Modelo de localización optima de jerarquías múltiples en mercados competitivos

Report de recerca Nº 4

Junio 2011

Jorge Cerda Troncoso
jorge.francisco.cerda@upc.edu; jcerdat@gmail.com

Abstract

This paper presents the first stage from a more complex model that introduces a spatial-time variability in the location of the demand. In this stage we constructed a hierarchical competitive location model, based on a maximization of customer's utility. The hierarchical location is a result of the threshold analysis, and is not associated with a sphere dimension. The application is in the well-known Swain´s 55-node network. Results show a significant diminution of the optimal number of retail for different threshold, and stability in the choice of optimal localization. Also the application shows a well-known behavior of the retail excessive.

Keywords: Optimal hierarchical location, threshold, competition, capture.

1. INTRODUCCION

El porqué investigar la problemática de localización en ambientes competitivos, surge de la importancia que actualmente se le asigna al factor localización en las estrategias empresariales de industrias orientadas al consumo masivo (retail). En la práctica actual, se reconoce que la localización es la gran causante o condición para el éxito de los negocios de distribución. La competencia espacial se refiere a las fuerzas que en definitiva actúan sobre los distintos compradores para poder captar las compras para un establecimiento específico.

Los problemas de localización los ha abordado la investigación de operaciones en los modelos de localización óptima en competencia, los que analizan la forma de cómo competir espacialmente por los clientes (*facility location analysis*). Los modelos más importante en esta línea son los conocidos por el nombre de *"modelos de localización-asignación"(location-alocation model).* La óptima localización y asignación se deben determinar en forma simultánea, pues la localización óptima depende de la atracción de consumidores (asignación), la que a su vez también dependen de la localización. Otra decisión que debe tomar la firma es respecto del número de tiendas a localizar en el mercado geográfico (las nuevas tiendas pueden canibalizar a las ya localizadas, disminuyendo sus ventas).

La literatura es abundante cuando se trata de desarrollo y/o aplicación de modelos de localización-asignación. Estos desarrollos se pueden clasificar en cinco tipos básicos de

modelos, los *modelo p-median* (su objetivo es encontrar p localizaciones que minimice la distancia total recorrida en el sistema), el *modelo de cobertura* (el objetivo es identificar localizaciones que proveen acceso potencial, en un radio determinado de viaje), el *modelo p-choice* (similar al modelo p-median, pero la regla de asignación es a través de un modelo de elección discreta, exógeno), el *modelo de preferencias* (incorpora directamente la preferencia de los consumidores a través de técnicas o encuestas de preferencias, exógeno), y el *modelo de concesiones (*estos modelos determinan la mejor combinación entre franquicias y tiendas propias, para maximizar los retornos esperados de ambos tipos de tiendas).

En los modelos presentados, la competencia de servidores sobre una demanda se resuelve en base a la distancia como factor casi único. Las áreas de influencia se conceptualizan como vecindades, las que eventualmente se maximizan, como en el caso de máxima cobertura.

Respecto de la modelación de distintas jerarquías, esta está fuertemente concentrada en dos tipos de modelos tradicionales como son P-median y cobertura (máxima), pero la forma de modelación se enmarca a criterios de distancia de las vecindades, es decir, la mayor jerarquía origina una mayor esfera de influencia. Por lo anterior, la jerarquía no es determinada por el modelo, sino que es predefinida en los parámetros de modelación.

La demanda se considera generalmente en forma estática y localizada en sus residencias, si con un comportamiento diferenciado frente a la competencia (determinístico y estocástico). El entorno competitivo es raramente estático, pues cambia con el comportamiento de los consumidores, los patrones residenciales, y con el comportamiento de los competidores. Los tradicionales modelos de competencia no consideran estos factores, siendo a veces miopes al respecto. La principal línea de desarrollo de modelos en competencia con incertidumbre, se han orientado hacia la reacción del competidor. Una línea mucho menos desarrollada ha sido la consideración de la demanda con incertidumbre espacial o locacional. En esta línea se ha aplicado la técnica de escenarios respecto a modelar sobre distintos patrones de distribución de la demanda. Al respecto, los trabajos más representativos son los de; 1) teoría de juegos a los ingresos al mercado territorial, políticas de localización y probables ingresos para dichas políticas, menor costo esperado [10], 2) set covering options analysis SCOA, Maximal Covering Options Analysis MCOA [7], 3) teoría de juegos en un contexto espacial, estrategia optima de localización, al igual que el *timming* optimo de entrada al mercado [6], 4) MAXCAP [8], y Threshold Capture Model (MAXCAP) con demanda mínima-umbral [9]. En estos trabajos se aprecia una contradicción fuerte entre la importancia e irreversibilidad, dada por los autores, a la decisión de localizarse, versus el tratamiento estático (temporal) que se le da a la demanda. Además se considera la demanda total (suma de todo un período) de la zona, lo que es incorrecto, ya que en un período el servidor puede ser el único que compita (demanda cautiva), pero en el siguiente pueden existir más servidores compitiendo, por lo que su captura se reducirá.

