thinking process and thus opens space for creative thoughts and for innovation. The approach is no straitjacket that binds the thinking process into a narrow stream of questions and answers.

- The systematic notation helps the understanding even of *large models* with a high number of different types of attributes (variables and constants).
- The systems approach not only seems advantageous for model design in practice, it is also a valuable tool for *teaching*. The author has the impression that his students understand many standard models of the O.R. literature more quickly and more deeply if the systems are represented in the systems terminology, including the forms of documents presented above (such as Figs 2–4 and Tables 1–3).

It was said in the introduction of this paper that model design based on the systems approach could at the same time be both analytic *and* synthetic, reductionistic *and* holistic, systematic *and* systemic. Why? It is *analytic*, *reductionistic* and *systematic* in that it cuts the system perceived into its parts, i.e. element sets, elements, attributes etc. On the other hand, the impression of the *interdependent entirety* can be preserved throughout the whole process, supported by the survey graphs and the other systems documents. It depends, however, on the *individual* whether *he* sees the *whole* through the documents. The documents do not guarantee a synthetic, holistic and systemic perception but help those who are willing.

Finally, to repeat what we learned from many systems thinkers, such as Ackoff, Checkland and Churchman, we shall never be able to describe a system in *all* the relevant aspects. There are always hidden qualities and values which may never see the daylight of a model, not even of a list of elements and attributes.

REFERENCES

[1] R. L. Ackoff (1956) The development of operations research as a science. *Opns Res.* **4**, 265–295.
[2] R. L. Ackoff (1973) Science in the systems age: beyond IE, OR, and MS. *Opns Res.* **21**, 661–671.
[3] R. L. Ackoff (1974) *Redesigning the Future.* Wiley, New York.
[4] C. W. Churchman (1979) *The Systems Approach and its Enemies.* Basic Books, New York.
[5] R. Bryer (1979) The status of the systems approach. *Omega* **7**, 219–231; see also the response by Churchman, Ulrich, Bryer and Mitroff (1980) in *Omega* **8**, 277–280.
[6] H. A. Simon (1969) *The Sciences of the Artificial.* M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.
[7] W. Ulrich (1980) The metaphysics of design: a Simon–Churchman "debate". *Interfaces* **10**, 35–40.
[8] P. B. Checkland (1981) *Systems Thinking, Systems Practice.* Wiley, Chichester.
[9] M. C. Jackson (1982) The nature of 'soft' systems thinking: the work of Churchman, Ackoff and Checkland. *J. appl. Systems Analysis* **9**, 17–29; see also the response by Ackoff, Churchman, and Checkland in the same issue, 31–39.
[10] P. B. Checkland (1981) Rethinking a systems approach. *J. appl. Systems Analysis* **8**, 3–14.
[11] M. Gaitanides, W. Oechsler, A. Remer and W. H. Staehle (1975) Forschungsziele der systemorientierten Betriebswirtschaftslehre. In *Systemforschung in der Betriebswirtschaftslehre* (E. Jehle, Ed.), pp. 107–132. Poeschel, Stuttgart.
[12] H. Wedekind and E. Ortner (1980) *Systematisches Konstruieren von Datenbankanwendungen.* Hanser, München.
[13] H. Wedekind (1981) *Datenbanksysteme I.* 2nd edn. Bibliographisches Institut; Mannheim, Wien, Zürich.
[14] H. Müller-Merbach (1981) System approach and model design. *Eur. J. Opl Res.* **8**, 406.
[15] H. Müller-Merbach (1979) The modeling process: steps versus components. In *Design and implementation of computer-based information systems* (N. Szyperski and E. Grochla, Eds), pp. 47–59. Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands.
[16] H. Müller-Merbach (1982) Phases or components? *Interfaces* **12**, 61–65.
[17] J. W. Forrester (1968) *Principles of Systems.* Wright–Allen Press, Cambridge, Massachusetts.
[18] D. M. Meadows (1972) *The Limits to Growth.* Universe Books, New York.
[19] C. Eden and S. Jones (1980) Publish or perish?—a case study. *J. Opl Res. Soc.* **31**, 131–139.
[20] S. Jones and C. Eden (1981) O.R. in the community. *J. Opl Res. Soc.* **32**, 335–345.

