



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

TRABAJO FINAL DE GRADO

Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE
CAPTACIÓN DE SEÑALES ELECTROCARDIOGRÁFICAS**



Memòria i Annexos

Autor: Kenneth Palma Carmona
Director: Beatriz F. Giraldo Giraldo
Convocatòria: Junio de 2017

Resum

Si bé algunes tècniques diagnòstiques s'han mantingut inmutables durant molt anys, no ho ha fet així la tecnologia, especialment l'electrònica. L'objectiu d'aquest estudi és el de dissenyar i implementar, emprant tecnologia electrònica actual, un sistema que permet l'enregistrament de senyals electrocardiogràfiques pel seu posterior processat digital. Fent-ho, s'exposen primerament el fonaments físics i la naturalesa electrònica de les senyals pertinents, describint el problema inicialment de manera teòrica per descriure les tècniques de disseny actual que donen resposta a com tractar els fenòmens bioelèctrics.

Mitjançant simulació del sistema dissenyat es valida la seva funcionalitat, transportada a una implementació física del sistema. Els resultats obtinguts demostren la validesa del sistema implementat.

Seguidament s'exposa les tècniques i tecnologies digitals que permeten l'enregistrament de les senyals obtingudes, així com el principis de teoria de la informació que garanteixen la possibilitat de reconstrucció ulterior de la senyal digitalitzada.

Aquest estudi té, doncs, per objectiu, servir de compendi bàsic del fonaments de captació de senyals bioelèctrics, així com el de explorar una possible solució al seu enregistrament.

Resumen

Si bien algunas técnicas diagnósticas se ha mantenido inmutables durante muchos años, no ha ocurrido así con la tecnología, especialmente la electrónica. El objetivo de este estudio es el de diseñar e implementar, empleando tecnología electrónica actual, un sistema que permita el registro de señales electrocardiográficas para su ulterior procesado digital. Así, se exponen primeramente los fundamentos físicos y la naturaleza electrónica de las señales en cuestión, describiendo el problema inicialmente de manera teórica para dar lugar a una descripción de las técnicas de diseño que dar respuesta al tratamiento de los fenómenos bioeléctricos.

Mediante simulación de los sistemas diseñados se valida su funcionalidad, transportándolos a una implementación física. Los resultados obtenidos demuestran la validez del sistema implementado.

Seguidamente se exponen una de las muchas técnicas i tecnologías digitales que permiten el registro de las señales obtenidas, así como los principios de la teoría de la información que garantizan la posibilidad de reconstrucción última de la señal digitalizada.

Este estudio presenta, pues, como objetivo, servir de compendio básico de los fundamentos de captación de señales bioeléctricas, así como el de explorar una posible solución para su registro.

Abstract

While some diagnostic tools have remained unchanged for many years, the same cannot be said of technological advances, especially those of electronic nature. The aim of this study is to design as well as implement, using contemporary technology, a system that allows the acquisition and sampling of electrocardiographic signals for its ulterior digital processing. Thus, the physical fundamentals and electronic nature of the signals of interest are firstly introduced, initially describing the problem from a theoretical frame in order to arrive at a description of the design techniques that give rise to a solution to the treatment of bioelectrical phenomenon.

Through the simulation of the design systems, its functionality is validated, followed by a physical implementation of the system. The results obtained further prove the validity the implemented system.

Next, one of the many digital technologies and techniques, which allows the sampling of this signals, is introduced, along with the theoretical principles of information theory that guarantee the possibility to reconstruct the digitized signal.

This study serves as a brief summary of the basic fundamentals of bioelectrical signal acquisition, offering a plausible solution to the problem it poses.



Agradecimientos

A mis padres, ninguno de los cuales sufrió crisis severas al verme colgar el estetoscopio por un puñado de cables.

A la profesora Giraldo, por su paciencia al lidiar con mi enorme desmotivación a darle formato a este escrito, y por su fe en que llegaría a las conclusiones oportunas sobre éste sin dar demasiadas pistas.



Índex

El següent índex es genera i s'actualitza automàticament amb l'opció "actualitzar campos" que surt quan es prem el botó dret del ratolí a sobre d'ell. Feu que l'índex s'iniciï en una pàgina imparell.

RESUM	I
RESUMEN	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMIENTOS	V
INTRODUCCIÓN	9
1. PREFACIO	10
1.1. Origen del trabajo	10
1.2. – Motivación	10
2. FENÓMENOS BIOELÉCTRICOS CARDÍACOS	11
3. NATURALEZA ELÉCTRICA DE LA SEÑAL, RUIDO, INTERFERENCIAS Y ARTEFACTOS	15
3.1. Fuentes de ruido e interferencia:	17
3.1.1. Ruido de la red eléctrica.....	17
3.1.2. Ruido de Radio Frecuencia.....	17
3.1.3. Offset de los electrodos.....	18
3.1.4. Fuentes de interferencia	19
4. DISEÑO DEL SISTEMA ANALÓGICO DE CAPTACIÓN DE LA SEÑAL	20
4.1. Consideraciones técnicas.....	20
4.2. Diseño filtros RFI	26
4.2.1. Filtro diferencial:.....	26
4.2.2. Filtro modo común:.....	27
4.3. Diseño del Right-Leg Drive.....	28
5. SIMULACIÓN, MONTAJE Y RESULTADOS.	40
5.1. Simulación	40
5.2. Montaje.....	43
5.2.1. Etapa de potencia.....	44
5.2.2. Etapa analógica.....	44

5.2.3. Etapa Digital	46
5.3. Resultados.....	49
6. DISEÑO DIGITAL _____	52
6.1. Uso de un CI de memoria MX29F040	52
6.1.1. Algoritmos de escritura.....	55
6.1.2. Algoritmo de lectura	57
6.1.3. Algoritmo de Borrado	57
6.1.4. Algoritmo del uP	58
7. LIMITACIONES _____	63
7.1. Limitaciones del sistema analógico:.....	63
7.2. Limitaciones del sistema digital:.....	64
CONCLUSIONES _____	66
PRESUPUESTO Y/O ANÁLISIS ECONÓMICO _____	68
IMPACTO MEDIOAMBIENTAL _____	70
BIBLIOGRAPHY _____	72
ANEXO I: SOBRE LOS ELECTRODOS DE BIOPOTENCIALES _____	75
ANEXO II: CÓDIGO DE ARDUINO Y MATLAB _____	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.
ANEXO III: FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL TEOREMA DE NYQUIST-SHANNON _____	77

Introducción

Las enfermedades cardiovasculares representan la primera causa de mortalidad en países desarrollados. Es por ello que las técnicas diagnósticas de enfermedades cardíacas siguen siendo una necesidad insalvable. El estudio de los fenómenos bioeléctricos iniciado por Galvani, y cómo estos parecían regir la contracción muscular de manera interna, estableció las bases para la elucidación de los fundamentos biológicos y físicos de estos fenómenos y la resolución del problema del volumen conductor. En última instancia, fue la creación por parte de Einthoven de un dispositivo capaz de registrar estos fenómenos eléctricos con adecuada resolución y todos sus estudios posteriores la que le supuso la formación de un estándar clínico que permitiera inferir diagnósticos a partir de estos registros. Esta técnica diagnóstica conocida como electrocardiografía sigue siendo considerada el *gold-standard* no invasivo de primera aproximación de los diagnósticos de trastornos estructurales, vasculares o de conducción cardíaca, y a día de hoy aún le debe la nomenclatura de sus señales a Einthoven.

Pese a la atemporalidad del diagnóstico por ECG, la tecnología eléctrica y electrónica ha sufrido extensos e intensos cambios en los últimos 100 años. Este estudio pretende ser una primera aproximación teórico-práctica a los actuales sistemas electrocardiográficos.

1. Prefacio

1.1. Origen del trabajo

Este estudio pretende ser un breve resumen de los fundamentos fisiológicos, físicos y electrónicos contemporáneos que comprenden un sistema de adquisición de señales electrocardiográficas, culminando en un diseño capaz de cumplir esta función. Se pretende, de esta manera, generar una guía informada sobre los elementos principales que rigen el funcionamiento de un sistema de adquisición de señales bioeléctricas, en específica las cardíacas.

1.2. – Motivación

El aprendizaje autónomo de la caracterización, comprensión e implementación de un proyecto ingenieril multidisciplinar, así como la formulación de una base teórica que permita ser empleada con posteridad para el desarrollo de proyectos similares son los principales motivadores de este estudio.

Este estudio pretende, a su vez, pavimentar las bases de un proyecto de mayor complejidad, con funciones inalámbricas y potencial diagnóstico.

2. Fenómenos Bioeléctricos Cardíacos

La funcionalidad cardíaca como bomba queda determinada por la las células musculares cardíacas, así como la configuración estructural de sus cavidades y la presencia de válvulas unidireccionales que restringen la direccionalidad del flujo sanguíneo.

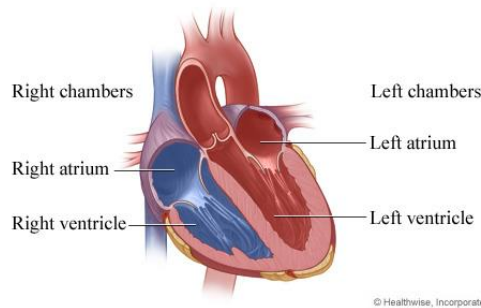


Fig. 2.1: Ilustración que muestra un corte coronal del corazón, pudiendo apreciarse las cuatro cavidades cardíacas. Atrium → aurícula.

Las células musculares cardíacas se diferencian del resto de células musculares estriadas, en lo que a la generación de biopotenciales se refiere, por la periodicidad con la que modifican su potencial transmembrana con independencia de estímulos externos. Esto es, en las células musculares estriadas no cardíacas, un estímulo externo (en forma de señal química) es requerido para iniciar la depolarización transmembrana que posteriormente conduce a la contracción muscular. Sin embargo, la composición proteica de la pared celular de las células musculares cardíacas garantiza un flujo iónico constante a través de la membrana celular al inicio de cada ciclo de contracción, lo que da lugar a una contracción espontánea y a una señal periódica. Desde un punto de vista electrónico, se podría afirmar que las células cardíacas presentan un comportamiento similar al de un multivibrador a estable (en el sentido de contracción espontánea periódica), mientras que la musculatura del aparato locomotor presenta un comportamiento similar al de un multivibrador monoestable. La traza en el tiempo de las señales eléctricas resultantes de este comportamiento periódico es lo que se entiende como electrocardiograma (fig 2.2)

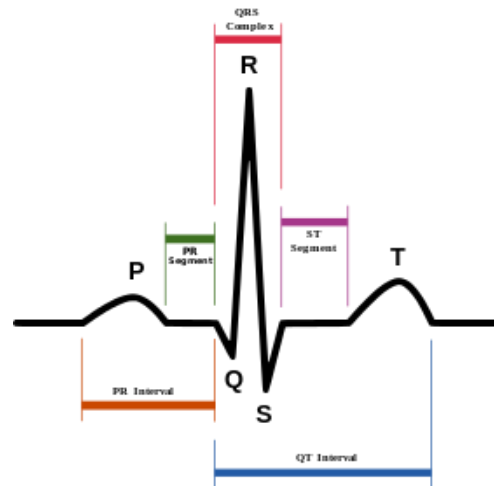


Fig. 2.2: Representación de un periodo de una señal electrocardiográfica tipo. Los nombres de los diferentes elementos de la señal (P,Q,R,S,T), así como los intervalos entre ellos tienen significación clínica que sale del alcance de este estudio.

La aparición de potenciales eléctricos en el interior y superficie de los tejidos biológicos puede representarse con buenos resultados empíricos a través del modelo de volumen conductor con fuente de carga no conservativa (flujo de carga impreso). El espectro frecuencial de las señales de interés se localiza principalmente entre los 0,1 y los 150 Hz. Así mismo, la debilidad de los fenómenos magnéticos de campo cercano y los tiempos de relajación del sistema permiten modelar los fenómenos bioeléctricos a estudio como cuasi-estáticos. Las propiedades capacitivas de los tejidos biológicos se hacen únicamente patentes a frecuencias superiores a los varios kHz.

Entendiendo el flujo de iones a través de la membrana como un flujo de cargas generado por la conversión de energía química en movimiento de cargas (a través de los cambios conformacionales en las proteínas transmembrana por la adición de grupos fosfato), se dispone de una serie de células actuando como fuentes de densidad de corriente \vec{J}_i inyectando iones en el interior de un volumen con ciertas propiedades resistivas. La inyección de carga en el espacio extracelular genera un campo eléctrico \vec{E} . Asumiendo isotropismo y extensión infinita del volumen conductor, dicho campo eléctrico generará una densidad de corriente $\sigma\vec{E}$, donde σ es constante para todo el volumen. De modo que en el interior del volumen conductor se dispondrá de una densidad de corriente total:

$$\vec{J} = \vec{J}_i + \sigma\vec{E} \quad (2.1)$$

Sabiendo que el modelo puede aproximarse a condiciones cuasi-estáticas, se tiene:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

Sabiendo, a su vez, que el campo eléctrico puede representarse como el gradiente negativo de un potencial escalar:

$$\nabla \cdot \vec{J}_l = -\sigma(\nabla \cdot \vec{E}) = \sigma \nabla^2 \varphi \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 \varphi = \left(\frac{1}{\sigma}\right) \nabla \cdot \vec{J}_l \quad (2.4)$$

De esta manera se establece, a través de la ecuación de Poisson, una relación entre el flujo de densidad de fuentes de carga y la distribución de potencial eléctrico en el volumen conductor.

La solución a esta ecuación es de la forma (2.5) para el caso de un volumen conductor de extensión infinita con isotropismo:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\sigma} \int_V \vec{J}_l \cdot \nabla\left(\frac{1}{r}\right) dv \quad (2.5)$$

Donde J_l representa la distribución volumétrica de las fuentes de flujo de carga. Suponiendo una distribución exclusivamente puntual del total de las fuentes, podría representarse esta ecuación de la siguiente forma:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\sigma} * \vec{J}_{tot} \cdot \nabla\left(\frac{1}{r}\right) \quad (2.6)$$

Resultando, en una aproximación de primer orden en:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\sigma} * \frac{\vec{J}_{tot} \cdot \hat{r}}{r^2} \quad (2.7)$$

Vemos que si J_{tot} fuera sustituido por $p = q \cdot d$, nos encontraríamos frente a la ecuación que describe la distribución de potencial eléctrico generado por un dipolo eléctrico.

De modo que 2.5 describe como el potencial eléctrico en cada instante quedaría determinado por la distribución volumétrica de densidad dipolar (J_i), donde cualquier fuente de flujo de carga quedaría contrarrestada por una un sink de flujo de carga de igual magnitud pero signo contrario localizado a una distancia infinitesimal (al menos, en el caso práctico, comparado con el volumen conductor total). Esto es, cualquier carga introducida en el volumen conductor por la despolarización celular es reabsorbida ulteriormente por otra célula localizada a una ínfima distancia (fig 2.3). Este fenómeno es el responsable, dadas las propiedades resistivas del medio al que se inyecta la carga, de la generación de los biopotenciales que pueden ser captados con la instrumentación adecuada.

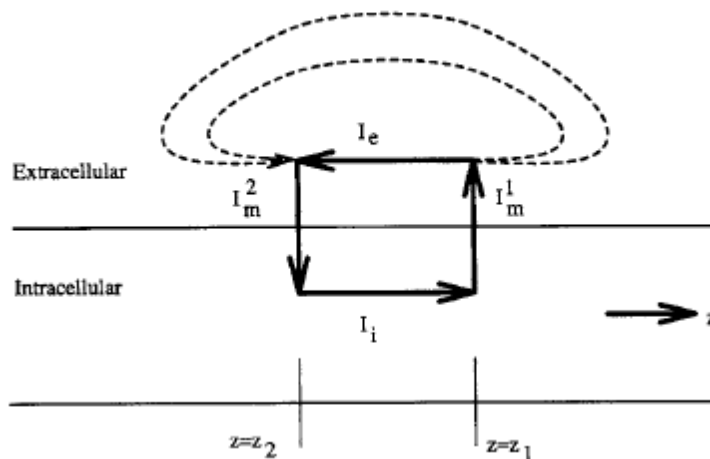


Fig 2.3: Representación esquemática del flujo de cargas intra- (I_i) , extra- I_e y transcelular (I_m^1 e I_m^2). Las corrientes de retorno que se extienden infinitamente en el modelo del volumen conductor están representadas como líneas punteadas.

3. Naturaleza Eléctrica de la Señal, Ruido, Interferencias y Artefactos

Si la distribución volumétrica de dipolos de flujos de corriente fuera uniforme, el volumen conductor simétrico y sus propiedades realmente isotrópicas, debiera esperarse una distribución equipotencial en la superficie del volumen conductor. Sin embargo, dadas las irregularidades geométricas del volumen conductor englobado por la superficie cutánea, así como la anisotropía de las propiedades conductoras de las diferentes subregiones en las que pueden dividirse el medio corporal interno, es de esperar, y así sucede, una diferencia de potencial entre distintos puntos de la superficie corporal.

Se ha de tener en cuenta que, dado que la superficie corporal no está referenciada a ningún ground en particular, los potenciales de cualquier tipo generados por fenómenos fisiológicos (depolarización cardíaca, musculatura estriada o depolarización neuronal) son esencialmente flotantes. Este hecho obliga a definir todas estas señales como diferenciales.

Esta diferencia de potencial, en este caso, es lo que se conoce como señal electrocardiográfica.

$$V_{ECG} = V_{ECG1} - V_{ECG2} \quad (3.1)$$

Dadas las condiciones cuasi-estáticas, el potencial en la superficie cutánea está representado por un campo conservativo, donde:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (3.2)$$

Einthoven estableció las primeras relaciones entre derivaciones electrocardiográficas. El triángulo de Einthoven, hoy todavía en uso, está formado por diferencias de potencial entre tres extremidades: el brazo derecho, el brazo izquierdo y la pierna izquierda (terminales RA, LA y LL, respectivamente, correspondientes a la nomenclatura anglosajona). Con estos tres puntos, Einthoven definió tres señales electrocardiográficas: I, II y III. Considerando la mayor ocupación del corazón en el hemi-cuerpo izquierdo, definió los terminales izquierdos como

positivos y el terminal derecho como negativo. De este modo, definió las tres señales de la siguiente forma (ver Fig. 3.1):

- $I = V_{Ia} - V_{ra}$
- $II = V_{II} - V_{ra}$
- $III = V_{II} - V_{Ia}$

Einthoven propuso también la conocida en electrocardiografía como ley de Einthoven, la cual afirma que $I + II + III = 0$. Sin embargo, la ley de Einthoven no es más que el equivalente a la ley de Kirschhoff del voltaje, ambas derivaciones de las leyes de Maxwell para un caso electrostático. Distintas combinaciones de las derivaciones de Einthoven y las conocidas como derivaciones precordiales establecen el clásico ECG de 12 derivaciones.

