

8. Simplificaciones por simetría

En caso de que la tensión de alimentación tenga simetría de semionda el desarrollo se simplifica ya que la onda de intensidad también presenta simetría. La tensión de alimentación, dada la simetría, carecerá de armónicos pares. Las características del modelo se presentan en el recuadro siguiente

Número de tramos		2
Tramos sin ecuación diferencial	1	
Tramos de primer orden	1	
Tramos de segundo orden	0	
Número de incógnitas		2
Número de ecuaciones de cambio		2
Número de constantes		1
Número de ecuaciones de continuidad y periodicidad		1
Ecuaciones de continuidad	1	
Ecuaciones de periodicidad	0	

8.1. Solución completa de las ecuaciones

En este caso se tendrá una onda de dos tramos ya que la del otro semiperiodo podrá obtenerse a partir de ésta.

$$t_1 - t_2 \quad i_1(t) = 0$$

$$t_2 - t_3 \quad i_2(t) = K e^{-t/\tau} + I_0 + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh})$$

$$t_3 - t_4 \quad i_3(t) = -i_1\left(t - \frac{T}{2}\right) = 0$$

$$t_4 - t_5 \quad i_4(t) = -i_2\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

con

$$u(t) = \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} U_h \cos(h \omega t + \varphi_h)$$

$$\tau = \frac{L_E}{R_E} \quad t_5 = t_1 + T \quad I_0 = \frac{V}{R_E}$$

$$I_h = \frac{U_h}{Z_h} \quad t_3 = t_1 + \frac{T}{2} \quad Z_h = R_E + j h \omega L_E$$

$$\underline{U}_h = U_h \angle \varphi_h \quad \underline{I}_h = I_h \angle \varphi_{Ih}$$

8.2. Sistema a resolver

$$f_1(t_2) = \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} U_h \cos(h \omega t_2 + \varphi_h) + V = 0$$

$$f_2(t_1) = K e^{-(t_1 + (T/2))/\tau} + I_0 + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos\left(h \omega \left(t_1 + \frac{T}{2}\right) + \varphi_{Ih}\right) = 0$$

Simplificando la ecuación de f_2

$$f_2(t_1) = K e^{-T/2\tau} e^{-t_1/\tau} + I_0 + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t_1 + \varphi_{Ih}) = 0$$

8.3. Determinación de constantes

$$K = e^{t_2/\tau} \left[-I_0 - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t_2 + \varphi_{Ih}) \right]$$

8.4. Elección del valor inicial

$$t_1 = -\frac{\varphi_1}{\omega} + (1 + \sqrt{2}) \delta \qquad t_2 = \frac{T}{2} - \frac{\varphi_1}{\omega} - \delta$$

8.5. Descomposición armónica

$$A_{nH} = \int K e^{-t/\tau} \cos(n \omega t) dt = \frac{K e^{-t/\tau}}{\frac{1}{\tau^2} + n^2 \omega^2} \left(-\frac{1}{\tau} \cos n \omega t + n \omega \sin n \omega t \right)$$

$$A_{nC} = \int I_0 \cos(n \omega t) dt = \frac{I_0}{n \omega} \sin n \omega t$$

$$A_{nP} = \int \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh}) \cos(n \omega t) dt$$

$$A_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{\sin(h \omega t + \varphi_{lh} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} + \frac{\sin(h \omega t + \varphi_{lh} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} \right) \qquad h \neq n$$

$$A_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{t \cos \varphi_{lh}}{2} + \frac{\sin(2 n \omega t + \varphi_{lh})}{4 n \omega} \right) \qquad h = n$$

$$B_{nH} = \int K e^{-t/\tau} \sin(n \omega t) dt = \frac{K e^{-t/\tau}}{\frac{1}{\tau^2} + n^2 \omega^2} \left(-n \omega \cos n \omega t - \frac{1}{\tau} \sin n \omega t \right)$$

$$B_{nC} = \int I_0 \sin(n \omega t) dt = -\frac{I_0}{n \omega} \cos n \omega t$$

$$B_{nP} = \int \sqrt{2} I_h \cos(h \omega t + \varphi_{lh}) \sin(n \omega t) dt$$

$$B_{nP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{-\cos(h \omega t + \varphi_{lh} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} + \frac{\cos(h \omega t + \varphi_{lh} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} \right) \qquad h \neq n$$

$$\mathbf{B}_{nP} = \sqrt{2} I_n \left(\frac{-\cos(2n\omega t + \varphi_{In})}{4n\omega} - \frac{t \sin \varphi_{In}}{2} \right) \quad h = n$$

Así pues tendremos que las componentes serán (sólo para n impar)

$$\mathbf{a}_n = \frac{4}{T} \left(\mathbf{A}_{nH} \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) + \mathbf{A}_{nC} \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \mathbf{A}_{nP} \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) - \mathbf{A}_{nH}(t_2) - \mathbf{A}_{nC}(t_2) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \mathbf{A}_{nP}(t_2) \right)$$

$$\mathbf{b}_n = \frac{4}{T} \left(\mathbf{B}_{nH} \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) + \mathbf{B}_{nC} \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \mathbf{B}_{nP} \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) - \mathbf{B}_{nH}(t_2) - \mathbf{B}_{nC}(t_2) - \sum_{\substack{i=1 \\ h=2i-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \mathbf{B}_{nP}(t_2) \right)$$

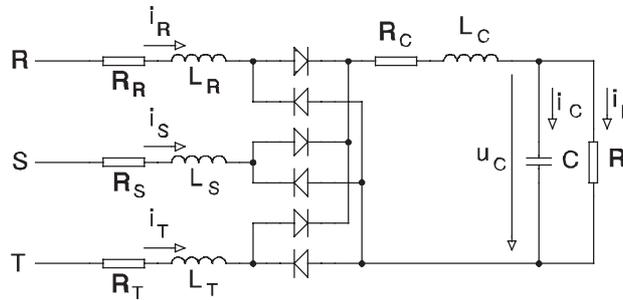
y, entonces,

$$\underline{I}_n = I_n \angle \psi_n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{a}_n - j\mathbf{b}_n)$$

