Revista internacional de
Ingeniería
de Estructuras

Vol. 13 y 14, 1, 29– 54 (2008-2009)

ESTUDIO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN REFORZADAS CON FRP MEDIANTE LA TEORÍA DE MEZCLAS SERIE /PARALELO

Maritzabel Molina [a, b], Sergio Oller [a], Alex H. Barbat [a], Xavier Martínez [a]
[a] Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria (RMEE). Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Jordi Girona 1-3, Mòdul C1. Campus Nord. 08034 Barcelona (SPAIN)
[b] Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia. Ciudad Universitaria. Bogotá (COLOMBIA)

RESUMEN

La simulación numérica del comportamiento de los materiales compuestos es un campo en desarrollo cuya aplicación a estructuras ha experimentado avances importantes que han conducido a mejoras en el refuerzo de las mismas. En relación con este tema, el artículo parte de la teoría de de mezclas serie/paralelo que permite deducir el comportamiento de los compuestos a partir de las ecuaciones constitutivas de los materiales componentes. Con el fin de destacar las ventajas que tiene esta herramienta en el análisis y el diseño de estructuras reparadas o rehabilitadas con polímeros reforzados con fibras largas (FRP), en el artículo se realizan análisis numéricos mediante modelos de elementos finitos de un conjunto de pórticos con distintas configuraciones de refuerzo. Los resultados obtenidos muestran que el uso esta teoría en los análisis de las estructuras reforzadas con FRP contribuye a mejorar el diseño y el comportamiento de las estructuras.

ABSTRACT

The numerical simulation of the behaviour of composite materials is a developing field whose application to structures evidenced important advances allowing improvements in their strengthening. Related to this topic, this paper starts from the serial/parallel mixing theory which permits deducing the behaviour of the composites based on the constitutive equations of the component materials. In order to reveal the advantages this computational tool for the analysis and design of structures repaired o rehabilitated with Fiber Reinforced Polymers (FRP), numerical analyses using finite element models have been performed in this article to a set of frames with different strengthening configurations. The obtained results show that the use of this theory into analysis of the fiber reinforced structures contributes to improve the design and the behaviour of the structures.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de los materiales compuestos como materiales de refuerzo para estructuras ya construidas es una de las tecnologías que están teniendo gran aplicación en la industria de la construcción debido a las ventajas que presentan. Entre estas ventajas están las altas relaciones resistencia-peso y rigidez-peso, las cuales mejoran el comportamiento de la estructura existente sin alterar su configuración geométrica. Asimismo, son materiales livianos que no demandan cambios en la distribución del sistema estructural o en la cimentación. Además para el caso de construcciones sometidas a ambientes especiales, presentan alta resistencia a la corrosión.

No obstante, para optimizar el diseño estructural de los materiales compuestos en las estructuras, es necesario el análisis del comportamiento de los materiales compuestos donde se identifique la forma de participación de los diferentes componentes del compuesto y su interacción con otros materiales como el hormigón armado. De igual forma, se requiere el análisis del comportamiento global de la estructura, en el que se establezca la incidencia de los materiales compuestos como parte integral de los elementos estructurales reforzados. Un procedimiento eficiente para realizar estos análisis es la simulación numérica con elementos finitos.

©2009 ESPE, Quito, Ecuador
ISSN:1390-0315

Recibido: Abril 2009
Aprobado: Julio 2009

Teniendo en cuenta que la simulación numérica en el análisis de los materiales compuestos es un campo que esta en desarrollo, y que su uso en obras civiles es relativamente nuevo, en este artículo se presenta la teoría de mezclas serie/paralelo [i] como una potente herramienta para el análisis numérico. Con el fin de destacar las ventajas que tiene esta teoría en el análisis y diseño estructural de estructuras reforzadas con polímeros reforzados con fibras largas (FRP), como ejemplo se simula un conjunto de pórticos con diferentes configuraciones de refuerzo.

2. ESTRUCTURAS TIPO PÓRTICO DE HORMIGON ARMADO REFORZADAS CON FRP

El refuerzo en las estructuras como técnica de reparación mejora las deficiencias estructurales que han conducido al deterioro y a la reducción su funcionalidad. Asimismo el refuerzo como técnica de rehabilitación es eficiente, en las estructuras que no cumplen con los requisitos necesarios para garantizar un buen comportamiento durante eventos extremos bien sea por inadecuados diseños o por baja calidad en la construcción, por cambio de las condiciones de uso o por la necesidad de adaptar la estructura a los requerimientos de diseño actuales [ii].

La rehabilitación y/o la reparación de las estructuras en hormigón armado se han realizado tradicionalmente con láminas de acero. No obstante, debido a la evidencia de la vulnerabilidad de las estructuras mostrada durante los sismos de Loma Prieta (1989), de Northridge (1994) y de Kobe (1995), se realizaron un gran número de investigaciones para mejorar las técnicas existentes y estudiar otros materiales como refuerzo con el fin de garantizar un adecuado funcionamiento de las estructuras existentes sin causar sobrecostes [iii; iv].

Un área del refuerzo de estructuras se ha enfocado a investigar los materiales compuestos, se han realizado ensayos a diferentes escalas de vigas, columnas, uniones viga-columna, muros y losas de entrepiso. Las investigaciones enfatizan que el uso de los materiales compuestos en el refuerzo de estructuras son una buena técnica de refuerzo; sin embargo, advierten que se requieren adecuados conocimientos de diseño y de construcción para estandarizar metodologías que garanticen el apropiado uso de este tipo de materiales [v; vi].

Los materiales compuestos más utilizados como refuerzo son los polímeros reforzados con fibras largas (FRP), predominando el uso de la fibra de vidrio (GFRP) y la fibra de carbono (CFRP); en menor proporción han sido utilizados los materiales compuestos con fibra de aramida (AFRP). En los FRP, las fibras largas soportan las acciones mecánicas en una dirección predeterminada y la resina o matriz actúa como medio para transferir las tensiones entre las fibras cercanas garantizando de paso la uniformidad de las deformaciones de las mismas [vii].

Debido al creciente uso del FRP en la rehabilitación y reparación de estructuras de hormigón, en algunos países se han desarrollado guías de diseño y construcción del FRP como refuerzo para edificios y puentes (ACI440.2R-08 [viii] en Estados Unidos; JSCE-1997 [ix] en Japón; Standard S806-02 [x] y CAN/CSA-S6-00 [xi] en Canadá; FPI-CEB-2001 [xii] en la Unión Europea; CNR DT 200/200 4[xiii] en Italia). No obstante, frente a la mayor incertidumbre del comportamiento de los sistemas reforzados mediante FRP con respecto a la de los sistemas reforzados con láminas acero, las guías de diseño, además de los factores de reducción de resistencia, aplican otros factores de reducción a la contribución del FRP dependiendo de la solicitación [xiv].

A pesar de que los compuestos tienen una resistencia más alta que la resistencia el acero, y que están conformados por fibras, que como las de carbono, tienen un módulo de elasticidad similar o superior al del acero, su uso esta limitado por las deformaciones admisibles de los materiales. Por ello, generalmente el FRP en las estructuras de hormigón presenta un comportamiento elástico [xv]. Esta limitación ha conducido a que en las diferentes guías de diseño con FRP de refuerzo se deba partir de diferentes hipótesis, por ejemplo, no se considera la contribución del FRP en el diseño a compresión para evitar problemas de pandeo

en las fibras mientras que a flexión se limitan las deformaciones del FRP para prevenir su delaminación [xvi].

Como en el ejemplo de este artículo se estudia el comportamiento de los pórticos reforzados con FRP bajo cargas laterales, a continuación se hace una breve reseña del estado de arte de las investigaciones en lo que respecta a columnas y uniones de hormigón reforzados con FRP.

2.1. Refuerzo en columnas de hormigón armado

El FRP se aplica como refuerzo a columnas con deficiencias en la ductilidad a flexión y/o con insuficiente capacidad a cortante. En estos casos el FRP induce tensiones de confinamiento que restringen la dilatación del hormigón para aumentar la capacidad de carga y de deformación del elemento, además de generar un mecanismo que incremente la resistencia a cortante [xvii]. El incremento del uso del encamisado de las columnas con FRP en lugar del encamisado con acero se debe a que su instalación es más rápida, es liviano, es adaptable a cualquier geometría que tenga la columna; además su alta resistencia a la corrosión reduce el mantenimiento e incrementa la durabilidad del hormigón.

El comportamiento de las columnas reforzadas con FRP, depende de múltiples factores entre ellos pueden enumerarse: la configuración de la columna (geometría y armado), la configuración del encamisado (espesor, ángulo de la fibra, número de capas y tipo de encamisado), las propiedades mecánicas de los materiales (acero, hormigón y FRP) y el estado de daño del hormigón y del acero.

Es importante considerar los siguientes aspectos del confinamiento lateral dado por el FRP [xviii]: (i) El encamisado por su esbeltez, no aumenta la rigidez lateral de la columna; al confinar el hormigón sólo mitiga los fallos locales prematuros. (ii) Los FRP son susceptibles a la rotura en los puntos localizados donde hay demanda de deformación; por ello, el encamisado con FRP no evita el pandeo de la armadura longitudinal, pero disminuye la probabilidad de que suceda. (iii) El encamisado reduce la fisuración del hormigón por corte en la zona donde se forman las rótulas plásticas, conduciendo a que las fisuras ocurran por flexión cerca a la base; no obstante, al incrementarse la demanda, la columna puede colapsar si su armadura no cuenta con la suficiente longitud de anclaje.

Los ensayos sobre columnas reforzadas con diferentes tipos de FRP han mostrado que la forma de la sección transversal de las columnas incide en el grado de confinamiento producido por el refuerzo, y que la forma óptima es la sección circular, mientras que con una sección rectangular, el confinamiento tiende a ser bajo [xix; xx]. Recientemente se ha estudiado el comportamiento de columnas huecas reparadas [xxi] y rehabilitadas [xxii] con FRP, en las cuales también hay un incremento de ductilidad y resistencia, sin embargo, aún no se ha evaluado la eficiencia del confinamiento para este tipo de secciones.

Xiao y Wu [xxiii] establecieron experimentalmente que la resistencia y el módulo de elasticidad del hormigón confinado junto con el espesor del encamisado de FRP, son parámetros importantes en el comportamiento de los elementos sometidos a cargas axiales, donde el fallo del hormigón confinado depende de la rotura del FRP. Parvin y Wang [xxiv] investigan el comportamiento en columnas rectangulares reforzadas con FRP bajo cargas excéntricas, sus resultados experimentales y numéricos muestran que se puede incrementar la resistencia y la ductilidad de las columnas, no obstante advierten que la eficiencia del refuerzo depende de la rigidez del FRP. Ozcan et al. [xxv] de acuerdo con los ensayos realizados concluyeron que el número de capas de FRP utilizado para confinar la base de las columnas, mejora apreciablemente la ductilidad del sistema, mientras que el nivel de confinamiento no aumenta en la misma proporción, además que el incremento de la resistencia fue pequeño (10%-15%).