REFLEXIONES SOBRE LA IMPLEMENTACION Y USO DE LOS MODELOS MATEMATICOS EN LA INVESTIGACION OPERATIVA.

J.Barceló.
Departament d'Investigació Operativa.
Facultat d'Informàtica.
Universitat Politècnica de Catalunya.
Jordi Girona Salgado, 31
08034.Barcelona.

RESUMEN

Durante los últimos años ha decaido el uso de los modelos matemáticos de la Investigación Operativa, frente a este hecho este trabajo intenta analizar algunas de las posibles causas y de las posibles lineas de actuación que permitan superar esta situación. Entre otras se propugnan la consideración de los modelos matemáticos como herramienta y no como fin en sí, la utilización de un enfoque orientado a los problemas y no a las técnicas, la recuperación de la interdisciplinariedad como elemento metodológico y , sobre todo la integración de los modelos de I.O. en los sistemas de ayuda a la toma de decisiones.

"The big problem with Management Science Models is that managers practically never use them".
John D.C. Little /17/

1.- INTRODUCCION.

La cita que encabeza estas lineas constituye uno de los centros en torno de los cuales giran estas reflexiones sobre la modelización y el uso de los modelos en la Investigación Operativa. Creo que de una manera realista y cruda esta cita apunta a uno de los centros neurálgicos de la tan traida y llevada crisis de la Investigación Operativa. Si repasamos someramente la breve historia de la I.O. podemos extraer la, en principio, sorprendente conclusión, de que de una fase inicial con pocos modelos pero ampliamente utilizados, se pasa a la fase actual caracterizada por una amplia profusión de modelos que raramente se utilizan, resultando, además que el modelo más frecuentemente utilizado sigue siendo quizás el más antiguo: el modelo lineal, conocido con el nombre de Programación Lineal.

En un intento, no exhaustivo, de buscar explicaciones a esta evolución quisiera resaltar tres aspectos de la evolución de la I.O. en los últimos veinte años: el éxito de la Programación Lineal, la tendencia a los modelos globales aislados ("stand alone models") y los acentos algorítmicos.

El éxito de la Programación Lineal, derivado en parte del hecho de que gran número de situaciones reales responden adecuadamente, en primera aproximación, a las hipótesis lineales, y en parte de que con el desarrollo de los ordenadores se ha ido disponiendo cada vez de versiones más eficaces y potentes del algoritmo del simplex, y sus variantes, que han permitido abordar la solución de problemas de mayores dimensiones, ha significado al mismo tiempo el talón de Aquiles de la modelización y de su credibilidad, toda vez que la accesibilidad de un tipo de modelo tan general para el que se disponia de una herramienta tan poderosa, ha forzado la formulación de modelos lineales para situaciones que no lo eran, olvidando algunos de los principios básicos de la modelización. Todo modelo, como representación formal de una parcela de realidad, comporta una simplificación de la misma. Simplificación regulada por las hipótesis introducidas para modelizar, como por ejemplo, las de proporcionalidad y aditividad en el caso de la Programación Lineal. Hipótesis de modelización que limitan el campo de validez de las respuestas que puede proporcionar el modelo construido, de ahí que interrogar al modelo sobre aspectos de la realidad no contemplados en el campo definido por las hipótesis de modelización, puede conducir, y de hecho conduce, a respuestas no aceptables que en muchos casos dan lugar a una reacción en contra del modelo - la programación lineal no sirve - en vez de reaccionar en contra de la inadecuada utilización del mismo, con el consiguiente descrédito y pérdida de credibilidad.

