siguiendo la pauta del apartado 4.3.2, el criterio de control es el siguiente

$$\dot{\tilde{x}}_i = -k\tilde{x}_i = -k(\bar{x}_i - x_i^*) \quad <4.73>$$

donde \tilde{x}_i representa el error entre el valor medio de la variable de estado y x_i^* la consigna, k es un factor de convergencia con $k > 0$. Imponiéndose una dinámica de primer orden al error.

4.5.3 CONTROL DIRECTO DE LA TENSION.

Tomando la ecuación <4.12> se obtiene

$$\dot{I} = \frac{E-V}{L} + \frac{V}{L} \Gamma \quad <4.74>$$

$$\dot{V} = \frac{I}{C} + \frac{E-V}{RC} - \frac{I}{C} \Gamma \quad <4.75>$$

Se aplica la ley de control anterior a la tensión de salida

$$\dot{\tilde{V}} = -k\tilde{V} = -k(V-V^*) \quad <4.76>$$

Introduciendo esta última ecuación en <4.75> se obtendrá el ciclo de trabajo

$$\Gamma = 1 + \frac{E-V}{RI} + \frac{kC}{I} (v-v^*) \quad <4.77>$$

Las ecuaciones de estado lazo cerrado podrán escribirse como

$$\dot{I} = \frac{E-V}{L} + \frac{V}{L} \left[1 + \frac{E-V}{RI} + \frac{kC}{I} (v-v^*) \right] \quad <4.78>$$

$$\dot{V} = -k(V-V^*) \quad <4.79>$$

Estas relaciones dan el punto de funcionamiento estático del convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto, $(I^*, V^*)^T$, cuando V alcanza V^* e I alcanza I^* .

$$I^* = \frac{(V^*-E) V^*}{RE} \quad <4.80>$$

Suponiendo que la tensión consigue llegar al valor de la consigna V^* con una perturbación sobre I , la ecuación <4.74> se convierte en

$$\dot{I} = \frac{E}{L} \left(1 - \frac{I^*}{I} \right) \quad <4.81>$$

con una tensión positiva a la salida hay dos casos posibles.

a) $I > I^*$

Para alcanzar I^* la corriente debe disminuir. Ahora bien la expresión <4.81> es positiva, entonces \dot{I} también lo es. En consecuencia, la corriente continúa en crecimiento.

b) $I < I^*$

En este caso, la corriente debe crecer para llegar a I^* , pero la pendiente es negativa. Así pues la corriente continúa su decrecimiento.

Se puede concluir diciendo que un control directo de la tensión de salida conduce a un comportamiento inestable del sistema. Habrá pues que intentar la búsqueda de una ley de control utilizando la corriente media en la bobina, donde la corriente de consigna I^* sea función de la carga y la tensión de consigna.

na V^* hacia donde debe converger la tensión de salida. El criterio de control se escribirá

$$\dot{\tilde{I}} = -k\tilde{I} = -k(I - I^*) \quad <4.82>$$

4.5.4 CONTROL INDIRECTO DE LA TENSION.

El esquema de principio de este control en tensión por medio de la corriente media en la bobina está dado por la figura 4.3.

La expresión del ciclo de trabajo en función de V^* y de los valores medios de V y de I se puede deducir de las expresiones <4.74> y <4.75>

$$\Gamma = \frac{V - E + kL(I^* - I)}{V} \quad <4.83>$$

La evolución del valor medio de la tensión V se escribe como

$$\dot{V} = \frac{E - V}{RC} + \frac{I}{C} \left[\frac{E + kL(I - I^*)}{V} \right] \quad <4.84>$$

Este convertidor en lazo cerrado se rige por las ecuaciones <4.82> y <4.84>. El punto de funcionamiento estático de la estructura verifica la relación:

$$I^* = \frac{(V^* - E)V^*}{RE} \quad <4.85>$$

siendo V^* la señal hacia la cual converge la tensión de salida V , cuando la corriente media en la bobina alcanza la consigna I^* .

El esquema de bloques del convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto con el control encontrado en la relación <4.83> será el de la figura 4.12.

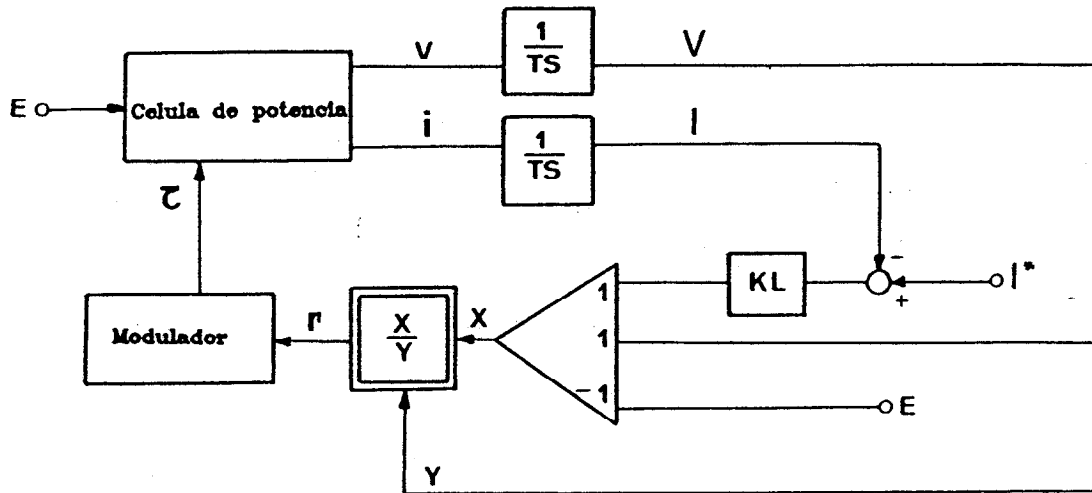


Figura 4.12 Esquema de bloques del convertidor realimentado.

4.5.5 UTILIZACION DE LA CORRIENTE MAXIMA EN EL INDUCTOR.

El principio de este método está explicado en el apartado 4.3.5.

La evolución de la corriente instantánea en el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto está expuesto en la figura 4.13.

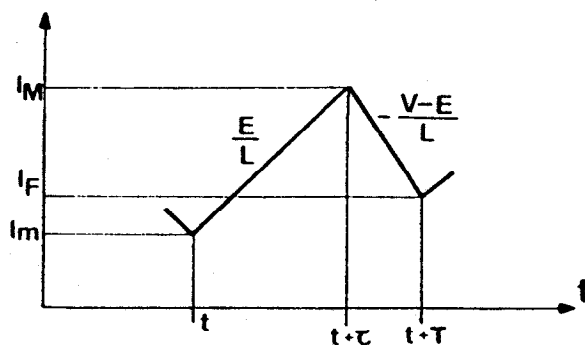


Figura 4.13 Evolución de la corriente instantánea.

Las variables continuas, definidas en el apartado 4.35 satisfacen las relaciones siguientes

$$I_M = \frac{E}{L} \tau + I_m \quad I_F = - \frac{V-E}{L} (T-\tau) + I_m$$

El valor medio de la corriente para un periodo de conmutación está definido por

$$I = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} I(t) dt$$

De la figura 4.13, la corriente media puede escribirse de la forma:

$$I = \frac{i_M + i_m}{2} \frac{\tau}{T} + \frac{i_M + i_F}{2} \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)$$

que reemplazando i_M , i_m e i_F por sus valores dará:

$$I = i_M - \frac{1}{2LT} [E \tau^2 + (V-E)(T-\tau)^2] \quad <4.86>$$

Introduciendo la expresión del ciclo de trabajo definido por $\Gamma = \frac{\tau}{T}$, la corriente máxima en la bobina viene dada por la relación siguiente:

$$i_M(t) = I + \frac{T}{2L} [V \Gamma^2 + (V-E)(1-2\Gamma)] \quad <4.87>$$

Si se reemplaza Γ por su expresión <4.83> dentro de la última ecuación será

$$i_M(t) = I + \frac{T}{2L} \left[\frac{E(V-E) + k^2 L^2 (I^* - I)^2}{V} \right] \quad <4.88>$$

La expresión encontrada constituye la ley de control que se adopta para el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto. El esquema de principio del lazo de regulación está dado por la figura 4.14.

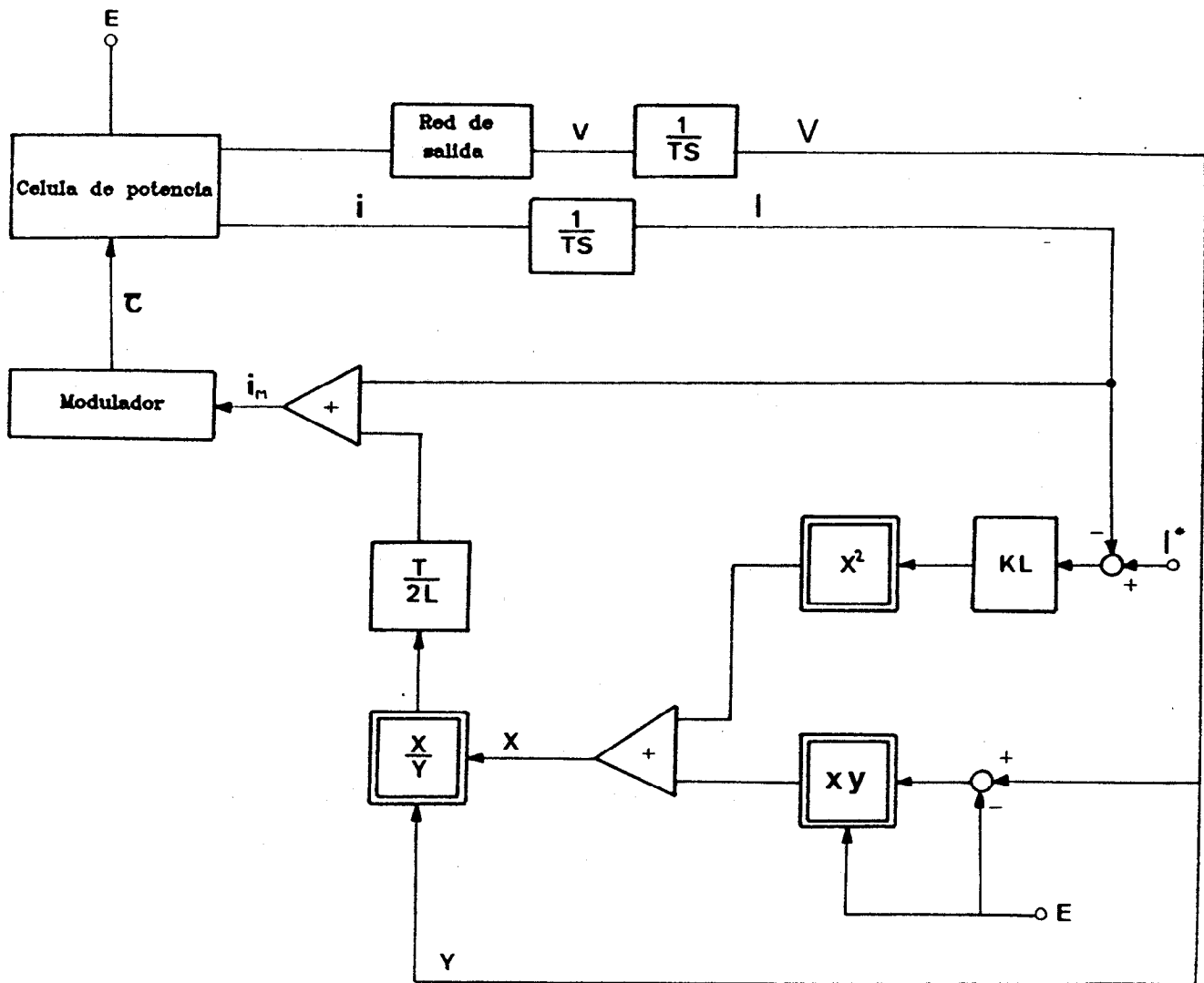


Figura 4.14 Esquema de la elaboración de la corriente máxima.

4.5.6 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO.

Para estudiar la estabilidad en lazo cerrado se desarrollan la ecuaciones <4.82> y <4.84>. Por otra parte, con objeto de analizar la estabilidad local del sistema, se linealizará la ecuación <4.84> alrededor del punto de funcionamiento. Se propone pues:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{I}} &= -k\tilde{I} \\ \dot{\tilde{V}} &= \left[\frac{\partial \hat{V}}{\partial I} \right]_{I^*, V^*} \tilde{I} + \left[\frac{\partial \hat{V}}{\partial V} \right]_{I^*, V^*} \tilde{V} + o(\tilde{I}^2, \tilde{V}^2)\end{aligned}$$

En primera aproximación se puede escribir

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{I}} &= -k\tilde{I} \\ \dot{\tilde{V}} &= \frac{E+kLI^*}{C(E+V^*)} \tilde{I} - \frac{2V^*-E}{RCV^*} \tilde{V}\end{aligned}$$

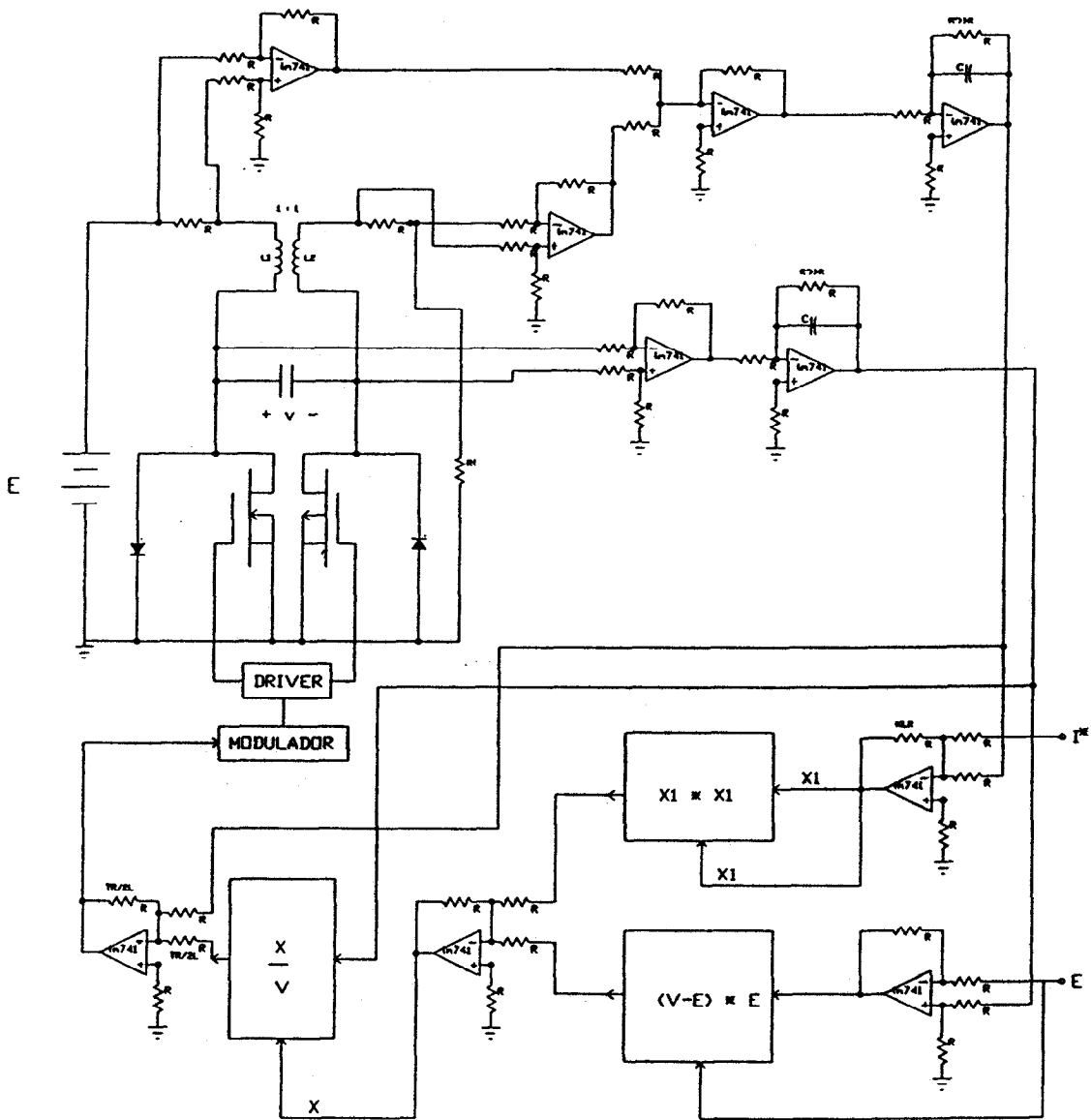
Este sistema posee los polos siguientes

$$\begin{aligned}S_1 &= -k \\ S_2 &= -\frac{2V^*-E}{RCV^*}\end{aligned}$$

Estos dos polos son negativos si $2V^* > E$. Se puede deducir entonces que el sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio es estable. Por consecuencia, esta ley de control permite resolver la estabilidad de la regulación.

4.5.7. ESQUEMA DEL CIRCUITO DE CONTROL.

El esquema del circuito de control que implementa, para el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y la condición $n=k=1$, la ecuación <4.88> viene dada en la figura 4.15.



4.15 Implementación práctica de la ley de control para un convertidor de Cuk con acoplamiento magnético.

CAPITULO V

CONTROL NO LINEAL DE CONVERTIDORES MEDIANTE PSEUDOLINEALIZACION

5.1 INTRODUCCION .

En este capítulo se pretende generalizar el método de control no lineal que, en sus variantes discreta y continua, ha sido desarrollado en los capítulos 3 y 4. Dicho método se basa en sintetizar una ley de control que convierta en lineal una determinada ecuación de estado y asegure que el sistema sea estable en torno al punto de trabajo.