Algunas de las investigaciones experimentales se han complementado con modelaciones numéricas. Por ejemplo: Parvin y Wang [xxvi] simularon columnas circulares reforzadas con FRP con carga axial y bajo dos condiciones de carga lateral, una monotónica y otra cíclica,

además aplicaron un análisis considerando la no linealidad material y geométrica para involucrar degradación de la rigidez de la estructura. Sus resultados indican que con el refuerzo en la base de las columnas se mejora la rigidez y la ductilidad, además que el encamisado retrasa la degradación de la rigidez de las columnas. Parvin y Jamwal [xxvii] por medio de un análisis no lineal similar al de Parvin y Wang [xxvi], modelaron columnas rectangulares encamisadas con FRP bajo fuerzas cíclicas laterales y carga axial, donde consideraron tres configuraciones en la variaron la dirección de las capas del refuerzo. Ellos señalan que con el aumento de espesor del FRP se incrementa la resistencia a la carga axial y la ductilidad de las columnas, y que el porcentaje de este incremento depende de la dirección de las capas del laminado.

Uno de los limitantes en la modelación numérica para el análisis de las columnas reforzadas está en simular el confinamiento dado por el acero y por el FRP, por ello en algunas investigaciones se han propuesto modelos para introducir en los elementos finitos, como es el caso de Mirmiran et al. [xxviii]. Ellos proponen un modelo no lineal con plasticidad no asociada de Drucker-Prager para tener en cuenta el confinamiento hormigón, mientras que el encamisado con FRP lo consideran como un material elástico y lineal. Sin embargo, advierten que con este modelo no se puede aplicarse para establecer la pérdida de rigidez y de resistencia. Pese a que con este tipo de estudios se han realizado importantes avances, en la modelación numérica aún se deben desarrollar diferentes herramientas para simular de una forma más precisa el comportamiento de las columnas reforzadas con FRP.

2.2 Refuerzo en uniones viga-columna de hormigón armado

El comportamiento de las uniones viga-columna en una estructura tipo pórtico es un factor importante que influye en la capacidad de resistir cargas sísmicas y otras cargas laterales. En los diferentes sismos se ha identificado que el colapso de estructuras de hormigón armado y de acero se ha debido a los fallos en las uniones, principalmente en estructuras construidas antes de que se incluyeran los requisitos de diseño sísmico en las normas de diseño. Estas estructuras tienen una baja capacidad de resistencia lateral ya que carecen de detalles que desarrollen ductilidad; por ejemplo, tienen uniones sin o con escasa armadura transversal, insuficiente longitud de anclaje de la armadura de las vigas y sistemas de viga fuerte-columna débil, donde se generan en las uniones o cerca de ellas, inapropiados mecanismos de articulación plástica [iii].

Varias técnicas de refuerzo han sido aplicadas a las uniones viga-columna deterioradas o con deficiencias de diseño utilizando láminas de acero y FRP; sin embargo, la dificultad del refuerzo está en proveer un confinamiento efectivo teniendo en cuenta la complejidad del comportamiento de las uniones [ii].

La selección de una alternativa de refuerzo se debe hacer acorde con el aumento de capacidad que se requiera en la unión, donde es imprescindible revisar la resistencia de las vigas y columnas adyacentes frente a este incremento; asimismo, es necesario tomar las medidas de refuerzo necesarias para evitar, tanto el fallo frágil, como la formación de articulaciones plásticas prematuras. Todo ello, permite garantizar la efectividad del refuerzo y mejorar comportamiento global de la estructura.

Dependiendo del comportamiento esperado de las estructuras existentes y del objetivo del refuerzo en las uniones, existen diferentes configuraciones de refuerzo con FRP en las uniones viga columna. Entre ellas pueden citarse: el refuerzo a cortante en la unión [xxix; xxx]; el refuerzo en las esquinas de la unión colocando el laminado en la cara superior y/o inferior de las vigas y en el lado adyacente de la columna [xxxi; xxxii]; el encamisado con FRP en la unión y en la columna [xxix; xxx]; asimismo, cuando es necesario, en la zona adyacente a las uniones, las vigas se refuerzan a flexión [xxxii; xxxiii] y a cortante [xxxiv; xxxv; xxxvi], incluso en algunos casos, las encamisan [xxxvii; xxxviii; xxxix] para mejorar su comportamiento ante cargas cíclicas. Según la configuración del refuerzo es posible incrementar la capacidad a cortante y/o a flexión de la unión, aumentar su resistencia al giro con el fin de reducir la

probabilidad de deslizamiento de la armadura de las vigas y confinar el hormigón tanto de la unión como de la columna.

Las uniones reforzadas con FRP han sido estudiadas en menor proporción que las vigas y las columnas reforzadas con FRP. La mayoría de los estudios se han enfocado en las uniones externas, tal vez por ser este el tipo de unión en el que han ocurrido más fallos. Además la rehabilitación y la reparación en las uniones se han investigado más a nivel experimental, pero en el campo de la simulación numérica sólo ha sido considerado la rehabilitación.

El comportamiento a cortante de las uniones reforzadas con FRP se ha estudiado con mayor interés, debido a que los fallos por cortante de las uniones viga-columna durante los sismos han sido la principal causa de colapso de estructuras porticadas. Entre las investigaciones que han estudiado el efecto del cortante en las uniones exteriores se encuentran las siguientes: Gergely et al. [xxxvii], señalan que el FRP mejora su capacidad a cortante, pero que la delaminación reduce la eficiencia del refuerzo, por ello enfatizan en la importancia de la adherencia entre el laminado y el hormigón. Ghobarah y Said [xxix] investigaron uniones tipo viga fuerte-columna débil con tres configuraciones de refuerzo; ellos concluyeron que para garantizar la efectividad del refuerzo, además de requerirse una óptima adherencia entre el hormigón y el FRP, es necesario que se proporcione confinamiento en la unión. Said y Nehdi [xxx] resaltan que al reparar o rehabilitar las uniones con FRP se aumenta la resistencia y la ductilidad global de la estructura, pero que en la reparación de las uniones es necesario considerar las limitaciones debidas al daño preexistente en el hormigón y en el acero. Antonopoulos et al. [xxxiv] ensayaron uniones tipo viga fuerte-columna débil con 6 configuraciones de refuerzo, indicando que el deslizamiento del FRP afecta el comportamiento de la unión, al menos que se mejore la adherencia con anclajes mecánicos. Aunque en menor proporción, también se ha estudiado el comportamiento a cortante de las uniones internas reforzadas con FRP [xxxv; xxxix], donde el refuerzo aumenta la capacidad y la ductilidad de la unión, asimismo, la eficiencia depende de la adherencia entre el FRP y el hormigón.

Existen un número reducido de investigaciones que han estudiado otros parámetros: Granata y Parvin [xxxi; xl] ensayaron y modelaron uniones exteriores reforzadas donde mostraron que el FRP mejora la capacidad a flexión y disminuye la rotación en la unión; también identificaron que el espesor del refuerzo incide en la concentración de tensiones que ocurren en las fibras alrededor de las esquinas de la unión y que conllevan a la delaminación. Ghorabah y El-Amoury [xxxii] estudiaron cuatro configuraciones de refuerzo de uniones externas con insuficiente longitud de anclaje en la armadura de las vigas, y señalan que además de evitar el fallo por corte en la unión, es necesario que se conserve la integridad del hormigón en la zona de anclaje de la armadura de la viga para que se desarrolle su resistencia y no se produzca un fallo prematuro. Pantelides et al. [xxxvi] ensayaron las uniones internas reforzadas con insuficiente longitud de anclaje de la armadura de las vigas e indican que el FRP reduce la propagación del daño y la pérdida de rigidez, sin embargo advierten que con el refuerzo se retrasa el deslizamiento de la armadura pero no lo evita. Parvin y Wu [xxxvii] hicieron una modelación de cuatro uniones externas reforzadas con cuatro capas de CFRP colocadas en diferentes direcciones y concluyeron que el incremento de la resistencia lateral en las uniones depende de la dirección en que se coloque cada una de las capas y de su adherencia, lo que concuerda con lo estudios experimentales de otros investigadores [xxxiv; xxxix].

3. SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES COMPUESTOS

El comportamiento de las estructuras en hormigón armado reforzadas con FRP, depende de múltiples parámetros y el grado de influencia de muchos de ellos no ha sido aún determinado, lo que dificulta que experimentalmente se puedan estudiar todas las variables. Por otra parte, la heterogeneidad y la anisotropía propias de los compuestos han hecho a que no haya métodos de análisis sencillos y efectivos que permitan determinar su influencia sobre el comportamiento en las estructuras [vi].

Como consecuencia el desarrollo para optimizar el uso del FRP en las estructuras se debe realizar de forma conjunta entre el campo experimental y el campo de la simulación numérica. No obstante, es necesario el desarrollo de nuevas herramientas y mejorar las existentes, en busca de que la simulación numérica a nivel global y local represente de una forma más aproximada el comportamiento real de las estructuras reforzadas con FRP, con la finalidad obtener información que no se puede medir en los ensayos.

3.1 Teorías de simulación del comportamiento de los materiales compuestos

Los materiales compuestos están conformados por diferentes tipos de sustancias inorgánicas u orgánicas, cada uno de los materiales componentes teniendo su ley constitutiva que condiciona el comportamiento del conjunto en función de la proporción volumétrica y de la distribución morfológica que tenga dentro del compuesto [xli].

En la actualidad, gran parte de las investigaciones acerca del comportamiento de los materiales compuestos corresponden al campo experimental. Su estudio por medio de modelaciones numéricas esta en desarrollo pero presenta algunas restricciones; incluso en simulaciones recientes de elementos reforzados con FRP, se representa el comportamiento constitutivo del material compuesto como el de un material homogéneo, sin tener en cuenta el aporte de sus componentes.

Con el objetivo de solucionar esta limitación, se han propuesto diferentes teorías de simulación del comportamiento de los materiales compuestos como gestores del uso de los modelos constitutivos que representan el comportamiento de los materiales simples que componen los materiales compuestos. Estas teorías de simulación son herramientas que pueden ser utilizadas dentro de una técnica de aproximación de elementos finitos para simular apropiadamente el comportamiento de los materiales compuestos, entre ellas las más relevantes son:

- **3.1.1 Teoría de la homogenización**. Dentro de la mecánica de medios continuos requiere del análisis desde dos escalas diferentes: una macroscópica en la que se determina el comportamiento de la estructura; y una microscópica en la que se obtiene el comportamiento del compuesto partiendo de la respuesta de sus componentes [xlii].
- **3.1.2 Teoría de las mezclas**. Considera que el comportamiento de cada componente define el comportamiento global del compuesto. Parte de la mecánica del continuo local bajo el principio de interacción de las sustancias que componen el material, suponiendo que en el volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes. Asimismo, considera que cada uno de ellos contribuye al comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica [xliii].

Este artículo esta orientado bajo el lineamiento de la Teoría de Mezclas, tomando como base la teoría de mezclas serie/paralelo propuesta por Rastellini [i], y que ha sido validada a través de la comparación de los resultados con diferentes pruebas experimentales [i; xliv]. Esta teoría se fundamenta en la teoría de mezclas clásica inicialmente estudiada por Trusdell y Topin (1960).

3.2. Anisotropía en los materiales compuestos

Debido a las diferencias en el comportamiento entre los componentes y a la forma en la que están distribuidas las fibras y la matriz, los materiales compuestos tienen una elevada anisotropía, además de un comportamiento no lineal [xli]. La elevada anisotropía de los materiales compuestos también conduce a que su simulación a través del método de los elementos finitos sea compleja, siendo esta una de las limitaciones del uso de la simulación numérica. No obstante, Car et al. [vii], con base en la teoría del mapeo de espacios y la teorías de mezclas de los materiales compuestos logran involucrar cada uno de los componentes del compuesto en el análisis de una estructura, donde la anisotropía del compuesto es el resultado

de la participación de cada uno de los materiales que lo componen con su respectivo comportamiento (isótropo, ortótropo o anisótropo).