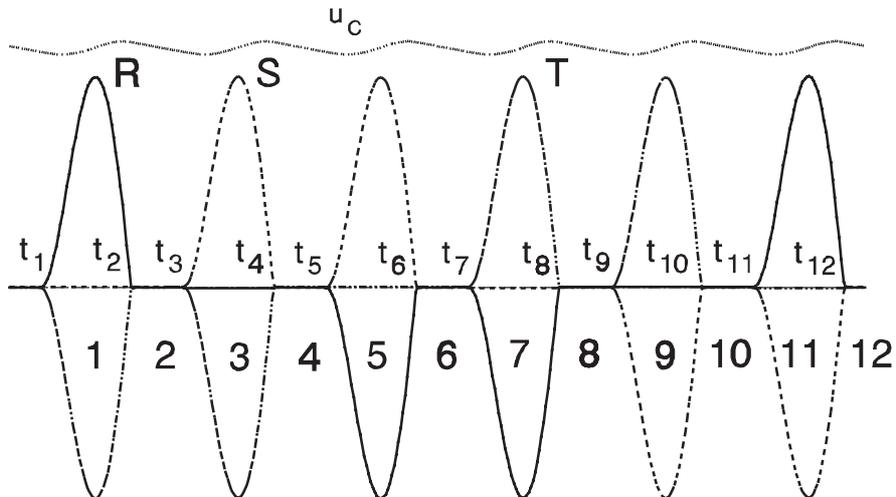
12. Fuente de alimentación trifásica

1. Modelo físico

El modelo de una fuente de alimentación trifásica será (ver figura) un rectificador trifásico ideal en puente con un condensador de filtro (C) que alimenta una carga que, en régimen permanente, representaremos mediante una resistencia (R) ya que se encuentra en el lado de corriente continua. Tendremos en cuenta la resistencia y la reactancia presentes tanto en el lado de continua (R_C y L_C) como en el de alterna (R_R, L_R, R_S, L_S, R_T y L_T). No se ha tenido en cuenta la posibilidad de solapamiento.



El modelo representado tendrá, para cada fase, dos formas de trabajo diferentes según si el rectificador conduce o no conduce y además debe tenerse en cuenta el signo de la intensidad en cada fase. El circuito completo trabaja en doce tramos. En la figura siguiente se han representado, para un caso concreto, las tres intensidades (i_R, i_S e i_T) y la tensión en el condensador (u_C) y se han indicado los doce tramos.



Estos tramos se caracterizarán por

t_1-t_2	Carga de C con U_{RT}	$i_R > 0$	$i_S = 0$	$i_T < 0$
t_2-t_3	Descarga de C sobre R	$i_R = 0$	$i_S = 0$	$i_T = 0$
t_3-t_4	Carga de C con U_{ST}	$i_R = 0$	$i_S > 0$	$i_T < 0$
t_4-t_5	Descarga de C sobre R	$i_R = 0$	$i_S = 0$	$i_T = 0$
t_5-t_6	Carga de C con U_{SR}	$i_R < 0$	$i_S > 0$	$i_T = 0$
t_6-t_7	Descarga de C sobre R	$i_R = 0$	$i_S = 0$	$i_T = 0$
t_7-t_8	Carga de C con U_{TR}	$i_R < 0$	$i_S = 0$	$i_T > 0$
t_8-t_9	Descarga de C sobre R	$i_R = 0$	$i_S = 0$	$i_T = 0$
t_9-t_{10}	Carga de C con U_{TS}	$i_R = 0$	$i_S < 0$	$i_T > 0$
$t_{10}-t_{11}$	Descarga de C sobre R	$i_R = 0$	$i_S = 0$	$i_T = 0$
$t_{11}-t_{12}$	Carga de C con U_{RS}	$i_R > 0$	$i_S < 0$	$i_T = 0$
$t_{12}-t_{13}$	Descarga de C sobre R	$i_R = 0$	$i_S = 0$	$i_T = 0$

es decir, en los tramos impares el rectificador conduce y en los pares no lo hace. Las características del modelo se presentan en el recuadro siguiente

Número de tramos		12
Tramos sin ecuación diferencial	0	
Tramos de primer orden	6	
Tramos de segundo orden	6	
Número de incógnitas		12
Número de ecuaciones de cambio		12
Número de constantes		18
Número de ecuaciones de continuidad y periodicidad		18
Ecuaciones de continuidad	16	
Ecuaciones de periodicidad	2	

2. Ecuaciones de los tramos

En los desarrollos siguientes consideraremos que

$$u_{RS}(t) = \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{RSh} \cos(h \omega t + \varphi_{RSh})$$

$$u_{ST}(t) = \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{STh} \cos(h \omega t + \varphi_{STh})$$

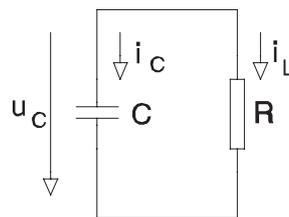
$$u_{TR}(t) = \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{TRh} \cos(h \omega t + \varphi_{TRh})$$

$$\omega = 2 \pi f$$

$$T = \frac{1}{f}$$

2.1. Tramos pares

Todos los tramos pares son formalmente idénticos, así pues los trataremos conjuntamente. Dado que el rectificador no conduce durante estos tramos, el esquema se simplifica, como se muestra en la figura adjunta.