La generalización del método consistirá en encontrar una transformación no lineal de las variables de estado de la etapa de potencia que convierta al conjunto de ecuaciones de estado no lineales del sistema en un conjunto equivalente de ecuaciones de estado lineales fácilmente controlables (transformación no lineal-lineal).

La primera transformación no lineal-lineal aplicada a las ecuaciones de un convertidor se debe A. Monin [42], que adaptó al caso de un convertidor "buck-boost" la teoría de L.R.Hunt et al. sobre transformaciones globales de sistemas no lineales. Posteriormente, y también en el plano teórico, H.R. Sira-Ramírez, basándose en la técnica de pseudolinealización desarrollada por C.Reboulet et al., plantea la aplicación de la misma en los convertidores con-

mutados continua-continua, llegando a resultados idénticos a los de Monin.

El objetivo, por tanto, del presente capítulo consistirá en traducir la transformación teórica, no lineal- lineal de Monin y Sira-Ramírez en la realización práctica de circuitos de control.

5.2 TRANSFORMACION GLOBAL DE UN SISTEMA NO LINEAL.

Se considera el sistema no lineal

$$\dot{x} = f(x(t)) + u(t)g(x(t)) \quad <5.1>$$

siendo $x \in \mathbb{R}^n$ y $f(x)$, $g(x)$ campos vectoriales de \mathbb{R}^n .

Este sistema es equivalente a un sistema lineal en forma canónica de Brunovsky

$$\dot{y}(t) = A y(t) + B v(t) \quad <5.2>$$

siendo

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & - & - & - & 0 \\ | & 0 & \diagdown & & & | \\ | & | & \diagdown & & & | \\ | & | & \diagdown & & & | \\ | & | & \diagdown & & & | \\ 0 & 0 & - & - & - & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

sí y solo sí

- a) $g, [f, g], \dots, [\text{ad}^{n-1}f, g]$ son linealmente independientes.
- b) $g, [f, g], \dots, [\text{ad}^{n-2}f, g]$ son involutivos.

La equivalencia se obtiene a partir de una transformación T de un entorno del origen de \mathbb{R}^{n+1} en \mathbb{R}^{n+1} que transforme el sistema <5.1> en el sistema <5.2>

$$T: W \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$$

$$(x, u) \rightarrow (y, v)$$

Verificándose

$$1) \frac{\partial T_i}{\partial u} = 0 \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, n$$

$$2) \frac{\partial T_{n+1}}{\partial u} \neq 0$$

$$3) \langle dT_i, g \rangle = 0 \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$4) \langle dT_i, f \rangle = T_{i+1} \quad \text{con } i=1, 2, \dots, n-1$$

$$5) \langle dT_n, f+ug \rangle = T_{n+1}$$

Para construir la transformación se deberá realizar

α) Resolver

$$\frac{dx(t_1)}{dt_1} = (\text{ad}^{n-1} f, g)$$

con condiciones iniciales $x(0) = 0$

β) Mediante la condición 3 se plantea resolver

$$\frac{dx(t_1, t_2)}{dt_2} = (\text{ad}^{n-2} f, g)$$

con condiciones iniciales $x(t_1, 0) = x(t_1)$

$$\frac{\partial z}{\partial t_2} = 0$$

$$\frac{dx(t_1, t_2, \dots, t_n)}{dt_n} = g$$

con condiciones iniciales $x(t_1, \dots, t_{n-1}, 0) = x(t_1, \dots, t_{n-1})$

$$\frac{\partial z}{\partial t_n} = 0$$

Se ha obtenido una aplicación

$$(t_1, t_2, \dots, t_n) \xrightarrow{\psi} (x_1(t_1, \dots, t_n), \dots, x_n(t_1, \dots, t_n))$$

Esta aplicación ψ es un difeomorfismo (ver Anexo III) de un entorno del cero porque $(D\psi)|_0$ es la matriz que tiene por columnas $(\text{ad}^{n-1} f, g), \dots, g$ que son linealmente independientes por la hipótesis a).

Se considera

$$\psi^{-1}: W \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$(x_1, \dots, x_n) \rightarrow (t_1, \dots, t_n)$$

Definiendo la transformación

$$T: W \times R \rightarrow R^{n+1}$$

$$(x, u) \rightarrow (y, v) = (T_1, T_2, \dots, T_n, T_{n+1})$$

donde $T_1(x_1, \dots, x_n) = t_1$

Deduciendo que $\frac{\partial T_1}{\partial t_j} = 0$ para $j=2, 3, \dots, n$

Una vez obtenido T_1 , a partir de las condiciones 4 y 5, se definen

$$T_2 = \langle dT_1, f \rangle$$

$$T_3 = \langle dT_2, f \rangle$$

$$T_n = \langle dT_{n-1}, f \rangle$$

$$T_{n+1} = \langle dT_n, f + ug \rangle$$

La estructura propuesta del control completo del sistema está especificado en la figura 5.1.

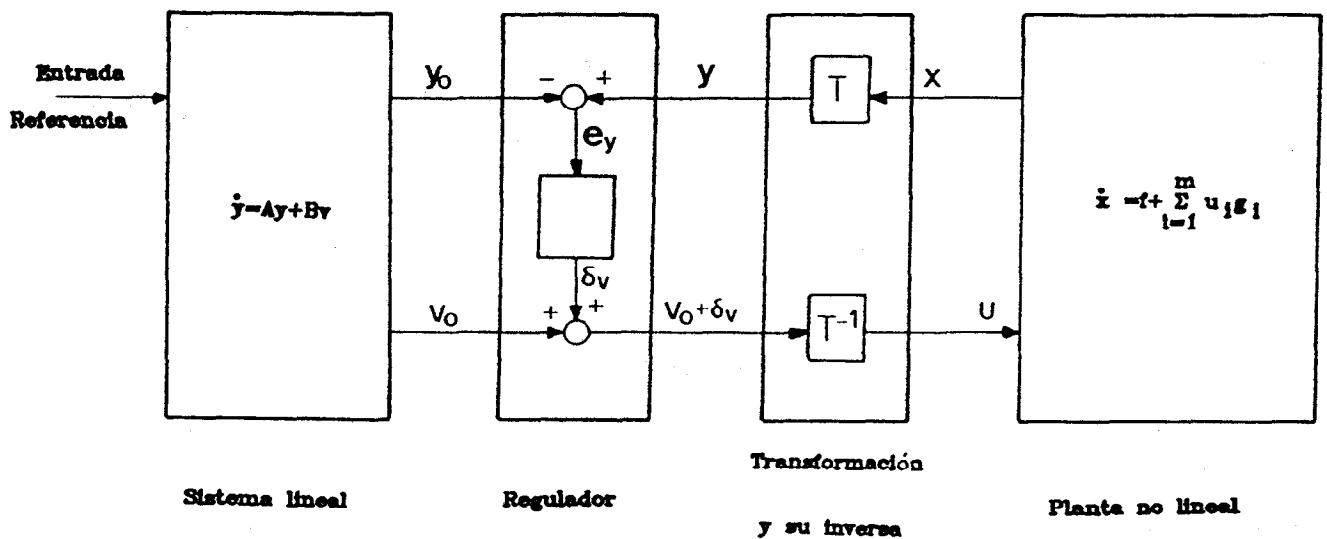


Figura 5.1 Estructura del control completo.

5.3. CONTROL DE CONVERTIDORES BILINEALES MEDIANTE LA PSEUDOLINEALIZACION.

Se considera el sistema no lineal con una entrada:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + vg(x) \quad <5.3>$$

siendo $x \in \mathbb{R}^n$ y $f(x), g(x)$ son campos vectoriales de \mathbb{R}^n .

El conjunto de puntos de equilibrio viene dado por

$$C_{x,v} = \left\{ (x_0, v_0) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid f(x_0) + v_0 g(x_0) = 0 \right\}$$

con la proyección sobre X

$$C_x = \left\{ x_0 \in \mathbb{R}^n \mid \exists v_0 \mid f(x_0) + v_0 g(x_0) = 0 \right\}$$

$F(x_0)$ y $G(x_0)$, respectivamente, representan la matriz Jacobiana, $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial g}{\partial x}$, de f y g evaluados en x_0 . Entonces, alrededor de un punto de equilibrio (x_0, v_0) la evolución dinámica del sistema es aproximadamente lineal y descrita por

$$\frac{d(\partial x)}{dt} = F(x_0, v_0) \partial x + g(x_0) \partial v \quad <5.4>$$

donde $F(x_0, v_0) = F(x_0) + v_0 G(x_0)$, siempre que $\partial x \in \mathbb{R}^n$ y $\partial v \in \mathbb{R}$. Se supone que para cualquier $(x_0, v_0) \in C_{x,v}$, el par $[F(x_0, v_0), g(x_0)]$ es controlable.

En [25] se describe que para un v dado, el conjunto de puntos de equilibrio $\xi_{x,v}$, en el entorno del cual el modelo tangente lineal del sistema <5.3> es controlable, constituye una subvariedad uno dimensional de \mathbb{R}^{n+1} y además es

un abierto de $C_{x,v}$. Se indica por ξ_x la proyección de $\xi_{x,v}$ sobre el x espacio de estado.

Evidentemente, ξ_x está contenido en C_x . Necesariamente para cada punto $(x_0, v_0) \in \xi_{x,v}$, el vector $g(x_0) \neq 0$.

De [24] se toma

Lema: Si existe un difeomorfismo local C^1 $\Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_n)^T$ de R^n a

R^n tal que $\xi_{x,v}$ está dado por $\Phi_2(x) = \dots = \Phi_n(x) = 0$ entonces

para cada 1-forma (ver Anexo III) α dada a lo largo de $\xi_{x,v}$ existe localmente una función T de clase C^1 tal que

$$\alpha = dT |_{\xi_{x,v}}$$

análogamente la 1-forma α es localmente integrable a lo largo de $\xi_{x,v}$.

Teorema: Si el sistema no lineal <5.3> tiene un modelo tangente controlable <5.4> a lo largo de $C_{x,v}$ y si $\xi_{x,v}$ está dada en el Lema para algún difeomorfismo $\xi^1 \Phi$ entonces existen funciones $z = T(x), v = T_{n+1}(x, v) = \alpha(x) + \beta(x)v$ con $\beta(x) \neq 0$ en ξ_k , tal que el modelo tangente del sistema transformado en el espacio de estado z

$$\frac{d(\partial z_i)}{dt} = \partial z_{i+1} \quad i=1, 2, \dots, n-1$$

$$\frac{d(\partial z_n)}{dt} = \partial v$$

<5.5>

es independiente del punto de equilibrio.

Para obtener el modelo tangente <5.5>, las ecuaciones siguientes deben satisfacerse localmente sobre $C_{x,v}$.

$$\alpha_1 F^{i-1}(x_0, v_0) g(x_0) = 0 \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad <5.6>$$

$$\alpha_i = \alpha_1 F^{i-1} (x_0, v_0) \quad i=2,3,\dots,n \quad <5.7>$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n [F(x_0, v_0), g(x_0)] \quad <5.8>$$

El problema entonces consiste en encontrar 1-formas $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ (y α_{n+1}) satisfaciendo <5.6> - <5.8> sobre cada punto de C_x (y de $C_{x,v}$) tal que existan funciones $T_i(x)$ ($i=1,2,\dots,n$) y $T_{n+1}(x,v)$ siendo

$$\alpha_i = dT_i |_{C_x} \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\alpha_{n+1} = dT_{n+1} |_{C_{x,v}}$$

El procedimiento para hallar la transformación apropiada consiste en tres pasos básicos. Primero, escoger una 1-forma arbitraria α_1 a lo largo de la dirección determinada por <5.6>. Segundo, calcular $\alpha_2, \dots, \alpha_n$ de <5.7> y <5.8>. Tercero, integrar α_i ($i=1, \dots, n$) a lo largo de C_x y α_{n+1} de $C_{x,v}$ obteniendo las funciones T_1, \dots, T_{n+1} .

El método de la pseudolinealización constituye una extensión de los resultados sobre la linealización global de la realimentación [26]. Esta extensión permite hallar difeomorfismos locales que transforman el sistema inicial en sistemas dinámicos, no necesariamente lineales, cuyos modelos tangentes son controlables e independientes del punto de equilibrio. Evidentemente, si el sistema es globalmente linealizable por realimentación, las transformaciones obtenidas por pseudolinealización pueden coincidir con aquellas de la exacta realimentación linealizada, desarrollada en [26]. En tal caso, el modelo tangente correspondiente al sistema linealizado es por sí mismo, independiente del punto de equilibrio y describible por una forma canónica controlable Brunovsky. En este caso el método de la pseudolinealización contiene la realimentación linealizada.

Para sistemas en los cuales las condiciones concretas de linealización fallan, entonces el sistema no es globalmente linealizable por realimentación. El método de la pseudolinealización permite una identificación clara y sencilla de la región donde existe la transformación de las variables que producen un sistema en un modelo tangente a una forma canónica controlable Brunovsky. Un método de diseño lineal buscando sólo su estabilización alrededor de los puntos de equilibrio encontrados, y no necesitando que tengan una ganancia prefijada, bastará que las trayectorias del sistema queden cerca de los múltiples puntos de equilibrio, y dentro de una región de validez del método de la pseudolinealización.

5.4 CONVERTIDOR BOOST. TRANSFORMACION DE VARIABLES.

Al convertidor boost, sistema bilineal, se le aplican las técnicas descritas en el apartado 5.2.

Se recordará que sus ecuaciones de estado vienen dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E-V}{L} \\ \frac{I}{C} - \frac{V}{RC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V}{L} \\ -\frac{I}{C} \end{bmatrix} u \quad \langle 5.9 \rangle$$

Siendo u la función de control, tal que u es de valor 1 durante τ y u de valor 0 durante $T-\tau$.

La expresión $\langle 5.9 \rangle$ se puede expresar como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x}, u) \quad \langle 5.10 \rangle$$

Tomando la condición 3 del apartado 5.2 se obtiene

$$\dot{z}_1 = z_2 = [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Phi(\mathbf{x}, u) \mathbf{g}(\mathbf{x})] \frac{\partial z_1}{\partial \mathbf{x}} \quad \langle 5.11 \rangle$$

Se desprende de $\langle 5.11 \rangle$, después de integrar

$$z_1 = \frac{I^2}{2C} + \frac{V^2}{2L} \quad \langle 5.12 \rangle$$

Por consiguiente, la segunda variable se calculará a partir de

$$\dot{z}_1 = z_2 = F \cdot z_1 \quad \langle 5.13 \rangle$$

siendo

$$F = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$$

Operando se obtendrá la segunda variable transformada:

$$z_2 = \frac{IE}{LC} - \frac{V^2}{RLC} \quad <5.14>$$

Por último, siguiendo con la transformación, se aborda el cálculo de la tercera variable transformada, que será la ligada al control

$$\dot{z}_2 = v = [f(x) + \Phi(x, u)g(x)] \frac{\partial z_2}{\partial x} \quad <5.15>$$

La expresión anterior conduce a:

$$v = \frac{1}{LC} \left[\frac{(E-V)E}{L} - \frac{2VI}{RC} + \frac{2V^2}{R^2C} + u \left(\frac{VE}{L} + \frac{2VI}{RC} \right) \right] \quad <5.16>$$

5.4.1 LEY DE CONTROL SOBRE LA BASE DEL MODELO PROMEDIADO LINEALIZADO.

Por otra parte

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad <5.17>$$

$$\dot{z}_2 = v \quad <5.18>$$

es decir que se cumplirá

$$\dot{z} = Az + Bv$$

siendo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} ; \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Modificando el sistema mediante la realimentación de estado

$$\dot{z} = (A + B \alpha)z + B \alpha_1 z_1 \quad <5.19>$$

cuyo diagrama de bloques se muestra en la figura 5.2.

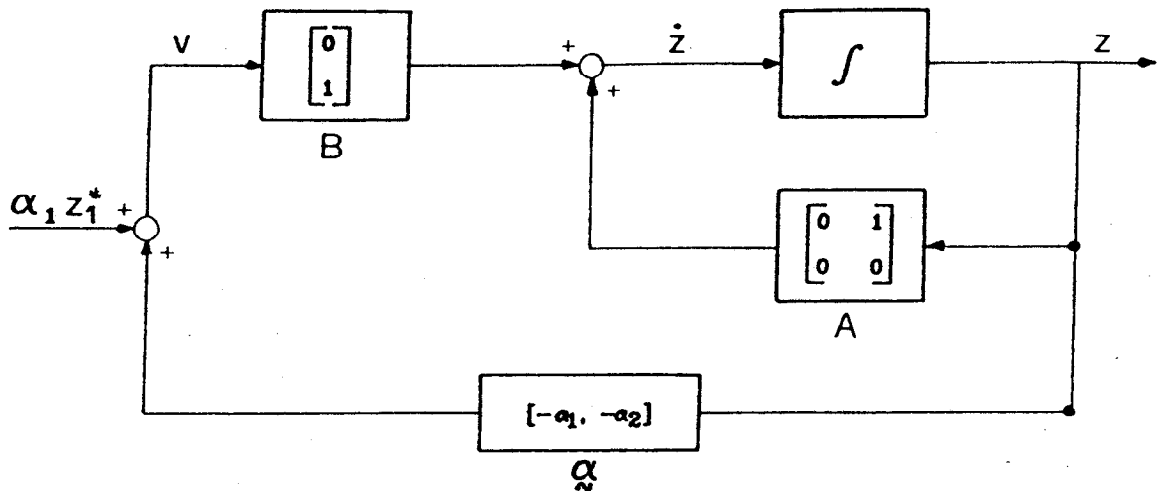


Figura 5.2 Diagrama de bloques de la realimentación de estado.