Oller et al. [xlv] proponen la teoría del mapeo de espacios para modelizar el complejo mecanismo de fallo de los materiales anisótropos, el cual con base en el concepto de mapeo de los tensores de tensiones y de deformaciones desde un espacio anisótropo real a un espacio ficticio isótropo, estableciendo una relación biunívoca entre el comportamiento anisótropo del material real y el comportamiento de un material isótropo ficticio cualquiera. Con la generalización de esta teoría para el campo de grandes deformaciones propuesta por Car et al. [vii], se puede formular en la configuración referencial o espacial utilizando la cinemática lagrangeana total o actualizada respectivamente. Esta formulación parte del concepto de mapeo de tensiones propuesto por Betten, el cual permite el transporte en forma lineal del tensor de tensiones de un espacio real a un espacio ficticio. Cabe anotar que al hacer la trasformación lineal se garantiza la convexidad de la función de fluencia y del potencial plástico, cumpliéndose con ello la segunda ley de la termodinámica. Sin embargo, la propuesta de hacer solo el mapeo de tensiones parte de la hipótesis que las deformaciones elásticas son idénticas en ambos espacios, lo cual es una limitación por excluir el análisis del comportamiento de los materiales no proporcionales como los materiales compuestos [xli]. Para evitar esta limitación, la teoría del mapeo de espacios, aparte del transporte en el espacio de tensiones, propone el transporte en el espacio de deformaciones.

En la figura 1 se observan los espacios de tensiones y de deformaciones anisótropo real e isótropo ficticio; además se indica la relación entre ellos a través de dos tensores simétricos de cuarto orden ($A^{\sigma}, A^{\varepsilon}$), los cuales contienen la información sobre las propiedades del material anisótropo obtenidas mediante ensayos experimentales [xlvi].

La teoría de mapeo de espacios para materiales anisótropos permite generalizar la formulación clásica isótropa en el análisis del comportamiento de materiales anisótropos. Básicamente, el análisis sobre cada punto de Gauss consiste en transportar el tensor predictor de tensión y el tensor de deformación de un material anisótropo de un espacio real anisótropo a un espacio ficticio isótropo; luego, en el espacio ficticio isótropo se realiza la integración de la ecuación constitutiva isótropa para obtener el nuevo estado tensional y el tensor constitutivo tangente correspondiente; una vez calculados los tensores resultantes, los tensores de tensión, de deformación y constitutivo tangente, se transportan al espacio real anisótropo [xlvii].

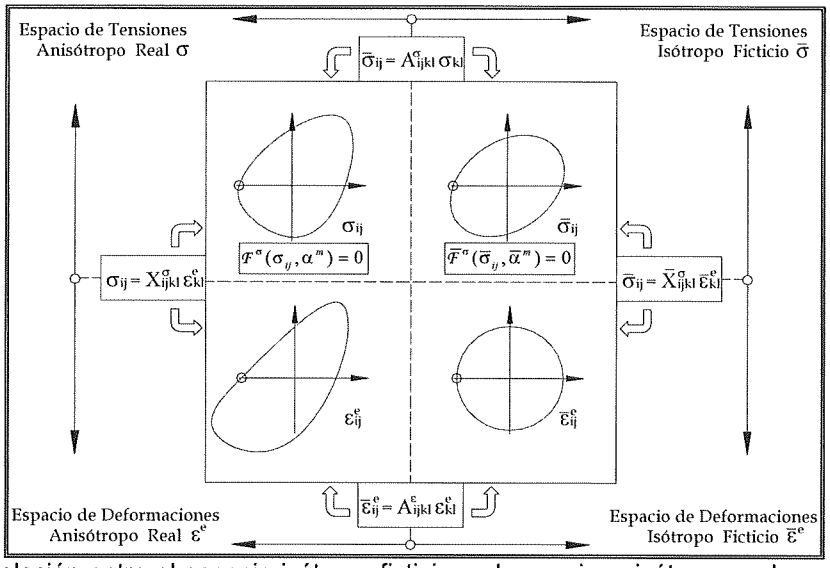


Figura 1 Relación entre el espacio isótropo ficticio y el espacio anisótropo real para pequeñas deformaciones [xlvi].

La implementación del mapeo de espacios de tensiones y de deformaciones es una herramienta numérica útil para trabajar con materiales anisótropos, ya que permite el uso de las funciones de fluencia, potenciales plásticos y algoritmos de integración de las ecuaciones constitutivas para materiales isótropos en el análisis de comportamiento de materiales anisótropos [xli]. Además, al integrarlo con la teoría de mezclas, permite que el estudio de la anisotropía de los compuestos no sea una restricción.

3.3 Teoría de mezclas serie/paralelo

En la teoría serie/paralelo, se considera que en una dirección particular los componentes se comportan en paralelo y en las otras direcciones en serie [i]. En el caso de los polímeros reforzados externamente con fibras de carbono (CFRP), la dirección en paralelo corresponde a la dirección de la fibra y, en el caso del hormigón armado, a la dirección de la armadura. La teoría parte de las siguientes hipótesis:

- En cada volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes, es decir que la distribución de los componentes es homogénea.
- Los componentes tienen una misma deformación en la dirección en paralelo (condición de isodeformación). Los componentes tienen una misma tensión en la dirección en serie (condición de isotensión).
- La adherencia entre los componentes es perfecta.
- La contribución de los componentes en la respuesta del compuesto es proporcional a su participación volumétrica de cada material componente.
- El volumen ocupado de cada material componente es inferior al volumen total del compuesto.

Esta formulación plantea combinar el comportamiento de los materiales componentes con el fin de obtener la respuesta del material compuesto. Por ello, la anisotropía global de los materiales compuestos se considera como el resultado de la interacción de los componentes. Adicionalmente, la teoría serie/paralelo permite que se analicen los materiales componentes que presenten cualquier tipo de no linealidad como el daño y la plasticidad.

3.3.1 Definición de los componentes en serie y en paralelo de los tensores deformación y de tensión [xlviii]

El tensor deformación $\boldsymbol{\varepsilon}$ se descompone una parte en serie $\boldsymbol{\varepsilon}_S$ y otra en paralelo $\boldsymbol{\varepsilon}_P$ por medio de los tensores de proyección $(\mathbf{P}_P, \mathbf{P}_S)$ de cuarto orden en paralelo y en serie respectivamente:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_P + \boldsymbol{\varepsilon}_S \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_P = \mathbf{P}_P : \boldsymbol{\varepsilon} \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_S = \mathbf{P}_S : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2}$$

El tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}$ también se separa en sus componentes en serie $\boldsymbol{\sigma}_S$ y en paralelo $\boldsymbol{\sigma}_P$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_P + \boldsymbol{\sigma}_S \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_P = \mathbf{P}_P : \boldsymbol{\sigma} \qquad \boldsymbol{\sigma}_S = \mathbf{P}_S : \boldsymbol{\sigma} \tag{4}$$

donde los tensores de proyección de cuarto orden se hallan a través del tensor de proyección paralelo de segundo orden $\boldsymbol{N}_P$ y del tensor identidad de cuarto orden $\mathbf{I}$,

$$\mathbf{P}_P = \boldsymbol{N}_P \otimes \boldsymbol{N}_P \qquad \mathbf{P}_S = \mathbf{I} - \mathbf{P}_P \tag{5}$$

$\boldsymbol{N}_P$ es función del vector unidad $\mathbf{e}_1$ que indica la dirección del comportamiento en paralelo, es decir, la dirección de la fibra

$$\boldsymbol{N}_P = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 \tag{6}$$

3.3.2 Ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad en las capas del compuesto [xlix]

Con el fin de minimizar el costo computacional, la implementación numérica de la teoría fue desarrollada para descomponer el compuesto *c* en un determinado número de capas *ncap*, tal

que cada capa *j* esté conformada por una matriz *m* y una fibra *f*. Consecuentemente, de acuerdo con las hipótesis enunciadas, en cada capa del compuesto *j* se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones:

- Comportamiento en paralelo

$$ {}^{c}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_P = {}^{m}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_P = {}^{f}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_P \tag{7} $$

$$ {}^{c}_{j}\boldsymbol{\sigma}_P = {}^{m}_{j}k \cdot {}^{m}_{j}\boldsymbol{\sigma}_P + {}^{f}_{j}k \cdot {}^{f}_{j}\boldsymbol{\sigma}_P \tag{8} $$

- Comportamiento en serie

$$ {}^{c}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S = {}^{m}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S = {}^{f}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S \tag{9} $$

$$ {}^{c}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S = {}^{m}_{j}k \cdot {}^{m}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S + {}^{f}_{j}k \cdot {}^{f}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S \tag{10} $$

Para garantizar el principio de conservación de masa en cada capa, los porcentajes de participación volumétrica de la matriz y de la fibra de la capa *j* (${}^{m}_{j}k$, ${}^{f}_{j}k$) deben cumplir con la siguiente ecuación

$$ {}^{n}_{j}k = \frac{d\,{}^{n}_{j}V}{dV_j} \qquad n = \{m, f\} \qquad \Rightarrow \qquad {}^{m}_{j}k + {}^{f}_{j}k = 1 \tag{11} $$

donde ${}^{n}_{j}V$ representa el volumen de la matriz *m* o de la fibra *f* de la capa *j* , y V_j es el volumen de la capa *j* del compuesto analizado *c*.

3.3.3 Ecuación constitutiva de los materiales de las capas del compuesto

Como la implementación de la teoría serie/paralelo se realiza a nivel constitutivo a partir del estado de deformación en un punto de Gauss, una vez obtenida la deformación del compuesto ${}^{c}\boldsymbol{\varepsilon}$, se calcula el estado tenso-deformacional de cada componente cumpliendo con las ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad, para luego hallar el estado de tensiones y de deformaciones del compuesto. El estado de tensiones y de deformaciones de los componentes se determina a través de la ecuación constitutiva que rige el comportamiento de cada uno:

$$ {}^{n}_{j}\boldsymbol{\sigma} = {}^{n}_{j}\mathbf{C} : {}^{n}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}^{e} = {}^{n}_{j}\mathbf{C} : {}^{n}_{j}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{p}) \qquad n = \{m, f\} \tag{12} $$

donde ${}^{n}_{j}\mathbf{C}$ es el tensor constitutivo de cada componente de la capa *j* del compuesto.

La descomposición del operador tangente inducida por la separación del comportamiento en serie y paralelo de cada componente [i], queda establecida como

$$ {}^{n}_{j}\mathbf{C} = \begin{bmatrix} {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{PP} & {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{PS} \\ {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{SP} & {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{SS} \end{bmatrix} \qquad n = \{m, f\} $$

$$ \begin{aligned} {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{PP} &= \frac{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\sigma}_P}{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_P} = \mathbf{P}_P : {}^{n}_{j}\mathbf{C} : \mathbf{P}_P \qquad & {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{PS} &= \frac{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\sigma}_P}{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S} = \mathbf{P}_P : {}^{n}_{j}\mathbf{C} : \mathbf{P}_S \\ {}^{n}_{j}\mathbf{C}_{SP} &= \frac{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S}{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_P} = \mathbf{P}_S : {}^{n}_{j}\mathbf{C} : \mathbf{P}_P \qquad & {}^{n}\mathbf{C}_{SS} &= \frac{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S}{\partial\,{}^{n}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S} = \mathbf{P}_S : {}^{n}_{j}\mathbf{C} : \mathbf{P}_S \end{aligned} \tag{13} $$

3.3.4 Algoritmo de la teoría serie/paralelo

En la figura 2 se observa el algoritmo de desarrollo de la teoría serie/paralelo. Se observa que, una vez que se determina el tensor deformación del compuesto, en cada capa *j* se descompone el tensor de deformación en sus partes en serie y en paralelo, con el fin de calcular las correspondientes deformaciones en la matriz y en la fibra.