El concepto de escenario, si bien representa esencialmente una variabilidad de la demanda, no ha incorporado explícitamente el enfoque de evolución temporal espacial lógica, solo son experimentos de diferentes distribuciones.

En general para casi la mayoría de los modelos de competencia, la competencia se resuelve en forma indirecta, ya que las vecindades o distancias de corte se definen a priori, a lo que se suma que las variables de asignación son binarias (todo o nada), por lo que la llamada competencia no existe (en el sentido que competir implica capturar parte de la demanda y no asignar toda la demanda).

Dado que la localización es una decisión de largo plazo, de alto costo de transferencia o cambio, los modelos deben ayudar a los planificadores a identificar localizaciones "robustas" en diferentes condiciones urbanas.

2. EL MODELO DESARROLLADO

El problema que aborda la investigación en desarrollo es el incorporar variabilidad temporal y espacial de la demanda, y además incorporar un modelamiento real de la competencia en modelos de localización-asignación para distintas jerarquías de servidores.

En este documento se presenta los resultados de la primera etapa de esta investigación, la que comprende la modelación de competencia y la identificación, a partir del modelo, de distintas jerarquías funcionales de demanda.

2.1 Modelo de localización optima de jerarquías múltiples en competencia, con demanda estática

Luego de un análisis crítico de los modelos de localización disponibles en la literatura, se decidió utilizar la estructura del modelo de localización de franquicias de Balakrishnan y Storbeck [8], ya que plantea una línea de desarrollo interesante respecto de las restricciones de umbral [9]. Además, este modelo tiene la particularidad de ser una generalización del modelo de máxima captura (MAXCAP) desarrollado por Re Velle y Serra [9], modelo que ha tenido una serie interesante de desarrollos posteriores a su construcción.

La filosofía que sustenta al modelo desarrollado se basa en los siguientes puntos:

- Enfoque de captura: los modelos de cobertura generan un área de servicio para cada nodo de demanda, lo que responde principalmente a localización de servicios de emergencia. El enfoque de *captura* consiste en generar una vecindad de captura de demanda en cada localización de servidores (esto no se verifica por ejemplo en el modelo MAXCAP)
- Competencia: en este modelo se re-interpreta la asignación de demanda a servidores, en el sentido de crear una variable de competencia más que de asignación, que dé cuenta de la divisibilidad de la demanda, respecto de la posibilidad de servirse en varios servidores. Este es un enfoque que proponen los modelos P-choice, pero que implementan mal en el momento que utilizan variables binarias [2] [3].
- Utilidad: incorpora parámetros de utilidad de compra (del tipo de los usados en modelos p-choice), con el fin de incorporar otros factores adicionales a la distancia como elementos de elección. Por lo anterior se descarta de plano el concepto de asignación de demanda.

La problemática específica a resolver es encontrar una configuración jerárquica de localizaciones, que maximicen la utilidad total del sistema, considerando criterios de umbral mínimo de demanda para la operación particular de cada servidor, y de competencia como regla de elección.

En base a todo lo anterior, se estructuró y aplicó el modelo que a continuación se presenta.

$$\mathrm{Max}Z = \sum_i \sum_j ai * \alpha ij * Xij \qquad (1)$$

Sujeto a

$$\sum_{i \in I} ai * Xij \geq C * Yj \quad \forall j \in J \qquad (2)$$

$$Xij \leq Yj \quad \forall i \in I, j \in J \qquad (3)$$

$$\sum_{j \in J} Xij = 1 \quad \forall i \in I \qquad (4)$$

$$0 \leq Xij \leq 1 \quad , \quad Yj \in [0,1] \qquad \forall i \in I, \forall j \in J \qquad (5)$$

Donde $i \in I$ set de puntos de demanda, $j \in J$ set de puntos de localización de servidores. Las variables de decisión son de competencia (Xij: proporción de la demanda de i que se sirve en j), y de localización (Yj: 1 si se localiza el servidor en j, 0 en otro caso).

Los parámetros son ai (demanda en el nodo i), dij (distancia del punto de demanda i a la localización en j), C (umbral mínimo de demanda para la factibilidad de un servidor).