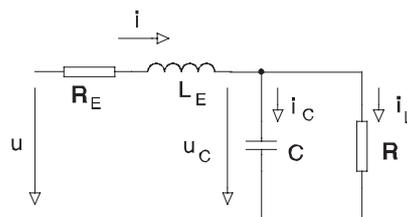
Las expresiones correspondientes serán las siguientes.

$$\dot{i}(t) = \dot{i}_C(t) + \dot{i}_L(t) = 0$$

$$C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{R} = 0$$

2.2. Tramos impares

Los tramos impares son diferentes entre sí pero pueden agruparse mediante un único esquema en el que sólo cambian los valores de los componentes como se muestra a continuación.



Tramo	$u_q(t)$	$R_{E q}$	$L_{E q}$	$i_{R q}$	$i_{S q}$	$i_{T q}$	$\underline{U}_{h q}$
1	$-u_{TR}(t)$	$R_R + R_T + R_C$	$L_R + L_T + L_C$	i	0	$-i$	$-\underline{U}_{TRh}$
3	$u_{ST}(t)$	$R_S + R_T + R_C$	$L_S + L_T + L_C$	0	i	$-i$	\underline{U}_{STh}
5	$-u_{RS}(t)$	$R_R + R_S + R_C$	$L_R + L_S + L_C$	$-i$	i	0	$-\underline{U}_{RSh}$
7	$u_{TR}(t)$	$R_R + R_T + R_C$	$L_R + L_T + L_C$	$-i$	0	i	\underline{U}_{TRh}
9	$-u_{ST}(t)$	$R_S + R_T + R_C$	$L_S + L_T + L_C$	0	$-i$	i	$-\underline{U}_{STh}$
11	$u_{RS}(t)$	$R_R + R_S + R_C$	$L_R + L_S + L_C$	i	$-i$	0	\underline{U}_{RSh}

Las expresiones correspondientes serán las siguientes.

$$u(t) = R_E i(t) + L_E \frac{di}{dt} + u_C(t) \qquad i(t) = C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{R}$$

con

$$R_E = R_L + R_C$$

$$L_E = L_L + L_C$$

3. Solución de las ecuaciones

Al obtener la solución de las ecuaciones obtendremos una solución genérica $i_q(t)$ $u_{Cq}(t)$ para cada tramo q ($q = 1..12$). El valor de las corrientes de fase vendrá dado por

$$i_{Rq}(t) = G_{1q} i_q(t) \qquad i_{Sq}(t) = G_{2q} i_q(t) \qquad i_{Tq}(t) = G_{3q} i_q(t)$$

con

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.1. Tramos pares

Se trata de la descarga de un condensador, así pues la solución será la siguiente.

$$\dot{i}(t) = 0$$

$$u_C(t) = K \theta^{-t/\tau}$$

$$\tau = RC$$

por tanto, para un tramo q ($q = 2$ m; $m = 1..6$) será

$$\dot{i}_q(t) = 0$$

$$u_{Cq}(t) = K_q \theta^{-t/\tau}$$

3.2. Tramos impares

$$u(t) = R_E i(t) + L_E \frac{di}{dt} + u_C(t)$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{R}$$

que, despejando las derivadas, se convierten en

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_E} u(t) - \frac{R_E}{L_E} i(t) - \frac{1}{L_E} u_C(t)$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i(t) - \frac{1}{RC} u_C(t)$$

que podemos escribir en forma matricial

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i \\ u_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_E}{L_E} & -\frac{1}{L_E} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ u_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_E} \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

Para hallar la solución completa de la ecuación debe resolverse la ecuación homogénea y hallarse una solución particular.

3.2.1. Solución de la homogénea

La ecuación homogénea será

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i \\ u_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_E}{L_E} & -\frac{1}{L_E} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ u_C \end{pmatrix}$$

y, para resolverla, deberemos hallar las raíces del polinomio característico.

$$|\lambda I - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} \lambda + \frac{R_E}{L_E} & \frac{1}{L_E} \\ -\frac{1}{C} & \lambda + \frac{1}{RC} \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{L_E + R_E RC}{L_E RC} \lambda + \frac{R + R_E}{L_E RC} = 0$$

cuya solución será

$$\lambda = -\frac{1}{2} \frac{L_E + R_E RC}{L_E RC} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L_E^2 - 2 L_E R_E RC + R_E^2 R^2 C^2 - 4 L_E R^2 C}{L_E^2 R^2 C^2}}$$

el radicando será el discriminante (D)

$$D = \frac{L_E^2 - 2 L_E R_E RC + R_E^2 R^2 C^2 - 4 L_E R^2 C}{L_E^2 R^2 C^2}$$

y llamamos

$$\mu = -\frac{1}{2} \frac{L_E + R_E RC}{L_E RC} \quad \epsilon = \frac{\sqrt{|D|}}{2}$$

Según el signo del discriminante la solución tendrá aspecto diferente. Así si el discriminante es negativo la solución será oscilante y las dos raíces serán complejas conjugadas, siendo μ su parte real y ϵ su parte imaginaria; mientras que si es positivo la solución será aperiódica (no oscilante) y las dos raíces serán reales de valor

$$\lambda_1 = \mu + \epsilon$$

$$\lambda_2 = \mu - \epsilon$$

3.2.1.1. Caso aperiódico

Si las raíces son reales, la solución de la homogénea presentará el siguiente aspecto

$$u_C = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$i = K_{1p} K_1 e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_2 e^{\lambda_2 t}$$

donde las constantes de proporcionalidad K_{1p} y K_{2p} se deducen sustituyendo u_C e i en la expresión

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{R}$$

obteniéndose

$$K_{1p} = \frac{1}{R} + \lambda_1 C$$

$$K_{2p} = \frac{1}{R} + \lambda_2 C$$

3.2.1.2. Caso oscilante

Si las raíces son complejas la solución de la homogénea presentará el siguiente aspecto

$$u_C = K_1 e^{\mu t} \cos(\epsilon t + K_2)$$

$$i = K_p K_1 e^{\mu t} \cos(\epsilon t + K_2 + \beta)$$

Descomponemos la segunda ecuación para hacer desaparecer el ángulo β .