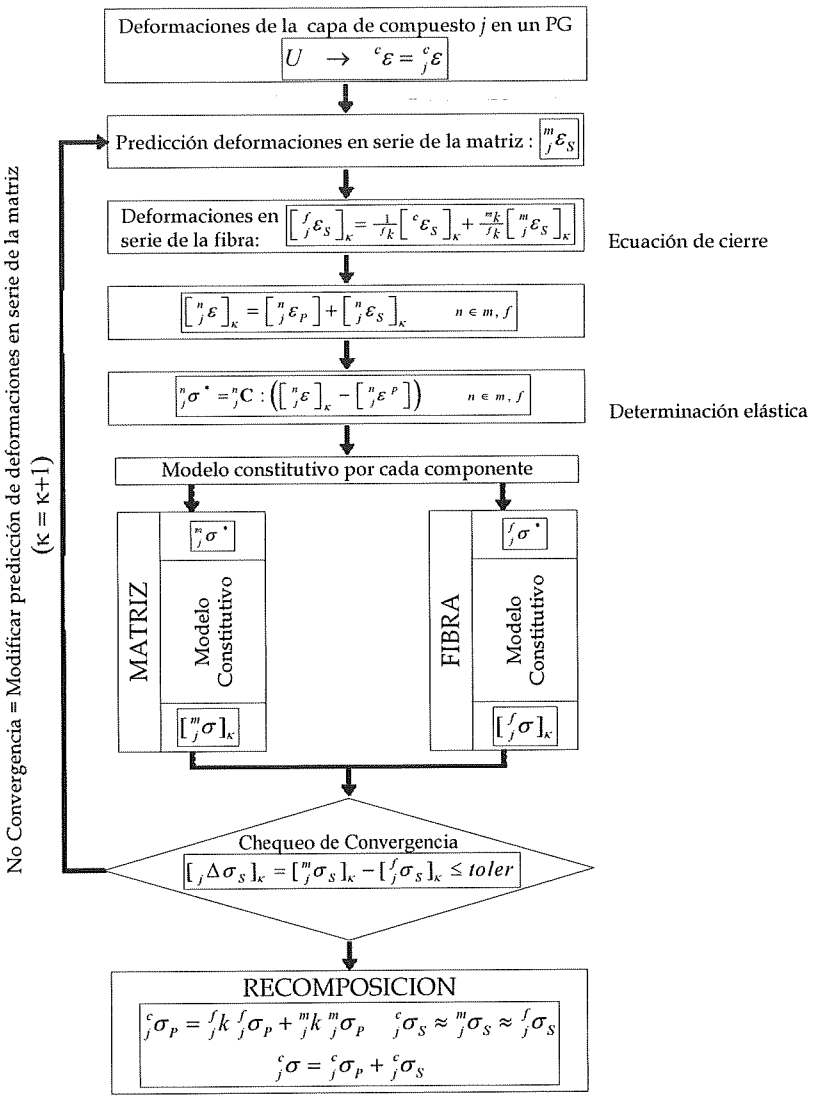


Figura 2 Esquema de solución de la teoría de mezclas serie/paralelo en pequeñas deformaciones para una capa de un compuesto en un punto de gauss para un paso i+1 [li]

Según la teoría serie/paralelo, la deformación en paralelo de los componentes es la misma, mientras que la deformación en serie es diferente para cada componente; por ello, en el análisis de la parte en serie requiere de una primera aproximación de la deformación en serie de alguno de los componentes. En este caso, en la implementación se tomó como predictor, el tensor de deformación en serie de la matriz del compuesto para determinar el tensor de deformación en serie de la fibra con base en la ecuación (10) [xliv].

El predictor del tensor de deformación para el paso de carga *i+1* en la iteración *k*, parte de los valores convergidos del paso anterior *i* y la predicción del incremento del tensor de deformación en la iteración *k*

$$ {}^{i+1}\left[{}^{m}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S\right]_k = {}^{i}\left[{}^{m}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S\right] + \left[{}^{m}_{j}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_S\right]_k \tag{14} $$

Para la primera predicción se propone la ecuación (15), donde se considera que las componentes en serie y paralelo son distribuidas de acuerdo con el tensor constitutivo de los componentes determinado en el paso anterior convergido *i* [i].

$$\left[{}^{m}_{j}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_S\right]_0 = {}_j\mathbf{A}:\left[{}^{f}_{j}\mathbf{C}_{SS} : {}^{c}_{j}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_S + {}^{f}_{j}k({}^{f}_{j}\mathbf{C}_{SP} - {}^{m}_{j}\mathbf{C}_{SP}) : {}^{c}_{j}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_P\right] \tag{15}$$

$${}_j\mathbf{A} = \left({}^{f}_{j}k\,{}^{f}_{j}\mathbf{C}_{SS} + {}^{m}_{j}k\,{}^{m}_{j}\mathbf{C}_{SS}\right)^{-1} \qquad {}^{c}_{j}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_S = {}^{i+1}\left[{}^{c}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S\right] - {}^{i}\left[{}^{c}_{j}\boldsymbol{\varepsilon}_S\right]$$

La ecuación (9) de equilibrio de tensiones, se verifica calculando la tensión residual de la capa ${}_j\Delta\boldsymbol{\sigma}_S$, comprobando que sea menor que una tolerancia *Toler*

$${}_j\Delta\boldsymbol{\sigma}_S = {}^{m}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S - {}^{f}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S \leq Toler \tag{16}$$

Cuando la tensión residual es mayor, la predicción de la deformación de la matriz se corrige en forma iterativa. Una vez obtenida una tensión residual menor que la tolerancia, se hace la recomposición de los tensores de tensión y de deformación de la capa *j*.

3.3.5 Ecuación de equilibrio en el compuesto

El análisis de cada capa proporciona el tensor de tensión del compuesto ${}^{c}\boldsymbol{\sigma}$ como a la suma de los tensores de tensión de las capas del compuesto *ncap* ponderados por el porcentaje de participación volumétrica de cada capa ${}_jk$

$${}^{c}\boldsymbol{\sigma} = \sum_{j=1}^{ncap} {}_jk\,{}^{c}_{j}\boldsymbol{\sigma} = \sum_{j=1}^{ncap} {}_jk\,({}^{c}_{j}\boldsymbol{\sigma}_P + {}^{c}_{j}\boldsymbol{\sigma}_S) \tag{17}$$

Para garantizar el principio de conservación de masa en el compuesto, los porcentajes de participación volumétrica de las capas del compuesto deben cumplir la condición

$${}_jk = \frac{dV_j}{dV_c} \qquad \Rightarrow \qquad \sum_{j=1}^{ncap} {}_jk = 1 \tag{18}$$

donde V_j es el volumen de la capa *j* del material y V_c corresponde el volumen total del material compuesto *c*.

4. APLICACIÓN DE LA TEORÍA SERIE/PARALELO A LA SIMULACIÓN NUMERICA EN 2 DIMENSIONES

El estudio de los efectos que han producido los grandes sismos en estructuras tipo pórtico pone en evidencia que las zonas más susceptibles a daño son las uniones viga columna y las bases de las columnas [iii]. Por ello, con el propósito de garantizar la estabilidad de las estructuras durante un evento extremo, en muchos estudios se hace énfasis en la necesidad de la rehabilitación y reparación de las estructuras antiguas o de las estructuras construidas antes de las actuales normas de diseño, siendo una de las alternativas de refuerzo el uso los polímeros reforzados con fibras largas (FRP) [v; vi; xiv; xv; xvi; xvii].

Utilizando la teoría de de mezclas serie/paralelo en el programa de elementos finitos PLCDYN [I], se muestra en este apartado un estudio de estructuras porticadas reforzadas con FRP. Se realizó un análisis no lineal estático incremental (pushover analysis) de diez estructuras planas con una misma geometría. Cinco de ellas son de hormigón simple y las otras son de hormigón armado, con distintas configuraciones de refuerzo utilizando polímeros reforzados con fibras de carbono CFRP [Ii].

Aunque los FRP como refuerzo se emplea en estructuras de hormigón armado o de acero, se estudió también, el comportamiento de las estructuras de hormigón simple reforzadas, con el propósito de analizar únicamente la influencia del refuerzo de FRP sobre las estructuras.

4.1. Descripción de los modelos estudiados

4.1.1 Geometría y configuraciones de refuerzo

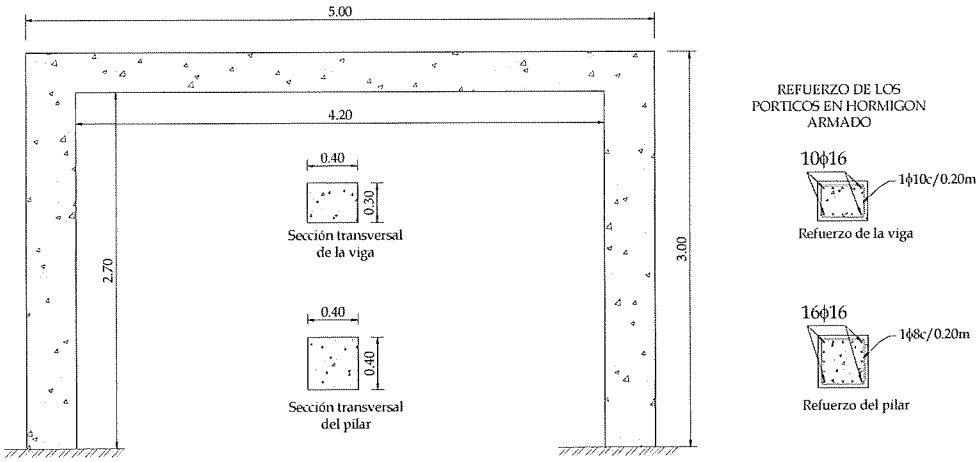


Figura 3 Geometría tipo de las estructuras porticadas [xliv]

En la figura 3 se indica la geometría de los diez modelos junto con las armaduras de la viga y de las columnas para los pórticos en hormigón armado. En la figura 4 se presentan las configuraciones del refuerzo con CFRP, y en la tabla 1 se indica la nomenclatura utilizada para identificar los modelos.

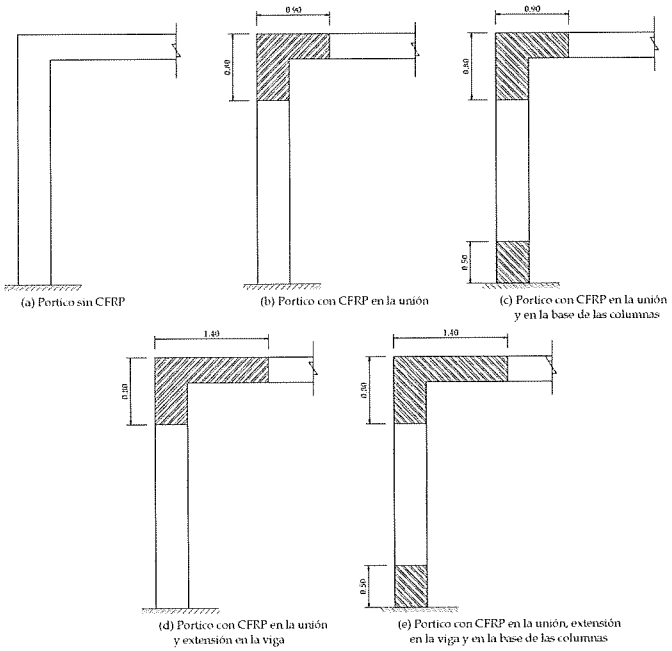


Figura 4 Modelos de los pórticos con las diferentes configuraciones de refuerzo [li]

Tabla 1 Nomenclatura de los modelos de los pórtico.