La obtención de los polos del sistema en lazo cerrado vendrá dada por el cálculo del polinomio característico.

$$s^2 + s\alpha_2 + \alpha_1$$

siendo las raíces

$$s_{1,2} = \frac{-\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1}}{2}$$

Ajustando el valor del vector de ganancia

$$[-\alpha_1, -\alpha_2] = \underline{\alpha}$$

se fijan los polos en los puntos deseados.

De la expresión <5.16> se obtiene

$$u = \frac{LCv + \frac{(V-E)E}{L} + \frac{2VI}{RC} - \frac{2V^2}{R^2C}}{\frac{VE}{L} + \frac{2VI}{RC}} \quad \langle 5.20 \rangle$$

Al efectuar la realimentación de estado, la ecuación <5.15> queda

$$\dot{z}_2 = v = -\alpha_1(z_1 - z_1^*) - \alpha_2 z_2$$

introduciéndola en < 5.20 > resulta

$$u = \psi(I, V, \alpha_1, \alpha_2, z_1^*) \quad \langle 5.21 \rangle$$

que desemboca en el diagrama de bloques de la figura 5.3.

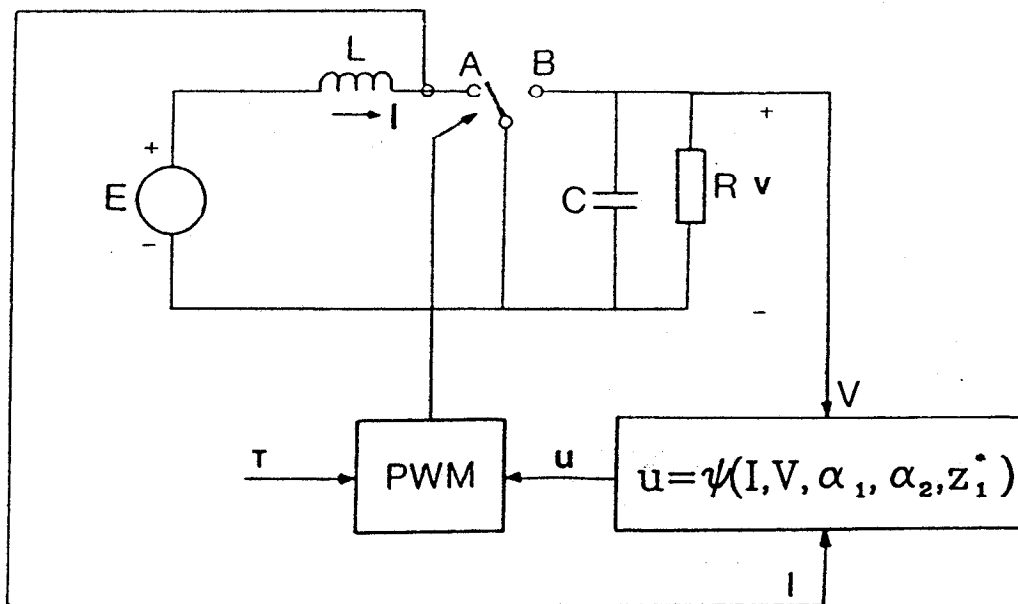


Figura 5.3 Diagrama de bloques de la ley de control.

5.4.2 ESQUEMA DEL CONTROL DE REALIMENTACION.

La expresión < 5.21 > desarrollada sería

$$u = \frac{k_1 I^2 + k_2 I + k_3 V + k_4 V^2 + k_5 VI + k_6 + k_7 z_1^*}{k_8 V + k_9 VI} \quad \langle 5.22 \rangle$$

donde

$$k_1 = -\alpha_1 \frac{L}{2} ; \quad k_2 = -\alpha_2 E ; \quad k_3 = \frac{E}{L} ; \quad k_5 = \frac{2}{RC} ;$$
$$k_4 = -\alpha_1 \frac{C}{2} + \alpha_2 \frac{1}{R} - \frac{2}{R^2 C} ; \quad k_6 = -\frac{E^2}{L} ; \quad k_7 = \alpha_1 LC$$
$$k_8 = \frac{E}{L} ; \quad k_9 = \frac{2}{RC}$$

Generando el esquema de control de la figura 5.4.

Para calcular el valor de z_1^* , se plantea $z_2 = 0$ con lo cual

$$V^* = \sqrt{I^* RE}$$

que sustituyendo en la relación

$$z_1^* = (z_1)_{I^*, V^*}$$

se obtiene

$$z_1^* = \frac{I^*}{2} \left[\frac{I^*}{C} + \frac{RE}{L} \right]$$

Utilizando el método del apartado 5.3 se obtendrían los mismos resultados.

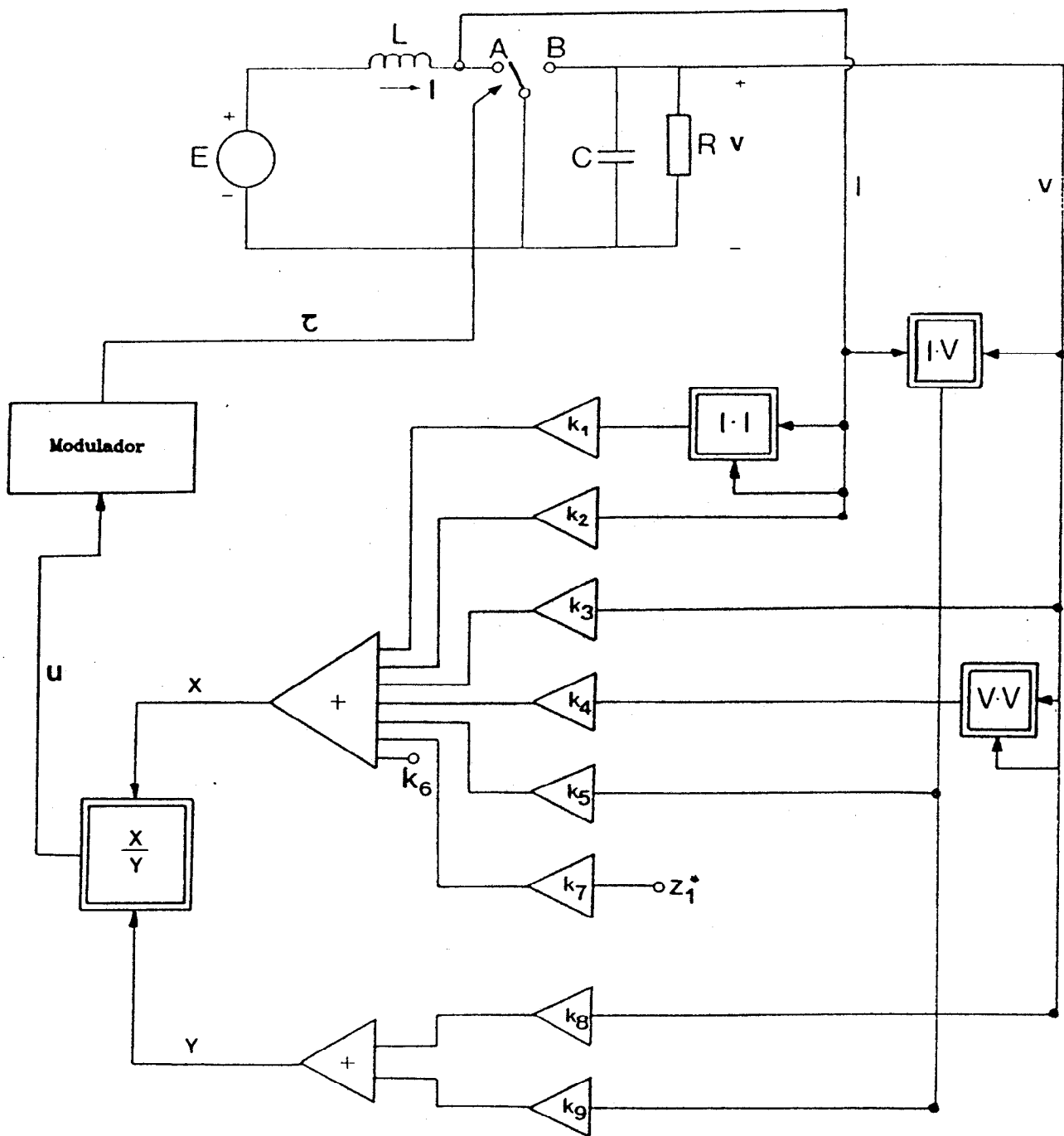


Figura 5.4 Esquema del control de realimentación para el convertidor boost.

5.5 CONVERTIDOR BUCK-BOOST. TRANSFORMACION DE VARIABLES.

Al convertidor buck-boost, sistema bilineal, también se le aplican las técnicas descritas en el apartado 5.2.

Se recordará que sus ecuaciones de estado vienen dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{V}{L} \\ \frac{I}{C} - \frac{V}{RC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E+V}{L} \\ -\frac{I}{C} \end{bmatrix} u \quad \langle 5.23 \rangle$$

Siendo u una función de control tal que u será 1 durante τ y u será 0 durante $T - \tau$.

La expresión $\langle 5.23 \rangle$ se puede escribir como

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x}, u) \quad \langle 5.24 \rangle$$

Tomando la condición 3 del apartado 5.2 se obtiene

$$\dot{z}_1 = z_2 = [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Phi(\mathbf{x}, u)\mathbf{g}(\mathbf{x})] \frac{\partial z_1}{\partial \mathbf{x}} \quad \langle 5.25 \rangle$$

De $\langle 5.25 \rangle$ se desprende

$$z_1 = \frac{I^2}{2C} + \frac{EV}{L} + \frac{V^2}{2L} \quad \langle 5.26 \rangle$$

La segunda variable se calculará a partir de

$$\dot{z}_1 = z_2 = F \cdot z_1 \quad \langle 5.27 \rangle$$

siendo

$$F = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$$

Operando se obtendrá la segunda variable transformada

$$z_2 = \frac{IE}{LC} - \frac{V(E+V)}{RLC} \quad \langle 5.28 \rangle$$

Finalmente, siguiendo con la transformación, se aborda el cálculo de la tercera variable, que estará ligada al control.

$$\dot{z}_2 = v = [f(x) + \Phi(x, u)g(x)] \frac{\partial z_2}{\partial x} \quad \langle 5.29 \rangle$$

La anterior expresión conduce a

$$v = \frac{1}{LC} \left[\frac{E}{L} (u(E+V) - V) - \frac{E+2V}{R} \left(\frac{I}{C} (u-1) + \frac{V}{RC} \right) \right] \quad \langle 5.30 \rangle$$

5.5.1 LEY DE CONTROL SOBRE LA BASE DEL MODELO PROMEDIADO LINEALIZADO.

Por otra parte

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad \langle 5.31 \rangle$$

$$\dot{z}_2 = v \quad \langle 5.32 \rangle$$

Es decir

$$\dot{z} = Az + Bv$$

siendo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} ; \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

Si se modifica el sistema mediante la realimentación de estado

$$\dot{z} = (A + B \alpha) z + B \alpha_1 z_1 \quad \langle 5.33 \rangle$$

cuyo correspondiente diagrama de bloques se muestra en la figura 5.5.

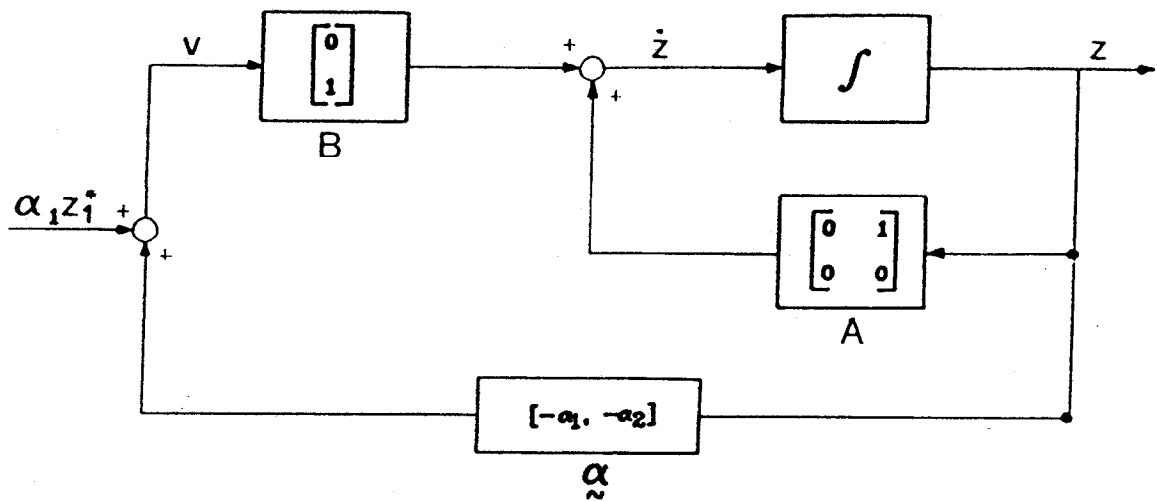


Figura 5.5 Diagrama de bloques de la realimentación de estado.

La obtención de los polos del sistema en lazo cerrado vendrá dada por el cálculo del polinomio característico

$$s^2 + s\alpha_2 + \alpha_1$$

Siendo las raíces

$$s_{1,2} = \frac{-\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1}}{2}$$

Ajustando el valor del vector de ganancia

$$[-\alpha_1, -\alpha_2] = \tilde{\alpha}$$

se fijan los polos en los puntos deseados, precisándose solamente amplificadores o atenuadores para ello, sin tener que recurrir a circuitos dinámicos.

De la expresión <5.30> se obtiene

$$u = \frac{vLC + \frac{EV}{L} + \frac{E+2V}{RC} \left(I - \frac{V}{R}\right)}{\frac{E+V}{L} E + \frac{E+V}{RC} I} \quad <5.31>$$

La ecuación < 5.29 >, al efectuar la realimentación de estado, queda

$$\dot{z}_2 = v = -\alpha_1(z_1 - z_1^*) - \alpha_2 z_2$$

introduciendola en < 5.31 > resulta:

$$u = \psi(I, V, \alpha_1, \alpha_2, z_1^*) \quad \langle 5.32 \rangle$$

da origen al diagrama de bloques de la figura 5.6.

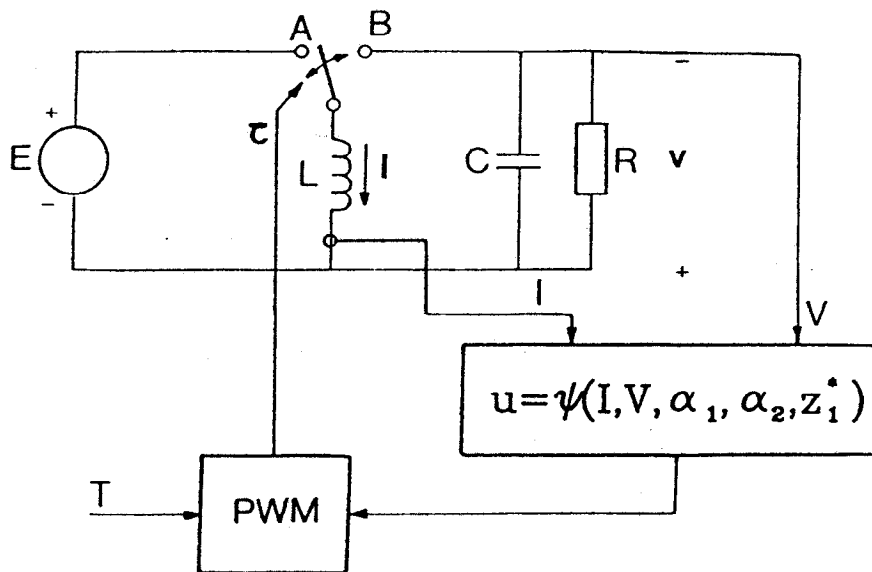


Figura 5.6 Diagrama de bloques de la ley de control.

5.5.2 ESQUEMA DEL CONTROL DE REALIMENTACION.

La expresión < 5.32 > desarrollada será:

$$u = \frac{k_1 I^2 + k_2 I + k_3 V + k_4 V^2 + k_5 VI + k_{10} z_1^*}{k_8 V + k_9 VI + k_6 + k_7 I} \quad \langle 5.33 \rangle$$

siendo:

$$k_1 = -\alpha_1 \frac{L}{2}; \quad k_2 = E(-\alpha_2 + \frac{1}{RC}) \quad ; \quad k_7 = \frac{E}{RC} \quad ; \quad k_8 = \frac{E}{L} \quad ;$$

$$k_3 = E(-\alpha_1 C + \frac{\alpha_2}{R} + \frac{1}{L} - \frac{1}{R^2 C}) \quad ; \quad k_9 = \frac{2}{RC} \quad ; \quad k_{10} = \frac{E^2}{L} \quad ;$$

$$k_4 = \alpha_1 \frac{C}{2} + \frac{\alpha_2}{R} - \frac{2}{R^2 C}; \quad k_9 = \frac{1}{RC} \quad ; \quad K_{10} = \alpha_1 LC$$

Generando el esquema de control de la figura 5.7.

Para buscar el valor de z_1^* , se plantea $z_2 = 0$ con lo cual

$$V^* = -\frac{E}{2} \pm \sqrt{\frac{E^2}{4} + I^* RE}$$

que sustituyendo en la relación

$$z_1^* = (z_1)_{I^*, V^*}$$

se obtiene

$$z_1^* = \frac{I^{*2}}{2C} + \frac{I^* RE}{2L} + \frac{E}{L} \left[-\frac{E}{2} + \sqrt{\frac{E^2}{4} + I^* ER} \right]$$

Utilizando el método descrito en el apartado 5.3 se obtendrán resultados iguales.