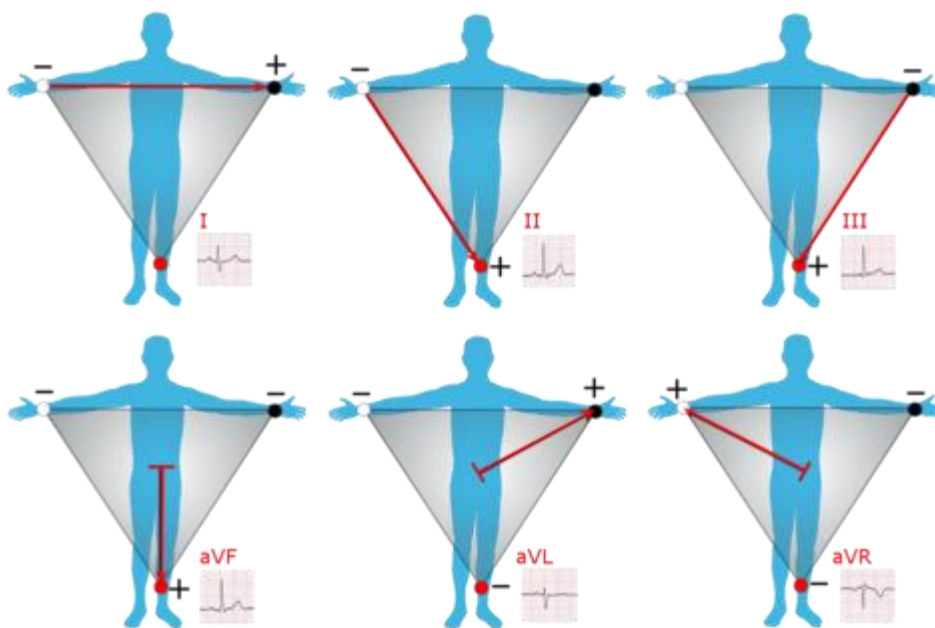


Fig. 3.1: Derivaciones de Einthoven (arriba) y de Vector aumentado (abajo). Las derivaciones de vector aumentado son combinaciones lineales de las derivaciones de Einthoven.

3.1. Fuentes de ruido e interferencia:

3.1.1. Ruido de la red eléctrica

En la vecindad de cualquier instalación de baja tensión, los medios conductores actúan como antena transmisora de ondas electromagnéticas de 50/60 Hz de frecuencia. El cuerpo humano, por otra parte, actúa como antena receptora, produciéndose un acoplo capacitivo de estas ondas, que se distribuyen sobre toda la superficie corporal.

De manera que, por superposición:

$$V_{ECG} = (V_{ECG1} + v_{50Hz}) - (V_{ECG2} + v_{50Hz}) \quad (3.3)$$

Idealmente, el ruido de la red eléctrica acoplado a la superficie corporal quedaría cancelado al sustraerse mutuamente, quedando en exclusividad la señal electrocardiográfica. Sin embargo, por razones que se explicarán más abajo, la cancelación no es completa y deben tomarse medidas complementarias para obtener una señal exenta de ruido proveniente de la red eléctrica.

3.1.2. Ruido de Radio Frecuencia.

El auge en las tecnologías de telecomunicación, sistemas conmutados y cualquier equipo electrónico que presente algún tipo de oscilación implica la presencia ambiental de ondas electromagnéticas de amplio espectro frecuencial. Las interferencias electromagnéticas (IEM) de mayor interés son aquellas de alta frecuencia, capaces de acoplarse inductivamente en la malla que se forma entre el cuerpo humano, los cables de captación y el amplificador diferencial o de instrumentación utilizado (Fig. 3.2).

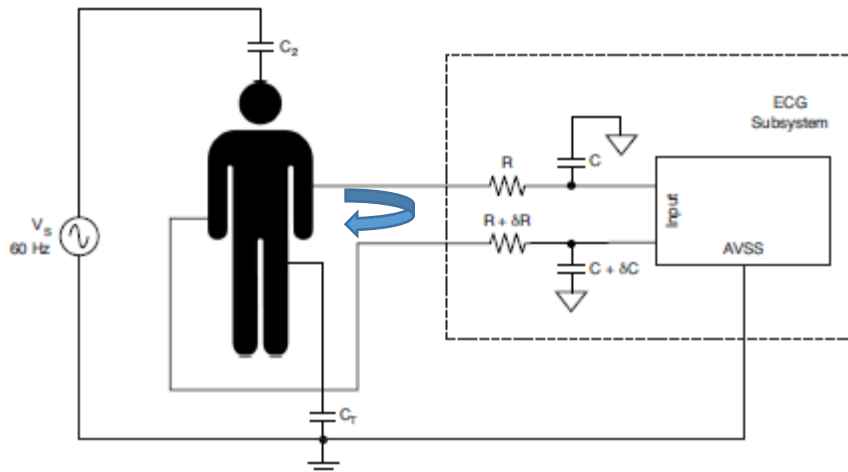


Fig. 3.2: Modelo del sistema de captación con acople de red eléctrica. La malla formada entre el cuerpo y el subsistema de captación es sensible a ondas de alta frecuencia por inducción magnética.

3.1.3. Offset de los electrodos

Los electrodos de biopotenciales basados en interfaz electrolito-electrodo suelen presentar por su naturaleza intrínseca un voltaje constante entre sus terminales (para un desarrollo teórico más extenso sobre el funcionamiento de los electrodos véase Anexo I). Esta diferencia de potencial, también llamada offset, ya que cambia el punto de trabajo de la línea a la que el electrodo se acopla, no es en sí un ruido o una interferencia, en cuanto no altera la señal a medir. Sin embargo, limita la ganancia máxima utilizable de los sistemas de amplificación. En la figura 3.3 pueden apreciarse los niveles de tensión de las distintas señales mencionadas referenciadas a un ground común, así como una comparativa entre sus magnitudes. Considerando una diferencia de dos órdenes de magnitud entre el offset de los electrodos y las señales electrocardiográficas, el uso de altas ganancias puede llevar a la rápida saturación de los amplificadores utilizados. Este hecho cobra especialmente importancia si se tiene en cuenta que la aparición de offset en los electrodos no es predecible o consistente ni tan siquiera entre elementos de un mismo fabricante, por lo que medidas orientadas a su supresión producirían resultados inversos en tantos otros casos.

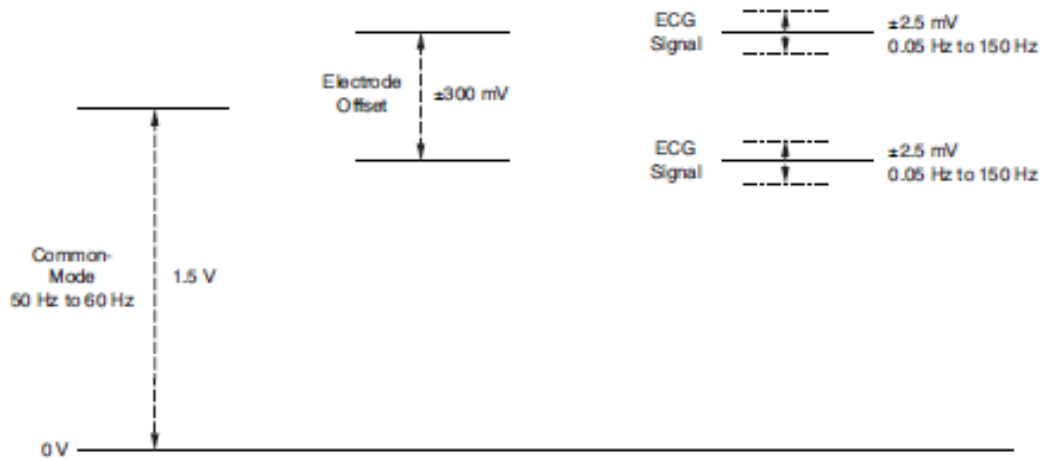


Fig. 3.3: Niveles de offset de los distintos tipos de señales presentes en una medida típica electrocardiográfica

3.1.4. Fuentes de interferencia

En cuanto a señales acopladas provenientes del mismo sistema fisiológico, cabe destacar la generación de biopotenciales derivada de la actividad muscular estriada. Si bien existen diferentes técnicas y filtros para la sustracción de dichos artefactos, su exposición y uso quedan fuera del alcance de este estudio.

4. Diseño del sistema analógico de captación de la señal

4.1. Consideraciones técnicas

Dada la naturaleza diferencial de la señal electrocardiográfica, su adquisición, en la versión más simplificada, responde a un sistema de par diferencial representado por el cuadripolo de la figura 4.1:

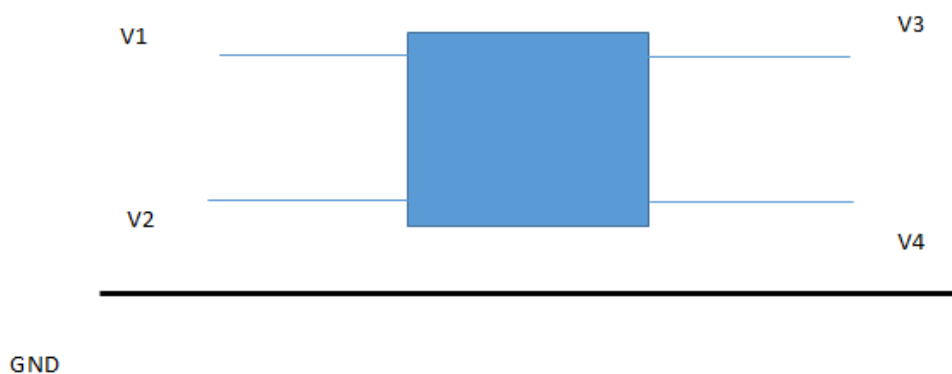


Fig. 4.1: Cuadripolo representativo de un Amplificador de Instrumentación

Donde V1 y V2 representan sendas entradas, V3 el terminal de salida y V4 el terminal de referencia. La caja negra representa el sistema de amplificación. Referenciando todas las señales a un ground común se establecen las siguientes relaciones.

- $V_{com} = (V1 + V2) / 2$ (4.1)
- $V1 - V2 = V_{dif} = V_{ecg}$ (4.2)
- $V1 = V_{com} + V_{dif} / 2$ (4.3)
- $V2 = v_{com} - v_{dif} / 2$ (4.4)
- $V3 = K * (V1 - V2) + V_{ref}$ (idealmente) (4.5)
- $V4 = V_{ref}$ (4.6)

El voltaje común sirve como punto de trabajo del sistema, especialmente en los sistemas digitales que emplean pares diferenciales complementarios para la transmisión de señales (como es el caso de algunas líneas de clock). Sin embargo, en los sistemas de adquisición electrocardiográficos, a no ser que se empleen métodos de realimentación (como se detallará en apartados subsiguientes), el punto de trabajo queda establecido por el offset de los electrodos y es, por lo tanto, eminentemente incierto.

Un modelo representativo de un sistema de adquisición de estas características puede observarse en la figura 4.2

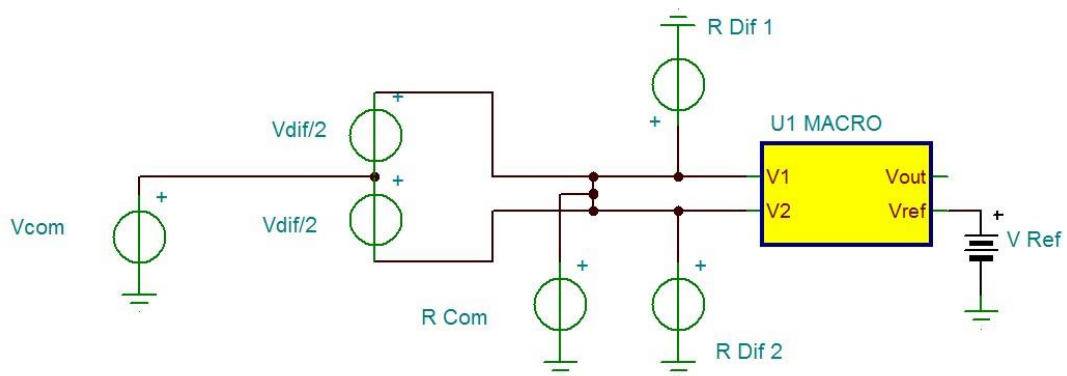


Fig. 4.2: Modelo completo de un sistema de señal diferencial. **Vcom**: Voltaje Común; **Vdif**: Voltaje diferencial, **R Com**: Ruido Común; **R Dif**: Ruido Diferencial.

Donde R Com y R Dif 1 y 2 representan potenciales fuentes de ruido común y diferencial respectivamente y la caja negra corresponde a un amplificador diferencial o, típicamente, un amplificador de instrumentación.

La naturaleza de las señales de diferenciales y los elementos amplificadores hacen que estos sistemas sean particularmente inmunes a ruido común; esto es, a señales externas presentes al mismo tiempo en ambas líneas de transmisión. Por esta razón son muy empleados en transmisión de señales a largas distancias, en las que las líneas de transmisión se distribuyen de manera contigua para garantizar la captación de ruido de igual manera, evitando la aparición de ruido diferencial. En muchos casos, la substracción de señales comunes realizada por los elementos amplificadores es suficiente. Sin embargo, varios factores entran en juego en la adquisición de señales electrocardiográficas, haciendo que un sistema como el de la figura 4.2 resulte insuficiente:

- Discordancias entre los parámetros de etapas simétricas de amplificadores operacionales:

La figura 4.3 muestra la etapa de entrada de un amplificador operacional genérico. Es, en principio, una etapa simétrica. Sin embargo, la diferencia de impedancias generará dos corrientes distintas en cada una de las ramas, produciendo dos voltajes distintos pese a estar forzados, los transistores, por una señal común.

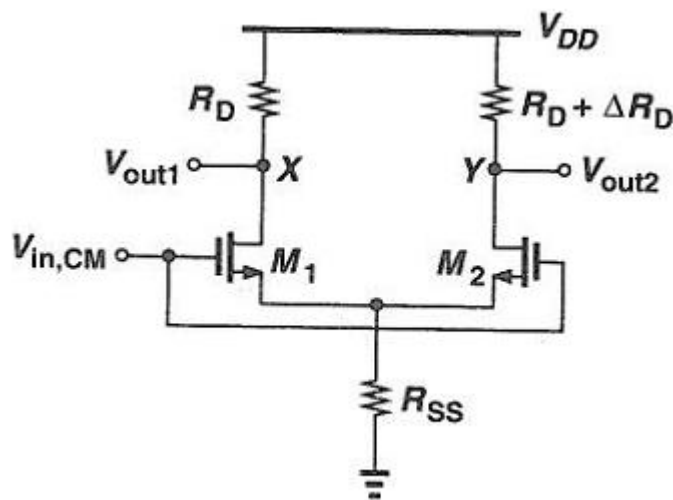


Fig. 4.3: Etapa de entrada de un Op Amp. Diferencias en los valores de parámetros interno (ΔR_D) pueden convertir una señal común en diferencial.

Este hecho se extiende más allá de las discordancias entre impedancias. Cualquier etapa simétrica de un sistema de amplificación que presente valores asimétricos en cualquiera de sus parámetros (sea la transconductancia de los FET, capacitancias parásitas o diseñadas...) convertirá parte de una señal común en una señal diferencial no deseada.

Es por esta razón que todos los amplificadores operacionales (diferenciales o no) presentan un CMRR finito.

- Discordancias entre impedancias de las líneas de transmisión:

Otra de las limitaciones que presentan los front-end analógicos de sistemas de captación de ECG. Principalmente limita el uso de capacitadores de desacoplo para la eliminación del

offset introducido por los electrodos, así como determina la aparición y amplificación del ruido de la línea eléctrica.

En la figura 4.4 puede observarse el modelo anteriormente mostrado, con las impedancias equivalentes de las líneas de transmisión. En el caso de que estas impedancias no sean exactamente iguales, es evidente que la salida de cada uno de los filtros pasabajos del sistema presentará un valor distinto para una misma entrada, generándose una señal diferencial previa llegada al elemento amplificador, quedando esta señal superpuesta e igualmente amplificada a la señal deseada.

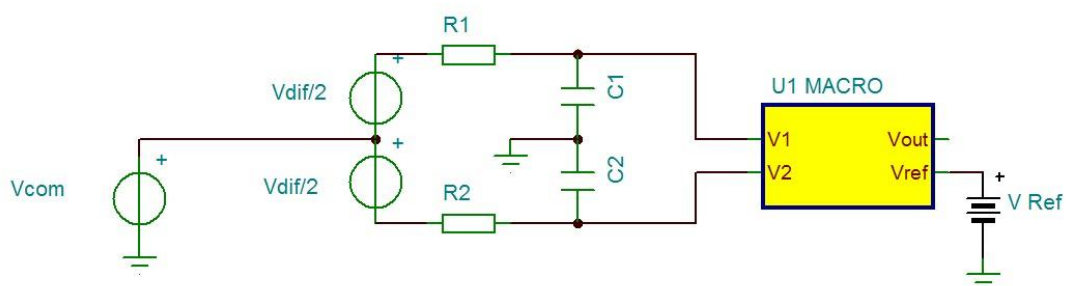


Fig. 4.4: Modelo de un Front-End analógico. Las resistencias R1 y R2, así como las capacitancias C1 y C2 representan las impedancias equivalentes de las líneas de transmisión.

Para estos casos:

$$CMRR_{db} \cong 20 \log_{10} \frac{1}{2\pi f R_{dm} C_{cm}} \quad (4.7)$$

Donde:

$$R_{dm} = |R_1 - R_2| \quad (4.8)$$

$$C_{cm} = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \quad (4.9)$$

Estas impedancias equivalentes se refieren tanto a las proporcionadas por las líneas de transmisión como a las impedancias de los filtros RFI situados en las líneas.

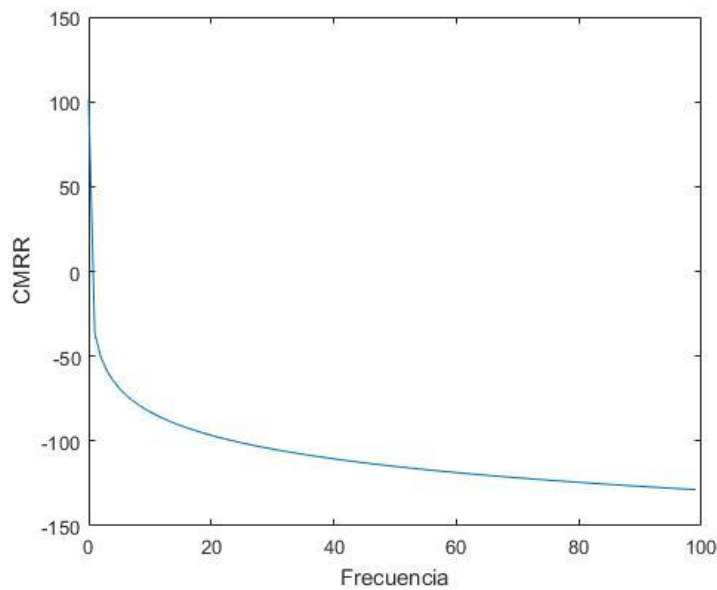


Fig. 4.5: CMRR vs frecuencia de un sistema de transmisión diferencial con $R_d=C_{cm}=1$.

En la figura 4.5 puede observarse la función del $CMRR_{db}$ para $R_{dm} \cdot C_{cm} = 1$ s. Cualquier valor de $r_{dm} \cdot C_{cm} < 1$ (valor realmente esperado) desplazaría la función verticalmente hacia arriba. Por otra parte, el límite inferior de la función es, en realidad, el CMRR proporcionado por el amplificador operacional.