Tipo de hormigón / Tipo de pórtico	Sin armadura de acero	Con armadura de acero
Pórtico sin CFRP (Figura 4 (a))	SASF	ASF
Pórtico con CFRP en la unión (Figura 4 (b))	SAF	AF
Pórtico con CFRP en la unión y en la base de la columna (Figura 4 (c))	SAFC	AFC
Pórtico con CFRP en la unión y extensión en la viga (Figura 4 (d))	SAFV	AFV
Pórtico con CFRP en la unión, extensión en la viga y en la base de la columna (Figura 4(e))	SAFCV	AFCV

El refuerzo en las columnas de estos modelos corresponde a dos capas orientadas a 0 y a 90 grados para tener en cuenta que la eficiencia del encamisado de la columna depende de las direcciones en que se coloque la fibra [xxvii]. Asimismo, cuatro de los diez pórticos analizados tienen CFRP en la base de las columnas dado que según los resultados experimentales [xxv; xxvi] su nivel de influencia es notorio en la capacidad y en la ductilidad en las columnas. Con el fin de tener un mejor comportamiento de la viga ante un desplazamiento lateral, en los modelos con refuerzo se encamisó la viga en las zonas cercanas a las uniones viga-columna de acuerdo con los estudios experimentales [xxxvii; xxxviii]. Se seleccionaron dos longitudes de refuerzo en la viga para hacer una comparación del comportamiento cuando el refuerzo se extiende desde el borde de la unión dos y cuatro veces la altura efectiva de la viga.

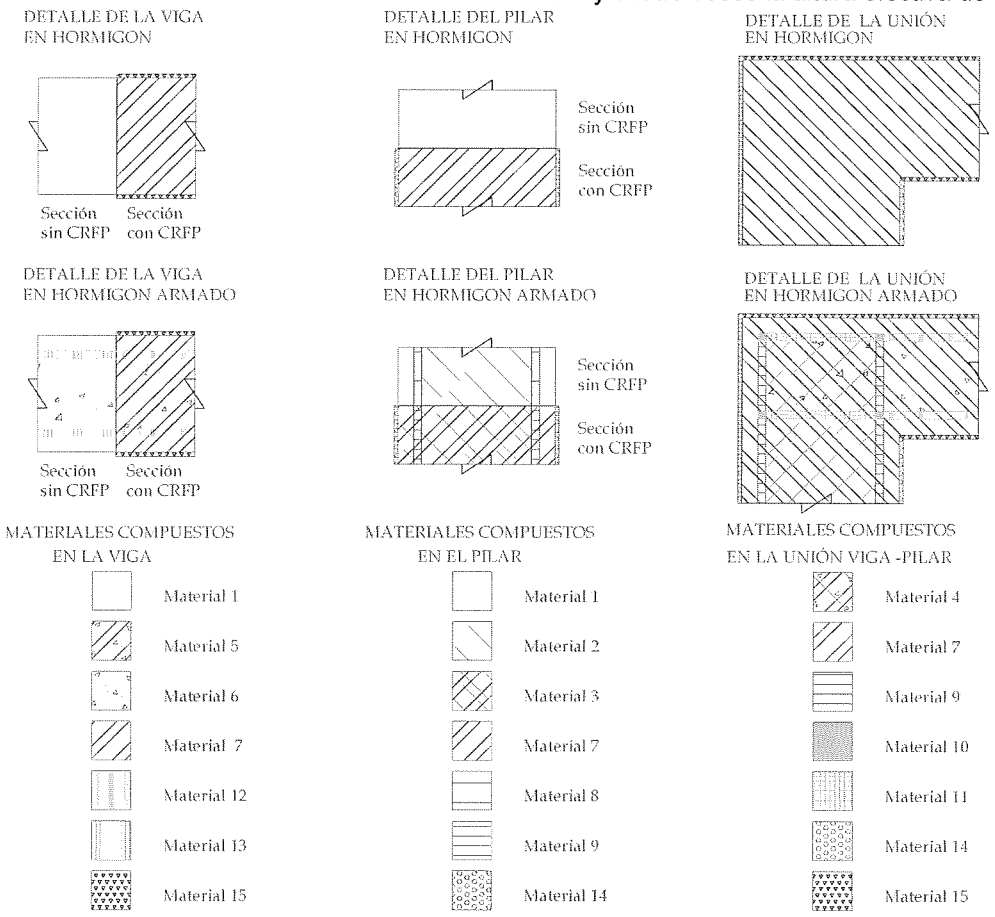


Figura 5 Configuración de los materiales compuestos en los pórticos [li]

Tabla 2 Porcentajes de los componentes en los materiales compuestos de los pórticos [li]

Material compuesto	Matriz de Hormigón	Acero longitudinal	Acero Vertical	Cercos Horizontales	Cercos Verticales	Matriz Polimérica	CFRP 0° Horizontal	CFRP 90° vertical
1	100							
2	98.70		1.10	0.20				
3	97.53		1.10	0.17		0.40	0.40	0.40
4	97.71		1.09			0.40	0.40	0.40
5	98.70				0.10	0.40	0.40	0.40
6	99.90				0.10			
7	98.80					0.40	0.40	0.40
8	87.13		12.67	0.20				
9	86.04		12.59	0.17		0.40	0.40	0.40
10	81.51	4.84	12.45			0.40	0.40	0.40
11	92.87	4.84	1.09			0.40	0.40	0.40
12	93.86	4.87			0.07	0.40	0.40	0.40
13	95.00	4.90			0.10			
14						34.00	66.00	
15						34.00		66.00

En estos ejemplos, con la teoría serie/paralelo las matrices de los compuestos son el hormigón y la resina polimérica, mientras que el acero y la fibra de carbono constituyen el refuerzo. En la figura 5 se indican los materiales compuestos asignados a los elementos estructurales de los modelos, dependiendo de si tienen o no armadura. Los porcentajes volumétricos en los que participan los componentes en cada material compuesto se señalan en la tabla 2, donde se especifica la dirección de las fibras del compuesto considerada como parte de la anisotropía del compuesto. Las propiedades de los materiales simples se muestran en la tabla 3.

Tabla 3 Propiedades mecánicas de los materiales componentes de los compuestos en los pórticos

Material	Criterio de fluencia	Ex=Ey=Ez [MPa]	ν	σc [MPa]	σt [MPa]	Gc [kPa·m]	Gt [kPa·m]
Hormigón	Mohr-Coulomb	$2.5\cdot10^4$	0.20	30.0	3.0	50.0	5.0
Acero	Von Mises	$2.1\cdot10^5$	0.00	270.0	270.0	2000.0	2000.0
Matriz polimérica	Mohr-Coulomb	$1.2\cdot10^4$	0.20	87.5	29.2	36.0	3.0
Fibra de carbono	Von Mises	$1.5\cdot10^5$	0.00	2300.0	2300.0	2000.0	2000.0

4.1.2 Descripción de los modelos constitutivos aplicados a los materiales

Los modelos analizados por control de desplazamientos, tienen una malla de elementos finitos rectangulares de 4 nodos. En lo que respecta al análisis del comportamiento de los materiales simples, para determinar el daño en el hormigón y la matriz polimérica del compuesto se aplicó el modelo de daño de Kachanov, el acero se consideró como un material elasto-plástico utilizando el algoritmo Euler, mientras que la fibra de carbono se analizó como un material elástico y lineal. En todos los casos se ha partido de la hipótesis que no hay daño inicial en el pórtico, por lo que los ejemplos corresponden al caso rehabilitación con FRP. Además se supuso la adherencia inicial entre el refuerzo y el hormigón es perfecta.

4.2 Análisis del comportamiento de los modelos de hormigón simple y de hormigón armado

4.2.1 Resistencia y rigidez

En la figura 6 se observa que los diferentes modelos tienen una rigidez inicial similar, su comportamiento se conserva lineal aproximadamente hasta los 0.0015m; luego, según la configuración del refuerzo del sistema, la pérdida rigidez varía de acuerdo con el desarrollo del daño y de plasticidad. La resistencia máxima de cada caso se indica en la tabla 4.

En lo que respecta al comportamiento de las estructuras de hormigón simple, la resistencia del sistema aumenta casi un 40% cuando se coloca CFRP en la base de las columnas Por el contrario, en los casos con CFRP en la unión y en la viga (SAF y SAFV), el aumento de la resistencia del sistema es pequeño, un 5% y un 6%, respectivamente. Asimismo, se observa que los modelos con refuerzo adicional en la viga (SAFV y SAFVC) muestran un comportamiento dúctil después de alcanzar su capacidad máxima y, en los dos casos conservan una pérdida de resistencia menor al 24%. Se aprecia como el modelo SAFC tiene una tendencia de pérdida de resistencia similar al modelo SAF, donde el refuerzo en las columnas incrementa la resistencia del sistema pero no incide en su ductilidad.

De otra parte, en los pórticos de hormigón armado, al reforzarse solo la unión (AF) hay un pequeño incremento en la resistencia del orden de 7%. Cuando el refuerzo se coloca en la base de las columnas (AFC) o más allá de la zona de confinamiento en las vigas (AFV), el aumento de la resistencia llega a un 27%. Al reforzar tanto la base de las columnas como la viga (AFCV), la resistencia se incrementa un 50%. A diferencia de los modelos con hormigón simple, en todos los casos con armadura hay ductilidad independientemente del refuerzo. En los pórticos de hormigón armado, el FRP como refuerzo, aumenta la capacidad de la estructura, dado que al disminuir el nivel de daño en el hormigón, posterga la plastificación del acero.

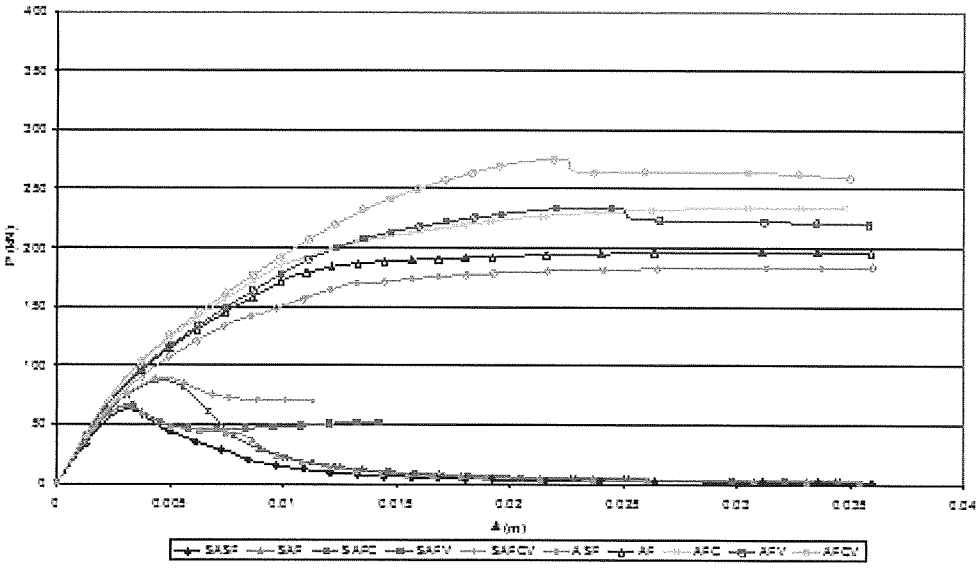


Figura 6 P-Δ pórticos de hormigón simple y de hormigón con armadura de acero [li]

Tabla 4 Fuerzas máximas y desplazamientos en la mitad del claro de la viga.