$$i = K_p K_1 e^{\mu t} \cos(\epsilon t + K_2) \cos(\beta) - K_p K_1 e^{\mu t} \sin(\epsilon t + K_2) \sin(\beta)$$

$$i = K_1 e^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_2) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_2)]$$

con

$$K_{pr} = K_p \cos(\beta)$$

$$K_{pi} = K_p \sin(\beta)$$

donde las constantes de proporcionalidad K_{pr} y K_{pi} se deducen a partir de la expresión

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C(t)}{R}$$

obteniéndose

$$K_{pr} = \frac{1}{R} + \mu C$$

$$K_{pi} = \epsilon C$$

3.2.2. Solución particular

Las componentes de la solución particular las determinaremos fasorialmente tomando

$$\underline{U}_{hq} = U_{hq} \angle \varphi_{hq}$$

$$I_{hq} = \frac{U_{Chq}}{R} + j h \omega C U_{Chq} = Y_h U_{Chq} = I_{hq} \angle \varphi_{Ihq}$$

$$Y_h = \frac{1}{R} + j h \omega C = Y_h \angle \varphi_{Yh}$$

$$\underline{U}_{hq} = R_E I_{hq} + j h \omega L_E I_{hq} + U_{Chq} = (R_E + j h \omega L_E) I_{hq} + U_{Chq}$$

$$\underline{U}_{hq} = \left[1 + Y_h (R_E + j h \omega L_E) \right] U_{Chq} = M_h U_{Chq}$$

$$\underline{U}_{Chq} = \frac{U_{hq}}{M_h} = U_{Chq} \angle \varphi_{Chq}$$

$$M_h = 1 + Y_h (R_E + j h \omega L_E) = M_h \angle \varphi_{Mh}$$

La solución particular será, por tanto

$$u_{Cq}(t) = \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h \omega t + \varphi_{Chq})$$

$$i_q(t) = \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t + \varphi_{Ihq})$$

3.2.3. Solución completa

La ecuación completa se obtendrá como suma de la homogénea más la particular. Se tendrán dos casos según si la solución es oscilante o aperiódica. En ambos casos debe tenerse en cuenta que

$$D = \frac{L_E^2 - 2 L_E R_E R C + R_E^2 R^2 C^2 - 4 L_E R^2 C}{L_E^2 R^2 C^2}$$

$$\mu = -\frac{1}{2} \frac{L_E + R_E R C}{L_E R C}$$

$$\epsilon = \frac{\sqrt{|D|}}{2}$$

$$\lambda_1 = \mu + \epsilon$$

$$\lambda_2 = \mu - \epsilon$$

$$t_{13} = t_1 + T$$

$$\underline{U}_{hq} = U_{hq} \angle \varphi_{hq}$$

$$\underline{I}_{hq} = \frac{\underline{U}_{Chq}}{R} + j h \omega C \underline{U}_{Chq} = \underline{Y}_h \underline{U}_{Chq} = I_{hq} \angle \varphi_{Ihq}$$

$$\underline{Y}_h = \frac{1}{R} + j h \omega C = Y_h \angle \varphi_{Yh}$$

$$\underline{U}_{Chq} = \frac{\underline{U}_{hq}}{M_h} = U_{Chq} \angle \varphi_{Chq}$$

$$\underline{M}_h = 1 + \underline{Y}_h (R_E + j h \omega L_E) = M_h \angle \varphi_{Mh}$$

3.2.3.1. Caso aperiódico ($D > 0$)

La solución completa para un tramo q ($q = 2m - 1$; $m = 1..6$) vendrá dada por

$$u_{Cq}(t) = K_{q1} e^{\lambda_1 t} + K_{q2} e^{\lambda_2 t} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h \omega t + \varphi_{Chq})$$

$$i_q(t) = K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t + \varphi_{Ihq})$$

con

$$K_{1p} = \frac{1}{R} + \lambda_1 C$$

$$K_{2p} = \frac{1}{R} + \lambda_2 C$$

3.2.3.2. Caso oscilante ($D < 0$)

La solución completa para un tramo q ($q = 2m - 1$; $m = 1..6$) vendrá dada por

$$u_{Cq}(t) = K_{q1} e^{\mu t} \cos(\epsilon t + K_{q2}) + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h \omega t + \varphi_{Chq})$$

$$i_q(t) = K_{q1} e^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_{q2}) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_{q2})] + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t + \varphi_{hq})$$

con

$$K_{pr} = \frac{1}{R} + \mu C \qquad K_{pi} = \epsilon C$$

4. Condiciones de cambio

Las condiciones de cambio de los tramos pares deberán indicar que la conducción del rectificador se inicia cuando la tensión entre las fases correspondientes del lado de alterna supera la del lado de continua, es decir cuando la tensión de red (rectificada) y la tensión del condensador se igualan. En los tramos impares se debe poner de manifiesto que la conducción termina al paso por cero de la onda de intensidad. Así pues tendremos para los tramos pares

$$u_{Cq}(t_{q+1}) = u_{q+1}(t_{q+1}) \qquad q = 2m \qquad m = 1..5$$

$$u_{C12}(t_1 + T) = u_1(t_1 + T) = u_1(t_1)$$

y para los impares

$$i_q(t_{q+1}) = 0 \qquad q = 2m - 1 \qquad m = 1..6$$

4.1. Sistema a resolver

Las condiciones de cambio expresadas en forma de función igualada a cero y desarrollada, formarán el sistema no lineal a resolver para obtener las doce incógnitas, t_1 a t_{12} .