Dado que el espectro frecuencial del ECG se sitúa principalmente entre los 0.01 y 20 Hz, cualquier señal de baja frecuencia distorsionaría la señal electrocardiográfica. Esta es la principal razón por la que se suele implementar un diseño exento de capacitadores de desacoplo con resistencias pull-up que determinen el punto de trabajo de las líneas. Su uso, como puede apreciarse en la figura 4.6, incrementaría los valores dispares de impedancias de la línea, favoreciendo aún más la conversión de señales comunes en diferenciales.

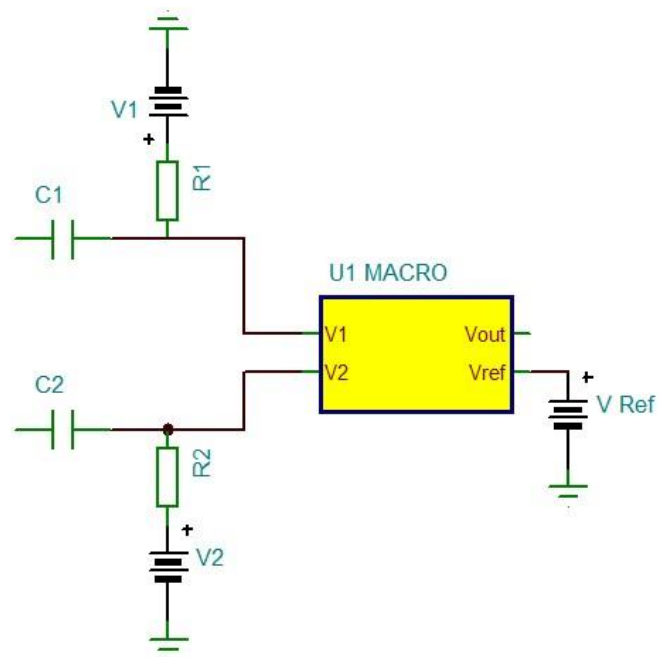


Fig. 4.6: El uso de condensadores de desacoplo elimina el offset introducido por los electrodos, permitiendo aumentar la ganancia de la etapa amplificadora. Sin embargo, su uso sensibiliza al sistema frente a fuentes de ruido de baja frecuencia.

Por otra parte, a pesar del aparente buen funcionamiento del rechazo de ruido común a frecuencias más altas, las diferencias de impedancias de línea de transmisión convierten parte del ruido común proveniente de la red eléctrica en ruido diferencial, que es amplificado.

Las limitaciones tecnológicas de fabricación no permiten eliminar las asimetrías de los parámetros que conforman los IA o las tolerancias de las impedancias de línea de transmisión. Existen por ello varias técnicas empleadas en la sustracción de este tipo de ruido.

La utilización de filtros rechaza-banda a la salida de la etapa amplificadora es una práctica común hoy en día, aunque cada vez más se opta por la implementación de filtros digitales. Es importante denotar que la utilización de cualquier elemento de sustracción de la franja frecuencial centrada en 50/60 Hz distorsiona la propia señal electrocardiográfica, que también contiene armónicos de interés a dichas frecuencias.

Otra técnica común, especialmente en ambientes hospitalarios, es la realimentación del ruido común sobre la superficie corporal vía un electrodo de entrada. Esta es la opción principalmente explorada en este diseño. Previamente se detalla el diseño de los filtros de RFI del front-end.

4.2. Diseño filtros RFI

4.2.1. Filtro diferencial:

Frecuencia de corte $> 10 \cdot (\text{frecuencia máxima ecg})$ para evitar distorsión de la señal. Aunque la mayoría de textos establecen que la señal electrocardiográfica se encuentra dentro del espectro de los 0.1 – 150 Hz, se escoge un límite superior de 200 Hz para disponer de un margen de seguridad. La frecuencia de corte del filtro diferencial deberá ser, por lo tanto, como mínimo, de 2000 Hz.

Si bien el filtro es, en su totalidad, no-lineal, suele simplificarse su diseño considerando únicamente la capacitancia diferencial, ignorando los capacitadores que forman los filtros pasa-bajos de ruido en modo común. De esta manera queda únicamente una malla formada por 4 resistencias de igual valor y un capacitor (Fig. 4.7).

Las resistencias conectadas en serie a la superficie corporal deben sumar un mínimo de 100 k Ω para evitar corrientes superiores a 50 μ A RMS, según establece la AAMI. En este caso se ha escogido un valor total de 120 k Ω entre otras razones por la simplicidad ulterior de los valores de los componentes.

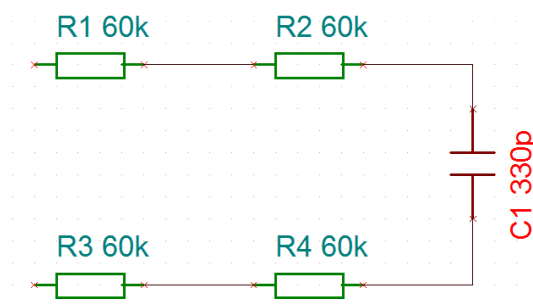


Fig. 4.7: Filtro diferencial

$$f_o = \frac{1}{2\pi(R_{tot} \cdot C)} \quad (4.10)$$

$$C = \frac{1}{f_o 2\pi R_{tot}} \quad (4.11)$$

Obteniéndose un valor de capacitancia de 330 pF

4.2.2. Filtro modo común:

La separación de las resistencias en dos de valor de 60 kΩ en lugar de una única de valor doble se realiza para posibilitar la implementación de un filtro pasa bajos de modo común de doble orden. La frecuencia de corte de este filtro se establece, generalmente, un orden de magnitud por encima de la frecuencia de corte del filtro diferencial para evitar que, en el caso de impedancias desiguales, se conviertan las IEM de modo común en una señal diferencial. De esta manera, la frecuencia de corte del filtro de modo común deberá ser, como mínimo, superior a 20 kHz.

Dado que las resistencias y capacitadores son de igual valor entre ellas, la frecuencia de corte de un filtro pasa bajos de segundo orden con la topología mostrada en la figura 4.8 es:

$$f_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad (4.12)$$

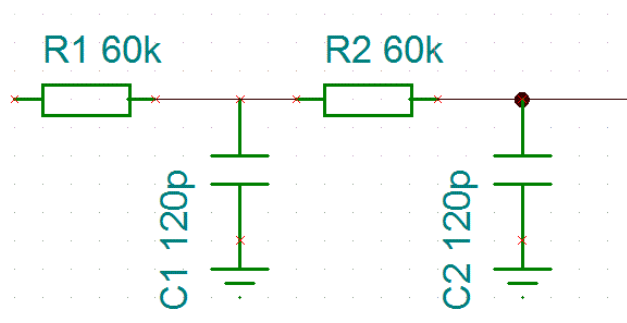


Fig. 4.8: Filtro de modo común de orden dos.

Con un valor de resistencia de 60 kΩ y capacitadores de 120 pF se consigue una frecuencia de corte de 22 kHz.

El esquemático del front-end analógico queda, a estas alturas, tal que así (fig. 4.9):

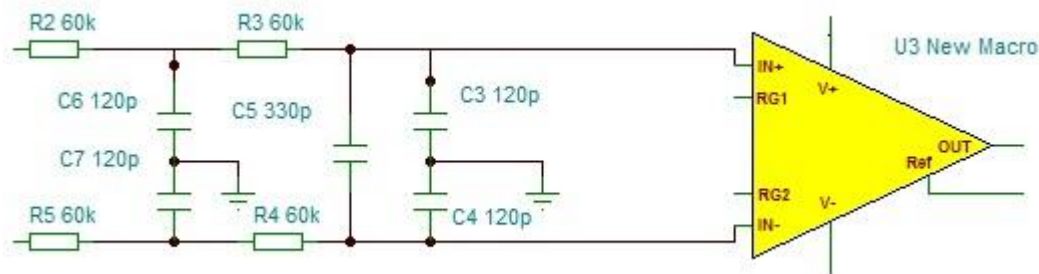


Fig. 4.9: Esquema de un front-end analógico tipo, con los filtros diseñados implementados.

4.3. Diseño del Right-Leg Drive

Partiendo del esquema de un amplificador de instrumentación de ganancia programable como el de la figura 4.10, puede escogerse un nodo del circuito que contenga exclusivamente el componente común de la señal. Volviendo a las ecuaciones 4.1, 4.2, 4.3 (definiciones al principio del capítulo de diseño), y por el principio de superposición vemos como:

$$V_1 * \frac{R}{R + R} + V_2 * \frac{R}{R + R} = \frac{1}{2} (V_1 + V_2) \quad (4.13)$$

Que es, por definición, el voltaje común de la señal. Utilizando dos resistencias de igual valor colocadas en serie a modo de Rgain puede tirarse una línea de transmisión para ser utilizada como entrada de una etapa amplificadora inversora dirigida hacia la superficie corporal (figura 4.10).

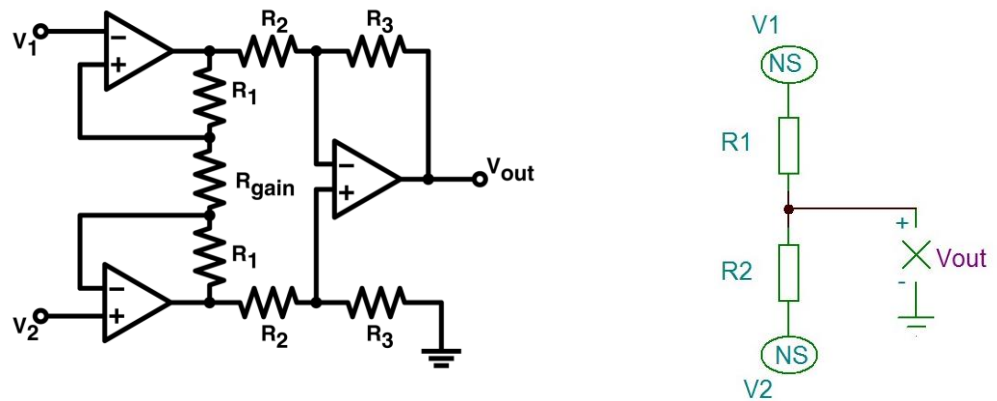


Fig. 4.10: Topología de un Amplificador de Instrumentación tipo (izquierda). Representación del nodo de voltaje común (Derecha). $R_1+R_2= R_{gain}$

Donde $R_1=R_2$ y $R_{gain}=2 \cdot R_1$.

El principal problema del diseño de la etapa amplificadora de la realimentación radica en la estabilidad de la totalidad del sistema. Sin alterar la etapa de entrada, se ha de realizar un diseño tal que permita reducir el ruido común sin generar oscilaciones a la salida. De cualquier texto básico de control, obtenemos el siguiente modelo de un sistema con realimentación negativa (véase figura 4.11):

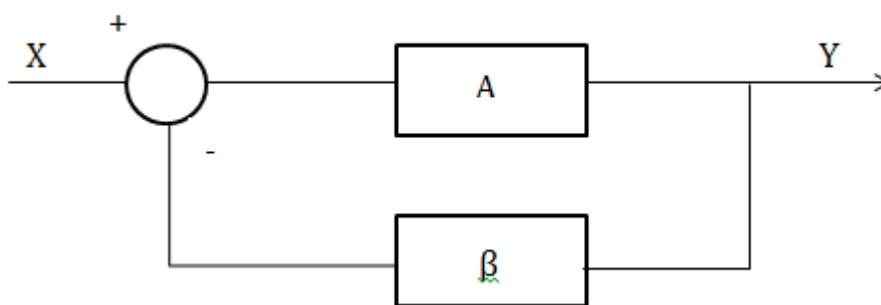


Fig. 4.11: Diagrama de bloques de un sistema dinámico realimentado.

Donde se contempla un análisis en el dominio de la frecuencia. Sabiendo que A y β son las funciones propias de la planta y el sistema de realimentación, respectivamente, vemos que la función de transferencia:

$$TF(\omega j) = \frac{Y(\omega j)}{X(\omega j)} = \frac{A(\omega j)}{1 + A(\omega j) * \beta(\omega j)} \quad (4.14)$$

Para determinar la estabilidad del sistema sería suficiente con establecer la solución de la ecuación característica $|1 + A(\omega j) * \beta(\omega j)| = 0$. Sin embargo, esto no resulta viable dada la complejidad del sistema y el desconocimiento exacto de las ganancias a lazo abierto de los distintos amplificadores operacionales empleados.

Para abordar este problema se recurre, de entrada, al criterio más laxo dentro del análisis de la estabilidad de un sistema en el dominio de la frecuencia. Esto es, si definimos $T(\omega j) = A(\omega j) * \beta(\omega j)$, que a la frecuencia de paso por la línea de 0 dB de la ganancia a lazo abierto, la fase sea superior -180° . Lo cual no deja de ser un caso particular del criterio de Nyquist para un sistema de fase mínima.

$$\angle T(\omega j) > -180^\circ \text{ cuando } |T(\omega j)| = 1$$

Preferiblemente, con un margen mínimo de 45° para garantizar la estabilidad del sistema

Sabiendo que $|T(\omega j)| = 1$ cuando $A(\omega j) = \frac{1}{\beta(\omega j)}$, puede trazarse el diagrama de bode de $A(\omega j)$ y $\frac{1}{\beta(\omega j)}$. El punto de cruce de ambas trazas representa la frecuencia en la que se cumple $|T(\omega j)| = 1$.

Hay dos maneras de determinar la estabilidad del sistema. Estimando el margen de fase del sistema a partir de las pendientes de $A(\omega j)$ y $\beta(\omega j)^{-1}$ (lo que se conoce como Rate of Closure – ROC). O directamente calculando la fase de $T(\omega j)$, sabiendo que:

$$\angle T(\omega j) = \angle A(\omega j) - \angle \beta(\omega j)^{-1} \quad (4.15)$$

El margen de fase puede entonces calcularse tal que:

$$\theta = 180 - \angle T(\omega j) \quad (4.16)$$

La solución a este problema pasa, entonces, por hallar tanto $A(\omega j)$ como $\beta(\omega j)^{-1}$. Una manera de obtener la respuesta frecuencial de estos parámetros pasa por la simulación del circuito a estudio, realizando un sweep de frecuencia de manera tal que, manteniendo un

punto de trabajo en DC, pueda crearse un circuito abierto para señales alternas que permita establecer la relación de señales adecuadas.

Sea un sistema como el de la figura 4.12, similar al empleado en el caso particular del front-end analógico de un ECG, con una caja negra que puede representar tanto un sistema de impedancias pasivas como un sistema activo, se desea determinar $A(\omega j)$ y $\beta(\omega j)^{-1}$.

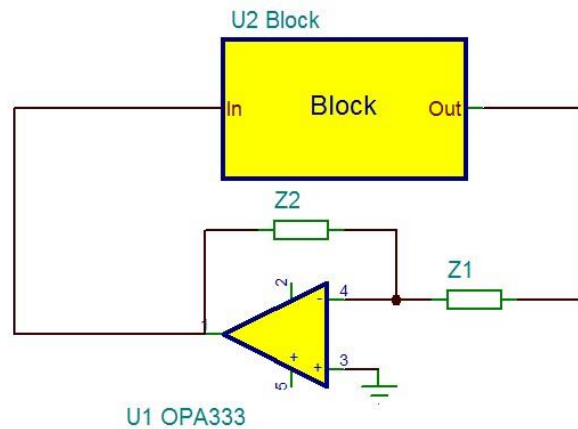


Fig. 4.12: Esquema de un circuito realimentado. El macro Block representa tanto el sistema de impedancias del cuerpo como el front-end analógico.

En la figura 4.13 puede observarse la colocación de una bobina entre la entrada al amplificador operacional y el resto de componentes, así como la conexión de una fuente con condensador de desacoplo. Nótese los elevados valores de capacitancia e inductancia. Esto garantiza que cualquier señal alterna que provenga de la salida del amplificador quede bloqueada antes de llegar a la entrada, mientras que toda señal proveniente de la fuente pasará a la entrada como si se tratase de un cortocircuito.

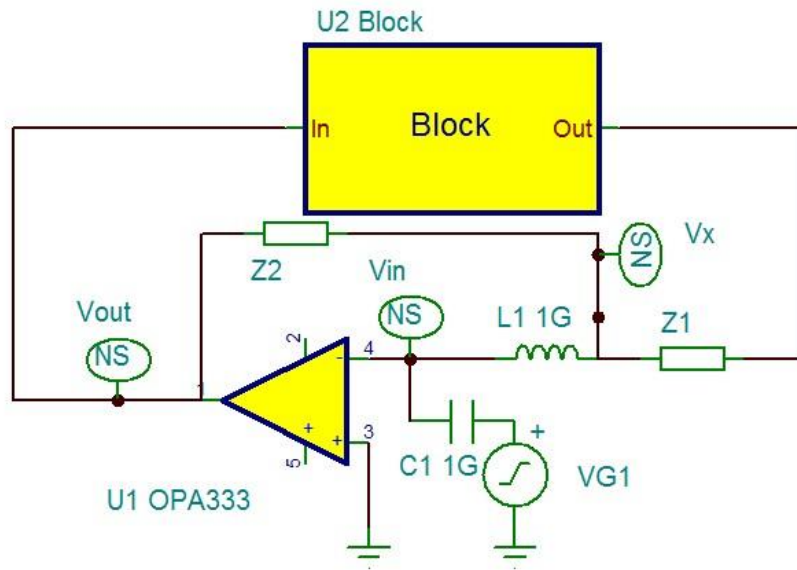


Fig. 4.13: Preparación del circuito para poder obtener los valores de ganancia a lazo abierto y ganancia de amplificación del sistema mediante simulación.

En la figura 4.14 puede observarse una representación del circuito desde el punto de vista de las señales alternas.

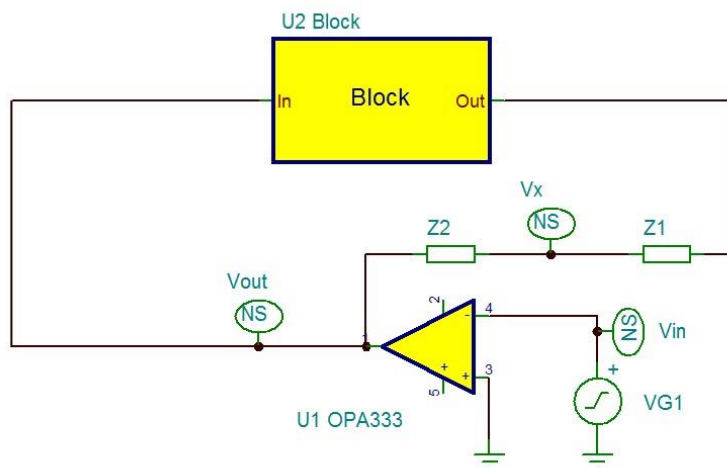


Fig. 4.14: representación del circuito a simular desde el punto de vista de las señales alternas.

Nótense los nodos indicados con los nombres V_{out} , V_{in} y V_x tanto en la figura 4.13 como en la 4.14. Al generar una simulación con barrido de frecuencia proveniente de la fuente, pueden extraerse dos relaciones de señales en el dominio frecuencial.