Otro aspecto de la programación lineal, que si bien no podemos calificar de negativo - sería muy fuerte -, si podemos calificar de condicionador de los planteamientos de desarrollo algorítmico, ha sido el del impacto del algoritmo del simplex. Su éxito arrollador y su indiscutible eficacia han dificultado la aparición de puntos de vista diferentes para la resolución de problemas lineales o de los que recurren a la linealización en alguna de sus fases de resolución. Afortunadamente en estos últimos años han empezado a aparecer visiones diferentes, como la de Kachian, que si bien no ha resultado computacionalmente eficaz, sí que lo ha sido desde el punto de vista de las implicaciones teóricas para otras familias de problemas (Grötschel, Lovasz, Schrijver, /15/). Más recientemente Karmarkar, /16/, ha abierto una amplia polémica, cuyo fin aún no se vislumbra, y cuyo impacto está provocando unas consecuencias que aún no estamos en condiciones de evaluar, con una aproximación algorítmica a la resolución de los problemas lineales basada también, como la de Kachian, en procedimientos de punto interior, privativos hasta este momento de los métodos no lineales.

El segundo rasgo a resaltar en esta sinopsis de la evolución de la I.O., es el de la tendencia a lo que he denominado modelos globales y aislados. A medida que en su primera fase los modelos de la I.O. fueron aplicados a la resolución de problemas que podriamos denominar sencillos desde la perpectiva actual, cundió la tentación de apicarlos, debidamente modificados, a situaciones más complejas, dando como resultado un crecimiento de los modelos no sólo en el sentido de las dimensiones sino en el de las componentes y las relaciones entre ellas. Habría que resaltar tres inconvenientes de esta tendencia: la complejidad de los modelos, su computabilidad y su inteligibilidad.

El crecimiento en complejidad del modelo dificulta su posibilidad de control por parte del diseñador al tiempo que genera requerimientos que en muchos casos son de dificil satisfacción, como por ejemplo, las estimaciones de los parámetros que regulan las interacciones entre los componentes del modelo, interacciones que, a su vez, requieren frecuentemente de una modelización propia. Pero quizás la mayor dificultad que para el diseñador plantea este tipo de modelos es el de su computabilidad, es decir, la viabilidad de algoritmos y métodos numéricos que permitan la obtención de soluciones, aunque en muchos casos puede llegar a cuestionarse incluso la existencia de soluciones para tales modelos, consideración que lleva a Williams (H.P. Williams, /29/) al analizar esta cuestión en su libro sobre la construcción de modelos en programación matemática, a plantearse la pregunta de ¿Para qué construir modelos que no tienen solución?.

Sin embargo, considero que la tercera implicación subrayada , la de la inteligibilidad, es la que tiene más graves consecuencias desde el punto de vista de la cita de Little que he tomado como punto de partida para estas reflexiones. La complejidad del modelo dificulta su comprensión por todo aquel que no sea un especialista de nivel equivalente al del que lo ha diseñado, se ahonda así la división entre constructores y usuarios de modelos matemáticos, llegándose, implicitamente, a la conclusión de que si el usuario no puede llegar a comprender y familiarizarse lo suficiente con el modelo entonces el modelo debería de sustituir al usuario, es decir, el modelo debería ser tan completo que llegue incluso a tomar, a la vista de las soluciones, las decisiones que de hecho habría de tomar el usuario. Creo que en este distanciamiento entre la inteligibilidad del modelo y su facilidad de uso por parte del usuario no especialista, se encuentra una de las razones de la no utilización de los modelos de la I.O. por aquellos para los que en última instancia se habían construido ya que, como puntualiza Williams en el libro citado "A model should never be an attempt to replace or substitute for managers, but rather the aim is to support management actions". Curiosamente este análisis de la no utilización de los modelos por la no inteligibilidad de los mismos ha producido en los últimos años lo que podríamos denominar una tendencia psicologista dentro de la I.O. y especialmente dentro de la I.O. británica - Sue Jones, Colin Eden and D.Sims, /12/, Rolf Tomlinson, /28/ - que pone en primer plano los problemas de comunicación, y especificamente de lenguaje, entre el investigador operativo diseñador y constructor de modelos y el ejecutivo, responsable de la toma de decisiones, usuario de los mismos. Acentúo el curiosamente con que he iniciado este comentario porque, sin negar la existencia de un problema de comunicación entre modelizador y usuario, no estoy seguro de que este sea el camino para su solución y espero dejar claras, más adelante, en el curso de estas reflexiones, cuáles son las otras alternativas, a mi juicio más eficientes.