Para los tramos pares

$$f_q(t_{q+1}) = u_{Cq}(t_{q+1}) - u_{q+1}(t_{q+1}) = 0 \qquad q = 2m \qquad m = 1..5$$

$$f_{12}(t_1) = u_{C12}(t_1 + T) - u_1(t_1) = 0$$

y para los impares

$$f_q(t_{q+1}) = i_q(t_{q+1}) = 0 \quad q = 2m - 1 \quad m = 1..6$$

4.1.1. Caso aperiódico

$$f_q(t_{q+1}) = K_q e^{-t_{q+1}/\tau} - u_{q+1}(t_{q+1}) = 0 \quad q = 2m \quad m = 1..5$$

$$f_{12}(t_1) = K_{12} e^{-(t_1+T)/\tau} - u_1(t_1) = 0$$

$$f_q(t_{q+1}) = K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t_{q+1}} + K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t_{q+1}} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{lhq}) = 0$$

$$q = 2m - 1 \quad m = 1..6$$

Simplificando la ecuación de f_{12}

$$f_{12}(t_1) = K_{12} e^{-T/\tau} e^{-t_1/\tau} - u_1(t_1) = 0$$

4.1.2. Caso oscilante

$$f_q(t_{q+1}) = K_q e^{-t_{q+1}/\tau} - u_{q+1}(t_{q+1}) = 0 \quad q = 2m \quad m = 1..5$$

$$f_{12}(t_1) = K_{12} e^{-(t_1+T)/\tau} - u_1(t_1) = 0$$

$$f_q(t_{q+1}) = K_{q1} e^{\mu t_{q+1}} [K_{pr} \cos(e t_{q+1} + K_{q2}) - K_{pi} \sin(e t_{q+1} + K_{q2})] + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{lhq}) = 0$$

$$q = 2m - 1 \quad m = 1..6$$

Simplificando la ecuación de f_{12}

$$f_{12}(t_1) = K_{12} e^{-T/\tau} e^{-t_1/\tau} - u_1(t_1) = 0$$

5. Condiciones de continuidad y periodicidad

Las ecuaciones de continuidad serán

$$u_{Cq+1}(t_{q+1}) = u_{Cq}(t_{q+1}) \quad q = 1..11$$

$$i_{q+1}(t_{q+1}) = i_q(t_{q+1}) \quad q = 2m \quad m = 1..5$$

y las de periodicidad

$$u_{C1}(t_1) = u_{C12}(t_1 + T)$$

$$i_1(t_1) = i_{12}(t_1 + T)$$

Observemos que si relacionamos las condiciones de cambio con las de continuidad y periodicidad obtenemos

$$u_{Cq+1}(t_{q+1}) = u_{Cq}(t_{q+1}) \quad q = 2m - 1 \quad m = 1..6$$

$$u_{Cq+1}(t_{q+1}) = u_{Cq}(t_{q+1}) = u_{q+1}(t_{q+1}) \quad q = 2m \quad m = 1..5$$

$$i_{q+1}(t_{q+1}) = i_q(t_{q+1}) = 0 \quad q = 2m \quad m = 1..5$$

$$u_{C1}(t_1) = u_{C12}(t_1 + T) = u_1(t_1)$$

$$i_1(t_1) = i_{12}(t_1 + T) = 0$$

que, simplificadas, quedan

$$u_{Cq+1}(t_{q+1}) = u_{Cq}(t_{q+1}) \quad q = 2m + 1 \quad m = 0..5$$

$$u_{Cq+1}(t_{q+1}) = u_{q+1}(t_{q+1}) \quad q = 2m \quad m = 0..5$$

$$i_{q+1}(t_{q+1}) = 0 \quad q = 2m \quad m = 0..5$$

5.1. Determinación de constantes

Las constantes K_{q1} , K_{q2} ($q = 2m - 1$; $m = 1..6$) y K_q ($q = 2m$; $m = 1..6$) se determinarán, en función de t_1 a t_{12} , despejándolas de las condiciones de continuidad y periodicidad (condiciones iniciales de cada tramo).

5.1.1. Caso aperiódico

Las condiciones iniciales escritas en forma desarrollada son

$$K_{q+1} e^{-t_{q+1}/\tau} = K_{q1} e^{\lambda_1 t_{q+1}} + K_{q2} e^{\lambda_2 t_{q+1}} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq})$$

$$q = 2m + 1 \quad m = 0..5$$

$$K_{q+11} e^{\lambda_1 t_{q+1}} + K_{q+12} e^{\lambda_2 t_{q+1}} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq+1}) = u_{q+1}(t_{q+1})$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

$$K_{1p} K_{q+11} e^{\lambda_1 t_{q+1}} + K_{2p} K_{q+12} e^{\lambda_2 t_{q+1}} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Ihq+1}) = 0$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

de donde

$$K_{q+11} = \frac{\sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Ihq+1}) + K_{2p} \left[u_{q+1}(t_{q+1}) - \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq+1}) \right]}{(K_{2p} - K_{1p}) e^{\lambda_1 t_{q+1}}}$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

$$K_{q+12} = \frac{\sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Ihq+1}) + K_{1p} \left[u_{q+1}(t_{q+1}) - \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq+1}) \right]}{(K_{1p} - K_{2p}) e^{\lambda_2 t_{q+1}}}$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

$$K_{q+1} = e^{t_{q+1}/\tau} \left(K_{q1} e^{\lambda_1 t_{q+1}} + K_{q2} e^{\lambda_2 t_{q+1}} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq}) \right)$$

$$q = 2m + 1 \quad m = 0..5$$

5.1.2. Caso oscilante

Las condiciones iniciales escritas en forma desarrollada son

$$K_{q+1} e^{-t_{q+1}/\tau} = K_{q1} e^{\mu t_{q+1}} \cos(\epsilon t_{q+1} + K_{q2}) + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq})$$