Hormigón sin armadura	SASF	SAF	SAFC	SAFV*	SAFCV*
Fuerza máxima (kN)	62.36	65.48	87.65	66.06	89.73
Δ_{Pmax} (m)	0.0030	0.0030	0.0048	0.0031	0.0048
Hormigón con armadura	ASF	AF	AFC	AFV	AFCV
Fuerza máxima (kN)	183.62	196.54	233.98	234.49	274.96
Δ_{Pmax} (m)	0.0354	0.0318	0.0312	0.0233	0.0222

* Modelo con pérdida convergencia

Es relevante notar que el refuerzo no aumenta la rigidez lateral de los pórticos, lo que coincide con la observación de Tastani y Pantazopoulou [xviii]. Con el refuerzo hay un incremento de la resistencia a cortante y a flexión [xxiv; xxv; xxix; xxx; xxxi], no obstante, el nivel de incremento de resistencia depende de la configuración del refuerzo que se seleccione y de la armadura de los pórticos. En lo que respecta a la ductilidad, cabe anotar que su aumento depende de la distribución de la armadura; si la armadura es insuficiente, el refuerzo con FRP incrementa considerablemente la ductilidad del sistema; pero si la armadura aporta por si misma ductilidad al sistema, al reforzarlo el incremento en la ductilidad es imperceptible.

4.2.2 Tensiones y deformaciones en los componentes de los materiales compuestos

Una de las ventajas de la teoría serie/paralelo es que permite identificar durante el proceso de carga, el estado de tensiones y de deformaciones tanto del compuesto como de sus componentes. Para observar la evolución de las tensiones en los diferentes materiales, se tomaron dos puntos de referencia que se indican en la figura 7: uno de ellos, en la esquina izquierda, interna donde se analiza las deformaciones y las tensiones en *x*; y el otro, en la base de la columna izquierda, para el análisis de las deformaciones y las tensiones en *y*.

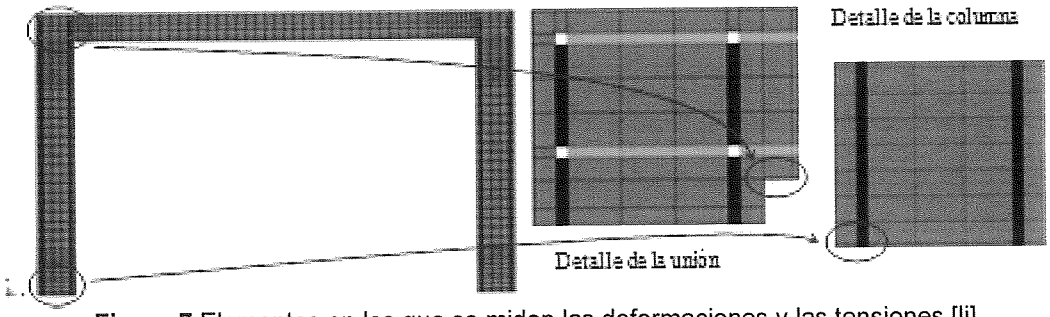
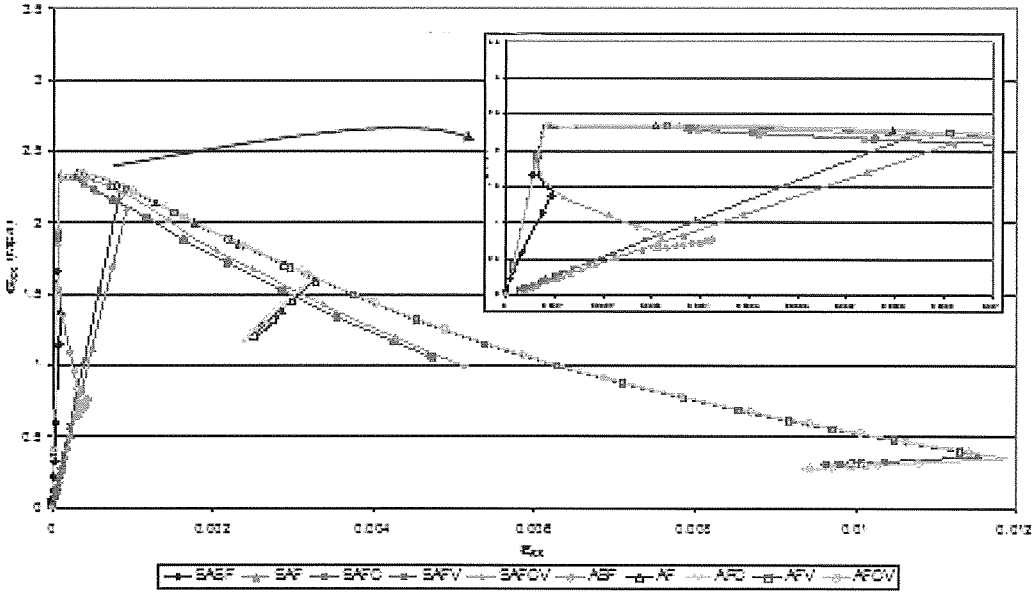


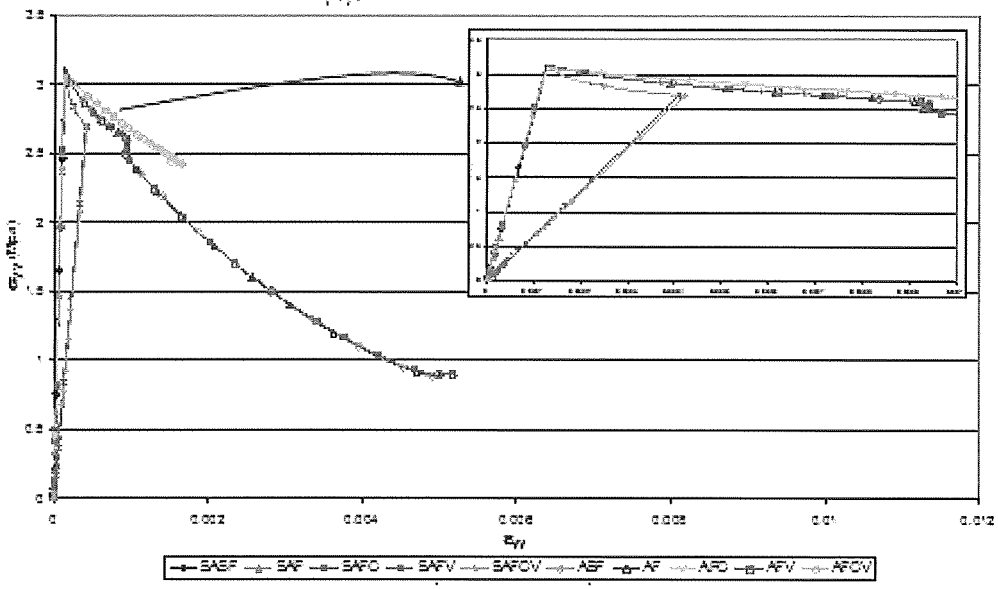
Figura 7 Elementos en los que se miden las deformaciones y las tensiones [li]

En la figura 8(a) se muestran las tensiones en *x* del hormigón. Se aprecia que en los modelos SASF y ASF se tiene una pérdida de resistencia inicial similar, con la diferencia que en el caso SASF, debido a la mayor degradación del hormigón, hay una descarga total, mientras que en el modelo ASF, el elemento pierde resistencia sin presentar descarga. Los modelos de hormigón sin armadura (SAF, SAFV, SAFC y SAFCV) tienen una pérdida de resistencia inicial similar; los modelos SAF y SAFC presentan descarga total, posiblemente, por la pérdida de resistencia del sistema; entretanto los casos SAFV y SAFCV no evidencian descarga, aunque cabe anotar que estos modelos perdieron convergencia antes de aplicar el 40% del desplazamiento total. En lo que respecta a los pórticos de hormigón armado con refuerzo, los modelos tienen una curva de pérdida de resistencia similar. La diferencia consiste en que los casos AF y AFC muestran una descarga parcial equivalente a un 28% de la deformación máxima cuando se refuerza la viga (AFV y AFCV).

Referente a las tensiones en *y* en el hormigón indicadas en la figura 8 (b), los modelos de hormigón simple que presentan pérdida de resistencia son los reforzados en la base de la columna (SAFC y SAFCV); los otros tienen un comportamiento lineal y en todos los casos hay una descarga total. Los modelos de hormigón con armadura pero sin refuerzo en la base de la columna (AF y AFV) muestran una pérdida de resistencia similar alcanzando un porcentaje de pérdida del 75%; asimismo, el comportamiento de los casos AFC y AFCV es similar, con un 15% pérdida de resistencia.