El último aspecto de la evolución de la I.O. que he creido interesante resaltar es el de lo que he denominado el acento algorítmico. Se trata de un aspecto que, en parte, no es independiente del que acabo de comentar, el de la inteligibilidad, ya que sería un resultado del crecimiento de la necesidad de herramientas computacionales derivado del incremento de la complejidad de los modelos a tratar, resultado que, a juicio de muchos, ha conducido a que un medio -las herramientas matemáticas de la I.O.- haya sustituido al fin -los modelos de I.O.- reduciendo la I.O. a una rama de las matemáticas con pérdida de lo que había sido uno de sus rasgos característicos: la interdisciplinariedad (R.L.Ackoff, /1/, /2/). La siguiente cita de un trabajo de Müller-Merbach, /22/ , que reproduzco íntegra a pesar de su

extensión, formula perfectamente, en mi opinión, este aspecto del conflicto que estoy poniendo de manifiesto y apunta sugerencias sobre su solución: "The first generation of operations researchers were problem orientated. The shift towards mathematics produced technique orientated experts. A problem orientated operational researcher would perhaps say: "We have a problem in production", "...in finances"... in inventory", etc. A technique orientated expert would say instead: "This is an LP problem", "... a simulation problem", "... a network flow problem", etc. As Eilon, /11/, suggests, "O.R./M.S. must be problem orientated and not technique orientated". Mathematics should be considered as a tool of OR, a very important tool, but not as OR intself, success of OR will therefore not be measured in terms of mathematical sophistication. Instead, success of OR should mean useful and helpful influence in real situations. A condition for influence is that OR is accepted by decisions makers. They would only accept OR if they realise that it provides them with additional insight into reality. Therefore, OR in practice should not be directed toward mathematical perfection. Rather, the tools should be as simple as possible".

De lo expuesto se deduce pues, que un cambio de actitud en lo que a la utilización de modelos de I.O. se refiere, no puede producirse más que cuando estos demuestran su caracter de herramienta, accesible al usuario, capaz de proporcinar un conocimiento complementario de la realidad modelizada. ¿Cómo conseguirlo?. En paralelo con la linea seguida hasta aquí, creo posible esbozar un principio de respuesta, replanteando en la linea formulada por Müller-Merbach, tres aspectos: la formulación del modelo, la aplicabilidad del modelo y la utilización del modelo.

2.- FORMULACION Y APLICABILIDAD DEL MODELO.

Doy por supuesto, como principio metodológico de la I.O., que el punto de partida del investigador operativo debe ser el de la orientación a los problemas, por lo que, consecuentemente, toda su actividad inicial debe estar dirigida a la identificación del tipo de problema: producción, transporte, inventarios, etc, en lugar de dedicarse a priori a una tarea de clasificación taxonómica de la técnica a utilizar. Sólo una vez identificado el tipo de problema puede procederse a la tarea de modelización que, evidentemente, no tiene nada que ver con las técnicas de que se dispone, estas habrán de intervenir unicamente a posteriori, atendiendo a la necesidad de que el modelo pueda ser manipulable analíticamente, es decir, susceptible de producir soluciones razonables en tiempos razonables, es de prever una posible interacción en la fase de modelización entre los pasos sucesivos de la construccion del modelo y las técnicas disponibles para tratar el modelo resultante.