$$q = 2m + 1 \quad m = 0..5$$

$$K_{q+11} e^{\mu t_{q+1}} \cos(\epsilon t_{q+1} + K_{q+12}) + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq+1}) = u_{q+1}(t_{q+1})$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

$$K_{q+11} e^{\mu t_{q+1}} [K_{pr} \cos(\epsilon t_{q+1} + K_{q+12}) - K_{pi} \sin(\epsilon t_{q+1} + K_{q+12})] + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Ihq+1}) = 0$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

descomponiendo los términos oscilantes de pulsación ϵ , se observan términos con $K_{q1} \cos K_{q2}$ y con $K_{q1} \sin K_{q2}$ que pueden ser convertidos a números complejos

$$\underline{K}_q = K_{q1} [K_{q2} = K_{q1} \cos K_{q2} + j K_{q1} \sin K_{q2} = K_{qr} + j K_{qi}]$$

de donde podremos despejar K_{qr} y K_{qi}

$$K_{q+1r} = \frac{e^{-\mu t_{q+1}}}{K_{pi}} \left[(K_{pr} \sin(\epsilon t_{q+1}) + K_{pi} \cos(\epsilon t_{q+1})) \left(u_{q+1}(t_{q+1}) - \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Chq+1}) \right) + \sin(\epsilon t_{q+1}) \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq+1} \cos(h \omega t_{q+1} + \varphi_{Ihq+1}) \right]$$

$$q = 2m \quad m = 0..5$$

$$K_{q+1i} = \frac{e^{-\mu t_{q+1}}}{K_{pi}} \left[(K_{pr} \cos(\epsilon t_{q+1}) - K_{pi} \sin(\epsilon t_{q+1})) \left(u_{q+1}(t_{q+1}) - \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq+1} \cos(h\omega t_{q+1} + \varphi_{Chq+1}) \right) + \cos(\epsilon t_{q+1}) \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq+1} \cos(h\omega t_{q+1} + \varphi_{Ihq+1}) \right] \quad q = 2m \quad m = 0..5$$

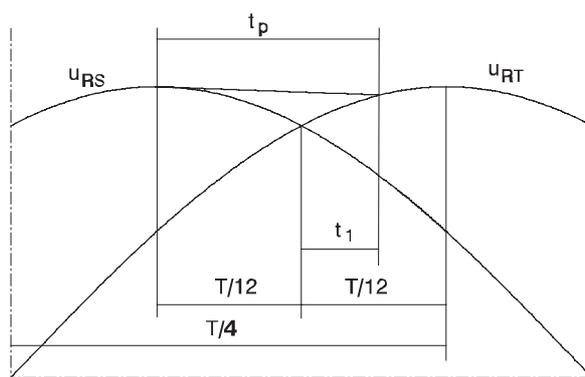
$$K_{q+1} = e^{t_{q+1}/\tau} \left[K_{q1} e^{\mu t_{q+1}} \cos(\epsilon t_{q+1} + K_{q2}) + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} U_{Chq} \cos(h\omega t_{q+1} + \varphi_{Chq}) \right] \quad q = 2m + 1 \quad m = 0..5$$

6. Elección del valor inicial

La primera aproximación de la solución la hallaremos a partir de una simplificación. En este caso consideraremos que no hay armónicos de tensión, que el sistema de tensiones es simétrico y que existe simetría de semionda.

Dado que el modelo está pensado para trabajar como parte de un flujo de cargas, consideraremos que los valores de R_E y L_E son pequeños puesto que sólo contemplan los valores de resistencia e inductancia en el interior de la fuente ya que los de la red se consideran exteriores al nudo de conexión de la misma.

La determinación del instante t_1 de inicio de la conducción la determinaremos a partir del gráfico siguiente en el que suponemos que el condensador se empieza a descargar a partir del instante de tiempo t_m correspondiente al máximo de la tensión entre las fases R y S de alimentación y con una tensión inicial igual a la de dicho máximo. Por la simetría del sistema, el máximo de la tensión entre R y S se producirá un sexto de periodo antes que el de la tensión entre R y T.



$$t_m = -\frac{\varphi_{11}}{\omega} - \frac{T}{6}$$

$$t_1 = t_p - \frac{\varphi_{11}}{\omega} - \frac{T}{6}$$

Para hallar el valor de t_p deberemos resolver la ecuación

$$e^{-t_p/\tau} - \text{Sin}\left(\omega\left(t_p + \frac{T}{12}\right)\right) = 0 \quad 0 < t_p < \frac{T}{6}$$

para lo que puede utilizarse, por ejemplo, el método de la bisección que en este caso es muy adecuado ya que el valor de la función en el inicio del intervalo de solución (0) es positivo y negativo en el final del intervalo ($T/6$).

En las condiciones expuestas, el final de la conducción se producirá aproximadamente en el punto t_m . Después de muchas pruebas con el modelo se ha visto que es conveniente inicializar ligeramente antes de t_m , por ello se propone

$$t_2 = -\frac{\Phi_{11}}{\omega} - \frac{T}{200}$$

y, entonces

$$t_q = t_{q-2} + \frac{T}{6} \quad q = 3..12$$

7. Descomposición armónica

La descomposición armónica de la intensidad, puesto que no habrá componente continua, permite representarla en la forma

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \text{Cos}(n \omega t) + b_n \text{Sin}(n \omega t))$$

donde

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} i(t) \text{Cos}(n \omega t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} i(t) \text{Sin}(n \omega t) dt$$

Separando los tramos de la función

$$a_n = \frac{2}{T} \sum_{\substack{m=1 \\ q=2m-1}}^6 \left[\int_{t_q}^{t_{q+1}} i_q(t) \cos(n \omega t) dt \right] \quad b_n = \frac{2}{T} \sum_{\substack{m=1 \\ q=2m-1}}^6 \left[\int_{t_q}^{t_{q+1}} i_q(t) \sin(n \omega t) dt \right]$$

donde los términos correspondientes a los tramos pares no aparecen pues la intensidad en ellos es nula.