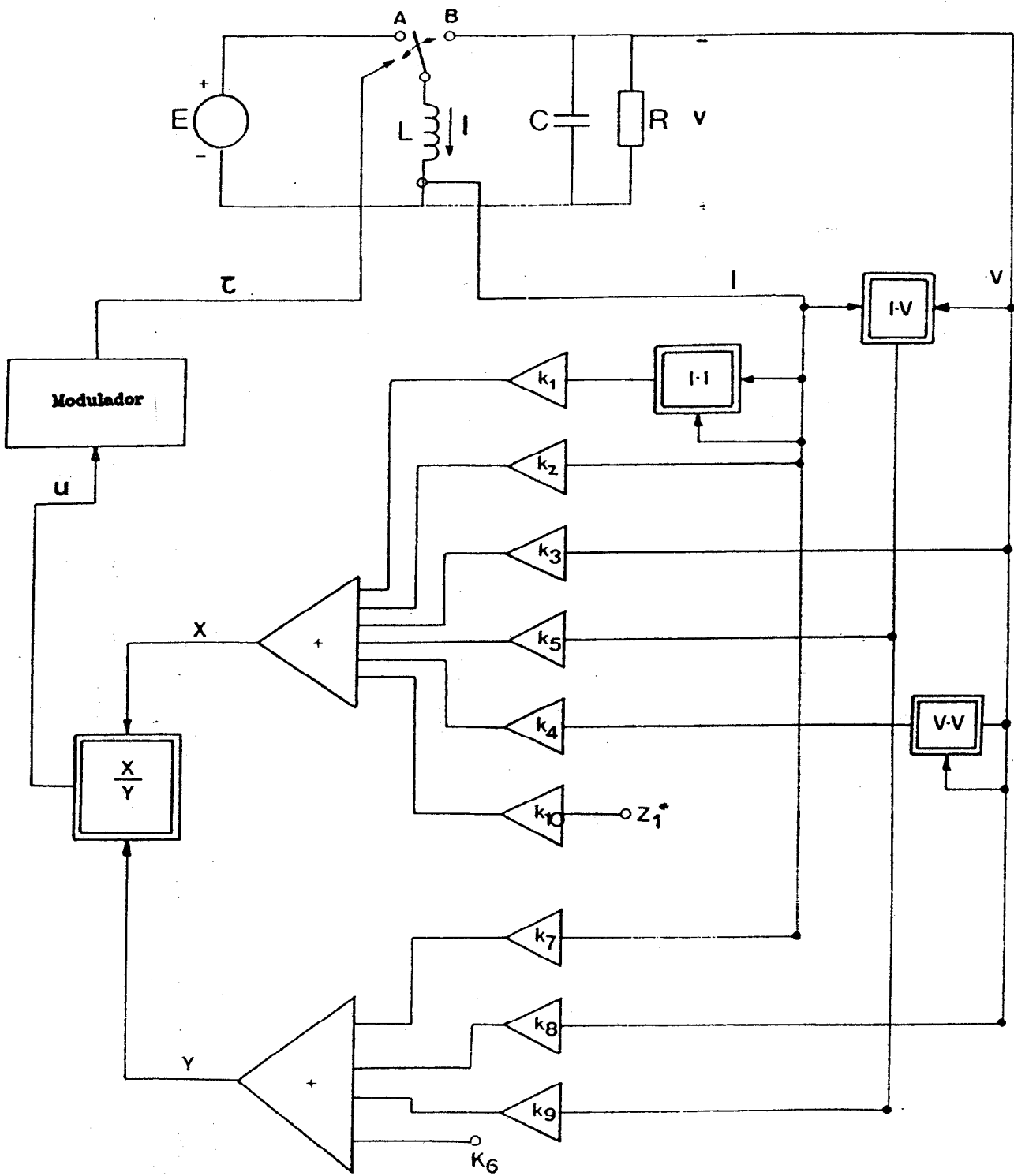


Figura 5.7 Esquema del control de realimentación para el convertidor buck-boost.

5.6 CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO. TRANSFORMACION DE VARIABLES.

Se aplican las técnicas descritas en el apartado 5.3 al convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto, que es un sistema bilineal.

Las ecuaciones de estado para este convertidor, de forma normalizada son

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -(1-u)x_2 w_0 + b_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= (1-u)x_1 w_0 - x_2 w_1 + b_2\end{aligned}\tag{5.34}$$

siendo

$$\begin{aligned}x_1 &= \sqrt{L} I \quad ; \quad x_2 = \sqrt{C} V \quad ; \quad w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \\ w_1 &= \frac{1}{RC} \quad ; \quad b_1 = \frac{E}{\sqrt{L}} \quad ; \quad b_2 = \frac{E\sqrt{C}}{RC}\end{aligned}$$

Siendo u una función de control tal que u será 1 durante τ y u será 0 para $T-\tau$.

Si existe un punto de equilibrio x_0 entonces $u_0 = u(x_0)$ es una constante escalar que satisface $0 < u_0 < 1$. El punto de equilibrio de <5.34> será

$$\begin{aligned}x_{10} &= b_1 [(1-u_0)w_0]^{-1} \\ x_{20} &= [w_1 b_1 - b_2 (1-u_0)w_0] [(1-u_0)w_0]^{-2}\end{aligned}\tag{5.36}$$

Eliminando u_0 en <5.35>, del apartado 5.3 los conjuntos $C_{x,u}$ y C_x vienen dados por

$$C_{x,u} = \left\{ (x_0, u_0) \in \mathbb{R}^3; x_{10} = \frac{w_1}{b_1} x_{20} \left(x_{20} - \frac{b_2}{w_1} \right), 0 < u_0 < 1 \right\} \quad \langle 5.36 \rangle$$

$$C_x = \left\{ x_0 \in \mathbb{R}^2: \exists u_0 \in (0,1) \text{ en } \mathbb{R} \mid x_{10} = \frac{w_1}{b_1} x_{20} \left(x_{20} - \frac{b_2}{w_1} \right) \right\} \quad \langle 5.37 \rangle$$

cuando el conjunto de puntos de equilibrio en <5.34> tienen modelos tangentes controlables estos son de la forma

$$\xi_{x,u} = \left\{ (x_0, u_0) \in \mathbb{R}^3 : x_{10} = \frac{w_1}{b_1} x_{20} \left(x_{20} - \frac{b_2}{w_1} \right), \frac{b_2 w_0 - b_1 w_1}{w_0^2} < x_{10} < \infty, \right. \\ \left. \frac{b_1}{w_0} < x_{20} < \infty, 0 < u_0 < 1 \right\} \quad \langle 5.38 \rangle$$

y su proyección sobre el espacio de estado x es

$$\xi_x = \left\{ x_0 \in \mathbb{R}^2 \exists u_0 \in (0,1) \text{ en } \mathbb{R} \mid x_{10} = \frac{w_1}{b_1} x_{20} \left(x_{20} - \frac{b_2}{w_1} \right), \right. \\ \left. \frac{b_2 w_0 - b_1 w_1}{w_0^2} < x_{10} < \infty, \frac{b_1}{w_0} < x_{20} < \infty \right\} \quad \langle 5.39 \rangle$$

En el entorno de un punto de equilibrio (x_0, u_0) el comportamiento dinámico del sistema promediado <5.34> puede ser considerado como lineal en la forma

$$\frac{d(\partial x)}{dt} = F(x_0, u_0) \partial x + g(x_0) \partial u$$

con

$$F(x_0, u_0) = \begin{bmatrix} 0 & -(1-u_0)w_0 \\ (1-u_0)w_0 & -w_1 \end{bmatrix} \quad g(x_0) = \begin{bmatrix} x_{20} w_0 \\ -x_{10} w_0 \end{bmatrix}$$

<5.40>

El par $[F(x_0, u_0), g(x_0)]$ es controlable totalmente en \mathbb{R}^2 excepto sobre $x_2 = 0$

y

$$x_1 = -\frac{b_1}{2w_1}$$

Ninguno de estos puntos no controlables intersectan ξ_x .

Debe notarse que de $\langle 5.37 \rangle$ C_x y ξ_x están contenidos en el conjunto igual

a) $\Phi_2(x) = 0$, siendo Φ_2 un difeomorfismo local C^1 dado por

$$\Phi_2(x) = bx_1 - w_1 x_2 \left(x_2 - \frac{b_1 b_2}{w_1^2} \right) = 0 \quad \langle 5.41 \rangle$$

Puede afirmarse, por tanto que alguna forma única dada a lo largo de ξ_x será integrable.

Es decir, si α_i es una forma única sobre ξ_x , $\alpha_i = dT_i|_{\xi_x}$ $i=1, 2, \dots, n$.

Se obtendrá un modelo tangente, independiente del punto de equilibrio (el α_i más satisfactorio), sobre $\xi_{x,u}$.

Recordando $\langle 5.6 \rangle - \langle 5.8 \rangle$, $\alpha_1 g(x_0) = 0$ sobre ξ_x . Este resultado conduce a

$$z_1 = T_1(x) = \frac{1}{2} (x_1^2 + x_2^2) \quad \langle 5.42 \rangle$$

Usando $\langle 5.7 \rangle$ y la expresión $\langle 5.40 \rangle$ se obtiene, después de manipular las expresiones de los puntos de equilibrio $\langle 5.35 \rangle$ que la forma única α_2 viene dada por

$$\alpha_2 = \alpha_1 F(x_0, u_0)$$

Integrando esta expresión a lo largo de C_x se obtiene T_2 por

$$z_2 = T_2(x) = b_1 x_1 - x_2^2 w_1 + b_2 x_2 \quad \langle 5.43 \rangle$$

Finalmente, usando $\langle 5.8 \rangle$

$$\alpha_3 = \alpha_2 [F(x_0, u_0), g(x_0)]$$

Integrando esta expresión a lo largo de ξ_x se obtiene después de introducir los valores de los puntos de equilibrio

$$T_3(x,u) = b_1^2 + b_2^2 + b_2 w_0 x_1 - (b_1 w_0 + 3b_2 w_1) x_2 - 2w_0 w_1 x_1 x_2 + 2w_1^2 x_2^2 + \\ + [-b_2 w_0 x_1 + w_0 b_1 x_2 + 2w_0 w_1 x_1 x_2] v \quad < 5.44 >$$

La transformación $T_1(x)$ representa la energía total media almacenada del circuito durante el periodo de cambio, $T_2(x)$ es simplemente la potencia media de entrada menos la energía media de salida con el término de la potencia consumida. T_3 es entonces el porcentaje de cambio de la potencia total media consumida.

Evidentemente

$$\frac{dT_1}{dt} = T_2 \quad \frac{dT_2}{dt} = T_3 = v$$

o bien

$$\frac{dz_1}{dt} = z_2 \quad \frac{dz_2}{dt} = z_3 = v \quad < 5.45 >$$

El sistema transformado ya es una forma canónica controlable de Brunovsky. El modelo tangente de <5.45> es independiente del punto de trabajo, y en el espacio de estado z el modelo se expresa como

$$\frac{d(\partial z_1)}{dt} = \partial z_2 \quad \frac{d(\partial z_2)}{dt} = \partial z_3 = \partial v$$

La transformación inversa $x = T^{-1}(z)$ no existe globalmente en R^3 , lo que indica el carácter global del difeomorfismo T .

En el espacio de estado z se puede obtener una ley de control muy simple para la estabilización alrededor de un punto de equilibrio transformado (z_1^* , z_2^*). Con la condición $z_2^* = 0$, en particular, la ley de control de realimentación para <5.45> podría ser $v(z) = -m_1(z_1 - z_1^*) - m_2 z_2$ con $m_1, m_2 > 0$, escogidos a partir del comportamiento asintótico deseado del estado dinámico del sistema transformado.

5.6.1 LEY DE CONTROL SOBRE LA BASE DEL MODELO PROMEDIADO LINEALIZADO.

Para este convertidor, el sistema de las variables transformadas está controlado asintóticamente hacia el punto de trabajo $(z_1^0, 0)$. Se propone un modelo de referencia ideal, con variables de estado z_1^0, z_2^0 con convergencia asintótica exponencial hacia el punto de equilibrio deseado en coordenadas transformadas. Este modelo de servo está gobernado por

$$\frac{dz_1^0}{dt} = z_2^0 \quad \frac{dz_2^0}{dt} = v^0 = -\alpha_1(z_1^0 - z_1^*) - \alpha_2 z_2^0 \quad <5.46>$$

donde v^0 es la ley de control modelo que garantiza la estabilidad asintótica hacia $(z_1^*, 0)$ donde α_1 y α_2 son constantes positivas. Las señales de error e_1, e_2 están generadas por comparación de la trayectoria de estado del servo modelo de referencia con los correspondientes estados transformados del sistema linealizado z_1, z_2

$$\begin{aligned} e_1 &= z_1 - z_1^0 \\ e_2 &= z_2 - z_2^0 \end{aligned} \quad <5.47>$$

El vector de estado del error $[e_1, e_2]^T$ se desarrolla de acuerdo con

$$\begin{aligned} \frac{de_1}{dt} &= e_2 \\ \frac{de_2}{dt} &= v - v^0 = \partial v(e) \end{aligned} \quad <5.48>$$

El diseño del regulador se reduce por lo tanto específicamente a una ley de control $\partial v(e)$ para el sistema de error $<5.48>$. Esta se realiza con un simple esquema de polo asignado (control modal), como

$$\partial v(e) = -k_1 e_1 - k_2 e_2 = -k_1(z_1 - z_1^0) - k_2(z_2 - z_2^0) \quad <5.49>$$

con $k_1, k_2 > 0$, autovalores deseados en lazo cerrado. La colocación de los estados iniciales del servo modelo estarán muy cercanos a los del sistema transformado para que las componentes del error e_1, e_2 tienden a cero asintóticamente.

Una vez efectuada una perturbación en la ley de control ∂v , se obtiene el control lineal hacia <5.48> como

$$v = v^0 + \partial v = (k_1 - m_1)z_1^0 + (k_2 - m_2)z_2^0 + m_1 z_1^* - k_1 z_1 - k_2 z_2 \quad <5.50>$$

La figura 5.8 muestra el esquema de control para el convertidor Cuk con acoplamiento magnético perfecto.

El conjunto de puntos en estado estacionario, en el espacio de estado x , debe ser la traslación por medio de $T(x)$, de los correspondientes valores de estado estacionario z_1^* , z_2^* en el espacio de estado z .

El valor de z_2^* es invariablemente cero, deduciéndose de <5.41> y <5.43>

Si en <5.50>, $k_1 = m_1 = \alpha_1$ y $k_2 = m_2 = \alpha_2$, el modelo lineal se reduce al siguiente esquema de regulación:

$$v(z) = -m_1(z_1 - z_1^*) - m_2 z_2 \quad <5.51>$$

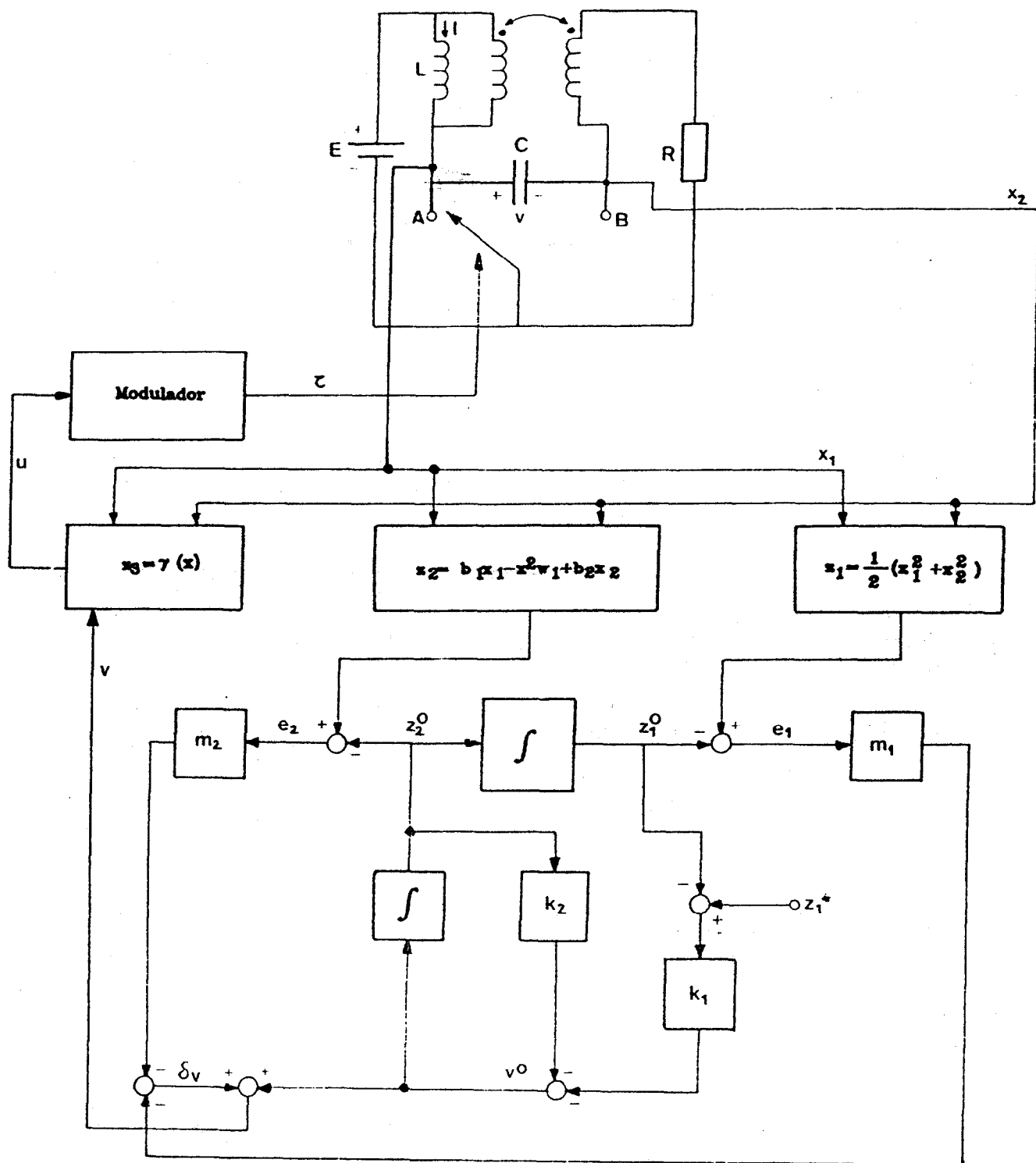
En este caso el modelo del servo queda reemplazado por un controlador directo estabilizado, garantizando la estabilidad asintótica de la planta linealizada hacia $(z_1^*, 0)$. En la figura 5.9 se representa el diagrama de bloques de este esquema alternativo de regulación.