Sin embargo, conviene no olvidar que la relación entre un problema - o su equivalente, la parcela de realidad que formulamos como tal -, y el modelo que lo representa, no es unívoca, y menos en lo que a su representación como modelo de programación matemática se refiere: en general, todos los problemas pueden formularse de más de una manera como modelos de programación matemática. En todo proceso de modelización de una situación real como modelo de programación matemática es necesario introducir las aproximaciones e hipótesis que permiten traducir las relaciones de la situación real (relaciones tecnológicas, leyes físicas, restricciones de mercado, etc.) al conjunto de relaciones matemáticas (ecuaciones, inecuaciones, dependencias lógicas, etc.) que las representan. Tal traducción no es única, depende de las hipótesis previas que, a su vez, para una misma situación real pueden ser función de las preguntas que sobre la misma nos formulemos (para un análisis más detallado de estos puntos véase: Companys, /8/, o Barceló, /5/), pero, en cualquier caso, el modelo queda definido por el conjunto de relaciones matemáticas que incorpora.

La formulación de un modelo debe pues partir del análisis de la realidad que se pretende modelizar, análisis que debe traducirse en un conjunto de hipótesis que permitan formular en términos matemáticos las relaciones detectadas en el análisis de la realidad que sean relevantes para responder a las preguntas que sobre esa realidad planteamos a través del modelo. Una vez obtenida una primera versión de la estructura matemática del modelo es cuando entra en juego la colección de técnicas disponibles que son las que permitirán obtener una solución. Las técnicas disponibles pueden obligar a un replanteamiento de las relaciones matemáticas y, consecuentemente, de las hipótesis que las sustentaban. No perdiendo de vista el marco de la utilizabilidad del modelo, al que aludiremos posteriormente.

De todas maneras, cualquier modificación introducida en las relaciones o las hipótesis básicas, ha de tener en cuenta que el modelo sólo sirve en tanto en cuanto es aplicable, y la aplicabilidad de un modelo matemático, supuesto soluble, depende de su calidad y de su manipulabilidad.

La calidad de un modelo es la calidad de las respuestas, soluciones, que proporciona que, a su vez, dependen de la precisión de las relaciones representadas por el modelo y de los datos requeridos por tales relaciones.

La manipulabilidad del modelo está relacionada con la capacidad de desarrollarlo y modificarlo continuamente. Dentro del propósito general de los modelos, de ser el soporte de las acciones de los decisores, como ponía de manifiesto hace poco mediante la cita de Williams, reforzaré esta filosofía, subrayando, con él, que entre los motivos para la construcción de un modelo figuran los de ser un vehículo adicional para adquirir un conocimiento

complementario de la realidad modelizada, posibilidad de un análisis que sugiera lineas de acción no evidentes, realización de experiencias no posibles de llevar a cabo sobre el objeto modelizado, etc. Frecuentemente los análisis y experimentos mencionados consisten en comprobar el comportamiento del modelo cuando se modifican algunas de las hipótesis que lo sustentan, se cambian, quitan o añaden, algunas de las relaciones que lo constituyen, o simplemente, se modifican algunos de los datos en los que opera el modelo (ejemplo típico de lo que digo lo constituye el análisis post-óptimo en la programación lineal).

3.- UTILIZACION DEL MODELO.

Este aspecto es el que apunta más directamente en el sentido que señalábamos al principio de estas reflexiones, e incluye, a mi modo de ver, consideraciones sobre dos puntos: la accesibilidad al usuario y la posibilidad de obtención de soluciones.