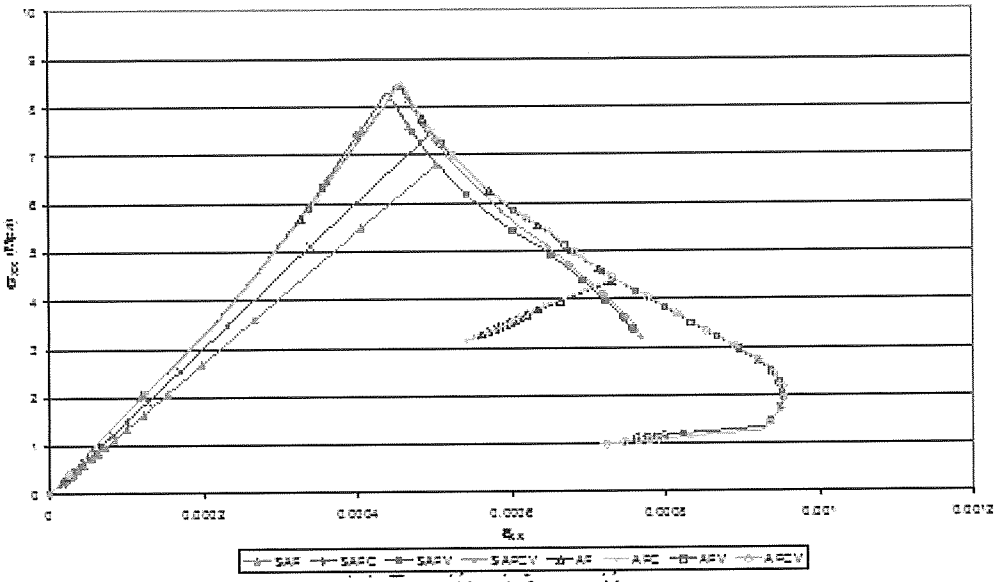


(a) Tensión -deformación en *x*

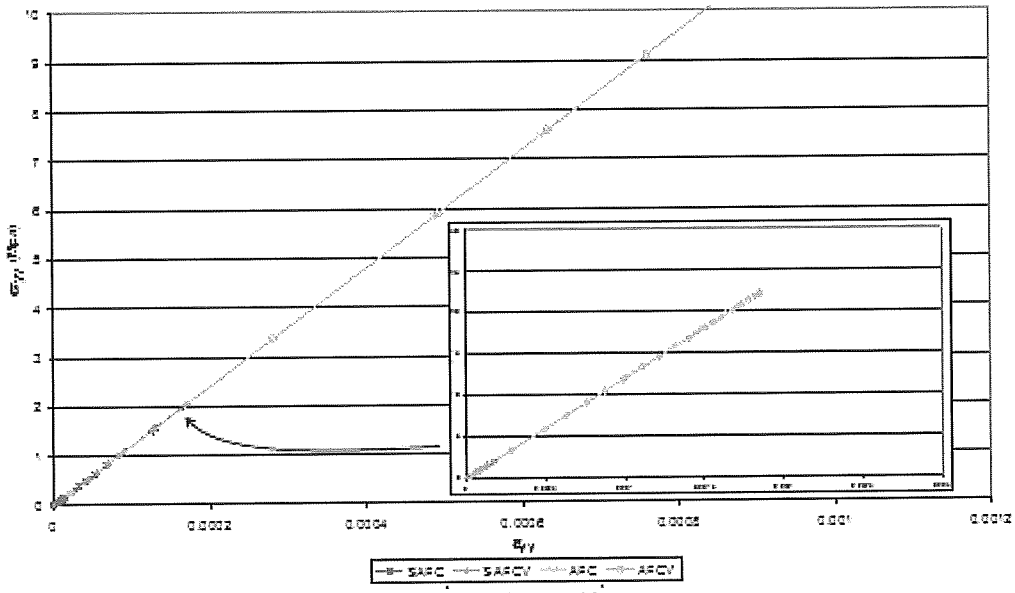


(b) Tensión deformación en *y*

Figura 8 Tensión deformación a tracción en el hormigón. [li]



(a) Tensión deformación en x



(b) Tensión deformación en *y*

Figura 9 Tensión deformación a tracción en la matriz del CFRP. [li]

En la figura 9 se observa el comportamiento de la matriz del CFRP. En la dirección *x* en la esquina de la unión, pese a que la fibra de carbono se mantiene en el rango lineal elástico y que sólo se ha alcanzado un 30% de la resistencia a tracción de la matriz (Figura 9 (a)), su comportamiento se ve afectado por el daño y pérdida de resistencia del hormigón. El comportamiento no lineal de la matriz se debe a que con el daño del hormigón, en esta zona hay grandes desplazamientos a nivel local. Dependiendo de lo que sucede en el hormigón, la matriz en los pórticos con hormigón simple, los casos SAF y SAFC se descargan totalmente, mientras que los modelos SAFV y SAFV sólo presentan pérdida de resistencia. La pérdida de resistencia inicial de los casos SAFC y SAFCV es similar a la de los modelos de hormigón armado hasta alcanzar un 50% de la deformación máxima de los modelos AFV y AFCV. En los pórticos con hormigón armado, los modelos AF y AFC se descargaron parcialmente con un 80% de la deformación máxima de los casos AFV y AFCV.

Por contrario en la dirección *y* de la base de la columna, como se ve en la figura 9 (b), aunque hay daño y pérdida de resistencia en el hormigón, el comportamiento de la matriz polimérica es lineal y elástico para todos los casos. Esto es debido a que en esta zona no hay desplazamientos locales que afecten el comportamiento lineal de la matriz. Los pórticos de hormigón simple, por su baja capacidad carga lateral, tienen una tensión máxima alrededor del 10% de la resistencia a tracción, mientras que los pórticos de hormigón armado alcanzan un 80%.

4.2.3 Daño

Otra de las ventajas que tiene el uso de la teoría serie/paralelo, es que al asignar un modelo constitutivo a cada componente de los compuestos, se puede observar la evolución de las variables internas tales como el daño o el endurecimiento plástico en el compuesto y en los componentes. En la figura 10 se muestra la distribución de daño en los pórticos para el estado de carga última.

En las estructuras de hormigón simple, el daño es localizado y la pérdida de capacidad es considerable, mientras que en las estructuras de hormigón armado el daño se distribuye a lo largo de los elementos y la pérdida de capacidad del sistema es pequeña.

Dependiente del daño que se produce en los diferentes casos, se aprecia que en las columnas y en las vigas es necesario que la longitud del refuerzo externo sea suficiente, para evitar el daño localizado en el hormigón y retrasar, de esta manera, la plastificación del acero, previniéndose el fallo prematuro del sistema. Como un ejemplo, se observa en las estructuras de hormigón reforzado, al comparar los modelos AFV con AF y AFCV con AFC, que los pórticos con mayor longitud de refuerzo en las vigas tienen menor pérdida de rigidez, aunque presentan mayor daño en la unión y tienen una resistencia lateral un 12% superior. Asimismo, al contrastar los casos AF con AFC o SAF con SAFC, se observa que al colocar el refuerzo en la base de las columnas, la zona con daño en toda la sección transversal se traslada del apoyo de la columna al borde en el que termina el FRP, con lo cual, el refuerzo aumenta la resistencia del sistema.

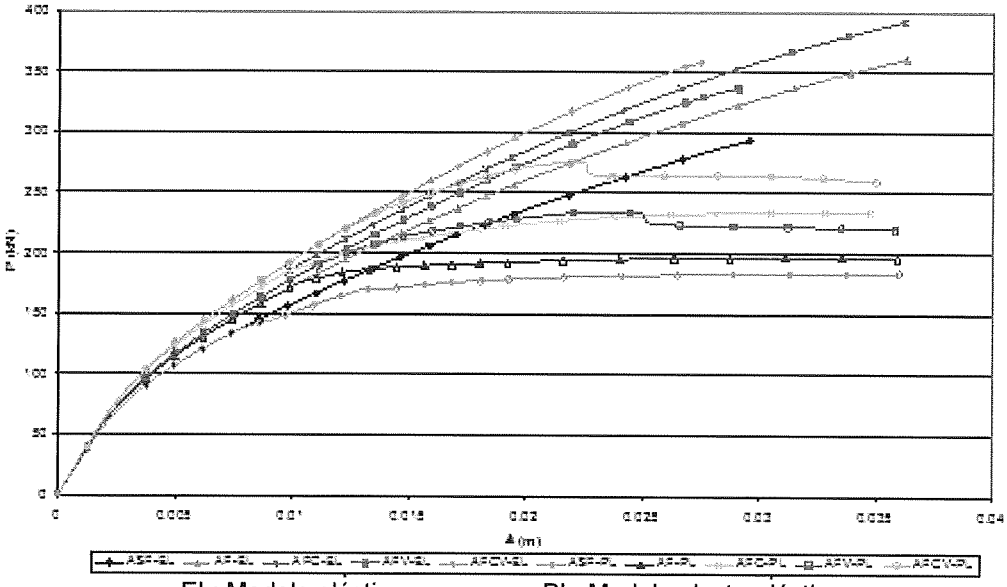
Se corrobora que al reforzar las estructuras con CFRP se aumenta la ductilidad y se reduce la pérdida de resistencia del sistema estructural. Sin embargo, el nivel de eficiencia del refuerzo depende tanto de la configuración de refuerzo que se seleccione, como del estado y de la configuración de la estructura original.

* Modelo con pérdida convergencia

Figura 10 Daño en los modelos. Aplicación de Δ en el extremo izquierdo

4.3 Comportamiento de los pórticos de hormigón armado en función del comportamiento del acero

Aprovechando que la teoría serie/paralelo permite asignar un modelo constitutivo a cada componente del compuesto, se hace una comparación del comportamiento de de los pórticos en hormigón armado, cuando el acero se analiza como un material elástico (EL) y cuando se considera elasto-plástico (PL). En la figura 11 se muestra la relación carga-desplazamiento de los pórticos de hormigón armado, con los dos tipos de comportamiento del acero. Se observa el aumento de resistencia del sistema de acuerdo con la configuración del refuerzo. En los modelos con elasticidad y con plasticidad del acero, se observa la similitud de la rigidez inicial y su pérdida inicial cuando solo influye el daño en el hormigón. Asimismo, se evidencia la influencia de la plastificación del acero.



EL: Modelo elástico PL: Modelo elasto-plástico

Figura 11 Comparación de algoritmos. P-Δ . Aplicación de Δ en el extremo izquierdo.

Tabla 5 Relación entre reacciones horizontales para un desplazamiento de 0.0274m

Pórtico	ASF	AF	AFC	AFV	AFCV
P_{PL}/P_{EL} (%)	64.7	62.7	68.0	67.8	73.9

En la tabla 5 se muestra la relación de las reacciones horizontales entre los modelos con plasticidad P_{PL} y los casos con elasticidad P_{EL}, fuerzas que son producidas por un desplazamiento horizontal de 0.0274m en la viga (máximo desplazamiento con el que se pueden comparar los 10 casos). En esta comparación se observa que, al considerar la plasticidad, las cargas laterales representan entre un 62.7% y un 73.9% de las fuerzas de los modelos elásticos. Esto implica que, en los modelos con elasticidad en el acero, aunque se considere el daño en el hormigón, la capacidad de la estructura se sobreestima entre un 30% y un 40% debido a que, en los casos elásticos no se tiene en cuenta el efecto de plasticidad del refuerzo.

De acuerdo con lo observado, en los modelos con elasticidad en el acero, la no linealidad del comportamiento se debe únicamente al daño en el hormigón. Por el contrario, en los modelos con plasticidad, la no linealidad esta gobernada por el daño en el hormigón y su interacción con la plastificación del acero.