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = A \quad (4.17)$$

$$\frac{V_x}{V_{out}} = \beta \rightarrow \frac{V_{out}}{V_x} = \beta^{-1} \quad (4.18)$$

Al utilizar el simulador para obtener un diagrama de Bode con estas relaciones definidas, se habrá obtenido una solución al problema planteado. Quedará entonces únicamente observar si el sistema es estable para un diseño determinado.

Se plantea un integrador inversor como diseño inicial, dada la mayor estabilidad que suelen presentar estos sistemas utilizados como realimentación. Cabe destacar que se requiere la formación de un camino para las señales continuas, de manera que toda la malla del sistema tenga un punto de trabajo determinado. Con el modelo topológico apreciable en la figura 4.15 se garantiza esta condición **(al mismo tiempo que se evita la saturación del amplificador a causa de las corrientes de bias que puedan cargar el capacitor)**.

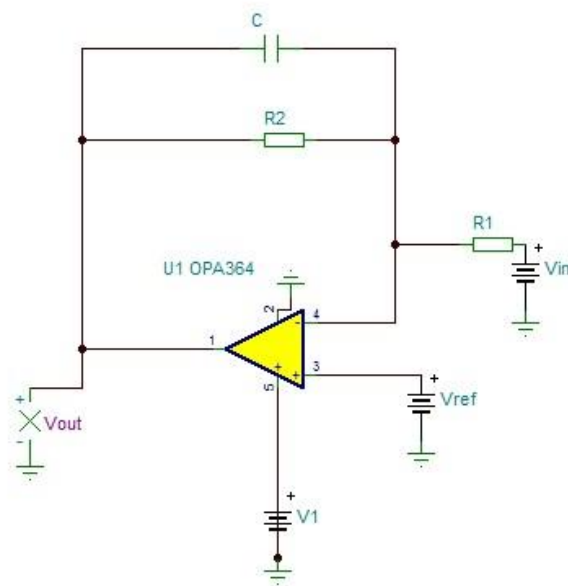


Fig. 4.15: Propuesta de sistema de realimentación mediante topología de integrador inversor.

La función de transferencia de este sistema puede ser fácilmente calculada:

$$Z(S) = \left(CS + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \left(\frac{R_2 CS + 1}{R_2} \right)^{-1} = \frac{R_2}{R_2 CS + 1} \quad (4.19)$$

$$V_{out} \cdot R_1 + V_{in} \cdot Z = V_{ref}(R_1 + Z) \quad (4.20)$$

$$V_{out} = V_{ref} \cdot \frac{(R_1 + Z)}{R_1} - V_{in} \cdot \frac{Z}{R_1} \quad (4.21)$$

$$V_{out} = V_{ref} \left(1 + \frac{Z}{R_1} \right) - V_{in} \cdot \frac{Z}{R_1} \quad (4.22)$$

$$V_{out} = V_{ref} + (V_{ref} - V_{in}) \cdot \frac{Z}{R_1} \quad (4.23)$$

$$V_{out}(S) = V_{ref} + (V_{ref} - V_{in}) \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2CS + 1} \quad (4.24)$$

Si suponemos que V_{ref} es una señal completamente continua, mientras que V_{in} es la superposición de una señal continua y un conjunto de sinusoides complejos representados por los armónicos del ruido de la red eléctrica, puede analizarse el sistema de la siguiente forma:

$$V_{outDC} = V_{ref} + (V_{ref} - V_{inDC}) \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (4.25)$$

$$V_{outAC}(S) = -V_{inAC} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2CS + 1} \quad (4.26)$$

Remitiéndonos a la figura 4.10 y 4.11, puede analizarse el circuito DC considerando las figuras 4.16 y 4.17, donde las impedancias Z_1 y Z_2 representan las impedancias del front-end analógico, los buffers las entradas del amplificador de instrumentación y R_3 y R_4 la resistencia R_G que determina la ganancia de dicho amplificador. Si $Z_1=Z_2$, $R_3=R_4$, y suponiendo estado estacionario, el voltaje a la entrada del amplificador es igual al voltaje a la salida. De esta manera:

$$V_{in} = (V_1 + V_2) \cdot \frac{1}{2} \quad (v_1=v_2 = v_{out}) = (2 \cdot V_1) \cdot \frac{1}{2} = V_1 = V_{out} \quad (4.27)$$

$$V_{outDC} = V_{ref} + (V_{ref} - V_{outDC}) \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (4.28)$$

$$V_{outDC} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = V_{ref} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (4.29)$$

$$V_{outDC} = V_{ref} \quad (4.30)$$

$$v_{out} = V_{ref} + (V_{ref} - (V_{ref} + v_{inAC})) \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2CS + 1} \quad (4.31)$$

$$v_{out} = V_{ref} - v_{inAC} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2CS + 1} \quad (4.32)$$

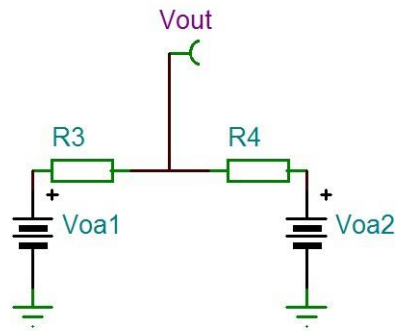


Fig. 4.16

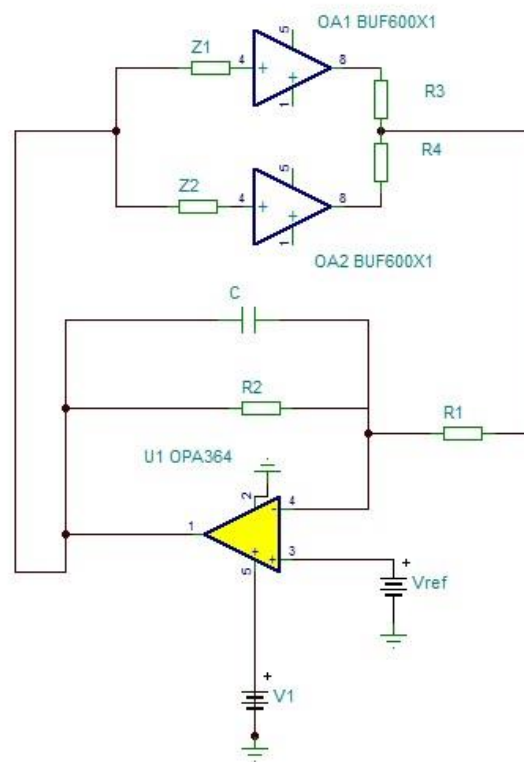


Fig. 4.17

Así, el punto de trabajo del sistema queda establecido por el circuito de realimentación, y el output del sistema es una señal alterna con offset DC determinado por la referencia.

Para el resto del diseño del sistema de realimentación se han de tener en cuenta tanto las propiedades de esta topología como las peculiaridades de la señal de la red eléctrica. El sistema de realimentación presenta una ganancia en DC, que se extiende hasta alcanzar una frecuencia de corte determinada por el capacitador y resistencia en paralelo.

$$DC_{gain} = \frac{R_2}{R_1} \quad (4.33)$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad (4.34)$$

A partir de entonces, la ganancia decae 20 dB/década.

Si la instalación de la red eléctrica donde se esté realizando el registro cardíaco contiene un cierto porcentaje de distorsión armónica, el ruido acoplado a la señal contendrá una cierta cantidad de armónicos múltiples enteros de 50/60 Hz. Es por ello que, si el sistema es estable, interesa extender el ancho de banda del sistema de realimentación. En este caso se ha decidido aumentar la ganancia del sistema, manteniendo un ancho de banda de 100 Hz. Se escoge esta frecuencia de corte, una octava por encima del primer armónico de la red, para evitar el decaimiento de 3 dB. De esta manera el resto de armónicos, si los hubiera, quedarían también realimentados aunque en menor magnitud.

Escogiendo:

$$f_o = 100 \text{ Hz}$$

$$R_2 = 1 \text{ M}\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi R_2 f_o} = 3,18 \text{ nF}$$

$$DC_{gain} = 1000$$

$$R_1 = \frac{R_2}{DC_{gain}} = 100 \text{ k}\Omega$$

Con estas especificaciones puede realizarse un barrido de la frecuencia y encontrar el Rate of Closure (RoC) del sistema para analizar su estabilidad (Fig. 4.18).

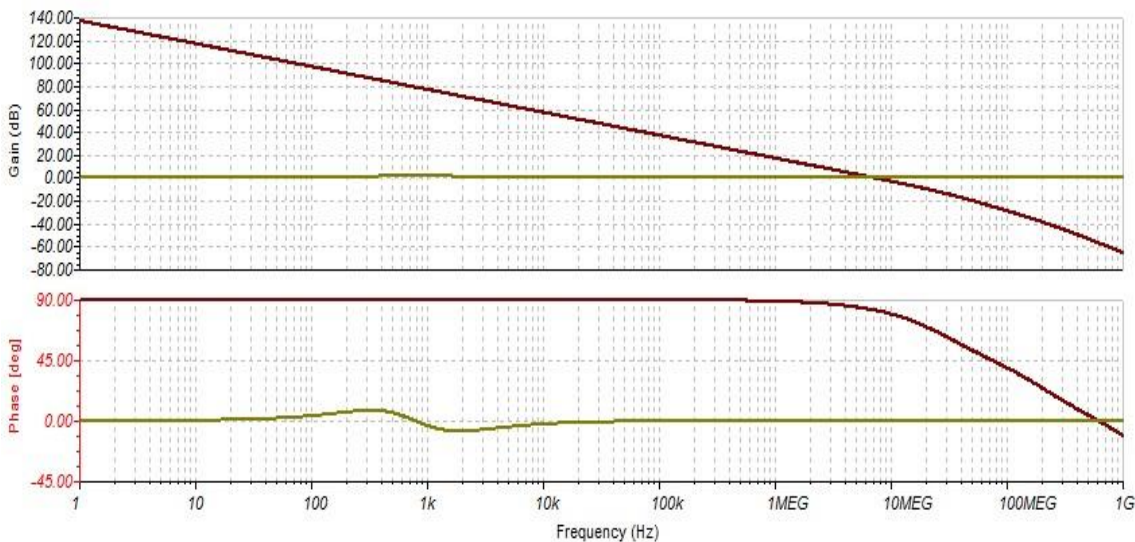


Fig. 4.18. En rojo, $AoL(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$ (ganancia a lazo abierto), en verde, $\beta^{-1}(S) = \frac{V_x(S)}{V_{out}(S)}$ (ganancia del circuito de realimentación)(véase figura 15)

Nótese que para un RoC de aproximadamente 20 dB/década se dispone de un **margen de fase de unos 80 grados**, con lo que el sistema es, en principio, estable.

El Bode del sistema con estas especificaciones puede verse en la figura 4.19.

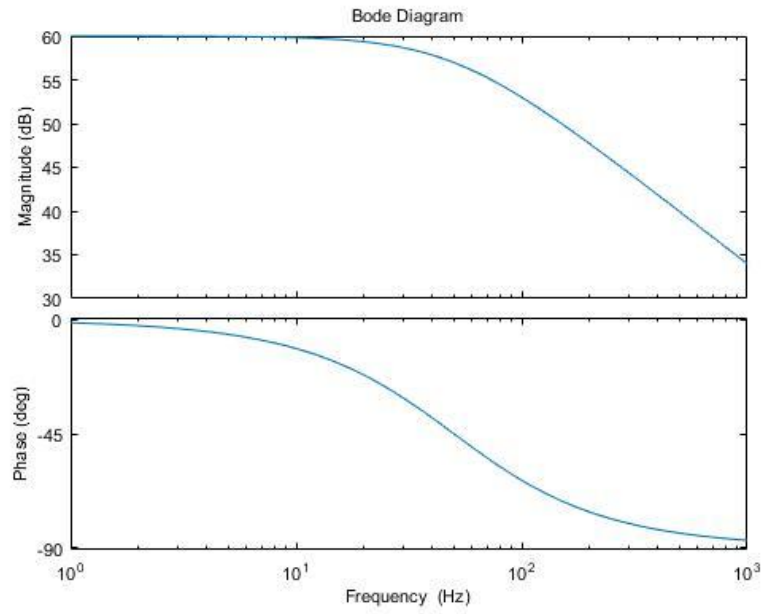


Fig. 4.19 Bode plot del sistema de realimentación diseñado. El sistema es estable y presenta una realimentación con elevado ancho de banda.

5. Simulación, Montaje y Resultados.

5.1. Simulación

Para determinar si el sistema es realmente estable y cumple con el objetivo de diseño, se recurre a la simulación del circuito. El programa de simulación empleado es TINA-TI, software basado en SPICE de Texas Instruments.

Para poder realizar la simulación de la manera más aproximada a la realidad posible, se han empleado señales electrocardiográficas obtenidas de la base datos ANSI/AAMI EC13, disponibles en physionet.org. Las señales disponibles en esta base de datos están especialmente orientadas a la calibración de sistemas de adquisición de señales electrocardiográficas.

Las señales fueron descargadas en formato .txt e introducidas en Matlab como vector bidimensional voltaje-tiempo. Con el dato de la frecuencia de muestreo de la señal (disponible en la misma base de datos), la señales en formato .txt fueron reformateadas mediante Matlab a archivo .WAV, el único formato que acepta TINA para señales externas (Fig. 5.1).

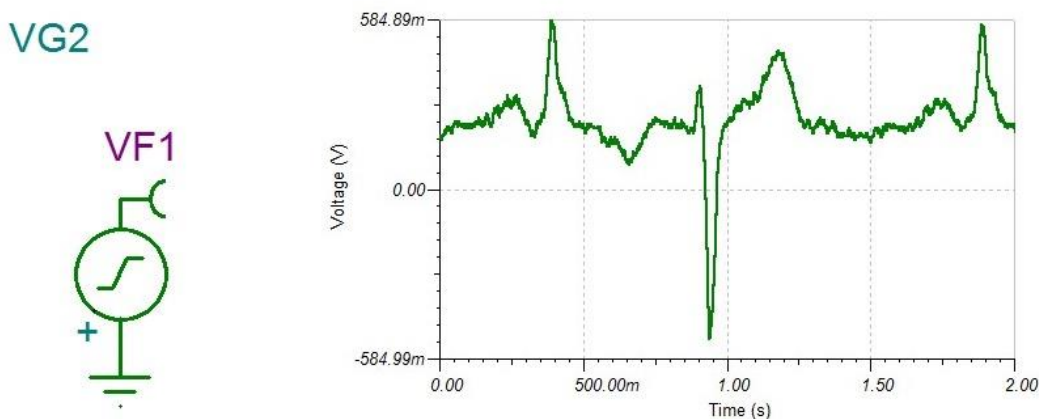


Fig. 5.1: Fuente de tensión que presenta la señal electrocardiográfica digitalizada.

Una vez realizado el esquemático basado en el diseño propuesto, se añadieron las impedancias equivalentes de la piel y los electrodos de biopotencial. El desarrollo teórico del modelo de estas impedancias y su funcionamiento puede encontrarse en el **Anexo I**.

De esta manera se dispuso, para la simulación, del siguiente modelo (Fig. 5.2). Seguidamente se realizaron dos simulaciones:

- A lazo abierto (sin realimentación).
- A lazo cerrado.

En la figura 5.3 pueden observarse los resultados de estas simulaciones

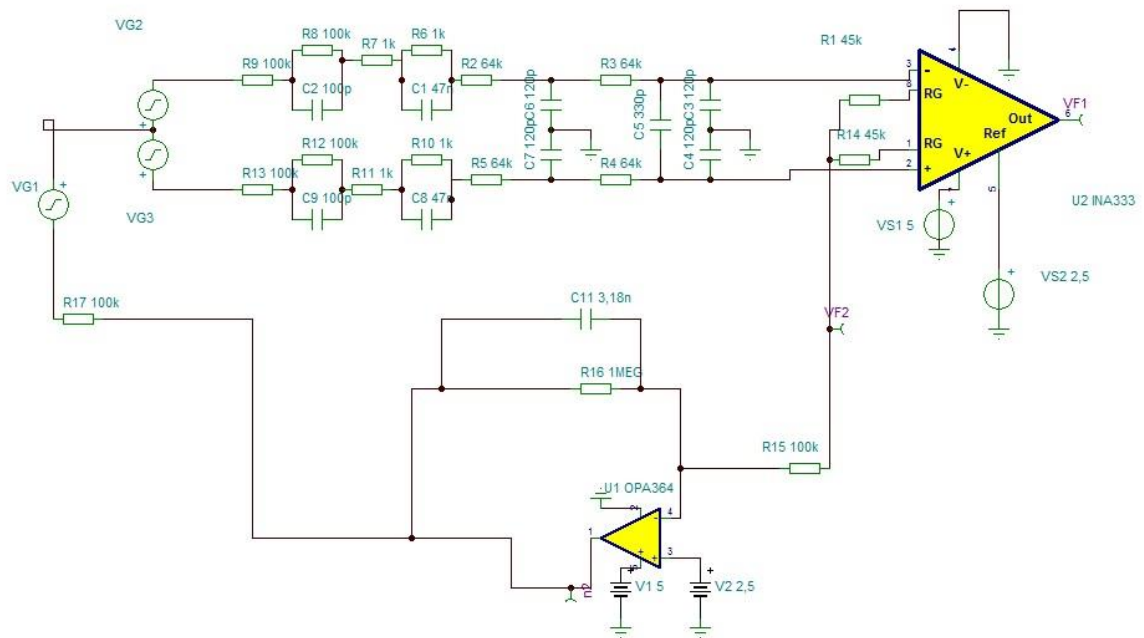


Fig. 5.2: Esquemático Tina TI Spice con el que se realizó la simulación basándose en el diseño realizado.

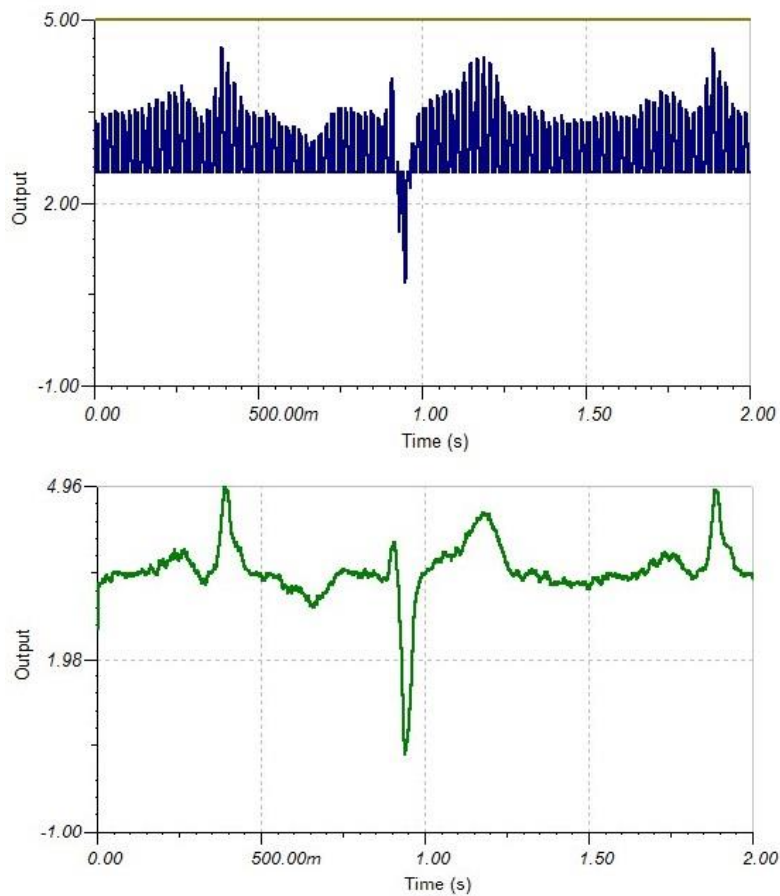


Fig. 5.3: Resultados a lazo abierto (arriba) y a lazo cerrado (abajo). El uso de realimentación supone una gran diferencia en lo que a Signal to Noise Ratio se refiere.