El parámetro αij es la utilidad unitaria que logra la demanda i al servirse en j, que representa un factor de competencia comercial. Puede incorporar factores de gusto, moda, preferencia, etc., todas estas variables subjetivas de utilidad. También puede considerar factores locacionales, como por ejemplo la distancia. Para el caso analizado, solo se ha considerado distancias en una estructura inversa de la proporción de costo por distancia, dado por la siguiente relación.

$$\alpha ij = \frac{\sum_k dik}{dij}$$

Respecto de la αij es necesario destacar la bondad de utilizar un factor de utilidad, y no de costo como tradicionalmente se hace. La utilidad, además de incorporar la desutilidad como factor de costo, permite incorporar factores subjetivos como los que se mencionaran anteriormente.

La función objetivo (1) es maximizar la utilidad total del sistema. La restricción (2) es la restricción de umbral que asegura que la demanda a capturar por cada servidor sea mayor que la mínima necesaria para la factibilidad económica del servidor. La restricción (3) asegura que exista asignación solo cuando exista localización. La restricción (4) obliga a que cada demanda sea satisfecha en su totalidad, finalmente la restricción (5) es respecto de los tipos de variables (real y binaria)

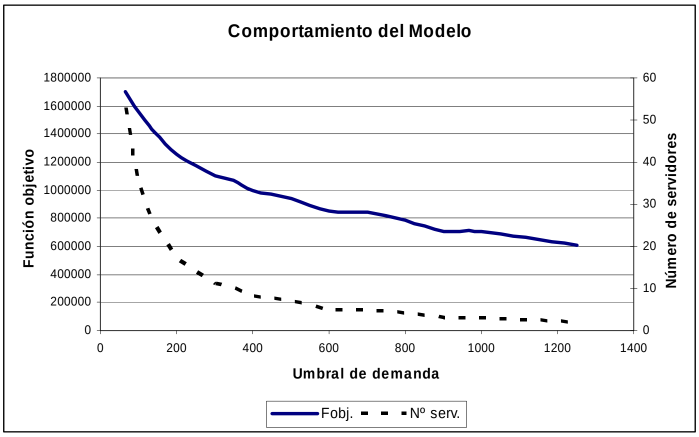
El modelo presentado se implemento en lenguaje ampl para ser resuelto por CPLEX, y fue probado en la clásica red de 55 nodos de Swain, considerando el primer escenario de demanda utilizado en Serra [9]. Para esta red se construyo una matriz de distancias, para posteriormente construir los parámetros de utilidad de servicio.

Luego de verificar que el modelo se resuelve satisfactoriamente en Cplex (utilizando B&B), se procedió a sensibilizar el valor del umbral considerado. Para esto se hizo un análisis estadístico de las 55 demandas, para así elegir distintos valores de umbral a considera. Los criterios para definir los umbrales fueron, primero moverse en los rangos definidos por la media, media+σ, media+2σ, y media+3σ. A partir del último valor se consideraron distintos porcentajes de la demanda total de la red (cuyo valor es 3.554).

Los resultados obtenidos de la aplicación se presentan en la siguiente tabla (Tabla 1) y figura (Fig. 1)

Tabla 1.- Indicadores del comportamiento del modelo

Umbral	Fobj.	Nº serv. mod	Nº serv. teo	Criterio
66	1699950	44	53	X
91	1601304	36	39	X+σ
117	1497256	30	30	X+2σ
142	1409180	24	25	X+3σ
200	1260047	17	17	6%
250	1178678	14	14	7%
300	1104328	11	11	8%
350	1068397	10	10	10%
400	994098	8	8	11%
500	941651	7	7	14%
600	850706	5	5	17%
700	845814	5	5	20%
800	783632	4	4	23%
900	706969	3	3	25%
1000	705509	3	3	28%
1250	605495	2	2	35%



Fuente: Elaboración propia

Fig. 1

En la tabla se presentan los respectivos umbrales considerados, la función objetivo resultante, el número de servidores óptimos obtenidos, y el numero de servidores teóricos (que resultan de dividir la demanda total por el umbral). Lo primero que se aprecia es la lógica disminución de la función objetivo, es decir, la utilidad total disminuye a medida que aumenta el umbral, y por ende disminuyen los servidores. Lo anterior ocurre pues la utilidad está construida en base a distancias. Otro comportamiento que se aprecia es la fuerte caída que sufre el número óptimo de servidores, en relación a la disminución más suave de la función objetivo. Finalmente cabe destacar que para un umbral del 35% de la demanda total se obtienen sólo dos servidores, esto indica un excedente de 15% para cada servidor (% por sobe el umbral). Lo anterior no ocurre para un umbral del 10%, en cuyo caso el excedente es 0.