Para buscar el valor de z_1^* se plantea $z_2^* = 0$, con lo cual

$$x_2^* = \frac{b_2}{2w_1} + \sqrt{\frac{b_2^2}{4w_1^2} + \frac{b_1}{w_1} x_1^*}$$

por tanto

$$z_1^* = \frac{1}{2} \left[x_1^* \left(x_1^* + \frac{b_1}{w_1} \right) + \frac{b_2}{w_1} \left[\frac{b_2}{2w_1} + \sqrt{\frac{b_2^2}{4w_1^2} + \frac{b_1}{w_1} x_1^*} \right] \right] \quad <5.52>$$



siendo $z_3 = \gamma(x) = b_1^2 + b_2^2 + b_2 w_0 x_1 - (b_1 w_0 + 3b_2 w_1) x_2 - 2w_0 w_1 x_1 x_2 + 2w_1^2 x_2^2 + [-b_2 w_0 x_1 + w_0 b_1 x_2 + 2w_0 w_1 x_1 x_2] v$

Figura 5.8 Esquema del control realimentado para el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto.

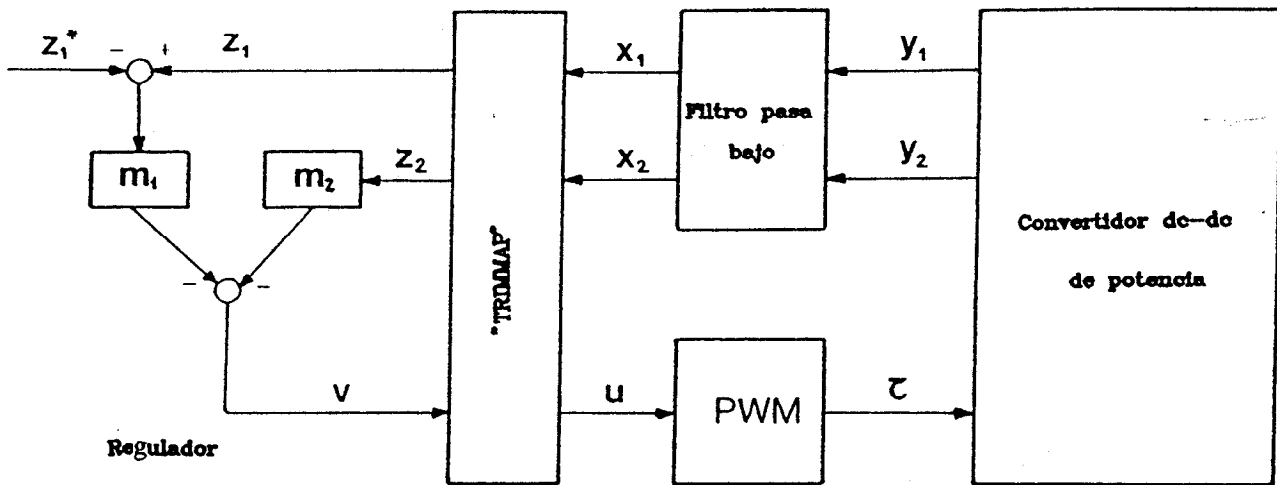


Figura 5.9 Esquema del control realimentado directamente lineal para un convertidor localmente linealizado

5.6.2 ESQUEMA DEL CONTROL DE REALIMENTACION.

Deshaciendo el cambio de variable descrito en <5.34> las variables transformadas serán:

$$z_1 = \frac{I^2}{2C} + \frac{V^2}{2L} \quad \langle 5.53 \rangle$$

$$z_2 = \frac{IE}{LC} + \frac{V(E-V)}{RLC} \quad \langle 5.54 \rangle$$

$$z_3 = \frac{1}{LC} \left[\frac{(E-V)E}{L} + \left(\frac{I}{C} + \frac{E-V}{RC} \right) \left(\frac{E+2V}{R} \right) + \left(\frac{VE}{L} - \frac{I(E-2V)}{RC} \right) u \right] \quad \langle 5.55 \rangle$$

$$z_4 = \frac{I^2}{2} \left(\frac{I}{C} + \frac{RE}{L} \right) + \frac{E}{2L} \left(\frac{E}{2} + \sqrt{\frac{E^2}{4} + I^2 RE} \right) \quad \langle 5.56 \rangle$$

Tomando la relación <5.51> y colocándola en <5.55> se obtiene

$$u = \frac{k_1 I^2 + k_2 I + k_3 V + k_4 V^2 + k_5 VI + k_6 \dot{z}_1 + k_7}{k_9 V + k_{10} VI + k_8 I} \quad <5.57>$$

siendo

$$k_1 = -\alpha_1 \frac{L}{2}; \quad k_2 = E\left(-\alpha_2 - \frac{1}{RC}\right); \quad k_5 = \frac{2}{RC}; \quad k_6 = \alpha_1 LC$$

$$k_4 = -\alpha_1 \frac{C}{2} + \frac{\alpha_2}{R} - \frac{2}{R^2 C}; \quad k_3 = E\left(-\alpha_2 + \frac{1}{L} + \frac{3}{R^2 C}\right);$$

$$k_7 = E^2\left(-\frac{1}{L} - \frac{1}{R^2 C}\right); \quad k_8 = -\frac{E}{RC}$$

$$k_9 = \frac{E}{L}; \quad k_{10} = \frac{2}{RC}$$

Generando el esquema de control de la figura 5.10

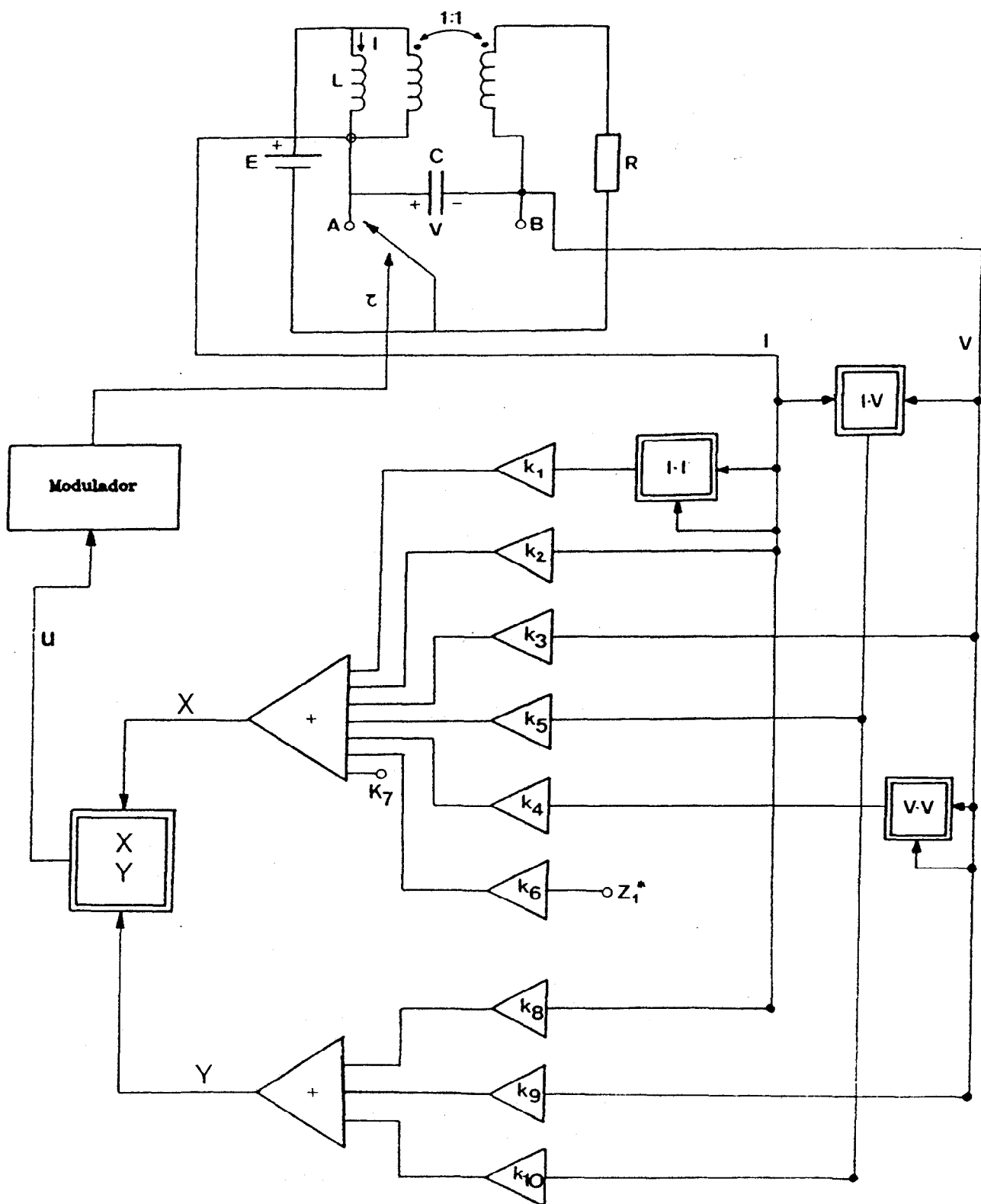


Figura 5.10 Esquema del control de realimentación para el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto. Método de pseudolinealización.

5.6.3 REALIZACION PRACTICA

La realización práctica corresponde al convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto, sea con $n=k=1$, y cuyo diagrama de bloques es el correspondiente a la figura 5.10. Se ha tomado una consigna constante.

El montaje global es el de la figura 5.11.

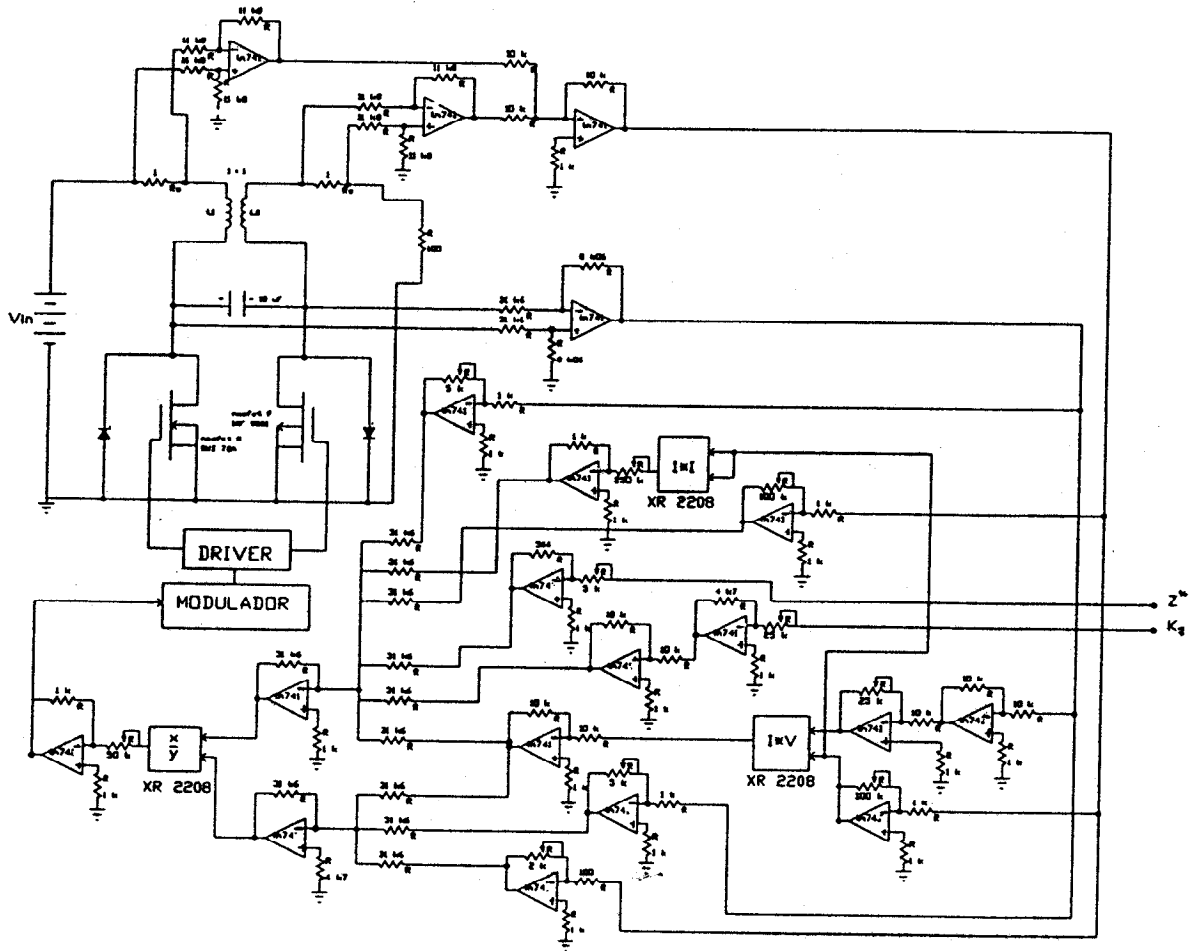


Figura 5.10 Implementación práctica de un convertidor de Cuk con acoplamiento magnético con control no lineal mediante el método de la pseudolinealización.

$$C_1 = 10 \mu\text{F} \quad R = 100 \Omega \quad L_1 = L_2 = 3.25 \text{ mH} \quad E = 10 \text{ V} \quad V_0 = -10 \text{ V}$$

$$f_s = 80 \text{ kHz} \quad D = 0.5 \quad K = 0.90$$

5.6.3.1 REGULACION HACIA ARRIBA, REGULACION HACIA ABAJO Y RENDIMIENTO.

a) Regulación hacia arriba.

Las medidas de la tensión de salida v_0 se realizan para un valor de la consigna z_1 constante, haciendo variar la tensión de entrada E . Esto se realiza para dos ciclos de trabajo, 0.5 y 0.41. Los resultados obtenidos se encuentran en la figura 5.11. La curva superior corresponde para un ciclo de trabajo 0.41, mientras que la inferior es para un ciclo de trabajo de 0.5.

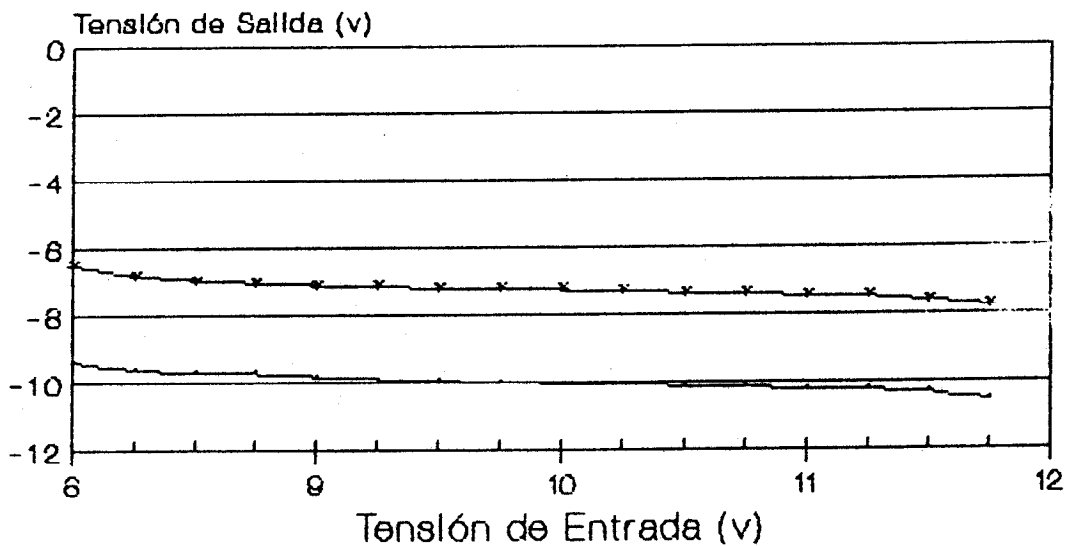


Figura 5.11 Regulación estática hacia arriba.

b) Regulación hacia abajo.

Las medidas de la tensión de salida se realizan para un valor de la tensión de entrada $E = 10$ V constante, haciendo variar la consigna z_1 . Se han tomado dos valores del ciclo de trabajo, 0.41 (curva superior) y 0.5 (curva inferior). Los resultados obtenidos se encuentran en la figura 5.12.