Nótese como el ruido de la red eléctrica (representado en la figura 22 como una fuente de alterna conectada en modo común) queda superpuesto a la señal electrocardiográfica en la ausencia de realimentación, siguiendo, de manera aproximada, el perfil de ésta (Fig. 5.3, traza azul), y como esta problemática queda resuelta en lazo cerrado.

De esta manera la simulación confirma que el diseño escogido no es únicamente viable en cuanto a la estabilidad del sistema, sino que además reduce considerablemente, en estas condiciones ideales, el ruido en modo común proveniente de la red eléctrica.

5.2. Montaje

Se decidió realizar el prototipaje sobre placa perforada en lugar de PCB por la naturaleza temporal del diseño. Es decir, el montaje es una representación funcional, pero no definitiva, del resultado del estudio. Se han continuado realizando pruebas sobre placa de prototipaje posterior montaje en placa perforada, probando diferentes ganancias del amplificador de instrumentación, así como diferentes modos de establecer el punto de trabajo mediante el sistema de realimentación. El desarrollo teórico es la culminación del estudio previo y posterior al montaje.

En las figuras 5.5 y 5.7 pueden encontrarse los esquemáticos del montaje diseñado, observado en la figura 5.4. El montaje inicial coincide con el prototipo final realizado en placa de prototipaje excepto en las ganancias, después de establecer el funcionamiento del sistema mediante distintas pruebas.

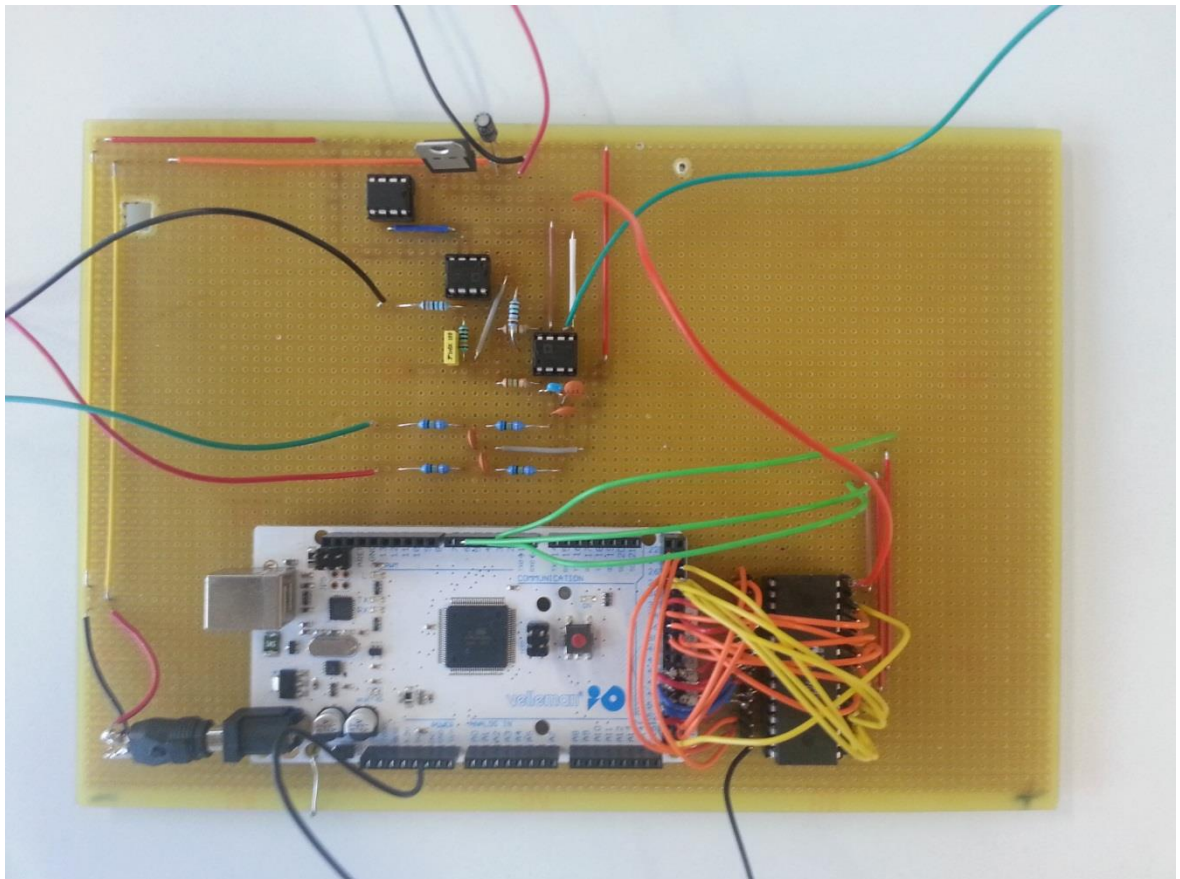


Fig. 5.4: Montaje en placa perforada del sistema

4.10), con resistor externo para marcar la ganancia de amplificación, determinada por la ecuación:

$$G = \left(1 + \frac{49.9k\Omega}{R_g}\right) \quad (5.1)$$

Presenta bajo consumo (máximo de 1,3 mA), CMR superior a 100 dB a las frecuencias y ganancias empleadas ($G=400-1000$ V/V, ver figura 5.6), corrientes de bias de 1,0 nA, voltaje de offset máximo de 50 μ V, resistencia equivalente de entrada del pin de referencia de 20 k Ω . Todas estas propiedades, así como su precio y disponibilidad en PDIP lo convierten en una buena opción para la implementación del diseño.

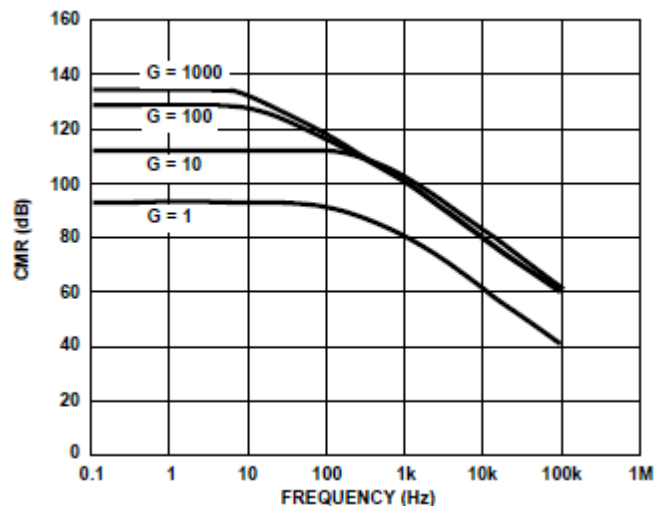


Fig. 5.6: CMR vs Frecuencia del AD620AN. Con ganancias de 5 se garantiza un CMR superior a 100 dB hasta 1 kHz.

- AD8032A: CI con dos amplificadores operaciones. Se escogió por su capacidad de actuar con *single-supply*, presentar un voltaje de saturación muy cercano al de la alimentación, frecuencia de corte muy elevada ($f_{-3dB} = 8$ MHz) y bajo consumo (menos de 4mW alimentándose a 5 V). Actualmente el diseño sólo emplea uno de los amplificadores operacionales incluidos en el CI. Se escogió un modelo que disponía de dos para poder realizar pruebas con línea de retorno forzada a un voltaje determinado (ver apartado 5.3-Resultados y figura 5.5).
- AD780 BN: Referencia de tensión. Se emplea por su bajo consumo, alta estabilidad y mayor simplicidad en la implementación que el uso de un divisor de tensión con

buffer. Proporciona un voltaje de 2,5 V a los pines de referencia de los CI mencionados, determinando el punto de trabajo del sistema.

En cuanto a componentes pasivos, se han empleado resistencias de film metálico en todos los puntos del circuito excepto para determinar la resistencia de ganancia. Los resistores de película metálica fueron escogidos por su menor generación de ruido y sus bajas tolerancias. Se emplearon resistencias de carbono para determinar la ganancia del amplificador de instrumentación por la necesidad de realizar varias pruebas con diferentes ganancias.

Los capacitadores de los filtros de radio frecuencia son todos cerámicos, dada su buena actuación a altas frecuencias y los valores empleados. El capacitor empleado en el filtro de realimentación es de film plástico, siendo un capacitor bipolar que permita tratar señales alternas.

En la figura 5.7 puede observarse un esquemático del sistema de captación.

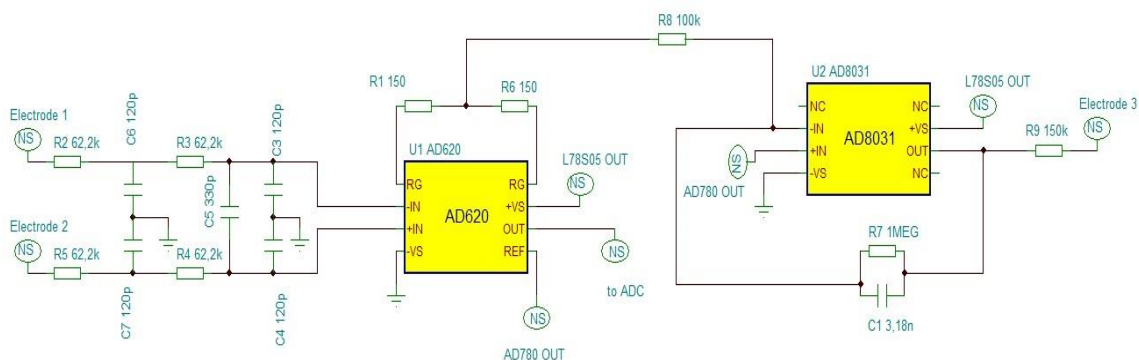


Fig. 5.7: Esquemático del Front-End analógico.

5.2.3. Etapa Digital

Consta de la placa de desarrollo Arduino Mega y su conexión periférica al CI MX29F040PC-70G, un circuito integrado de 512 kB de memoria Flash organizados en 8 sectores de 64 kB. La memoria presenta un consumo máximo 30 mA durante las operaciones de grabado, lectura o borrado, y un consumo aproximado de 1 μ A en *stand-by*. Se escogió dado que los tiempos de acceso y diversos timings de comandos (entre 55 y 120 ns), permiten su control con arduino (cuyo reloj interno oscila a 16 MHz) sin necesidad de programar retrasos o interrupciones. A su vez, si se emplea una frecuencia

de muestreo de 400 Hz y el ADC del arduino con 8 bits de resolución, pueden almacenarse hasta 20 minutos de registro cardíaco. En la figura 5.8 puede observarse el esquema de conexión de puertos de arduino al CI.

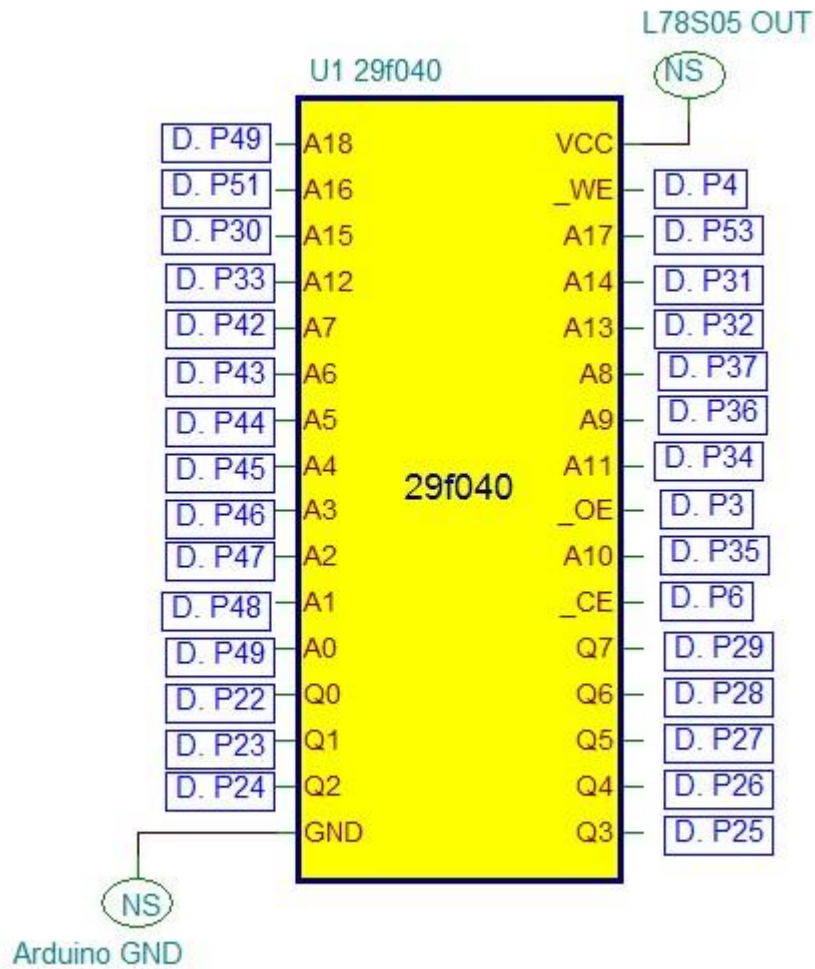


Fig. 5.8: Esquema del conexionado de los pines de CI 29f040 a la placa Arduino Mega (D.P: Digital pin/ Pin digital)

5.3. Resultados

A continuación se exponen los resultados encontrados, así como las conclusiones más importantes extraídas de estos.

El punto de trabajo del sistema queda suficientemente establecido mediante el amplificador de realimentación siempre y cuando no haya desconexión de electrodos (el contacto electrodo-piel presente alta impedancia). Si bien esto puede parecer obvio algunas notas técnicas incluyen una referencia de tensión mediante buffer que fuerza el cable de entrada de realimentación al voltaje del punto de trabajo (véase figura 5.9 para clarificación). Los resultados obtenidos tanto por simulación como sobre el prototipo, muestran que este tipo de forzado anula las propiedades de feedback negativo del sistema. Forzar la línea constantemente al voltaje de referencia elimina el componente de voltaje común de éste, al definir al nodo constantemente al voltaje de referencia.

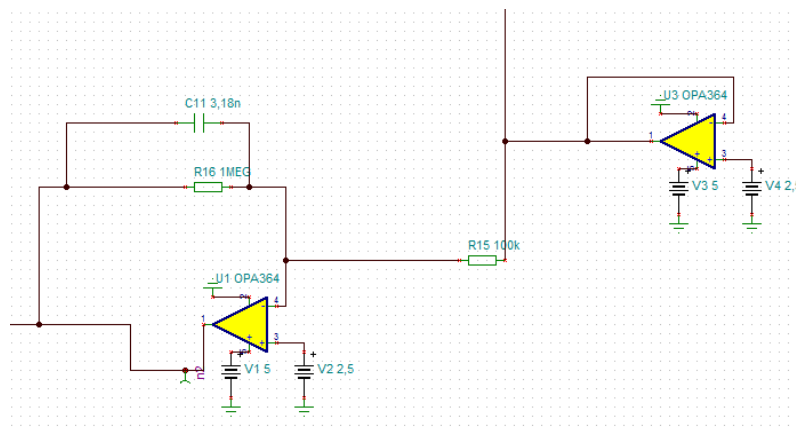


Fig. 5.9: Sistema de realimentación con buffer forzando la línea al voltaje de referencia (2,5 V). Este montaje, no lineal, elimina las propiedades de feedback del sistema.

La mayor limitación del diseño es un buen contacto electrodo-piel. Si esta no se da, por muy bien diseñado que esté el sistema no podrá realizarse lectura. Una mala conexión implica la saturación de los electrodos, dadas las corrientes de bias del amplificador, que harán que sature la salida a uno de los dos voltajes de saturación del amplificador de instrumentación. Así mismo, un mal contacto del electrodo de realimentación anula el rechazo de modo común y el punto de trabajo del sistema.

Con este montaje, y dada la falta de adecuados conectores, los registros son inconsistentes y a menudo se han de manipular los electrodos, aplicando presión o procurando conseguir un mejor contacto con los cables, para poder obtener una señal.

Existen métodos para detectar cuándo se ha producido una desconexión que no han sido implementados en este diseño por primar una aproximación inicial.

En la figura 5.10 puede observarse el resultado de un registro realizado con los electrodos situados en el pecho, mientras que en las figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se muestran los resultados obtenidos con un electrodo situado en el pecho y otro en el brazo derecho. En ambos casos, el electrodo de realimentación se ha colocado en un punto medio entre ambos electrodos de registro.

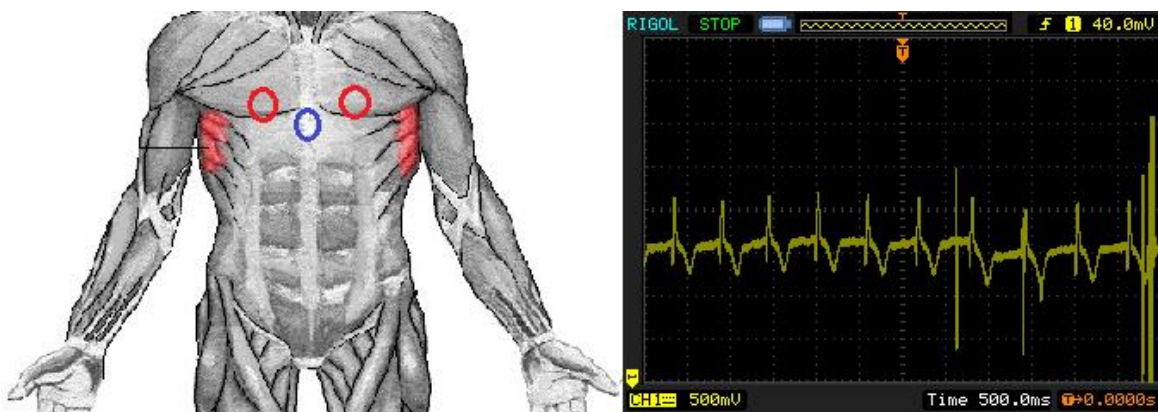


Fig. 5.10: En rojo, posición de los electrodos de captación. En azul, posición del electrodo de realimentación.