7.1. Caso aperiódico ($D > 0$)

Recordemos que las funciones de intensidad tienen tres términos, uno de los cuales es un sumatorio

$$i_q(t) = K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t} + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t + \varphi_{hq})$$

por tanto podemos integrar por un lado los dos primeros términos y por otro las diferentes componentes del sumatorio. Para cada $q = 2m - 1$ tendremos

$$A_{qnH} = \int (K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t}) \cos(n \omega t) dt$$

$$A_{qnH} = \frac{K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t} (\lambda_1 \cos n \omega t + n \omega \sin n \omega t)}{\lambda_1^2 + n^2 \omega^2} + \frac{K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t} (\lambda_2 \cos n \omega t + n \omega \sin n \omega t)}{\lambda_2^2 + n^2 \omega^2}$$

$$A_{qnP} = \int \sqrt{2} I_{hq} \cos(h \omega t + \varphi_{hq}) \cos(n \omega t) dt$$

$$A_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{\sin(h \omega t + \varphi_{hq} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} + \frac{\sin(h \omega t + \varphi_{hq} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} \right) \quad h \neq n$$

$$A_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{t \cos \varphi_{hq}}{2} + \frac{\sin(2 n \omega t + \varphi_{hq})}{4 n \omega} \right) \quad h = n$$

$$B_{qnH} = \int (K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t} + K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t}) \text{Sin}(n \omega t) dt$$

$$B_{qnH} = \frac{K_{1p} K_{q1} e^{\lambda_1 t} (\lambda_1 \text{Sin} n \omega t - n \omega \text{Cos} n \omega t)}{\lambda_1^2 + n^2 \omega^2} + \frac{K_{2p} K_{q2} e^{\lambda_2 t} (\lambda_2 \text{Sin} n \omega t - n \omega \text{Cos} n \omega t)}{\lambda_2^2 + n^2 \omega^2}$$

$$B_{qnP} = \int \sqrt{2} I_{hq} \text{Cos}(h \omega t + \varphi_{hq}) \text{Sin}(n \omega t) dt$$

$$B_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{-\text{Cos}(h \omega t + \varphi_{hq} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} + \frac{\text{Cos}(h \omega t + \varphi_{hq} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} \right) \quad h \neq n$$

$$B_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{-\text{Cos}(2 n \omega t + \varphi_{hq})}{4 n \omega} - \frac{t \text{Sin} \varphi_{hq}}{2} \right) \quad h = n$$

7.2. Caso oscilante (D<0)

Recordemos que las funciones de intensidad tienen dos términos, uno de los cuales es un sumatorio

$$i_q(t) = K_{q1} e^{\mu t} [K_{pr} \text{Cos}(e t + K_{q2}) - K_{pi} \text{Sin}(e t + K_{q2})] + \sum_{h=1}^{h_{\text{máx}}} \sqrt{2} I_{hq} \text{Cos}(h \omega t + \varphi_{hq})$$

por tanto podemos integrar por un lado el primer término y por otro las diferentes componentes del sumatorio. Para cada $q = 2m - 1$

$$A_{qnP} = \int \sqrt{2} I_{hq} \text{Cos}(h \omega t + \varphi_{hq}) \text{Cos}(n \omega t) dt$$

$$A_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{\text{Sin}(h \omega t + \varphi_{hq} - n \omega t)}{2 \omega (h - n)} + \frac{\text{Sin}(h \omega t + \varphi_{hq} + n \omega t)}{2 \omega (h + n)} \right) \quad h \neq n$$

$$A_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{t \cos \varphi_{l_{hq}}}{2} + \frac{\sin(2n\omega t + \varphi_{l_{hq}})}{4n\omega} \right) \quad h = n$$

$$A_{qnH} = \int K_{q1} \theta^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_{q2}) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_{q2})] \cos n\omega t dt$$

$$A_{qnH} = \frac{K_{q1} \theta^{\mu t}}{2} \left[\frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon - n\omega)^2} [\mu \cos((\epsilon - n\omega)t + K_{q2}) + (\epsilon - n\omega) \sin((\epsilon - n\omega)t + K_{q2})] + \frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon + n\omega)^2} [\mu \cos((\epsilon + n\omega)t + K_{q2}) + (\epsilon + n\omega) \sin((\epsilon + n\omega)t + K_{q2})] - \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon + n\omega)^2} [\mu \sin((\epsilon + n\omega)t + K_{q2}) - (\epsilon + n\omega) \cos((\epsilon + n\omega)t + K_{q2})] - \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon - n\omega)^2} [\mu \sin((\epsilon - n\omega)t + K_{q2}) - (\epsilon - n\omega) \cos((\epsilon - n\omega)t + K_{q2})] \right]$$

$$B_{qnH} = \int K_{q1} \theta^{\mu t} [K_{pr} \cos(\epsilon t + K_{q2}) - K_{pi} \sin(\epsilon t + K_{q2})] \sin n\omega t dt$$

$$B_{qnH} = \frac{K_{q1} \theta^{\mu t}}{2} \left[\frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon + n\omega)^2} [\mu \sin((\epsilon + n\omega)t + K_{q2}) - (\epsilon + n\omega) \cos((\epsilon + n\omega)t + K_{q2})] - \frac{K_{pr}}{\mu^2 + (\epsilon - n\omega)^2} [\mu \sin((\epsilon - n\omega)t + K_{q2}) - (\epsilon - n\omega) \cos((\epsilon - n\omega)t + K_{q2})] - \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon - n\omega)^2} [\mu \cos((\epsilon - n\omega)t + K_{q2}) + (\epsilon - n\omega) \sin((\epsilon - n\omega)t + K_{q2})] + \frac{K_{pi}}{\mu^2 + (\epsilon + n\omega)^2} [\mu \cos((\epsilon + n\omega)t + K_{q2}) + (\epsilon + n\omega) \sin((\epsilon + n\omega)t + K_{q2})] \right]$$