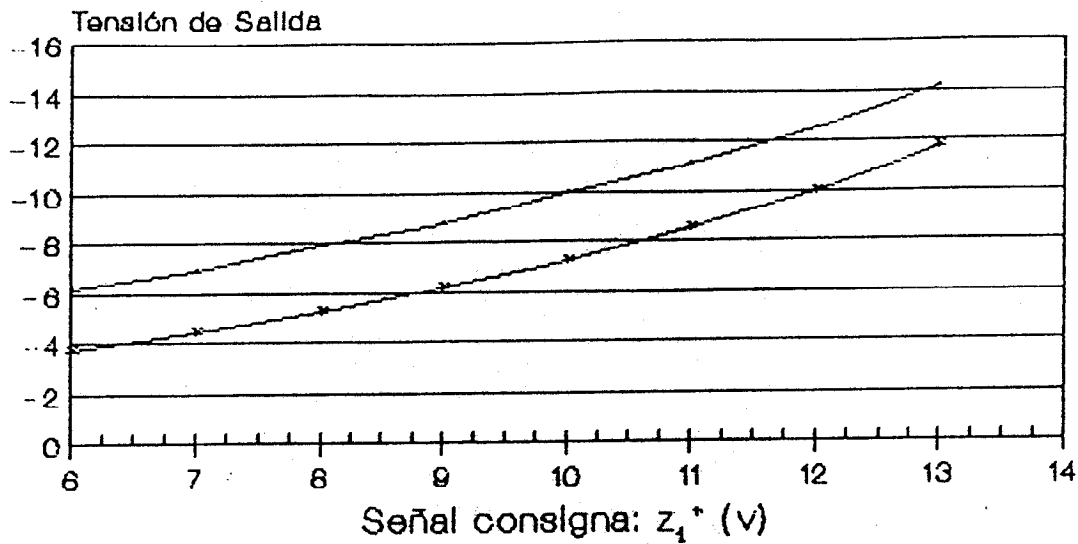


Figura 5.12 Regulación estática hacia abajo.

c) Rendimiento de la célula de potencia.

Los valores del rendimiento se efectúan en función de la corriente en la carga para un ciclo de trabajo 0.5, manteniendo constante la tensión de entrada $E=10\text{ V}$ y la consigna z_1 . Los resultados obtenidos se encuentran en la figura 5.13.

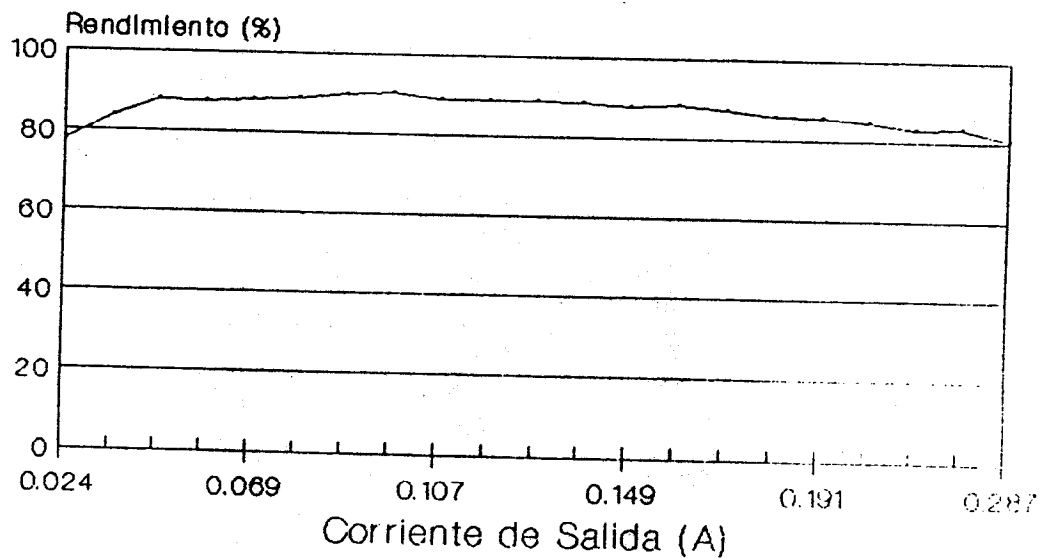


Figura 5.13. Rendimiento de la célula de potencia.

5.6.5.2 FENOMENOS DINAMICOS.

a) Conducta de la tensión de salida.

Se aplica una consigna constante al convertidor y se observa la tensión de salida. En el oscilograma de la figura 5.14, la forma de onda de arriba corresponde a la consigna z_1^* aplicada y la de abajo a la tensión de salida observada.

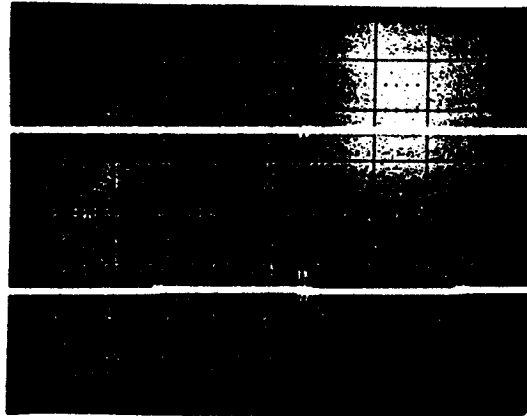


Figura 5.14 Tensión de salida para una consigna constante.
(5 V/div, 2 μ s/div)

B) FORMA DE ONDA DE LA CORRIENTE i .

La corriente resultante de la suma $i_1 + i_2$ posee un rizado muy pequeño, ya que en el caso de acoplamiento magnético perfecto debería ser nulo. Aparece algún pico debido a la conmutación, como puede observarse en la figura 5.15.

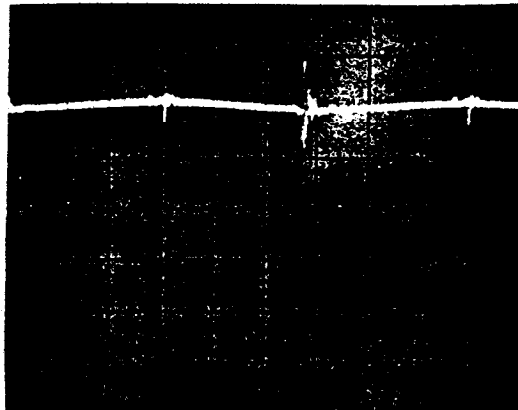
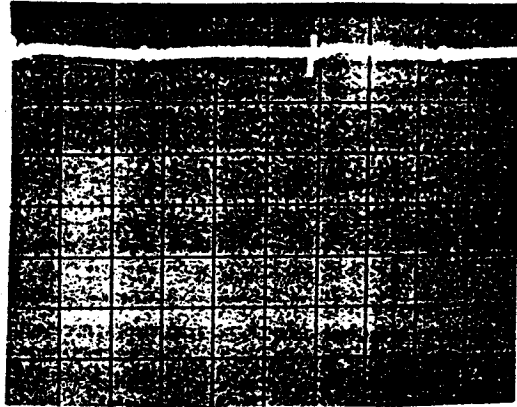


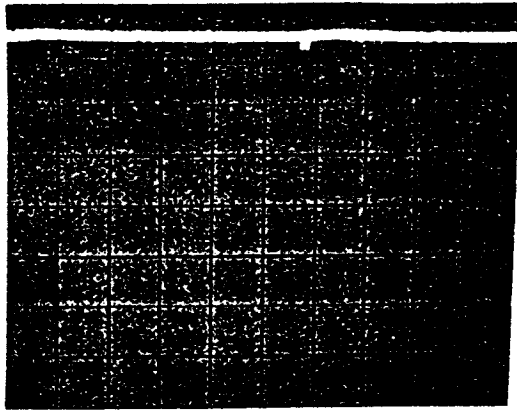
Figura 5.15 Forma de onda de la corriente i .
(100 mV/div, 2 μ s/div)

c) Formas de onda a la entrada y salida del divisor.

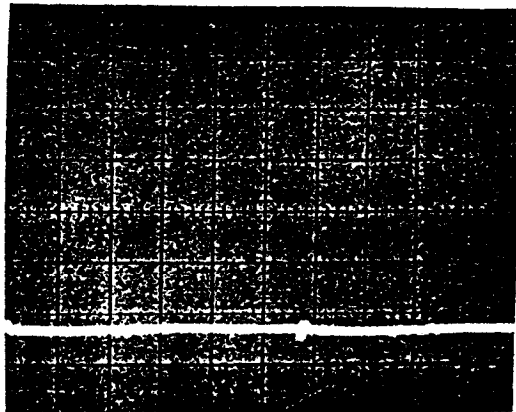
Las señales de entrada y salida del divisor analógico están referenciadas en la figura 5.16. En a) se encuentra la señal del numerador, en b) la señal del denominador y en c) la señal obtenida como división de ambas.



a)
(1 V/div, 2 μ s/div)



b)
(2 V/div, 2 μ s/div)



c)
(2V/div, 2 μ s/div)

Figura 5.16 Formas de onda a la entrada y salida del divisor.

CAPITULO VI

MODO DE DESLIZAMIENTO EN UN CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO Y $N = K = 1$.

6.1 INTRODUCCION.

La reciente utilización en sistemas de estructura variable (VSS) de la técnica denominada "control en modo de deslizamiento" ha comportado la mejora dinámica de dichos sistemas con respecto a otras técnicas de control convencionales.

En particular, las prestaciones dinámicas obtenidas se caracterizan por:

- respuesta transitoria muy rápida sin sobreimpulso.
- baja sensibilidad a perturbaciones externas.
- baja sensibilidad a variaciones de la planta.
- deslizamiento independiente del control.

Los convertidores conmutados constituyen el dominio natural de aplicación de tales sistemas. Sin embargo, a pesar de que el primer control en modo de deslizamiento data de 1983 [39], no ha sido hasta 1987 [29], coincidiendo con la búsqueda de alternativas de control no lineal, que ha resurgido el interés

por este tipo de control.

En este capítulo se presenta una propuesta de control en modo de deslizamiento para un convertidor de Cuk en condiciones de reducción de orden, por el interés que suscita conjuntar en una estructura de 2º orden la ausencia de rizado de conmutación en la salida con las importantes prestaciones dinámicas del "sliding".

6.2 REGIMEN "SLIDING". FORMULACION GENERAL Y PRINCIPALES RESULTADOS.

El estado de un sistema se representa por un vector x en R^n cuyas componentes son las corrientes en las bobinas y las tensiones en los condensadores. El control está representado por la posición de un interruptor con una asignación numérica de valores 0, ó 1 [29].

Se considera la representación bilineal de una red con interruptores sincronizados

$$\frac{d}{dt} x = f(x) + u g(x) + h = Ax + u(Bx + \gamma) + \partial \quad \langle 6.1 \rangle$$

donde A y B son matrices cuadradas constantes, y γ y ∂ son vectores que representan las fuentes de excitación constante. Los campos vectores $f(x)$, $g(x)$ y h vienen dados por

$$f(x) = \sum_{j=1}^n a_j^T x \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad g(x) = \sum_{j=1}^n (b_j^T x + \gamma_j) \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad h = \sum_{j=1}^n \partial_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad \langle 6.2 \rangle$$

donde a_j^T y b_j^T son las filas j -ésimas de los vectores de A y B respectivamente mientras $\partial / \partial x_j$ señala la dirección de las j -ésimas coordenadas en el espacio tangente de R^n . Se simboliza por $L_f \sigma$ la derivada direccional de una función escalar σ con respecto al campo vectorial f .

En convertidores continua-continua interesa que una de las variables de estado, por ejemplo x_i , sea de valor constante. Se considerará este objetivo de diseño como una base para un régimen "sliding" sobre la superficie

$$S = \left\{ x \in R^n \mid s = x_i - k = 0; k \text{ es constante} \right\} \quad \langle 6.3 \rangle$$

La distribución tangente o la distribución "sliding" asociada con esta superficie viene dada por

$$\Delta_s = \text{espacio} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \mid j = 1, \dots, n; j \neq i \right\} = \ker ds = \ker dx_i \quad \langle 6.4 \rangle$$

Existe un funcionamiento "sliding" cuando puede conducirse x a la superficie S , y, una vez allí se le obliga a permanecer gracias al funcionamiento del in-

terruptor.

La evolución dinámica ideal del sistema "sliding" viene entonces caracterizada por la condición de invarianza

$$s = 0 \quad L_{f+u} s = 0 \quad <6.5>$$

La condición de invarianza expresa que las trayectorias de estado evolucionan idealmente sobre la superficie de "sliding" sin traspasarla, gracias a la acción del control. Entonces las trayectorias de estado no abandonan la superficie de "sliding". La segunda condición, <6.5>, define el control equivalente como la ley de control que idealmente fuerza a permanecer las trayectorias de estado en S si el funcionamiento del sistema satisface inicialmente la primera condición de invarianza. Este control viene dado por

$$u_{eq}(x) = - \frac{L_{f+h} s}{L_g s} = - \frac{a_i^T x + \partial_i}{b_i^T x + \gamma_i} \quad <6.6>$$

Una condición necesaria para la existencia de un funcionamiento "sliding" sobre S está representada por la condición transversal.

$$L_g s \neq 0 \quad \text{---} \rightarrow g \notin \ker ds = \Delta_s \quad <6.7>$$

En términos de las matrices y vectores definidos anteriormente, las condiciones <6.5> y <6.7> quedan expresadas como

$$\begin{aligned} Ax + u(Bx + \gamma) + \partial \Big|_{x_i=k} &\in \Delta_s \\ b_i^T x + \gamma_i \Big|_{x_i=k} &\neq 0 \end{aligned} \quad <6.8>$$

La posibilidad de acceder a la superficie de "sliding" debe conseguirse mediante los interruptores oportunos. Se supone que u^+ , u^- simbolizan las posiciones del interruptor (con valores numéricos 0, ó 1). Entonces la condición necesaria y suficiente de accesibilidad a la superficie local viene dada por

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} L_{f+u^+g+h} s < 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} L_{f+u^-g+h} s > 0$$

o bien

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} L_{Ax+u^+(Bx+\gamma)} s < 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} L_{Ax+u^-(Bx+\gamma)} s > 0$$

<6.9>

Geoméricamente, esta condición requiere que el campo vectorial controlado apunte hacia la superficie desde cada uno de sus lados.

Tomando la expresión <6.9>, para

$$L_s s = b_i^T x + \gamma_i > 0$$

será

$$u^+ < u_{EQ} \quad u^- > u_{EQ}$$

mientras que para

$$b_i^T x + \gamma_i < 0$$

será

$$u^+ > u_{EQ} \quad u^- < u_{EQ}$$

De forma equivalente

$$\max(u^+, u^-) > u_{EQ} > \min(u^+, u^-) \quad <6.10>$$

Como u puede tomar sólo dos valores posibles, a saber 0 ó 1, la ley de control <6.11> hace que la superficie S sea accesible.

$$u = \begin{cases} u^+ = 0 & \text{para s signo } (b_i^T x + \gamma_i) > 0 \\ u^- = 1 & \text{para s signo } (b_i^T x + \gamma_i) < 0 \end{cases} \quad <6.11>$$

El desarrollo anterior se resume en la siguiente proposición.

Proposición 1. Existe un régimen "sliding" sobre S si y sólo sí para todo $x \in S$ el control equivalente satisface

$$0 < u_{EQ}(x) < 1$$

La existencia del control equivalente dentro de estas cotas es muy importante para la acotación del régimen "sliding".

La condición de existencia en la Proposición 1 determina las regiones en el espacio de estado en las que puede usarse un régimen "sliding". Tomando en cuenta la expresión <6.6> y la Proposición 1, estas regiones son

$$R^+(x) = \left\{ x \in R^n : \begin{aligned} &(a_i^T + b_i^T)x + (\gamma_i + \partial_i) < 0 ; \\ &(b_i^T x + \gamma_i) < 0 ; (a_i^T x + \partial_i) > 0 \end{aligned} \right\} \quad \langle 6.12 \rangle$$

$$R^-(x) = \left\{ x \in R^n : \begin{aligned} &(a_i^T + b_i^T)x + (\gamma_i + \partial_i) > 0 ; \\ &(b_i^T x + \gamma_i) > 0 ; (a_i^T x + \partial_i) < 0 \end{aligned} \right\}$$

La siguiente proposición es una consecuencia directa de la Proposición 1.

Proposición 2. Existe un régimen "sliding" localmente en S, si y sólo si, cualquiera de

$$R^+(x) \cap S, \quad \text{o} \quad R^-(x) \cap S$$

es no vacío.

La dinámica ideal sobre la superficie S está caracterizada por

$$\frac{d}{dt} x = f + u_{EQ} g + h = (A + u_{EQ}(x)B)x + \gamma u_{EQ}(x) + \partial,$$

$$x_1 = k = \text{constante} \quad \langle 6.13 \rangle$$

Para el caso de regulación constante, los puntos de equilibrio estables de <6.13>, si hay alguno, deben de estar dentro de los límites de la superficie de "sliding" en las regiones de existencia para el modo "sliding". Cuando los parámetros del sistema están fijados, las condiciones de estabilidad sobre la superficie de "sliding" determinan el signo y el conjunto de valores posibles para la

constante k .

Si k está fijada de entrada, las consideraciones llevan a un tanteo para determinar la posibilidad de regulación constante y un posible procedimiento de diseño para la elección de los valores apropiados de los parámetros de la red. En definitiva, la aproximación se puede usar como un análisis o como un diseño metodológico.

6.3 CONTROL DEL CONVERTIDOR DE CUK CON ACOPLAMIENTO MAGNETICO PERFECTO MEDIANTE EL MODO DE "SLIDING".

Al convertidor de Cuk con acoplamiento magnético perfecto se le aplican las técnicas descritas en el apartado 6.2.