Fig. 5.11

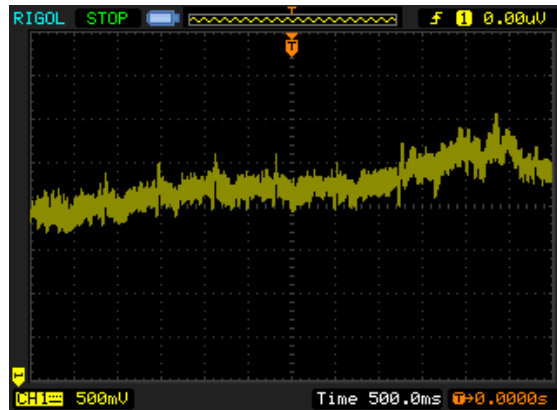


Fig. 5.12

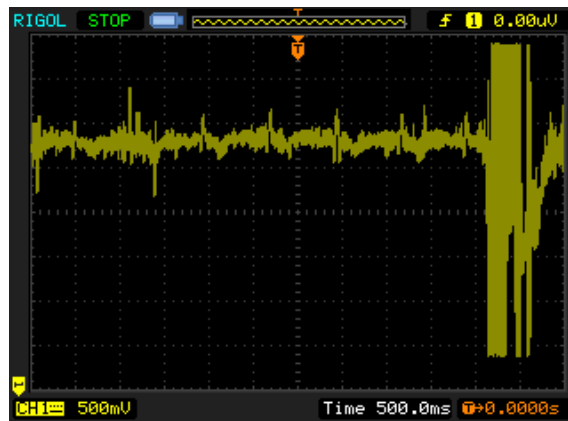


Fig. 5.13

En las figuras 5.11, 5.12 y 5.13 pueden observarse varios de las problemáticas de los registros electrocardiográficos como son:

El acoplo del ruido de la red eléctrica, especialmente en las figuras 5.11 y 5.12.

Los artefactos del movimiento muscular (en la figura 5.13 se aprecia claramente)

La deriva de la línea basal, que puede producirse como resultado de o bien la saturación de los electrodos, o la respiración que hace que los electrodos situados en el pecho se alejen del corazón.

6. Diseño digital

Inicialmente se planteó la posibilidad de transmitir la señal electrocardiográfica, una vez digitalizada, mediante un módulo de Radio Frecuencia (RF). Sin embargo, dado el desconocimiento inicial del autor de las tecnologías y protocolos disponibles al respecto, fue escogido un módulo que no cumplía las especificaciones mínimas para la transmisión de señales electrocardiográficas. Esto es, se escogió un módulo XBee, basado en protocolo Zig-Bee, en lugar protocolo Bluetooth, cuya frecuencia de muestreo resultó ser ampliamente inferior a la requerida (20 Hz, frente a los 300Hz mínimos requeridos según el teorema de Nyquist-Shannon para este tipo de señales). Se optó, entonces, por almacenar la señal muestreada en una memoria Flash de 4 Mb, basada en tecnología CMOS. Esto permitiría realizar el registro y posteriormente volcar la información en un sistema que permitiera procesar la señal.

La memoria Flash requiere de un microprocesador para su empleo. Se ha empleado, para este caso, una placa integrada Arduino-Mega, que incorpora un ATmega1280 como procesador. A continuación se detalla la operativa de la memoria Flash escogida y los algoritmos que permiten su uso.

6.1. Uso de un CI de memoria MX29F040

El chip dispone de 524288 registros de 8 bits. Presenta 19 pines de entrada que actúan como entrada de la dirección de memoria y entrada de comandos y 8 pines como entrada de escritura/lectura de datos. La memoria está organizada en 8 sectores, cada uno comprendido por 64K registros de 8 bits.

MX29F040 SECTOR ADDRESS TABLE

Sector	A18	A17	A16	Address Range
SA0	0	0	0	00000h-0FFFFh
SA1	0	0	1	10000h-1FFFFh
SA2	0	1	0	20000h-2FFFFh
SA3	0	1	1	30000h-3FFFFh
SA4	1	0	0	40000h-4FFFFh
SA5	1	0	1	50000h-5FFFFh
SA6	1	1	0	60000h-6FFFFh
SA7	1	1	1	70000h-7FFFFh

Fig. 6.1: Direcciones de acceso a los distintos sectores del MX29F040

Una vista simplificada de la organización de los registros de memoria puede observarse en las siguientes dos figuras. Los $n=16$ bits menos significativos del bus de direcciones determinan, a través del decodificador de fila, la palabra a escoger, existiendo 2^{16} registros por sector. Los tres bits más significativos del mismo bus determinan el sector al que pertenece la fila.

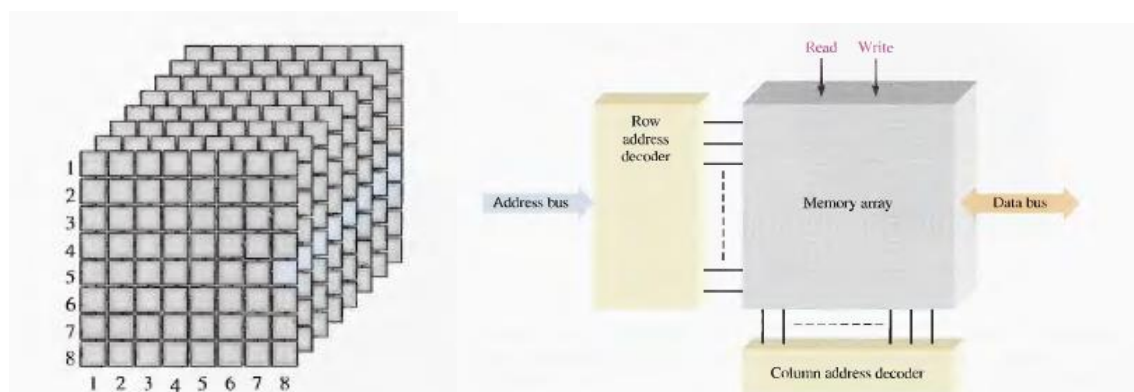


Fig. 6.2: Representación abstracta de la distribución de registros (arriba), buses de dirección y decoders de dirección de una CI de memoria.

Internamente funciona como una máquina de estados con una secuencia programada de transiciones, determinada por el ciclo de reloj interno. La secuencia a seguir queda determinada por los comandos escritos en el registro de comandos, cuya inicialización requiere de la escritura de ciertos comandos tanto en el bus de direcciones como en el de datos. Esto es:

La programación de cualquier evento (excepto el de lectura), requiere de dos ciclos de inicialización del registro de comandos.

La subsiguiente escritura de comandos específicos determina el comportamiento ulterior del chip. Algunos eventos requieren de más comandos que otros.

La finalización de un evento devuelve al chip al estado por defecto.

La escritura de comandos erróneos en el registro de comandos reinicializa la memoria al estado por defecto.

El estado por defecto es el de lectura, no requiriéndose ningún comando para activarlo.

En la figura siguiente puede apreciarse la totalidad de las funciones del chip, así como los algoritmos necesarios en cada caso. Nótese que los dos primeros ciclos, de inicialización del registro de comandos, son comunes a todas las funciones que requieren de activación.

Command	Bus Cycle	First Bus Cycle		Second Bus Cycle		Third Bus Cycle		Fourth Bus Cycle		Fifth Bus Cycle		Sixth Bus Cycle	
		Addr	Data	Addr	Data	Addr	Data	Addr	Data	Addr	Data	Addr	Data
Reset	1	XXXH	F0H										
Read	1	RA	RD										
Read Silicon ID	4	555H	AAH	2AAH	55H	555H	90H	ADI	DDI				
Sector Protect Verify	4	555H	AAH	2AAH	55H	555H	90H	(SA)X 02	00H 01H				
Program	4	555H	AAH	2AAH	55H	555H	A0H	PA	PD				
Chip Erase	6	555H	AAH	2AAH	55H	555H	80H	555H	AAH	2AAH	55H	555H	10H
Sector Erase	6	555H	AAH	2AAH	55H	555H	80H	555H	AAH	2AAH	55H	SA	30H
Sector Erase Suspend	1	XXXH	B0H										
Sector Erase Resume	1	XXXH	30H										
Unlock for sector protect/unprotect	6	555H	AAH	2AAH	55H	555H	80H	555H	AAH	2AAH	55H	555H	20H

Fig. 6.3: Tabla de comandos de operación del MX29F040

Tres pines independientes del bus de datos y direcciones determinan la lógica de control del sistema, implementados con lógica negativa:

- Chip Enable (\overline{CE})
- Output Enable (\overline{OE})
- Write Enable (\overline{WE})

Mode	Pins			A0	A1	A6	A9	Q0 ~ Q7
	\overline{CE}	\overline{OE}	\overline{WE}					
Read	L	L	H	A0	A1	A6	A9	D _{OUT}
Standby	H	X	X	X	X	X	X	HIGH Z
Output Disable	L	H	H	X	X	X	X	HIGH Z
Write	L	H	L	A0	A1	A6	A9	D _{IN} (3)

Fig. 6.4: Operativa de los pines de control en los distintos procesos de acceso a la memoria

Al mismo tiempo, actúan como flancos de reloj en la introducción de comandos: los bits del bus de direcciones quedan registrados durante el los flancos de subida de CE o WE , mientras que los del bus de datos se registran durante los flancos de bajada. De este modo, en cada ciclo de comandos se ha generar un equivalente a un ciclo de reloj con estos dos pines, mientras que en la mayoría de los casos, se ha de mantener el pin OE en 1. Más abajo se entrará en detalle en lo que a la implementación de cada función se refiere. De esta manera, no resulta necesaria la implementación de un reloj externo.

Todas las secuencias de comandos presentan el mismo patrón de escritura

6.1.1. Algoritmos de escritura

La secuencia de escritura es un proceso de 4 ciclos; dos ciclos de inicialización del registro de comandos, un ciclo de comando de escritura y un ciclo con la dirección a guardar los datos deseados. \overline{OE} se ha de mantener en a 1 durante todo el proceso y \overline{CE} y \overline{WE} han de ir alternando de bajo a alto y de alto a bajo para introducir las direcciones y datos respectivamente.

En la siguiente imagen se aprecia el diagrama temporal del algoritmo de entrada de datos. La definición de los tiempos puede encontrarse al final de este documento, en el anexo que incluye los datasheets de los componentes empleados.

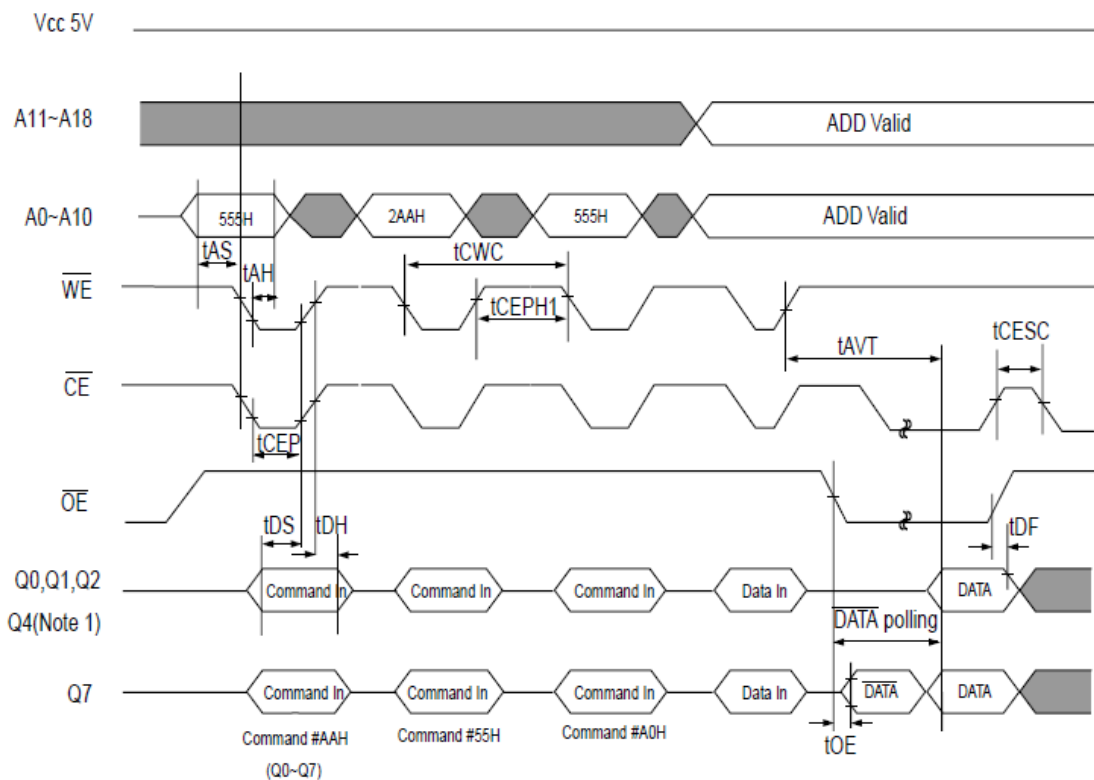


Fig. 6.5: Diagrama de tiempos del proceso de escritura

Por lo que se ha podido comprobar empíricamente, los tiempos que proporciona el microcontrolador en la transición de los pines son suficientemente largos como para no requerir de la implementación de contadores para generar delays.

Una vez iniciada la secuencia de escritura, el chip de memoria deja de responder a ningún comando que se le introduzca. Al mismo tiempo, el chip presenta al usuario tres señales de estado que le informan sobre el proceso a través de los pines D7, D6 y D5.

El pin D7, mientras dura el proceso de escritura, presenta el valor complementario al introducido. Mediante polling, el microprocesador es capaz de determinar si el proceso sigue en marcha. Si, al finalizar el proceso de escritura, éste ha tenido lugar con éxito, el pin D7 adopta el valor inicialmente introducido.

Por su parte, el pin D6 alterna, en cada polling que se le realiza, su valor. De esta manera, mientras dura el proceso de escritura, el pin presenta el valor complementario al de la última vez que fuera leído. El proceso se considera finalizado si en dos ciclos de polling consecutivos el pin D6 presenta el mismo valor.

El pin D5 indica si se ha producido un error de escritura, tornándose uno si se exceden los límites de tiempo internos.

El uso de estos pines permite, por una parte, establecer un control de flujo de los algoritmos del microcontrolador para inhibir su operatividad mientras dura el proceso de escritura, al tiempo que este es supervisado. De esta manera, es posible determinar si el valor introducido ha sido guardado correctamente o si, por el contrario, es necesario volver iniciar el proceso. Sin embargo, y como se verá más adelante, en ocasiones estas funcionalidades del propio chip resultan insuficientes, por lo que en el programa principal del microcontrolador se ha generado una solución que resulta más lenta pero es, a su vez, más robusta, y que dada la relativa lentitud necesaria para captar las muestras electrocardiográficas respecto a los tiempos de operación de la memoria y el microcontrolador resulta adecuada.

Dejando un momento de lado la algoritmia de programación, cabe destacar que los valores por defecto de las células de memoria son 1, y que únicamente es posible convertir los 1s en 0s, pero no al contrario. De hecho, un intento de sobre-escribir un 1 sobre un bit que contenga un 0 resulta en el bloqueo total de la memoria, siendo necesario introducir el comando de reset o cerrar el aporte de energía al chip para que vuelva a ser operativo. Esta es una peculiaridad intrínseca de este fabricante. Otros optan por indicar que el proceso de escritura se ha realizado satisfactoriamente a pesar de no haber realizado cambio alguno.

6.1.2. Algoritmo de lectura

En este modelo en particular no es necesario introducir ninguna secuencia para inicializar el proceso de lectura. Al terminar cualquier proceso o inicializar el chip este revierte automáticamente al estado de lectura por defecto. En este caso simplemente es necesario introducir la dirección deseada en el bus manteniendo los pines de control lógico de la memoria a los valores adecuados (véase figura 6.4)

6.1.3. Algoritmo de Borrado

Consta de 6 ciclos (véanse figuras 6.3 y 6.6). Una vez introducida la secuencia de comandos para el borrado de la memoria, el chip queda bloqueado frente a todo comando, mientras que proporciona información sobre el estado de la operación a través de los pines D7, D6 y D5.

Los pines D6 y D5 presentan una funcionalidad similar a la que exhiben durante el proceso de escritura. Esto es, el pin D6 alterna su valor cada vez que es leído mientras el proceso sigue en marcha, mientras que el pin D5, inicialmente a cero, se torna uno si se excede el tiempo previsto para la operación.

El pin D7, por su parte, se mantiene a 0 durante todo el proceso. Una vez completado, se vuelve 1.

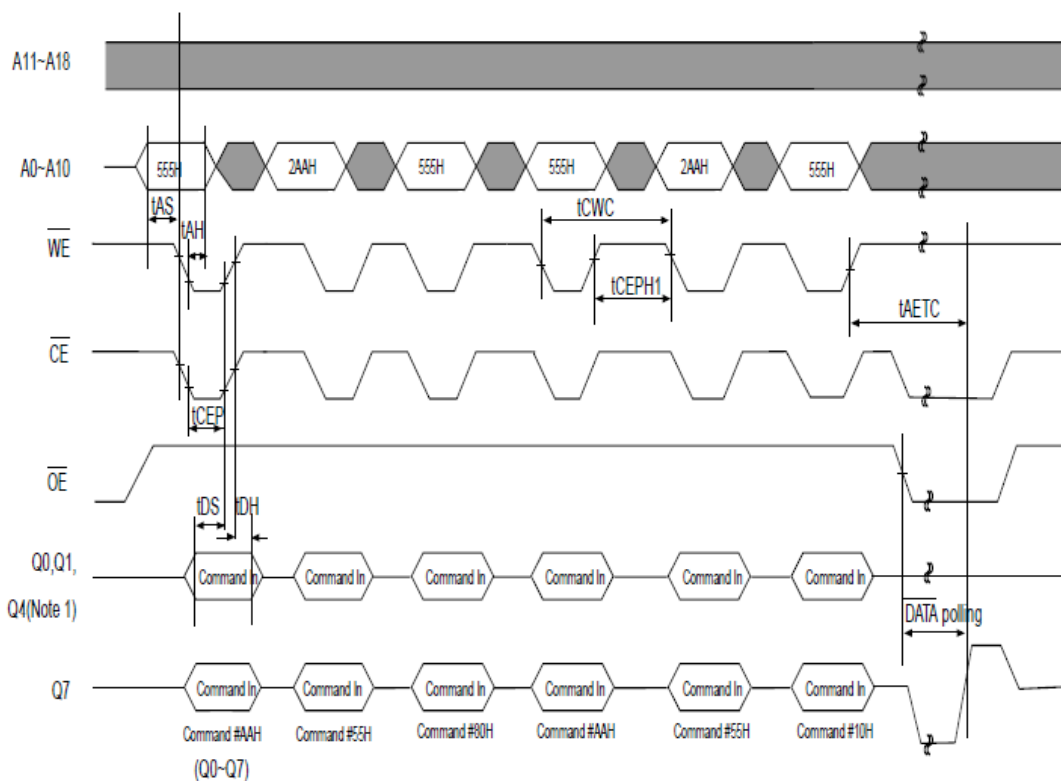


Fig. 6.6: Diagrama de tiempos del proceso de borrado

6.1.4. Algoritmo del uP

Arduino se programa con una suerte de pseudo-C que el compilador se encarga de traducir al lenguaje máquina. Sin embargo, dado que todos los pines del microprocesador están reconocidos dentro de las librerías, es posible escribir partes del código en C, definido por las librerías AVR. El tratamiento de pines individuales ha sido escrito mediante las funciones que define el pseudo-C del compilador. Por otra parte, dado que fuera del control de flujo la programación secuencial sólo se refiere a los pines del controlador, el proceso que se ha

utilizado ha sido el de escribir todo control de flujo y todos los procesos secuenciales en C. Así, todos los puertos empleados son referenciados por su nombre y los valores que adoptan.