Supuesto que un modelo cumple los requisitos planteados en el apartado anterior, es decir, que se trata de un modelo correctamente formulado, que traduce convenientemente, por lo tanto, las relaciones subyacentes y proporciona soluciones de la calidad requerida con la manipulabilidad deseable, ello no implica que ese modelo sea ya necesariamente accesible al usuario para el que, al menos teoricamente, estaba destinado. Un modelo complejo, cuyos datos requieren costosos procesos de adquisición y cuyas soluciones necesitan de largos tiempos de cáculo en ordenador, pero que sólo es inteligible y manipulable por y para el experto que lo ha diseñado y construido satisfaría todos los requisitos expuestos pero seguiría incurriendo en el defecto denunciado por Little: es muy probable que no fuese utilizado por los usuarios finales, o que fuese utilizado sólo parcialmente.

¿Cuál puede ser en el contexto tecnológico actual, una posible solución a este problema?. Intentaré sugerir una respuesta siguiendo, una vez más, las líneas esbozadas por Müller-Merbach.

La accesibilidad al usuario puede establecerse en función de tres conceptos básicos: inteligibilidad, transparencia y modificabilidad. Inteligibilidad quiere decir, en este contexto, que tanto los datos requeridos por el modelo para operar, como los resultados que éste proporcione han de venir expresados en términos inteligibles para el usuario, es decir, en los términos que él utiliza habitualmente. Transparencia significa que el usuario no tiene porqué depender en su utilización del conocimiento de la estructura matemática del modelo, ni de las particularidades de los algoritmos empleados en la obtención de soluciones. Manipulabilidad implica que los cambios en los datos o en las condiciones de operación del modelo, puedan ser realizados directamente por el usuario sin tener que acceder a la estructura interna del modelo. Resumiendo si consideramos que "nuestros modelos matemáticos son transportadores de información, nuestros algoritmos son dispositivos de transformación de información, y todos los procesos de decisión que nos conciernen estan conectados en el tratamiento de la información", y que, "una parte sustancial es el procesado explícito de información mediante máquinas de procesado de la información: ordenadores,", y "las cuestiones más importantes en los casos prácticos - en lo que a los ordenadores concierne- son los de diseño de bases de datos, organización de sistemas de planificación y control, desarrollo de sistemas de información, etc.", "... la modelización en I.O. no debe entenderse como un hecho aislado, sino dentro del marco del diseño de sistemas de información".(Müller-Merbach, /22/).

La formulación del modelo y su aplicabilidad implicaban, según hemos visto, que el modelo tuviese soluciones y estas fuesen calculables en plazos razonables de tiempo. Tenemos que matizar aquí, en el contexto de la utilización del modelo, que entendemos por plazos razonables de tiempo. La obtención de una solución exacta para un problema complejo de grandes dimensiones en unas cuantas horas de CPU de un ordenador grande, podría, en un contexto dado, considerarse no ya como un plazo razonable de tiempo, sino, incluso, como una cantidad de tiempo aceptablemente corta, mientras que en otro contexto podría ser totalmente inaceptable. Un ejemplo puede ayudarnos a clarificar estos conceptos. Un problema de planificación de la producción comporta varias etapas de entre las que podemos destacar dos, la selección de un plan entre planes alternativos y el establecimiento detallado del plan definitivo. La modelización puede establecerse en muchos casos mediante Programas Lineales, o Programas Lineales Mixtos alternativos, correspondientes a los planes, cuyas dimensiones pueden ser lo suficientemente grandes como para que su solución requiera una cantidad apreciable de tiempo de CPU. El proceso de decisión basado en el uso de los programas lineales continuos o mixtos como modelos del proceso de planificación de la producción, podría describirse en los términos siguientes: supuestas definidas las interfases que permiten establecer la comunicación entre los responsables de la decisión y los manipuladores del modelo, aquellos definen los datos sobre los que hay que operar, estos obtienen las soluciones y se las presentan a los decisores en los términos que ellos entienden, y éstos, finalmente, a la vista de las soluciones toman su decisión. En estas condiciones el proceso no es integramente mecanizable, requiere de un equipo intermedio y puede durar horas o dias, según la cantidad y dificultad de los modelos a resolver. Tiene la particularidad de que en tanto en cuanto que las soluciones que se comparan son las definitivas para cada plan, una vez elegido un plan el proceso termina puesto que su detalle ya es conocido. Supongamos ahora que, dados los criterios de comparación entre planes para elegir uno de ellos, bastase con una solución aproximada del modelos que representa cada plan, obtenible mediante un algoritmo ejecutable, a lo sumo, en unos pocos minutos de CPU del correspondiente ordenador. En ese caso sitematizada la comunicación entre los decisores y los modelos, es decir, sustituido el equipo de personas encargadas de ella, por el programa de ordenador que incorpora sus funciones, el proceso de decisión será totalmente automatizable y ejecutable de una manera interactiva, decisores-ordenador en un plazo de tiempo de unos pocos minutos. Una vez decidido un plan, la elaboración de los detalles definitivos podría realizarse off-line, en batch, tomando todo el tiempo que fuera necesario.