Se recordará que sus ecuaciones de estado, de forma normalizada, vienen dadas por

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -w_0 \\ w_0 & -w_1 \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 & w_0 \\ -w_0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad \langle 6.14 \rangle$$

siendo

$$x_1 = \sqrt{L} I \quad ; \quad x_2 = \sqrt{C} V \quad ; \quad w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ;$$

$$w_1 = \frac{1}{RC} \quad ; \quad b_1 = \frac{E}{\sqrt{L}} \quad ; \quad b_2 = \frac{E\sqrt{C}}{RC}$$

Se considerará en primer lugar el caso

$$x_1 - k = 0 \quad \langle 6.15 \rangle$$

La superficie de "sliding" vendrá dada por

$$S = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \ ; \ s = x_1 - k = 0 \ ; \ k = \text{constante} \right\} \quad \langle 6.16 \rangle$$

buscando una evolución "sliding" manteniendo un valor constante, el de la corriente en la bobina. En este caso

$$\Delta_s = \text{espacio} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_2} \right\} \quad \langle 6.17 \rangle$$

Así pues los campos vectoriales $f(x)$, $g(x)$ y h vendrán expresados por

$$f(x) + h = (-w_0 x_2 + b_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + (w_0 x_1 - w_1 x_2 + b_2) \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \langle 6.18 \rangle$$

$$g(x) = (w_0 x_2) \frac{\partial}{\partial x_1} - (w_0 x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \quad \langle 6.19 \rangle$$

Obteniéndose seguidamente

$$L_{f+h} s = -w_0 x_2 + b_1 \quad \langle 6.20 \rangle$$

$$L_g s = w_0 x_2 \quad \langle 6.21 \rangle$$

La condición transversal se cumple en todas partes excepto sobre el eje x_1 .

La condición de invarianza es simple

$$(b_1 - w_0 x_2 + u_{\text{eq}} w_0 x_2) \frac{\partial}{\partial x_1} + (b_2 + w_0 k - w_1 x_2 - u_{\text{eq}} w_0 k) \frac{\partial}{\partial x_2} \in \text{Espacio} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_2} \right\} \quad \langle 6.22 \rangle$$

Como la componente $\frac{\partial}{\partial x_1}$ debe tener valor nulo sobre la superficie del "sliding", el control, dado en la expresión $\langle 6.6 \rangle$ será

$$u_{\text{eq}} = 1 - \frac{b_1}{w_0 x_2} = 1 - \frac{E}{V} \quad \langle 6.23 \rangle$$

La existencia de esta condición requiere que la tensión del condensador supere la tensión de la fuente de entrada, manteniendo la misma polaridad que la adoptada en el análisis circuital para la obtención de las ecuaciones de estado.

Esto indicará el carácter elevador del convertidor de Cuk. En este caso, la tensión del condensador no puede ser nula y la condición transversal se satisface siempre.

La accesibilidad de la región de "sliding" se realizará por la acción de conmutación

$$u = \begin{cases} 0 & \text{para } s > 0 \\ 1 & \text{para } s < 0 \end{cases} \quad \langle 6.24 \rangle$$

Las regiones de existencia de un modo "sliding" están determinadas por la expresión $\langle 6.12 \rangle$, cumpliéndose en ellas $0 < u_{EQ} < 1$. Esta desigualdad en la relación $\langle 6.23 \rangle$ quedará como

$$0 < 1 - \frac{E}{V} < 1 \quad \langle 6.25 \rangle$$

De ella se desprende

a) Signo $E =$ signo V

b) $E < V$

Se tomará para el estudio siguiente $E > 0$. En ambos casos, a) y b), la evolución dinámica sobre la superficie de "sliding" viene dada por

$$x_1 = k \quad \langle 6.26 \rangle$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -w_1 x_2 + b_2 + \frac{b_1 k}{x_2} \quad \langle 6.27 \rangle$$

El punto de equilibrio, x_2^* , de la última ecuación, $\langle 6.27 \rangle$, debe satisfacer

$$w_1 x_2^{*2} - b_2 x_2^* - b_1 k = 0 \quad \langle 6.28 \rangle$$

por tanto

$$x_2^* = \frac{b_2 \pm \sqrt{b_2^2 + 4w_1 b_1 k}}{2w_1} = \frac{E \sqrt{C}}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E \sqrt{L}}} \right] \quad \langle 6.29 \rangle$$

La estabilidad de la posición de equilibrio x_2^* en $\langle 6.26 \rangle$ y $\langle 6.27 \rangle$ viene determinada por la estabilidad en el origen de la primera aproximación lineal de $\langle 6.27 \rangle$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\left(w_1 + \frac{b_1 k}{x_2^{*2}}\right)x_2 \quad \langle 6.30 \rangle$$

ecuación que tiene el origen como punto de equilibrio estable sí y sólo sí

$$w_1 + \frac{b_1 k}{x_2^{*2}} > 0 \quad \langle 6.31 \rangle$$

De forma equivalente

$$w_1 x_2^{*2} + b_1 k > 0 \quad \langle 6.32 \rangle$$

Teniendo en cuenta las expresiones $\langle 6.28 \rangle$, $\langle 6.32 \rangle$ equivale a

$$x_2^* (2w_1 x_2^* - b_2) > 0 \quad \langle 6.33 \rangle$$

que puede expresarse como

$$x_2^* > 0 \quad \text{y} \quad 2w_1 x_2^* - b_2 > 0 \quad \langle 6.34 \rangle$$

$$x_2^* < 0 \quad \text{y} \quad 2w_1 x_2^* - b_2 < 0 \quad \langle 6.35 \rangle$$

suponiendo que $x_2^* > 0$, entonces

$$x_2^* > \frac{E \sqrt{C}}{2} \quad \langle 6.36 \rangle$$

Introduciendo $\langle 6.36 \rangle$ en la expresión $\langle 6.29 \rangle$ se obtendrá

$$1 \pm \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E \sqrt{L}}} > 1 \quad \langle 6.37 \rangle$$

que se verifica para cualquier valor de k siempre que

$$x_2^* = \frac{E \sqrt{C}}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E \sqrt{L}}} \right] \quad \langle 6.38 \rangle$$

y también debe satisfacer $x_2^* > 0$ para todo k .

La única restricción sobre el valor de k viene dada por el hecho de que

$$\sqrt{1 + \frac{4Rk}{E\sqrt{L}}} \in \mathbb{R}$$

por tanto

$$k > -\frac{E\sqrt{L}}{4R} \quad \langle 6.39 \rangle$$

En consecuencia

$$x_2^* = \frac{E\sqrt{C}}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E\sqrt{L}}} \right]$$

es un punto de equilibrio estable sí y sólo sí

$$k > \frac{-E\sqrt{L}}{4R}$$

Ahora se supondrá que $x_2^* < 0$, entonces

$$x_2^* < \frac{E\sqrt{C}}{2} \quad \langle 6.40 \rangle$$

Introduciendo $\langle 6.40 \rangle$ en la expresión $\langle 6.29 \rangle$ se obtendrá

$$1 \pm \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E\sqrt{L}}} < 1 \quad \langle 6.41 \rangle$$

que se verifica para cualquier valor de k siempre que

$$x_2^* = \frac{E\sqrt{C}}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E\sqrt{L}}} \right] \quad \langle 6.42 \rangle$$

también debe satisfacer $x_2^* < 0$ para todo k y naturalmente la condición $\langle 6.39 \rangle$ se debe cumplir.

Ahora la única restricción sobre k será

$$1 < \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E\sqrt{L}}}$$

Por tanto será para $k > 0$.

En consecuencia

$$x_2^* = \frac{E\sqrt{C}}{2} \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4Rk}{E\sqrt{L}}} \right]$$

es un punto de equilibrio estable sí y sólo sí $k > 0$.

Ahora se tomará la condición complementaria a la <6.15>, o sea

$$x_2 - k = 0 \quad \text{<6.43>}$$

La superficie de "sliding" vendrá dada por

$$S = \left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid s = x_2 - k = 0; k \text{ es constante} \right\} \quad \text{<6.44>}$$

se buscará una evolución "sliding" manteniendo constante el valor de la tensión del condensador. En este caso

$$\Delta_s = \text{espacio} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} \right\} \quad \text{<6.45>}$$

Se obtendrá

$$L_{f+h} S = -W_0 x_1 - W_1 x_2 + b_2 \quad \text{<6.46>}$$

$$L_g S = -W_0 x_1 \quad \text{<6.47>}$$

El control, dado en la expresión <6.6>, será

$$u_{eq} = 1 - \frac{W_1 k - b_2}{W_0 x_1} = 1 + \frac{E - W}{IR} \quad \text{<6.48>}$$

siendo

$$W = \frac{k}{\sqrt{C}}$$

Las regiones de existencia de un modo "sliding" están determinadas por la expresión <6.12>, cumpliéndose en ellas $0 < u_{EQ} < 1$. Esta desigualdad en la relación <6.48> quedará como

$$0 < 1 + \frac{E-W}{IR} < 1 \quad \langle 6.49 \rangle$$

De ella se desprenden dos casos

$$1) \quad \frac{E-W}{IR} < 0 \quad \text{desdoblándose en}$$

$$E-W > 0 ; IR < 0 \quad \text{siendo } E > W \quad \langle 6.50 \rangle$$

$$E-W < 0 ; IR > 0 \quad \text{siendo } E < W \quad \langle 6.51 \rangle$$

$$2) \quad -1 < \frac{E-W}{IR} \quad \text{desdoblándose en}$$

$$I > 0 ; IR > W-E \quad \langle 6.52 \rangle$$

$$I < 0 ; IR < W-E \quad \langle 6.53 \rangle$$

En ambos casos la evolución dinámica sobre la superficie de "sliding" viene dada por

$$\begin{cases} x_2 = k & \langle 6.54 \rangle \\ \frac{dx_1}{dt} = -w_0 x_2 + b_1 + u_{EQ} w_0 x_2 & \langle 6.55 \rangle \end{cases}$$

El punto de equilibrio, x_1^* , de la última ecuación <6.55> debe satisfacer

$$x_1^* = \frac{k(w_1 k - b_2)}{b_1} \quad \langle 6.56 \rangle$$

La estabilidad de la posición de equilibrio x_1^* en <6.54> y <6.55> viene determinada por la estabilidad en el origen de la primera aproximación lineal de <6.55>

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = \frac{b_1^2}{k(w_1 k - b_2)} x_1 \quad \langle 6.57 \rangle$$

ecuación que tiene el origen como punto de equilibrio estable sí y sólo sí

$$\frac{b_1^2}{k(w_1 k - b_2)} < 0 \quad \langle 6.58 \rangle$$

Esto equivale a que

$$k(w_1 k - b_2) < 0 \quad \langle 6.59 \rangle$$

ya que $b_1^2 > 0$

La relación $\langle 6.59 \rangle$ se transforma al introducir los valores de w_1, b_2 dados en $\langle 6.14 \rangle$ en la siguiente desigualdad

$$\frac{W}{R} (W - E) < 0 \quad \langle 6.60 \rangle$$

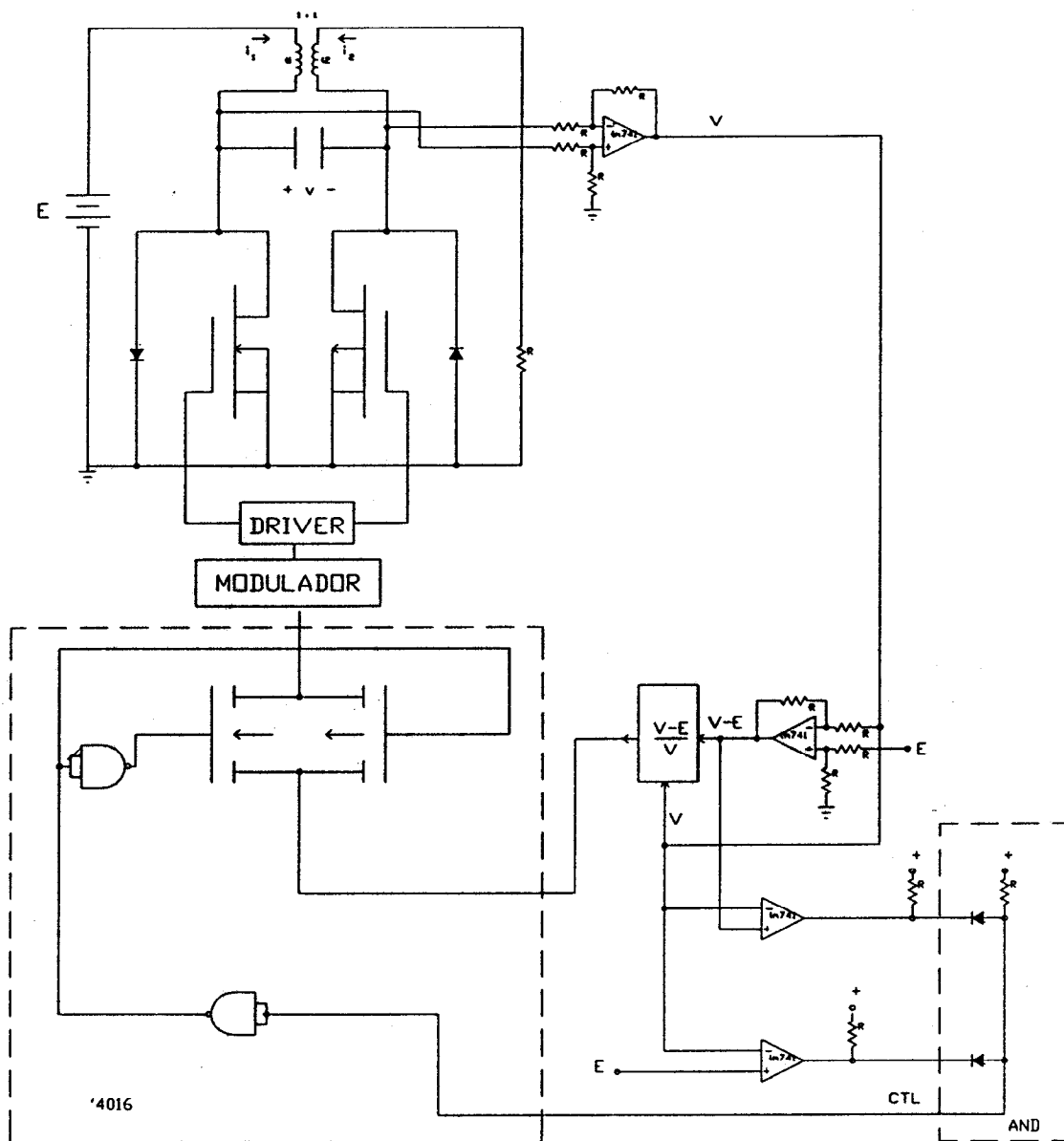
Si se introducen las condiciones $\langle 6.51 \rangle$ y $\langle 6.52 \rangle$, o sea $W > E$, y además se cumple la hipótesis de que $E > 0$, entonces deberá ser $W > 0$. En consecuencia x_1^* es un punto de equilibrio inestable.

Si ahora se colocan las condiciones $\langle 6.50 \rangle$ y $\langle 6.53 \rangle$, o sea $W < E$, para que se verifique $\langle 6.60 \rangle$ deberá cumplirse que $W > 0$, siendo en este caso $I < 0$. Con lo cual x_1^* será un punto de equilibrio estable si $0 < W < E$.

En resumen, el modo "sliding" para $x_2 = k$ sólo da un punto de equilibrio estable en el caso que $I < 0$, para los valores de W tales que $0 < W < E$, o de forma equivalente, $0 < k < E\sqrt{C}$.

6.3.1. ESQUEMA DEL CIRCUITO DE CONTROL.

El esquema del circuito de control que implementa, para el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y la condición $n = k = 1$, la ecuación $\langle 6.25 \rangle$ viene dado en la figura 6.1.



6.1 Implementación práctica de un convertidor de Cuk con acoplamiento magnético con control en modo "sliding".

CAPITULO VII

CONCLUSIONES

En esta tesis se han desarrollado diferentes estrategias de control no lineal para convertidores conmutados.

El caso lineal ha surgido bajo la forma de linealización del caso no lineal, a efectos de simplificar una recurrencia bilineal y con objeto de facilitar el análisis de estabilidad de una formulación continua basada en la dinámica de los valores medios de las variables de estado.

En los fundamentos del control no lineal se encuentra el análisis de gran señal efectuado sobre un convertidor "buck" bidireccional que ha demostrado que la respuesta forzada del sistema no lineal es de la misma naturaleza que la excitación, siendo ésta la señal moduladora del ciclo de trabajo.

En esta conclusión se basa la recurrencia discreta desarrollada previamente por M. Valentin en los convertidores elementales, lo que permite controlar dichas estructuras en régimen de gran señal generando formas de onda variable en la salida de los mismos.

La técnica de M. Valentin se ha extendido a un convertidor complejo en condiciones de reducción de orden. Se ha escogido, por sus prestaciones, el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y $n = k = 1$, aunque el procedimiento podría aplicarse a otros convertidores de orden 4. A efectos dinámicos el convertidor escogido es de orden 2, igual que un convertidor elemental, lo

que facilita notablemente el análisis de la controlabilidad mediante Algebra de Lie, así como la implementación física del circuito de control. Como resultado, se ha diseñado un convertidor bidireccional para funcionamiento en gran señal en el margen de 50 a 400 Hz con un rendimiento del 90 %. Dicho convertidor, con el cambio de escala pertinente en la elección de los componentes, puede aplicarse en el diseño de onduladores para aplicaciones aeroespaciales o para regulación de máquinas eléctricas.

Desde una perspectiva complementaria se ha desarrollado un control no lineal basado en una descripción continua bilineal de la dinámica de los valores medios de las variables de estado del convertidor. El método ha recogido la propuesta formulada inicialmente por M. Berbiche en el control no lineal de un ondulator basado en un convertidor "buck-boost", y ha sido particularizado en los convertidores "boost" y en el convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y $n = k = 1$.

La generalización de las dos propuestas previas se ha desarrollado mediante pseudolinealización lo que ha comportado implementar un convertidor de Cuk con acoplamiento magnético y $n = k = 1$, formando parte de un sistema globalmente estable con independencia del punto de trabajo.