Por ello es necesario describir los modos de operación de los puertos y pines del ATmega1280. Estos básicamente funcionan a tres niveles, representados por tres registros: el DDR (Data Direction Register), PORT (también llamado Data Register) y el PIN (o Port Input Pins).

El Data Direction Register, registro bi-direccional, determina la operativa de los puertos. Esto es, si los puertos actúan como entrada o salida de datos. La escritura de todo unos en estos registros establece el puerto al que referencie como salida. Lo contrario determina los puertos como entrada.

Si el puerto queda determinado como entrada (DDR=0x00), escribir todo unos en el Data Register (PORT), activa la resistencia Pull-up, permitiendo leer información del exterior. Si, por lo contrario, se escriben ceros, el puerto queda en estado de alta impedancia.

Si el puerto queda determinado como salida, PORT=0xFF impone los pines a un estado ALTO, mientras que lo contrario impone un estado BAJO.

Las funcionalidades de los pines específicos es, en principio, sólo de lectura. Sin embargo, forzar un uno en uno de los pines referenciados a un bit, complementa el bit del puerto correspondiente. Esta funcionalidad no es explorada en este diseño.

El algoritmo del microcontrolador se ha dividido en cinco partes:

- Definiciones, donde a cada comando se le asigna un nombre para facilitar la lectura y la implementación del código. Los valores numéricos de los pines correspondientes a las entradas \overline{OE} , \overline{CE} y \overline{WE} también reciben una asignación (el compilador de arduino identifica los pines mediante un número)
- Función de escritura
- Función de lectura
- Función borrado
- Cuerpo principal

La función de lectura es de tipo carácter, retornando como valor el dato leído de la memoria. Como parámetros a su llamada presenta la dirección a leer.

La función de escritura es de tipo void. Como parámetros a su llamada presenta los datos y la dirección sobre la que escribir. Al ejecutarse e iniciar el proceso automático de programación dentro del chip de memoria, se espera a que el pin D7 adopte su valor. Si durante esta espera se excede el tiempo límite, activándose el pin D5, la función fuerza el reset del chip y se rompe (se fuerza un *break*). Este cero es empleado para determinar de manera suave si la operación de escritura se ha realizado correctamente.

La función de borrado consta de un control de flujo similar.

El cuerpo principal del programa consta, por lo que le respecta, de tres partes, consecuencia de las limitaciones del diseño.

El montaje consta de un interruptor conectado desde uno de los pines de arduino a masa. Este pin está configurado como entrada, de manera que cuando el interruptor se encuentra abierto, el pin esté a 1, y cuando esté cerrado el pin esté a 0.

Para facilitar la comprensión de la funcionalidad de este algoritmo, se escribirá la siguiente parte en pseudo-código. La totalidad del código original se encuentra en el Anexo II.

```

    Mientras (interruptor==cerrado & (Dirección<= 0x7FFF)) {
Datos=conversión_analógica_digital();
Datos_temp=0;
Mientras (Datos_temp!=Datos){
    Escribir_chip(Datos, Dirección);
    Datos_temp=Lectura_chip(Dirección);
}
Dirección =Dirección+1;
}

```

Dado que puede existir un conflicto entre la dirección de escritura y la dirección de lectura, que hay que preservar los datos una vez guardados en la memoria sin que se pueda iniciar inintencionadamente el algoritmo de borrado y que el procesamiento de las señales digitalizadas se pretende realizar mediante matlab, traspasándolas a través del puerto serie, la escritura y borrado de memoria sólo pueden tener lugar si se introduce un código a través de matlab.

```
Si (buffer_puerto_serie_arduino>0) entonces {  
    Si (valor_puerto_serie == código_lectura) entonces {  
        Mientras (dirección_lectura <=0x7FFFF) {  
Datos_leídos=Lectura_chip(Dirección_lectura);  
        Enviar_puerto_serie(datos_leídos);  
        Mientras (buffer_puerto_serie_arduino<=0){}  
        Dirección_lectura=Dirección_lectura +1;  
        }  
    }  
}
```

De esta manera se establece una comunicación dependiente de handshake para solventar la problemática relacionada con la comunicación asíncrona. El microprocesador no comenzará a enviar información a no ser que reciba desde matlab el código adecuado. Además, cada vez que envíe un dato esperará a recibir una señal desde arduino que indique que está preparado para recibir la siguiente.

El algoritmo de borrado del chip es similar.

```
Si (buffer_puerto_serie_arduino>0) entonces {  
    Si (valor_puerto_serie == código_borrado) entonces {  
        Borra_chip();  
    }  
}
```

El pseudo-código del script de Matlab para la recepción de información queda entonces:

```
Imprime_puerto_serie(código_lectura);  
  
J=1  
  
Mientras (j<=0x7FFFF){  
    Mientras (datos_disponibles_buffer==0){}  
    Datos_recogidos(j)=lee_puerto_serie();  
    J=j+1;  
    Imprime_puerto_serie(ok);  
}
```


7. Limitaciones

La principal limitación que presenta el montaje está asociada a la falta de capacidad de transmisión inalámbrica de datos, dado que desde el principio el sistema ha sido diseñado alrededor de esta propiedad. Esto es, el sistema no presenta una forma autónoma de mostrar la señal captada.

Por otra parte, el sistema no es independiente de la red eléctrica. Esto es, no dispone de un sistema de baterías u otras fuentes de energía que permitan su operatividad autónoma. Por otra parte, tampoco es recomendable la implementación de un sistema de baterías. Primeramente, porque el regulador de tensión funciona con voltajes mínimos de 8 V, segundamente porque no se dispone de un sistema que indique el estado actual de las baterías y, por último, porque el comportamiento del sistema digital es impredecible cuando la batería comienza a perder potencia, y a disminuir su voltaje real entre bornes. Sería necesario, en el caso de que se deseara implementar baterías, realizar un estudio mucho más profundo de los requisitos de potencia del sistema (cuánto consume en stand-by, cuánto consume cuando se están captando datos y guardándose en la memoria, etc.) .

A partir de aquí, se pueden dividir las limitaciones en dos clases: las relacionadas con el diseño analógico, y las relacionadas con el diseño digital.

7.1. Limitaciones del sistema analógico:

El sistema no dispone de conexiones óptimas electrodo-cable de conducción. Por lo que si se produce una desconexión de electrodo es difícil, por no decir imposible, poder fehacientemente distinguir entre ambas potenciales causas.

El sistema no dispone de un indicador de desconexión de electrodos. Por lo que, para alguien que no conoce en profundidad el funcionamiento del sistema, puede resultar difícil entender el comportamiento del sistema o la aparente falta de éste.

No se ha empleado un filtro rechaza banda que permita extraer parte del ruido de la red eléctrica acoplado a la señal captada. Siendo la intención inicial tratar la señal digitalmente, se decidió implementar dichos filtros de manera digital una vez el diseño fuera adecuado.

7.2. Limitaciones del sistema digital:

Sin duda la principal limitación del sistema digital, cuyo fundamento teórico es explicado en profundidad en el anexo IV, es la falta de un tren de impulsos de periodo fijo y determinado que permita digitalizar la señal de manera equiespaciada.

El algoritmo de escritura en la memoria no siempre tiene éxito, por lo que en ocasiones se requiere de un segundo o tercer intento para escribir un dato. Esto hará que el periodo tenga un tiempo mínimo, de entrada desconocido, pero burdamente aproximado de unos 10 μ s, que puede llegar a doblarse en el caso de que falle la escritura.

Si suponemos que el espectro de frecuencias de la señal electrocardiográfica tiene un ancho de banda conjunto de 300 Hz (considerando frecuencias positivas y negativas), y que el periodo de muestreo puede variar entre los 100 kHz y los 50 kHz, la convolución de ambas frecuencias de muestreo con el espectro electrocardiográfico no genera solapamientos, por lo que la señal debería seguir siendo reconstruible. A pesar de ello, la frecuencia con la que reconstruir los datos guardados en la memoria es una incógnita que debe aproximarse, y distintas frecuencias de reconstrucción generarán resultados distintos, por mínimos que sean.

Por otra parte, el sistema de intercambio de datos entre arduino y matlab no es síncrono, por lo que se ha de tratar con cuidado para que el buffer de datos serie que emplea matlab no coja datos con cierto shift. La manera más adecuada para evitar estos tipos de errores es, por una parte, limitar el tamaño del buffer al número de bits que envía arduino cada vez y, por otra, implementar una interrupción en matlab que se active cada vez que se detecte ese número de bits en el buffer.

Esta es otra de las limitaciones. El sistema actual requiere de un ordenador que disponga de matlab. Si bien sería posible escribir un programa mediante un lenguaje de alto nivel, como C++, Java o Python, para que tenga acceso al puerto serie y cumpla la misma función

que el script de matlab, se ha considerado matlab como primera aproximación por la familiaridad del autor con el programa.

Conclusiones

Este estudio explora los fundamentos básicos que un ingeniero electrónico debe conocer para poder entender, y así diseñar, un sistema de captación de señales electrocardiográficas.

El diseño de cualquier sistema de sensorización requiere un mínimo de comprensión de la naturaleza de las señales subyacentes, así como de las fuentes que la generan. Si bien existe un salto informacional entre la fisiología subyacente y una aproximación electrónica, es posible realizar simplificaciones u omisiones que no ponen en detrimento la comprensión física del sistema. Así, no es necesario por entero o de entrada que el ingeniero conozca cuáles son los principales iones responsables del flujo de cargas en el modelo del volumen conductor, cómo se transmite exactamente la onda eléctrica que produce la contracción cardíaca en cada ciclo de contracción, o qué representan las diferentes partes de un electrocardiograma.

En los capítulos 2, 3 y 4 se aborda el problema desde un punto de vista modular. Las explicaciones teóricas sobre la naturaleza de la señal, fuentes de ruido... ponen de manifiesto los principales elementos a tener en cuenta cuando se desea captar un biopotencial, y son en parte extrapolables a otras fuentes (electromiografías, electroencefalografías...).

Las consideraciones del diseño analógico ofrecen cierto margen de implementación en cuanto a algunas frecuencias de corte de los filtros, componentes escogidos y alimentación. Sin embargo, las bases del diseño más básico posible resultan casi universales. La señal es diferencial y la realimentación ha de ser estable. Los simuladores tipo SPICE ofrecen grandes ayudas para determinar la estabilidad de sistemas complejos tal y como se muestra en el capítulo 4.

No es esta universalidad extrapolable al diseño digital, donde las opciones se multiplican. El desconocimiento de métodos prácticos de implementación de sistemas analógico-digitales que permitan transmitir o almacenar suficiente información para su posterior procesamiento ha limitado seriamente este trabajo. También es cierto que, hubiese ocurrido lo contrario, hubiera existido, potencialmente, una limitación de tiempo.

A pesar de ello, el proyecto ha logrado culminar sus tres objetivos. Primeramente, el de alcanzar una mayor comprensión de los fenómenos bioeléctricos, técnicas de control, sistemas digitales... También, el de obtener un sistema funcional. Y, por último, el de producir una memoria que pueda, hasta cierto punto, servir de guía para futuros trabajos similares.

Presupuesto y/o Análisis Económico

El presupuesto de este proyecto se ha dividido en dos partes bien diferenciadas. El coste relativo a la remuneración del ingeniero, y el coste del material empleado (sin tener en cuenta el uso de osciloscopios o fuentes de tensión, así como licencias de algunos programas por considerar que esto no es, enteramente, un trabajo de *freelance*).

En el presupuesto personal se contempla:

- Estudio de la viabilidad: Búsqueda bibliográfica, aprendizaje autónomo de los fundamentos y planteamiento inicial de una resolución al problema.
- Diseño: desarrollo teórico, cálculo de componentes, esquematización, simulación y replanteamiento.
- Implementación: Montaje físico de los prototipos en placa de prototipaje y perforada. Escritura del software del controlador, escritura del script de Matlab.
- Troubleshooting: Resolución de problemas inesperados. Se alterna con la implementación.
- Informe: Escrito de la memoria.

Tabla P.1 *Presupuesto Personal*

Concepto	Horas	Precio/h (€/h)	Total (€)
Estudio de viabilidad	60	15	900
Diseño	80	20	1600
Implementación	100	20	2000
<i>Troubleshooting</i>	75	15	1125
Informe	50	15	750
Total	365		6375

Taula P.2 *Coste Material*

Concepto	Cantidad	Precio €	Total (€)
AD620	2	6.89	12.78
AD8032A	2	4.91	9.82
AD780BN	1	10.80	10.80
29f040	1	3.19	3.19
L78S05CV	1	0.89	0.89
Arduino Mega	1	20	20
Componentes pasivos		10	10
Misceláneas (cables, zócalos...)		20	20
Placa Perforada		20	20
Total			107.48

Impacto Medioambiental

El impacto medioambiental de un proyecto tan pequeño es prácticamente inexistente si se considera el volumen relativo respecto a al resto de desechos producidos a diario. Sin embargo, existen varios aspectos que hacen que la producción en masa de componentes electrónicos sea un elemento de suma importancia no solo en la generación de la denominada basura electrónica, sino también en el uso masivo de recursos, polución medioambiental, esclavismo y explotación infantil.

Las industrias responsables de la producción de circuitos integrados pueden llegar a utilizar entre 7 y 16 millones de litros de agua al día; agua que, tras su utilización, requiere de un extenso proceso de tratamiento antes de poder ser devuelta al medio. El tratamiento, sin embargo, no suele ser perfecto y cierta medida de contaminación logra abrirse paso a un ecosistema previamente libre de agresiones externas.

Por otra parte, la carencia de tecnología, procesos y legislación reguladora sobre la responsabilidad, ejecución y *timing* del reciclaje de componentes electrónicos desechados acaba con la acumulación de éstos en simples basureros, con el potencial filtraje de elementos o componentes químicos nocivos y/o la exposición de trabajadores o terceros a éstos. Este problema es especialmente importante en países en vías de desarrollo.

Otra cuestión a tener en cuenta es el coste humano de la extracción de ciertos materiales o elementos para la producción de ciertos componentes electrónicos. Desde la explotación de trabajadores, algunos de ellos niños, en las minas de cobalto del Congo, hasta la polución del aire circundante a las minas de grafito en China, pasando por la movilización de tribus indígenas argentinas para poder acceder a las minas de Litio.

Teniendo en cuenta que la producción individual de componentes electrónicos es altamente costosa sin la producción en masa de éstos, podría afirmarse que la existencia de los componentes que forman este proyecto es consecuencia de la existencia de todos los de su misma serie. Luego el impacto medioambiental de este proyecto, al igual que el de cualquier proyecto electrónico, es enorme.

Sin embargo, este no es un problema específico de los componentes electrónicos (si bien sí que se emplean ciertos productos químicos no presentes en otras industrias), tanto como de

la producción en masa. Cualquier industria que produzca masivamente un producto consumirá masivamente materias primas, y generará un volumen equivalente de residuos. Éste es también un problema de las industrias alimentarias, textiles, la automovilística (donde construir un coche nuevo genera tanto CO2 como el que produce durante su vida útil)...

Aun así, el establecimiento y regulación de centros reglados de reciclaje de productos electrónicos y/o el cambio hacia productos modulares debieran ser un objetivo a establecer en corto-medio plazo para disminuir la carga medioambiental de esta industria.

Bibliography

- AAMI. (2002). *Cardiac Monitors, Heart Rate Meters and Alarms*. American National Standard.
- Acharya, V. (2011). *Improving Common-Mode Rejection Using the Right-Leg Drive Amplifier*. Texas Instrument.
- Baker, B. C. (n.d.). *Operational Amplifiers (Part V of VI): Every Amplifier is Waiting to Oscillate and Every Oscillator is Waiting to Amplify*. Microchip Technology, Inc.
- Bronzino, J. D. (2000). *The Biomedical Engineering Handbook (Vol. 1)*. IEEE Press.
- Crone, B. (2011). *Mitigation Strategies for ECG Design Challenges*. Healthcare Analog Devices, Inc.
- Fernández, M., & Pallás-Areny, R. (1999). A Comprehensive Model for Power-Line Interference in Biopotential Measurements. *Proceedings of the 16th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*. IEEE Conference Publications.
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (2010). *The Feynman Lectures on Physics (Vol. II): Mainly Electromagnetism and Matter*. Basic Books.
- Franco, S. (2002). *Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits (3rd Ed.)*. New York: McGraw-Hill.
- Franklin, G. F. (n.d.). *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley.
- Fundamentals, D. (2006). *Floyd, Thomas L*. Pearson Prentice Hall.
- Graeme, J. G. (1991). *Feedback Plots Define OP AMP Performance*. Burr-Brown.
- Graeme, J. (n.d.). *OP AMP Performance Analysis*. Burr-Brown.
- Hall, J. E., & Guyton, A. C. (2000). *Guyton & Hall: Textbook of Medical Physiology (10th Ed.)*. Saunders.
- Hann, M. (2013). *Ultra Low Power, 18 bit Precision ECG Data Acquisition System*. Texas Instrument.
- Hann, M. (unknown). *Analog Fundamentals of the ECG Signal Chain*. Texas Instrument.
- Lee, S., & Kruse, J. (2008). *Biopotential Electrode Sensors in ECG/EEG/EMG Systems*. Analog Devices.
- Levkov C, M. G. (2005, 8). Removal of power-line interference from the ECG: a review of the subtraction procedure. *BioMedical Engineering OnLine*.

- Luo, C.-H., Ma, W.-J., Juang, W.-H., Kuo, S.-H., Chen, C.-Y., Tai, P.-C., et al. (2016). An ECG Acquisition System Prototype Design With Flexible PDMS Dry Electrodes and Variable Transform Length DCT-IV Based Compression Algorithm. *IEEE Sensors Journal*.
- Mancini, R. (2001). *Stability Analysis of Voltage-Feedback Op Amps (Including Compensation Techniques)*. Texas Instruments.
- Meziane, N., G, W. J., Attari, M., & Nimunkar, A. J. (2012, 11 29). Dry electrodes for electrocardiography. *Physiological Measurement*.
- Oppenheim, A. V. (1999). *Discrete-Time Signal Processing (2nd Ed.)*. Prentice-Hall.
- Oppenheim, V. A. (1996). *Signals and Systems (2nd Ed.)*. Prentice-Hall, Inc. .
- Pei, W., Zhang, H., Wang, Y., Guo, X., Xing, X., Huang, Y., et al. (2016, May 04). Skin-Potential variation insensitive dry electrodes for ECG recording. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, pp. 463-470.
- Plonsey, R., & Malmivuo, J. (1995). *Bioelectromagnetism - Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields*. Oxford University Press.
- R., R. J. (n.d.). *A User's Guide to IC Instrumentation Amplifiers*. Analog Devices.
- Raju, M. (2005). *Heart-Rate and EKG Monitor Using the MSP430FG439*. Texas Instrument.
- Rosenstark, S. (1986). *Feedback Amplifier Principles*. Macmillian.
- Semig, P. (n.d.). Fully Understanding CMRR in DAs, IAs, and OAs (Power Point Presentation). Texas Instrument.
- Song, S., Rooijackers, M., Harpe, P., Rabotti, C., Misch, M., Roermund, A. H., et al. (2015, 04). A Low-Voltage Chopper-Stabilized Amplifier for Fetal ECG Monitoring With a 1.41 Power Efficiency Factor. *IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL CIRCUITS AND SYSTEMS*.
- Soundarapandian, K., & Berarducci, M. (2009). *Analog Front-End Design for ECG Systems Using Delta-Sigma ADCs*. Texas Instrument.
- Tai Le, H.-D. H.-H. (2016). A Low Cost Mobile ECG Monitoring Device Using Two Active Dry Electrodes. *IEEE Sixth International Conference on Communications and Electronics* . IEEE Conference Publications.
- Verma, K. K., Shukla, S. N., Jaiswal, S. K., & Verma, K. (2016). Design and Analysis of Low Power CMOS ECG Amplifier. *International Conference on Emerging Trends in Electrical Electronics & Sustainable Energy Systems (ICETEESES)* (pp. 334-336). IEEE Conference Publications.
- Vidyasagar Mukala, A. N. (2010). Design and Development of a Novel Wireless EKG System Utilizing the Low-Power Zigbee Standard. *2010 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* (pp. 1-4). IEEE Conference Publications.