$$B_{qnP} = \int \sqrt{2} I_{hq} \cos(h\omega t + \varphi_{l_{hq}}) \sin(n\omega t) dt$$

$$\mathbf{B}_{qnP} = \sqrt{2} I_{hq} \left(\frac{-\cos(h\omega t + \varphi_{lhq} + n\omega t)}{2\omega(h+n)} + \frac{\cos(h\omega t + \varphi_{lhq} - n\omega t)}{2\omega(h-n)} \right) \quad h \neq n$$

$$\mathbf{B}_{qnP} = \sqrt{2} I_h \left(\frac{-\cos(2n\omega t + \varphi_{lhq})}{4n\omega} - \frac{t \sin \varphi_{lhq}}{2} \right) \quad h = n$$

7.3. Determinación de las componentes

Así pues tendremos que las componentes, para la fase γ serán

$$\mathbf{a}_{\gamma n} = \frac{2}{T} \sum_{\substack{m=1 \\ q=2m-1}}^6 G_{\gamma q} \left[\mathbf{A}_{qnH}(t_{q+1}) + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \mathbf{A}_{qnP}(t_{q+1}) - \mathbf{A}_{qnH}(t_q) - \sum_{h=1}^{h_{\max}} \mathbf{A}_{qnP}(t_q) \right]$$

$$\mathbf{b}_{\gamma n} = \frac{2}{T} \sum_{\substack{m=1 \\ q=2m-1}}^6 G_{\gamma q} \left[\mathbf{B}_{qnH}(t_{q+1}) + \sum_{h=1}^{h_{\max}} \mathbf{B}_{qnP}(t_{q+1}) - \mathbf{B}_{qnH}(t_q) - \sum_{h=1}^{h_{\max}} \mathbf{B}_{qnP}(t_q) \right]$$

$$I_{\gamma n} = I_{\gamma n} |\Psi_{\gamma n}| = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{a}_{\gamma n} - j \mathbf{b}_{\gamma n})$$

$$I_{Rn} = I_{1n}$$

$$I_{Sn} = I_{2n}$$

$$I_{Tn} = I_{3n}$$

8. Simplificaciones por simetría

En el caso de alimentar la fuente de alimentación trifásica con un sistema trifásico de tensiones simétrico, es decir con

$$\underline{U}_{Sh} = \underline{U}_{Rh} (1_{-2\pi/3})^h$$

$$\underline{U}_{Th} = \underline{U}_{Rh} (1_{2\pi/3})^h$$

y considerando que las tensiones presentan simetría de semionda, bastará con tener en cuenta sólo dos tramos para hallar la expresión genérica de la intensidad, los tiempos de conmutación y el desarrollo armónico de la onda de intensidad.

En este caso, dadas las simetrías, las tensiones de alimentación (tanto simples como compuestas) no tendrán armónicos pares y las compuestas, además, no tendrán armónicos impares de órdenes múltiplos de tres.

La tensión simple de la fase R la expresaremos como

$$u_R(t) = \sum_{\substack{j=1 \\ h=2j-1}}^{(h_{\max}+1)/2} \sqrt{2} U_{Rh} \cos(h \omega t + \varphi_{Rh}) \quad \underline{U}_{Rh} = U_{Rh} \angle \varphi_{Rh}$$

Los tramos que analizaremos serán

t_1-t_2	Carga de C con U_{RT}
t_2-t_3	Descarga de C sobre R

Las características del modelo se presentan en el recuadro siguiente

Número de tramos		2
Tramos sin ecuación diferencial	0	
Tramos de primer orden	1	
Tramos de segundo orden	1	
Número de incógnitas		2
Número de ecuaciones de cambio		2
Número de constantes		3
Número de ecuaciones de continuidad y periodicidad		3
Ecuaciones de continuidad	1	
Ecuaciones de periodicidad	2	

8.1. Solución completa de las ecuaciones

En los apartados siguientes hallaremos las expresiones genéricas de $i(t)$ y $u_c(t)$. A partir de ellas hallaremos las intensidades de línea según se indica en la tabla siguiente.

Tramo	$i_R(t)$	$i_S(t)$	$i_T(t)$
$t_1 - t_2$	$i(t)$	0	$-i(t)$
$t_2 - t_3$	0	0	0
$t_3 - t_4$	0	$i\left(t - \frac{T}{6}\right)$	$-i\left(t - \frac{T}{6}\right)$
$t_4 - t_5$	0	0	0
$t_5 - t_6$	$-i\left(t - \frac{T}{3}\right)$	$i\left(t - \frac{T}{3}\right)$	0
$t_6 - t_7$	0	0	0
$t_7 - t_8$	$-i\left(t - \frac{T}{2}\right)$	0	$i\left(t - \frac{T}{2}\right)$
$t_8 - t_9$	0	0	0
$t_9 - t_{10}$	0	$-i\left(t - \frac{2T}{3}\right)$	$i\left(t - \frac{2T}{3}\right)$
$t_{10} - t_{11}$	0	0	0
$t_{11} - t_{12}$	$i\left(t - \frac{5T}{6}\right)$	$-i\left(t - \frac{5T}{6}\right)$	0
$t_{12} - t_{13}$	0	0	0

8.1.1. Tramo 1

En este tramo hay dos posibles soluciones según el signo del discriminante; por tanto hallaremos

$$D = \frac{L_E^2 - 2L_E R_E R C + R_E^2 R^2 C^2 - 4L_E R^2 C}{L_E^2 R^2 C^2} \quad \mu = -\frac{1}{2} \frac{L_E + R_E R C}{L_E R C}$$