Para analizar la variabilidad espacial de los resultados, se analiza el valor solo de la variable de localización (Yj), la que se presente en la siguiente tabla. (Tabla 2)

Tabla 2.- Localizaciones opimas para distintas jerarquías de umbral

u16					1																						
u14					1																				1		
u15					1																				1		
u13			1		1																				1		
u11			1	1	1																				1		
u12			1	1	1																				1		
u10					1			1	1			1													1		
u9				1	1			1				1									1				1		
u8				1	1	1		1								1	1				1				1		
u7				1	1	1	1	1								1	1				1				1		
u6		1	1	1	1	1	1						1			1	1	1			1				1		
u5	1	1	1	1		1	1			1	1			1		1	1	1	1	1					1		
u4	1	1	1	1	1	1	1	1		1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				1	1	
u3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	
u2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1
u1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1
ZONA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

u16						1																						2
u14						1																						3
u15						1																						3
u13						1																						4
u11						1																						5
u12						1																						5
u10				1		1																						7
u9				1		1																						8
u8				1		1																						10
u7		1				1																						11
u6					1	1																						14
u5					1	1																						17
u4					1	1										1												24
u3				1	1	1	1		1			1																30
u2	1		1	1	1	1	1	1	1	1		1				1												36
u1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					1	1					44
ZONA	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	TOTAL

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se presentan las zonas o nodos que fueron elegidos como localizaciones óptimas para cada umbral analizado. De la tabla se aprecia que existe convergencia en las zonas que son elegidas en jerarquías mayores, es decir, las zonas óptimas de jerarquías mayores coinciden con ser zonas óptimas en jerarquías menores. Las zonas de jerarquías medias y menores también presentan comportamientos regulares, es decir, no erráticos en su elección.

En general el diagrama muestra regularidad en el comportamiento de los óptimos, desde zonas que nunca son elegidas, hasta zonas que siempre son elegidas.

Finalmente cabe recordar que las localizaciones jerárquicas óptimas son determinadas por el propio problema de optimización, y no en forma predefinida.

3. CONCLUSIONES

El modelo presentado corresponde a la primera parte de un desarrollo mayor que busca incorporar variabilidad espacio-temporal de la demanda.

En este trabajo se logra modelar bajo el concepto de captura y competencia, dejando de lado el tradicional enfoque de asignación de demanda. La variabilidad del umbral determina las localizaciones jerárquicas, las que muestran un comportamiento bastante regular en sus localizaciones óptimas. El numero optimo de servidores obtenidos para los distintos umbrales demuestran el fenómeno de excedentes por sobre umbral que se registra en la fase de introducción en mercados competitivos.

Los siguientes pasos, que están siendo desarrollados en esta investigación, tienen relación con la localización óptima jerárquica en competencia para varios periodos a la vez, con distintas estructuras de distribución de la demanda. En este sentido se están explorado los enfoques MAXMIN (maximizar la mínima utilidad total del sistema, cumpliendo las restricciones de umbral, pero con una variable temporal de localización), la penalización del movimiento (considera la penalización del movimiento de los servidores de un período a otro), programación dinámica con función de recursividad hacia delante, programación con localización constante, y finalmente programación estocástica y/ robusta.

4. REFERENCIAS

[1] V. Albornoz, *Diseño de modelos y algoritmos de optimización robusta y su aplicación a la planificación agregada de la producción,* tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de Chile. 1998.

[2] R. Colome, D. Serra, *Supermarket key attributes and location decisions: a comparative study between british and spanish consumers*, Economic and business working paper N 469, Pompeu Fabra University, Barcelona España, 2001.

[3] R. Colome, R. Lorenco, D. Serra, *A new chance-constrained maximum capture location problem,* Annals of operations research, 122, 2003, pag. 121-139

[4] Z. Drezner, *Facility Location: a survey of aplications and methods*, Springer, 1995.

[5] A. Ghosh, S. Craig, *A location allocation model for facility planning in a competitive environment*, Geographical Analysis, vol 16, Nº 1, 1984, pag. 39-51

[6] A. Ghosh, V. Tibrewala, *Optimal timing and location in competitive markets*, Geographical Analysis, vol 24, Nº 4, 1992, pag. 317-334

[7] D. Schilling, *Strategic facility planning: the analysis of options*, Decision Sciences, vol 13, 1982, pag. 2-14

[8] D. Serra, D. Ratick, C. Re Velle, *The maximum capture problem with uncertainty*, Environment and planning, 1994.

[9] D. Serra, C. Re Velle, K. Rosing, *Surviving in a competitive spatial market: the threshold capture model*, Journal of Regional Science, vol 39, Nº 4, 1999, pag 637-652.

[10] E. Sheppard, *A conceptual framework for dynamic location-allocation analysis*, Environment and Planning A, vol 6, 1974, pag. 547-564

[11] J. Tirole, *La teoría de la organización industrial*, Editorial Ariel, Barcelona, 1990.