Wakerly, J. F. (2000). *Digital Design: Principles & Practices*. Prentice Hall.

Winter, B. B., & Webster, J. G. (1983, Jan 1). Driven-Right-Leg Circuit Design. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, pp. 62-66.

Xiaoyang Zhang, Z. Z. (2016, October). A 2.89 μ W Dry-Electrode Enabled Clockless Wireless ECG SoC for Wearable Applications. *IEEE JOURNAL OF SOLID-STATE CIRCUITS*.

Anexo I: Sobre los Electrodo de Biopotenciales

La medida de las señales electrocardiográficas resulta posible en la medida en que es posible transducir las corrientes de iónicas que tienen lugar en el interior del volumen conductor a corrientes de electrones en los cables de conducción del sistema de medida.

El uso de electrodos de Ag/AgCl está muy extendido en la práctica clínica y son los electrodos que se han empleado en este estudio. Estos electrodos están formados por dos componentes principales:

Un electrolito de gel en el que se encuentran diluidos iones de Cl^- .

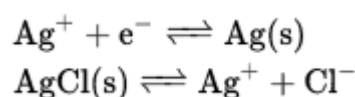
Un electrodo de plata (Ag).

El electrolito de gel se coloca de tal manera que haga contacto con la piel, mientras que el electrodo de plata se conecta a los cables de conducción.

El medio intersticial o extracelular del cuerpo humano es rico en iones de Na^+ y Cl^- , los principales responsables de mantener el equilibrio homeoestático en lo que a las presiones oncóticas que regulan la difusión de agua entre los diferentes compartimentos del medio corporal se refiere. A su vez, estos iones son los principales componentes de las corrientes de retorno que se generan en el volumen conductor. Son los portadores de carga equivalentes al flujo de electrones y protones en medios metálicos.

Cuando se genera una diferencia de potencial entre dos puntos del volumen conductor, estos iones fluyen de las porciones de mayor a menor potencial de acuerdo a su carga característica. Si un electrolito rico en iones de cloro se encuentra adherido a la superficie corporal, y existe un adecuado contacto entre ambas superficies, se producirá un flujo de iones de cloro entre el electrolito y el volumen conductor. Este flujo será un reflejo de la actividad eléctrica que los genere.

Los iones de Cl^- del electrolito y el Ag del electrodo existen en un equilibrio dinámico que depende de las concentraciones de cada componente, de acuerdo al par de reacciones de óxido-reducción siguiente:



Un aumento de la concentración de iones de cloro, cargados negativamente, puede resultar en la liberación de cationes de Ag por atracción electrostática. Al generarse un catión de Ag^+ se generan electrones que pueden difundir a los cables de conexión, produciéndose la transducción de la señal.

Por otra parte, la presencia de iones Cl^- y Ag^+ en el electrolito existe en equilibrio con la formación de Cloruro de Argento. Este compuesto relativamente insoluble precipita sobre la interfaz electrolito-electrodo cuando se forma.

El modelo discreto de impedancias de todos estos fenómenos físico-químicos queda representado en la siguiente figura:

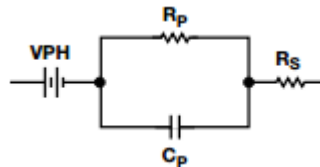


Fig. A.I.1

El potencial de los electrodos (V_{PH}) se genera debido a la concentración y distribución asimétrica de iones de Cl^- y Ag^+ en el electrolito.

La resistencia R_s representa la resistividad del cable de conducción del sistema de medida.

La capacitancia C_p se genera debido a la interfaz insoluble y aislante de AgCl y a la orientación de dipolos de moléculas de agua que conforman el electrolito.

La resistencia R_p representa la resistividad del electrodo.

Anexo II: Código de Arduino y Matlab

Arduino

```

# define C1346_A_1 0x5 // First
Cycle Address LS Byte

# define C1346_A_2 0x55 // Second
Cycle Address MS Byte

# define C14_D 0xAA //First
Cycle Data

# define C25_A_1 0x2

# define C25_A_2 0xAA

# define C25_D 0x55

# define C3_ED 0x80

# define C6_ED 0x10

# define C3_RD 0xF0

# define C3_PD 0xA0

# define _OE 3

# define _CE 6

# define _WE 4

# define read_code 555

# define erase_code 999

unsigned int dir_write=0x0000;

unsigned int dir_read=0x0000;

void setup() {

    // put your setup code here, to
run once:

    Serial.begin(9600);

    DDRA = 0xFF;

    DDRC = 0xFF;

    DDRL = 0xFF;

    pinMode(_OE, OUTPUT);

    pinMode(_WE, OUTPUT);

    pinMode(_CE, OUTPUT);

    pinMode(5, INPUT);

    DDRB = 0xFF;

    PORTB = 0;

}

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////

void loop() {

    // put your main code here, to
run repeatedly:

    bool interruptor=1;

    unsigned char data_in;

    unsigned char data_temp;

    int code=0x0000;

    DDRA=0xFF;

    interruptor=digitalRead(5);

    if((!interruptor)&&(dir_write<=0
x7ffff)){

        data_in=analogRead(6);

        while(data_in!=data_temp){

            write_chip(data_in,dir_
write);

```



```

        data_temp=read_chip(dir
_write);
    }
    dir_write++;
}
if (Serial.available()>0){
code= Serial.read();
if (code==read_code){
    while (dir_read<=0x7ffff){
        data_temp=read_chip(dir_read);
        Serial.print(data_tem
p);
                                while
(Serial.available()<=0){Serial.rea
d();}
        dir_read++;
    }
}
else if (code=erase_code){
    erase_chip();
}
}
}

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////

void erase_chip() {
    /**The command
    register is written by
    bringing WE to VIL, while CE
    is at VIH and OE is at VIH.**/
    //Ciclo 1
        digitalWrite(_CE, HIGH);
        digitalWrite(_OE, HIGH);
        digitalWrite(_WE, HIGH);
        PORTC = C1346_A_1;
        digitalWrite(_CE, LOW);
        PORTL = C1346_A_2;
        digitalWrite(_WE, LOW);
        PORTA = C14_D;
        digitalWrite(_CE, HIGH);
        //delay?
        digitalWrite(_WE, HIGH);
        //Ciclo 2
        PORTC = C25_A_1;
        PORTL = C25_A_2;
        digitalWrite(_CE, LOW);
        //delay?
        digitalWrite(_WE, LOW);
        PORTA = C25_D;
        digitalWrite(_CE, HIGH);
        //delay?
        digitalWrite(_WE, HIGH);
        //Ciclo 3
        PORTC = C1346_A_1;
        PORTL = C1346_A_2;
        digitalWrite(_CE, LOW);
        //delay?

```



```
digitalWrite(_WE, LOW); //Ciclo 6
PORTA = C3_ED; PORTC = C1346_A_1;
digitalWrite(_CE, HIGH); PORTL = C1346_A_2;
//delay? digitalWrite(_CE, LOW);
digitalWrite(_WE, HIGH); //delay?
//Ciclo 4 digitalWrite(_WE, LOW);
PORTC = C1346_A_1; PORTA = C6_ED;
PORTL = C1346_A_2; digitalWrite(_CE, HIGH);
digitalWrite(_CE, LOW); //delay?
//delay? digitalWrite(_WE, HIGH);
digitalWrite(_WE, LOW);

PORTA = C14_D;

digitalWrite(_CE, HIGH); DDRA = 0x00; //Input pin 7 de
//delay? data para ver que se haya acabado
digitalWrite(_WE, HIGH); el borrado
PORTA = 0xFF;
while (PINA7 == 0) {
    Serial.println(PINA, BIN);
}
DDRA |= 0xFF;
digitalWrite(_OE, LOW);
stand_by();
}

//Ciclo 5
PORTC = C25_A_1;
PORTL = C25_A_2;
digitalWrite(_CE, LOW);
//delay?
digitalWrite(_WE, LOW);
PORTA = C25_D;
digitalWrite(_CE, HIGH);
//delay?
digitalWrite(_WE, HIGH);
void stand_by() {
    digitalWrite(_CE, HIGH);
    digitalWrite(_OE, HIGH);
}
```

```

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////

unsigned char read_chip(unsigned
int n) {

    /**The command

        register is written by
bringing WE to VIL, while CE

        is at VIL and OE is at VIH.**/

    unsigned char a;

    /** A partir de aquí es posible
leer la dirección

        sin tener que volver a
implementar el comando.

        Sin embargo, es necesario
tener en cuenta los

        estados de los buses**/

    digitalWrite(_WE, HIGH);

    bool pr_16;

    bool pr_17;

    bool pr_18;

    pr_16=(n>>16);

    pr_17=(n>>17);

    pr_18=(n>>18);

    digitalWrite(8,pr_16);

    digitalWrite(9,pr_17);

    digitalWrite(10,pr_18);

    PORTC=(n>>8);

    PORTL = (n);

    digitalWrite(_CE, LOW);

    digitalWrite(_OE, LOW);

    DDRA = 0x00; //habilito el
puerto 3 como input

    PORTA = 0xFF; //activo la
resistencia pull-up

    return(PINA);

}

bool write_chip(unsigned char
data, unsigned int x) {

    //4 Cycles

    bool p_16;

    bool p_17;

    bool p_18;

    //Ciclo 1

    DDRA = 0xFF;

    bool b=0;

    digitalWrite(_OE, LOW);

    b = (data>>7);

    digitalWrite(_CE, HIGH);

    digitalWrite(_OE, HIGH);

    digitalWrite(_WE, HIGH);

    PORTC = C1346_A_1;

    PORTL = C1346_A_2;

    digitalWrite(_CE, LOW);

    digitalWrite(_WE, LOW);

    PORTA = C14_D;

    digitalWrite(_WE, HIGH);

    digitalWrite(_CE, HIGH);

    //Ciclo 2

    PORTC = C25_A_1;

```

```
PORTL = C25_A_2;
digitalWrite(_CE, LOW);
digitalWrite(_WE, LOW);

PORTA = C25_D;
digitalWrite(_CE, HIGH);
digitalWrite(_WE, HIGH);

//ciclo 3
PORTC = C1346_A_1;
PORTL = C1346_A_2;
digitalWrite(_CE, LOW);
digitalWrite(_WE, LOW);
PORTA = C3_PD;
digitalWrite(_CE, HIGH);
digitalWrite(_WE, HIGH);

//digitalWrite(_OE,HIGH);
//OJOOOOOOOOOOOOOOO
p_16=(x>>16);
p_17=(x>>17);
p_18=(x>>18);

digitalWrite(8,p_16);
digitalWrite(9,p_17);
digitalWrite(10,p_18);
PORTC = (x>>8);
PORTL = x;
digitalWrite(_CE, LOW);

digitalWrite(_WE, LOW);
//DDRA=0xFF;
PORTA = data;
digitalWrite(_WE, HIGH);
digitalWrite(_CE, HIGH);
digitalWrite(_OE, LOW);
digitalWrite(_CE, LOW);

DDRA = 0x00;
PORTA = 0xFF;
Serial.println(5);
Serial.println(digitalRead(29),
BIN);
Serial.println(b, BIN);
//Serial.println(PINA,BIN);
while ((digitalRead(29) != (b)))
{
    if (digitalRead(27)) {
        PORTA = C6_ED;
        DDRA = 0xFF;
        Serial.println("Error");
    }
    Serial.println("ok so far");
}
//Serial.println(data,BIN);
digitalWrite(_CE, HIGH);
digitalWrite(_OE, HIGH);
DDRA = 0xFF;
}
```

Matlab

```
s=serial('COM1')
s.InputBufferSize = 8;
fopen(s)

i=1;
fprintf(s,555)
flushinput(s)
while i<=524287
    f(i)=fscanf(s,'%d');
    fprintf(s,1);
    i=i+1;
end
fclose(s)
```



Anexo III: Fundamentos Teóricos del Teorema de Nyquist-Shannon

Sea $x(t)$ una función periódica con periodo T , de manera que:

$$x(t) = x(t + nT) \quad (\text{AIII.1})$$

Donde n es cualquier número entero. Suponemos que es posible representar $x(t)$ como una suma infinita de exponenciales complejos escalados, cada uno con una frecuencia múltiple de $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Es decir:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{(k\omega_0 t)j} \quad (\text{AIII.2})$$

Siendo las incógnitas de esta ecuación los coeficientes que escalan cada uno de los exponenciales complejos.

Si se multiplica cada lado de la ecuación por $e^{-(n\omega_0 t)j}$ y se integra sobre todo un periodo se obtiene:

$$\int_0^T x(t) e^{-(n\omega_0 t)j} dt = \int_0^T \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{(k\omega_0 t)j} e^{-(n\omega_0 t)j} dt \quad (\text{AIII.3})$$

Pudiendo representarse el lado derecho de la ecuación de la siguiente manera:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \int_0^T e^{\omega_0 t(k-n)j} dt \quad (\text{AIII.4})$$

Cuando $k \neq n$, la integral sobre un periodo de un exponencial complejo da como resultado 0, de manera que la ecuación presenta resultados distintos a 0 sólo para valores de $k=n$. En estos casos:

$$\int_0^T e^{\omega_0 t(0)j} dt = \int_0^T 1 dt = T \quad (\text{AIII.5})$$

De manera que:

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-(n\omega_0 t)j} dt \quad (\text{AIII.6})$$

Obteniéndose así los coeficientes que escalan los complejos conjugados en la representación de la serie de Fourier de una función.

Sea $x(t)$ un tren de impulsos $\delta(t - pT)$.

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T \delta(t - pT) \cdot e^{-(n\omega_0 t)j} dt \quad (\text{AIII.7})$$

Considerando que $\delta(t - pT) = 0$ para cualquier valor de t distinto a pT , la integral solamente tiene valor cuando $t = pT$. De manera que:

$$\int_0^T \delta(t - nT) \cdot e^{-(n\omega_0 pT)j} dt \quad (\text{AIII.8})$$

Y:

$$e^{-(n\omega_0 pT)j} = e^{-(n\omega_0 2\pi)j} = 1 \quad (\text{AIII.9})$$

Para cualquier armónico. De esta manera:

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T \delta(t - pT) dt = \frac{1}{T} \quad (\text{AIII.10})$$

Por lo que la serie de Fourier de un tren de impulsos es todo el conjunto de exponenciales conjugados armónicos de la frecuencia fundamental del tren de impulsos escalados por $1/T$.

De manera que, si $x(t)$ es un tren de impulsos, éste es igual a:

$$x(t) = \frac{1}{T} [(e^{\omega t j} + e^{-\omega t j}) + (e^{2\omega t j} + e^{-2\omega t j}) + \dots + (e^{n\omega t j} + e^{-n\omega t j})] \quad (\text{AIII.11})$$

Donde n es un entero sin límite superior.

De esta manera, si consideramos $g(t)$ una función cualquiera a muestrear, con serie o transformada de Fourier existente, se define la función muestreada como:

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{(k\omega_0 t)j} \quad (\text{AIII.12})$$

$$g_{muestra}(t) = x(t) \cdot g(t) \quad (\text{AIII.13})$$

$$g_{muestra}(t) = \frac{1}{T} \cdot [(e^{\omega t j} + e^{-\omega t j}) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{(k\omega_0 t)j} + (e^{2\omega t j} + e^{-2\omega t j}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{(k\omega_0 t)j} + \dots + (e^{n\omega t j} + e^{-n\omega t j}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{(k\omega_0 t)j}] \quad (\text{AIII.14})$$

O, lo que es lo mismo, la multiplicación de ambas funciones en el dominio del tiempo, equivale a la convolución en el dominio de la frecuencia de $g(t)$ sobre cada exponencial complejo del tren de impulsos.

El teorema de Nyquist-Shannon afirma que, al realizar el muestreo de una señal, es necesario que la frecuencia de muestreo sea, como mínimo, superior a dos veces el ancho de banda de la frecuencia muestreada (véase figura AIII.1.c). De lo contrario, existirá un solapamiento en el espectro frecuencial de la señal reconstruida (véase figura AIII.1.d), incluyéndose tanto los exponenciales complejos de mayor frecuencia de la frecuencia fundamental como los de baja frecuencia del siguiente armónico. Dependiendo del espectro de la señal (mayor representación de altas o bajas frecuencias), esto puede distorsionar la señal reconstruida.

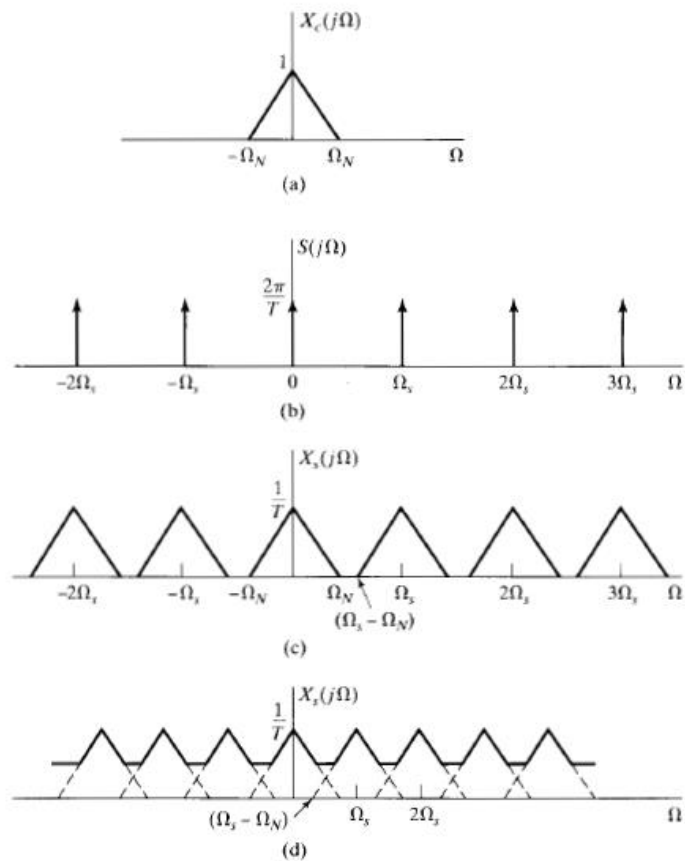


Fig. AIII.1: La figura (a) representa el espectro frecuencial de una señal no periódica (su transformada de Fourier). (b) es el espectro frecuencial de un tren periódico. (c) es la convolución en frecuencia de ambas señales. (d) es también la convolución entre ambas señales; sin embargo, existe solapamiento de espectros frecuenciales debido a una baja frecuencia de muestreo.