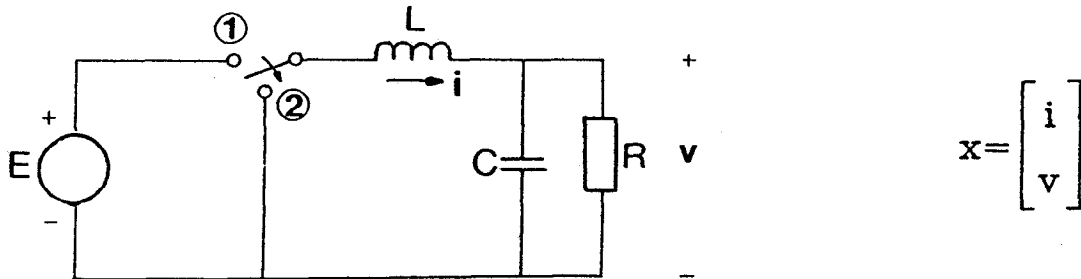
Como alternativa a las estrategias de control desarrolladas previamente en el convertidor de Cuk en condiciones de reducción de orden, se ha propuesto un control no lineal del mismo en régimen de deslizamiento. Cabe destacar aquí la notoria simplificación del control obtenido frente a los casos analizados previamente.

Como característica general, hay que señalar la presencia de multiplicadores analógicos en la implementación de las diferentes estrategias de control, lo que, a efectos de laboratorio, implica un proceso de ajuste tedioso y complejo. Simplificar parte de los circuitos analógicos de control por un sistema digital equivalente en forma de memorias preprogramadas, con objeto de evitar los problemas de saturación inherentes al ajuste de los multiplicadores, puede constituir la continuidad natural del trabajo.

ANEXOS.

ANEXO I

REDUCTOR (BUCK)



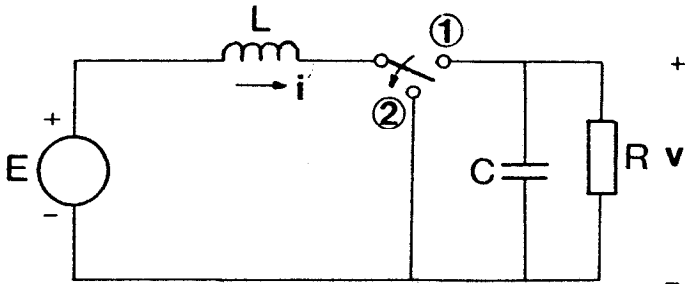
Durante τ . Interruptor en posición 1 (TON) $\dot{x} = A_1x + B_1E$

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E$$

Durante $\bar{\tau}$. Interruptor en posición 2 (TOFF) $\dot{x} = A_2x + B_2E$

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E$$

ELEVADOR (BOOST)



$$x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}$$

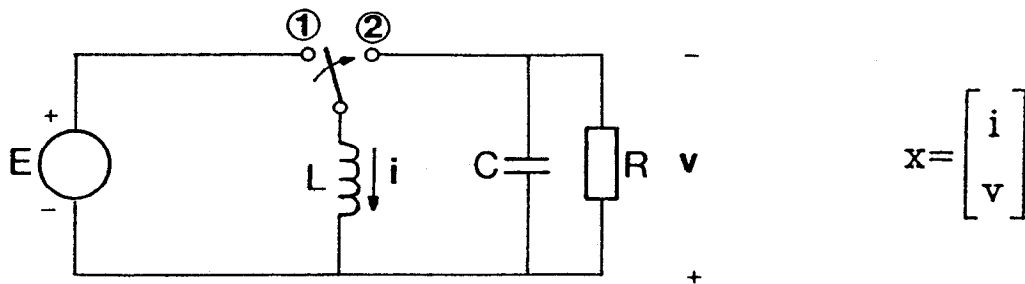
Durante τ . Interruptor en posición 1 (TON) $\dot{x} = A_1x + B_1E$

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E$$

Durante $\bar{\tau}$. Interruptor en posición 2 (TOFF) $\dot{x} = A_2x + B_2E$

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E$$

REDUCTOR-ELEVADOR (BUCK-BOOST)



Durante τ . Interruptor en posición 1 (T_{ON}) $\dot{x} = A_1x + B_1E$

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} E$$

Durante $\bar{\tau}$. Interruptor en posición 2 (T_{OFF}) $\dot{x} = A_2x + B_2E$

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E$$

ANEXO II


```

PROGRAM CALV210 (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
R=7;
INC=0.00001;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,TI,P,A,B,M:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
IF (0<=H)AND(H<50) THEN DN:=(1/50)*H
ELSE DN:=2-(1/50)*H
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
IF (0<=K)AND(K<50) THEN DI:=(1/50)*K
ELSE DI:=2-(1/50)*K
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ,'TBV210');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C)-1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=0 TO 399 DO
BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
M:=A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE));
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*M
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
M:=A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE));
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*M
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=P*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END
END;
TI:=9.99999E05;
P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```

```

PROGRAM CALV201V (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
K=7;
INC=0.000001;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,TI,P,A,B,M:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
IF (0(=H)AND(H(50) THEN DN:=(1/50)*H
ELSE DN:=2-(1/50)*H
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
IF (0(=K)AND(K(50) THEN DI:=(1/50)*K
ELSE DI:=2-(1/50)*K
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ,'TBV210');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C)-1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=100 TO 199 DO
BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
M:=A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE));
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*M
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
M:=A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE));
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*M
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=P*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END
END;
END;
TI:=9.99999E05;
P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```

```

PROGRAM CALV310 (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
R=7;
INC=0.00001;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,I,P,A,B:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
DN:=0.5+0.5*SIN(PI*I/50)
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
DI:=0.5+0.5*SIN(PI*K/50)
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ, 'TABV310');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C) - 1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=0 TO 399 DO
BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE)))
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,I,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE)))
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
END;
TI:=9.99999E05;P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```



```

PROGRAM CALV301V (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
R=7;
INC=0.000001;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,FI,P,A,B:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
DN:=0.5+0.5*SIN(PI*H/50)
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
DI:=0.5+0.5*SIN(PI*K/50)
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ,'TABVS10');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C)-1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=100 TO 199 DO
BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
3*COS(B*(FI-(I+DI)*TE)))
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*3*(A*A+B*3));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COS(3*(TI-(I+DI)*TE)))
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=P*VI/(L*C*B*(A*A+B*3));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END
END;
TI:=9.99999E05;P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```

```

PROGRAM CALV410 (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
K=7;
INC=0.00001;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,TI,P,A,B:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
IF (0(=H)AND(H(50) THEN DN:=1
ELSE DN:=0
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
IF (0(=K)AND(K(50) THEN DI:=1
ELSE DI:=0
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ,'TABV410');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C)-1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=0 TO 359 DO
BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COG(B*(TI-(I+DI)*TE)))
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COG(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COG(B*(TI-(I+DI)*TE)))
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COG(B*(TI-I*TE)));
P:=P*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END
END;
TI:=9.99999E05;P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```

```

PROGRAM CALV401V (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
R=7;
INC=0.000001;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,I,P,A,B:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
IF (0<=H)AND(H<50) THEN DN:=1
ELSE DN:=0
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
IF (0<=K)AND(K<50) THEN DI:=1
ELSE DI:=0
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ,'TABV410');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C)-1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=-100 TO 199 DO
BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE)));
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE))+
B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE)));
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=P*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
END;
TI:=9.99999E05;P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```

```

PROGRAM CALV402 (OUTPUT);
CONST
L=0.00015;
C=0.00001;
VI=10;
TE=0.00002;
R=7;
INC=0.000002;
VAR
QQQ:TEXT;
J,N,I,H,K,Z:INTEGER;
DN,DI,TI,P,A,B:REAL;
PROCEDURE VALDN;
BEGIN
H:=N MOD 100;
IF (0<=H)AND(H<50) THEN DN:=1
ELSE DN:=0
END;
PROCEDURE VALDI;
BEGIN
K:=I MOD 100;
IF (0<=K)AND(K<50) THEN DI:=1
ELSE DI:=0
END;
BEGIN
ASSIGN(QQQ,'TABV402');
REWRITE(QQQ);
A:=1/(2*R*C);
B:=SQRT(1/(L*C)-1/(4*R*C*R*C));
FOR N:=0 TO 399 DO
3BEGIN
VALDN;
Z:=TRUNC((DN*TE)/INC);
FOR J:=0 TO Z DO
BEGIN
P:=0;
TI:=J*INC+N*TE;
FOR I:=0 TO N-1 DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE)))+
B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE));
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=(P+B)*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END;
FOR J:=Z+1 TO (TRUNC(TE/INC))-1 DO
BEGIN
TI:=J*INC+N*TE;
P:=0;
FOR I:=0 TO N DO
BEGIN
VALDI;
P:=P+EXP(-A*(TI-(I+DI)*TE))*(A*SIN(B*(TI-(I+DI)*TE)))+
B*COS(B*(TI-(I+DI)*TE));
END;
FOR I:=0 TO N DO
P:=P-EXP(-A*(TI-I*TE))*(A*SIN(B*(TI-I*TE))+B*COS(B*(TI-I*TE)));
P:=P*VI/(L*C*B*(A*A+B*B));
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI)
END
END;
TI:=9.99999E05;P:=9.99999E05;
WRITELN(QQQ,TI,P);WRITELN(TI);
CLOSE(QQQ)
END.

```

ANEXO III

DEFINICIONES DE DIFEOMORFISMO Y 1-FORMA.

Dados A y B abiertos de \mathbb{R}^n , una aplicación

$$f: A \longrightarrow B$$

es un difeomorfismo sí y sólo sí f es biyectiva y f, f^{-1} son diferenciables.

Una 1-forma de \mathbb{R}^n es una aplicación continua entre los siguientes conjuntos

- El espacio vectorial de los campos vectoriales definidos en \mathbb{R}^n .
- Las funciones continuas de \mathbb{R}^n a valores en \mathbb{R}

Por tanto una 1-forma es una aplicación que asigna una función real a cada campo vectorial.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

[1] M. Valentin "Contribution a l'Analyse des Convertisseurs Statiques et leur Commande à Fort Signal". Thèse de Doctorat d'Etat. Université Paul Sabatier, Toulouse. Décembre 1984.

[2] A. Monin "Contributions Algebriques et Topologiques à la Representation des Systemes non-lineaires". Thèse de Doctorat. Université Paul Sabatier, Toulouse. December 1987.

[3] M. Berbiche "Commande de Convertisseurs Statiques à Fort Signal et Application a un Onduleur". D.E.A. Automatique Informatique Industrielle et Traitement du Signal. Groupe SNLSR L.A.A.S., Toulouse. Rapport de Stage. Année universitaire 1986-1987.

[4] A. Capel, J. C. Marpinard, G. Salut, M. Valentin, D. O'Sullivan, A. Weinberg, N. Limbourg and J. C. Rym. "A Bidirectional High-power Cell Using Large-signal Feedback Control with Maximum Conduction Current Control for Space Applications". ESA Journal 1986. Vol 10 pp 387-402.

[5] E. Bertrán, L. Martinez and A. Poveda "On the Use of State-feedback in the Desing of Elementary Switching Regulators". Proceedings of MELECON'87, pp 601-604.

[6] F. E. Thau "A Feedback Compensator Design Procedure for Switching Regulators". IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, vol IECI-26. May 1979 pp 104-110.

[7] M. Clique and A. J. Fossard "Design of Feedback Laws for DC-DC Converters Using Modern Control Theory". 1978 IEEE PESC Record pp 2-11.

[8] V. Boros "A Digital Proportional Integral and Derivative Feedback Controller for Power Conditioning Equipment". 1977 IEEE PESC Record pp 135-141.

[9] N. R. Miller "A Digitally Controlled Switching Regulator". 1977 IEEE PESC Record pp 142-147.

- [10] G. Salut, J. C. Marpinard and M. Valentin "Large Signal Feedback Control for Power Switching Conversion" 1985 IEEE PESC Record pp 741-750.
- [11] M. F. Schlecht "Time-varying Feedback Gains for Power Circuits with Active Waveshaping". 1981 IEEE PESC Record pp 52-59.
- [12] Y. Miguchi, A. Kawamura and R. Hoft "Optimal Pole Assignment for Power Electronic Systems". 1985 IEEE PESC Record pp 74-88.
- [13] G. B. Yundt "Nonlinear Compensation of Self-Oscillating Switching Regulators". IEEE Transactions on Power Electronics Vol. PE-2, NO.1 January 1987 pp 28-35.
- [14] D. V. Otto "Reduction of Switching Regulator Audiosusceptibility to Zero" Electronics Letters April 1986 Vol. 22, NO.8 pp 441-442.
- [15] O. J. Oaks, JR., and G. Cook "Piecewise Linear Control of Nonlinear Systems" IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol. IECI-23, NO.1, February 1976 pp 56-63.
- [16] R. Redl and N. O. Sokal "Near-optimum Dynamic Performance of Switching-mode Power Converters Using Feed-forward of Output Current and Input Voltage with Current-mode Control". Proc. 4th ESTEC Spacecraft Power-Conditioning Seminar, Noorwijk (ESA SP-186, September 1982) pp 33-42.
- [17] M. Kulawik "Stability Analysis of Boost Converter With Nonlinear Feedback". 1981 IEEE PESC Record pp 370-377.
- [18] Y. Landau "Adaptive Control: the Model Reference Approach". Marcel Dekker, Inc 1979.
- [19] M. P. do Carmo "Differential Geometry of Curves and Surfaces" Prentice-Hall Inc Englewood Cliffs, New Jersey 1976.
- [20] D. H. Sattinger and O. L. Weaver "Lie Groups and Algebras with Applications to Physics Geometry and Mechanics". Springer-Verlag Applied Mathematical Sciences NO. 61.
- [21] W. Mathis and B. Voigt "Applications of Lie Series Averaging in Nonli-

near Oscillation" International Symposium on Circuits and Systems. IEEE Philadelphia. May 1987 pp 911-914.

[22] R. W. Brockett "Nonlinear Systems and Differential Geometry". IEEE Proceedings Vol. 64, NO. 1 January 1976 pp 61-72.

[23] A. Poveda, J. Majó, M. Valentin, L. Martínez, L. García de Vicuña and F. Guinjoan "Linear and Non-linear Control of High-order Converters after Reducing the Order by Appropriate Techniques". Proceedings of the European Space Power Conference. Madrid 2-6 October 1989, pp 375- 380.

[24] H.J. Sira-Ramírez. "Switched Control of Bilinear Converters Via Pseudolinearization". IEEE Transactions on Circuits and Systems. Vol 36 No. 6 June 1989 pp 858- 865.

[25] C. Reboulet, C. Champetier. "A New Method for Linearizing Non-linear Systems: The Pseudolinearization". Int. J. Control, 1984, Vol 40 No. 4 pp 631-638.

[26] L. R. Hunt, R. Su and G. Meyer. "Global Transformations of Nonlinear Systems". IEEE Transactions on Automatic Control. Vol AC-28, No. 1 January 1983 pp 24-31.

[27] L. R. Hunt, R. Su and G. Meyer. "Desing for Multi-input Nonlinear Systems". Differential Geometric Control Theory. Proceedings of the Conference Held at Michigan Technological University. June 28- July 2, 1982 pp 268-298.

[28] H. Sira-Ramírez. "Differential Geometric Methods in Variable-structure Control". Int. J. Control, 1988, Vol 48, No. 4 pp 1359-1390.

[29] H. Sira-Ramírez. "Sliding Motions in Bilinear Switched Networks". IEEE Transactions on Circuits and Systems. Vol Cas-34, No. 8. August 1987 pp 919-933.

[30] R. DeCarlo, S. Zakand and G. P. Matthews. "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial". Proceedings of the IEEE, Vol 76, No. 3. March 1988 pp 212-231.

[31] H. Sira-Ramírez and M. Ilic. "A Geometric Approach to the Feedback Control of Switch Mode DC-to-DC Power Supplies". IEEE Transactions on Cir-

uits and Systems, Vol 35, No. 10. October 1988 pp 1291-1297.

[32] H. Sira-Ramírez. " A Geometric Approach to Pulse-width Modulated Control in Nonlinear Dynamical Systems". IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 34, No. 2. February 1989 pp 184-187.

[33] S. Cuk. " Switching DC-to-DC with Zero Input or Output Current Ripple". Proceedings of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting. Toronto 1978 pp 1131-1146.

[34] J. C. Marpinard, P. Bidan and J. M. Hernández. "High Speed Digital Control of High Frequency P.W.M. Converters". Proceedings of the European Space Power Conference. Madrid 2-6 October 1989.

[35] S. Soler. "Sistemas Lineales: Ecuaciones de Estado y Controlabilidad. Aplicaciones al Convertidor Buck". Proyecto final de carrera. Escuela Universitaria Politécnica de Vilanova i la Geltrú. Enero 1989.

[36] J. Ch. Gille, M. Clique. "Systèmes Lineaires. Equations d'Etat". Eyrolles 1984.

[37] V. I. Utkin. "Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems". Mir. Publishers, Moscow, 1978.

[38] S.P. Huang, H.Q. Xu, Y.F. Liu. "Sliding-Mode Controlled Cuk Switching Regulator With Fast Response and First-Order Dynamic Characteristic". 1989. IEEE PESC Record pp 124-129.

[39] F. Bilalovic, O. Music, A. Sabanovic. "Buck Converter Regulator Operating in the Sliding Mode". PCI April 1983. Proceedings. pp 331-340.

[40] J. Jalade, J.C. Marpinard and M. Valentin. "DC-AC High Power Cell Structure Improves sine Generator Performance". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol AES-17 May 1981 pp 373-379.

[41] J.C. Marpinard. "Contribution a l'étude des systemes non linéaires a structure linéaire par morceaux. Application a l'étude par un modele de type continu des convertisseurs continu-continu". Thèse de Doctorat d'Etat. Université Paul Sabatier. Toulouse. Mai 1976.

[42] J.C. Marpinard and A. Monin. "Curso de Modelación y Control en Electrónica de Potencia". 9-12 Junio 1987. Barcelona.