5. CONCLUSIONES

- La teoría serie/paralelo es una herramienta versátil para analizar el comportamiento de materiales compuestos y de sus componentes dentro de una estructura. Por una parte permite que cada componente del compuesto se analice utilizando la ecuación constitutiva que sea mas conveniente para predecir su comportamiento (elasticidad, plasticidad, daño etc.) y, por otra, al obtener el comportamiento del material compuesto en cada punto de Gauss, lo acopla al resto de la estructura definiendo el comportamiento global de la misma. Por tanto, esta herramienta numérica conlleva a un mejor análisis de estructuras con materiales compuestos ya que permite considerar en la simulación diferentes tipos de no linealidades. Al mismo tiempo, los costos computacionales son reducidos al utilizar un solo mallado continuo para el análisis de la estructura, de los materiales compuestos y de sus componentes.
- El refuerzo con FRP en los pórticos de hormigón armado y simple, es una técnica viable para incrementar la capacidad de la estructura. Además, siempre que se configure adecuadamente el refuerzo en los elementos, se mejora el control de daño y se logra aumentar la ductilidad global del sistema. Según los resultados obtenidos en este análisis, tanto en los modelos de hormigón simple, como en los de hormigón armado, el aumento de la resistencia global del sistema estructural depende de la configuración de refuerzo que se coloque. Por ello, es necesario que, a través de la simulación numérica utilizando la teoría de mezclas serie/paralelo, se optimicen los análisis de las estructuras con materiales compuestos para mejorar el diseño del refuerzo de los edificios y de los puentes que necesitan rehabilitación o reparación.
- Al no tenerse en cuenta la plasticidad del acero en una estructura de hormigón armado, no se está considerando su influencia en la resistencia y en la pérdida de rigidez del sistema. En estos casos se sobreestima la capacidad estructural, con lo que es posible que se diseñe un refuerzo exterior para unas solicitaciones que no se desarrollarán en la estructura por superar su capacidad real.
  Por otra parte, considerar únicamente el fenómeno de daño, tiene su aplicación en el análisis de estructuras construidas únicamente con materiales frágiles, como es el caso del hormigón simple, de la mampostería o de la piedra, entre otros. Esto permite estudiar el comportamiento de las estructuras frágiles y su mejora al ser reforzadas con FRP. Esto puede tener una interesante aplicación en la reparación y rehabilitación de algunas estructuras antiguas.
- La simulación numérica, es una herramienta útil y de gran aplicación en el diseño de soluciones de refuerzo de estructuras de hormigón armado con materiales compuestos. La simulación numérica con elementos finitos junto con la teoría serie paralelo, permite analizar una estructura con diferentes alternativas de refuerzo, involucrando los modelos constitutivos de los componentes de los materiales compuestos; asimismo, permite que se seleccionen las configuraciones más eficientes y se determine la capacidad de resistencia del sistema estructural reforzado, identificando el nivel de daño que se puede alcanzar. Esta aplicación es posible a dos escalas: una local, en donde se estudian los elementos estructurales, en la que los materiales compuestos se utilizan como refuerzo a cortante, a flexión o a compresión; y una escala global, en la que se analiza el comportamiento del sistema estructural al reforzar los elementos que lo requieran de acuerdo con las normativas existentes.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido apoyado por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España a través de los proyectos "RECOMP", Ref. BIA2005-06952, "DECOMAR", Ref. MAT2003-08700-C03-02 y "DELCOM", Ref. MAT2008-02232/MAT; por el Ministerio de Fomento de España a través del proyecto "Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón Armado con Materiales Compuestos"; por "AIRBUS" (España), por el Contrato Nro. PBSO-13-06 "FEMCOM", por "ACCIONA Infraestructuras" (España) a través de los proyectos "CETIC", "Sphera" y "Prometeo"; por Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo (AECID), Ref. A/012257/07; por programa Alβan, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca Nº E06D101053CO; por el Centro Internacional para los Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), España y por el laboratorio CER-LITEM del Departamento de Resistencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Catalunya, Terrassa, España.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. F. Rastellini. *Modelación numérica de la no-linealidad constitutiva de laminados compuestos.* Ph.D. thesis. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España (2006).

2. S.S. Pendhari, T. Kant, M.Y. Desai. *Application of polymer composites in civil construction: A general review.* Composite Structures 84 (2) (2007) 114–124.

3. M. Molina. *Ductilidad en uniones de concreto reforzadas externamente con láminas de acero. Master en Estructuras.* Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia (2000).

4. C. Gomez, Oller S . y Barbat A. *Evaluación del daño sísmico de puentes de hormigón armado.* Revista internacional de métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería 18 (2) (2002) 309–329.

5. L.V.D. Eindea, L. Zhao, F. Seible. *Use of FRP composites in civil structural applications.* Construction and Building Materials 17 (6–7) (2003) 389–403.

6. V.M. Karbhari. *Building materials for the renewal of civil infrastructure.* Reinforced Plastics 49 (1) (2005) 14–25.

7. E. Car, S. Oller, E. Oñate. *Tratamiento Numérico de Materiales Compuestos.* Monografía CIMNE No.57. Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería – CIMNE. Barcelona, España (2000).

8. ACI Committee 440. ACI 440.2R-08. *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures.* American Concrete Institute. MI, USA (2008).

9. JSCE. *Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Materials.* Research Committee on Continuous Fiber Reinforcing Materials. Japan Society of Civil Engineers. Tokio, Japan (1997).

10. CSA. *Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers. Design Code. Standard S806-02.* Canadian Standards Association. Ontario, Canada (2002).

11. CSA. *Canadian Highway Bridge. Design Code. CAN/CSA-S6-00.* Canadian Standards Association. Ontario, Canada (2006).

12. FIB. *Externally Bonded (FRP) Reinforcement for RC Structures.* FIB Bulletin No. 14. International Federation for Structural Concrete (FIB - Fédération Internationale du Béton). Lausanne, Swiss (2001).

13. CNR. *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures.* CNR DT200/2004. CNR Committee–Italian National Research Council. Italia (2006).

14. A. Nanni. *North American design guidelines for concrete reinforcement and strengthening using FRP: Principles, applications and unresolved issues.* Construction and Building Materials 17(6–7)(2003) 439–446.

15. V.M. Karbhari, L. Zhao. *Use of composites for 21st century civil infrastructure.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 185 (2–4) (2000) 433–454.

16. A.A. Mufti, B. Bakht, N. Banthia, B. Benmokrane, G. Desgagné, R. Eden, M.-A. Erko, V. Karbhari, J. Kroman, D. Lai, A. Machida, K. Neale, G. Tadros, B. Täljsten. *New Canadian Highway Bridge Design Code design provisions for fibre-reinforced structures.* Canadian Journal of Civil Engineering 34 (3) (2007) 267–283.

17. L.C. Hollaway. *The evolution of and the way forward for advanced polymer composites in the civil infrastructure.* Construction and Building Materials 17 (6–7) (2003) 365–378.

18. S.P. Tastani, S.J. Pantazopoulou. *Detailing procedures for seismic rehabilitation of reinforced concrete members with fiber reinforced polymers.* Engineering Structures 30 (2) (2008) 450–461.

19. A. Nanni, M. S. Norris. *FRP jacketed concrete under flexure and combined flexure-compression.* Construction and Building Materials 9 (5) (1995) 273–281.

20. A. Mirmiran, M. Shahawy, M. Samaan, H.E. Echary, J.C. Mastrapa, O. Pico. *Effect of column parameters on FRP confined concrete.* Journal of Composites for Construction ASCE 2 (4) (1998) 175–185.

21. C.-T. Cheng, J.-C. Yang, Y.-K. Yeh, S.-E. Chen. *Seismic performance of repaired hollow-bridge piers.* Construction and Building Materials 17 (5) (2003) 339–351.

22. G.P. Lignola, A. Prota, G. Manfredi, E. Cosenza. *Experimental performance of RC hollow columns confined with CFRP.* Journal of Composites for Construction ASCE 11 (1) (2007) 42–49.

23. Y. Xiao, H. Wu. *Compressive behavior of concrete confined by carbon fiber composite jackets.* Journal of Materials in Civil Engineering ASCE 12 (2) (2000) 139–146.

24. Parvin A, Wang W. *Behavior of fiber reinforced plastic jacketed concrete columns under eccentric loading.* Journal of Composites for Construction ASCE 5 (3) (2001) 146–152.

25. O. Ozcan, B. Binici, G. Ozcebe. *Improving seismic performance of deficient reinforced concrete columns using carbon fiber-reinforced polymers.* Engineering Structures 30 (6) (2008) 1632–1646.

26. A. Parvin, W. Wang. *Concrete columns confined by fiber composite wraps under combined axial and cyclic lateral loads.* Composite Structures 58 (4) (2002) 539–549.

27. A. Parvin, A.S. Jamwal. *Performance of externally FRP reinforced columns for changes in angle and thickness of the wrap and concrete strength.* Composite Structures 73 (4) (2006) 451–457.

28. A. Mirmiran, K. Zagers, W. Yuan. *Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites.* Finite Elements in Analysis and Design 35 (1) (2000) 79–96.

29. A. Ghobarah, A. Said. Shear *strengthening of beam-column joints.* Engineering Structures 24 (7) (2002) 881–888.

30. A.M. Said, M.L. Nehdi. *Use of FRP for RC frames in seismic zones: Part I. Evaluation of FRP beam-column joint rehabilitation techniques.* Applied Composite Materials 11 (4) (2004) 205–226.

31. P. Granata, A. Parvin. *An experimental study on klevar strengthening of beam-column connections.* Composite Structures 53 (2) (2001) 163–171.

32. A. Ghobarah, T. El-Amoury. *Seismic rehabilitation of deficient exterior concrete frame joints.* Journal of Composites for Construction ASCE 9 (5) (2005) 408–416.

33. T. El-Amoury, A. Ghobarah. *Seismic rehabilitation of beam-column joint using GFRP sheets.* Engineering Structures 24 (11) (2002) 1397–1407.

34. C.P. Antonopoulos, T.C. Triantafillou. *Experimental investigation of FRP-strengthened RC beam-column joints.* Journal of Composites for Construction ASCE 7 (1) (2003) 39–49.

35. Y.A. Al-Salloum, T.H. Almusallam. *Experimental investigation of FRP-strengthened RC beam-column joints.* Journal of Composites for Construction ASCE 11 (6) (2007) 575–589.

36. C.P. Pantelides, Y. Okahashi, L.D. Reaveley. *Seismic rehabilitation of reinforced concrete frame interior beam-column joints with FRP composites.* Journal of Composites for Construction ASCE 12 (4) (2008) 435–445.

37. J. Gergely, C.P. Pantelides, L.D. Reaveley. *Shear strengthening of RCT joints using CFRP composites.* Journal of Composites for Construction ASCE 4 (2) (2000) 56–64.

38. A. Parvin, S. Wu. *Ply angle effect on fiber composite wrapped reinforced concrete beam-column connections under combined axial and cyclic loads.* Composite Structures 82 (4) (2008) 532–538.

39. J. Li, S.L. Bakoss, B. Samali, L. Ye. *Behaviour of concrete beam-column connections reinforced with hybrid FRP sheet.* Composite Structures 57 (1–4) (2002) 357–365.

40. A. Parvin, P. Granata. *Investigation on the effects of fiber composites at concrete joints.* Composites Part B: Engineering 31 (6–7) (2000) 499–509.

41. S. Oller. *Simulación Numérica del Comportamiento Mecánico de los Materiales Compuestos.* Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería-CIMNE. Barcelona, España, 2003.

42. S. Oller, J. Miquel, F. Zalamea. *Composite material behaviour using a homogenization double scale method.* Journal of Engineering Mechanics 131 (1) (2005) 65–79.

43. E. Car, F. Zalamea, S. Oller, J. Miquel, E. Oñate. *Numerical simulation of fiber reinforced composites-Two procedures.* International Journal of Solids and Structures 39 (7) (2002) 1967–1986.

44. X. Martinez. *Micro-mechanical simulation of composite materials using the serial/parallel mixing theory.* Ph.D. thesis. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España (2008).

45. S. Oller, S. Botello, J. Miquel, E. Oñate. *An anisotropic elastoplastic model based on an isotropic formulation.* Engineering Computations 12 (3) (1995) 245–262.

46. E. Car, S. Oller, E. Oñate. *A large strain plasticity for anisotropic materials-composite material application.* International Journal of Plasticity 17 (11) (2001) 1437–1463.

47. E. Car. *Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos.* Ph.D. thesis. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España (2000).

48. F. Rastellini, S. Oller, O. Salomon, E. Oñate. *Composite materials non-linear modelling for long fibre-reinforced laminates: Continuum basis, computational aspects and validations.* International Journal of Computers & Structures 86 (9) (2008) 879–896.

49. X. Martínez, S. Oller, F. Rastellini, A. Barbat. *A numerical procedure simulating RC structures reinforced with FRP using the serial/parallel mixing theory.* Computers and Structures 86 (15–16) (2008) 1604–1618.

50. CIMNE. PLCDYN Manual: *Código termomecánico nolineal de elementos finitos dirigido a estudiantes de PhD.* Universidad Politecnica de Cataluña–UPC. Barcelona, España (1991–2008).

51. M. Molina. *Estudio numérico de la adherencia de los materiales compuestos como refuerzo en estructuras de hormigón armado.* Master en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España (2009).