Este segundo caso del ejemplo es el que nos permitiría integrar nuestros modelos dentro de un sistema de información, utilizable interactivamente. En este contexto cuando hablamos de obtención de soluciones nos referimos, a soluciones exactas o aproximadas, y en este caso con la aproximación requerida para que sean significativas, para modelos insertables dentro de sistemas de información.

4.- MODELOS MATEMATICOS Y SISTEMAS DE INFORMACION.

La utilización de los modelos matemáticos como soporte de los procesos de decisión no es nueva, por ejemplo, Simon, /27/, (J.Barceló y M.Martí, /3/) en su teoría descriptiva de la decisión propone la clasificación de los procesos de decisión según el método en decisiones programables y decisiones no programables. Una decisión se denomina programable cuando se ha definido, a priori, un procedimiento detallado para tratarla. Normalmente las decisiones programables son repetitivas, y viceversa, ya que si una decisión se ha de tomar a menudo es probable que se haya buscado la manera de formalizar un procedimiento para tomarla. Tal sería por ejemplo el caso de la reposición del stock de un cierto producto.

Una decisión es no programable cuando no hay un procedimiento para tratarla, ya sea porque no se había presentado anteriormente la situación, o porque su naturaleza y estructura son complejas o porque es tan importante que se quiere tratar cada caso individualmente. Dentro de las decisiones no programables podemos establecer una subdivisión en estructuradas e híbridas. Las primeras se caracterizan porque una vez identificado el problema el decisor puede emplear un cierto número de modelos para los cuales existen algoritmos, cuyas soluciones le pueden ayudar a tomar la decisión, y aunque no determinen de forma completamente automática la alternativa a elegir, le proporcionan un conjunto de datos que le guian en la elección. Las decisiones híbridas corresponden al caso en que hay tantos criterios a tener en cuenta que no se sabe cómo formalizar el problema, en cuyo caso suelen intervenir razonamientos de tipo heurístico.

El proceso de planificación de la producción, utilizado como ejemplo en el apartado anterior, correspondería a un caso de decisión no programable estructurada, que sería uno de los susceptibles de ser integrados dentro de un sistema de información, o más propiamente dentro de un Sistema de Ayuda a la Toma de Decisiones (Decision Support System).

En una primera aproximación a este tratamiento vamos a analizar las componentes de un caso de planificación de la producción, un poco más complejo que el propuesto hasta ahora, descrito por Magnanti, /18/, la diferencia básica constiría en integrar modelos adicionales que considerasen la información sobre la demanda y su correspondiente previsión, la distribución y el transporte de la producción propuesta y, sobre todo el contemplar la posibilidad de la expansión de las plantas de producción. En función de ello el sistema de decisión constaría, a su vez, de dos sistemas, el logístico y el táctico. El diagrama de la figura 1, describe las componentes del sistema logístico:

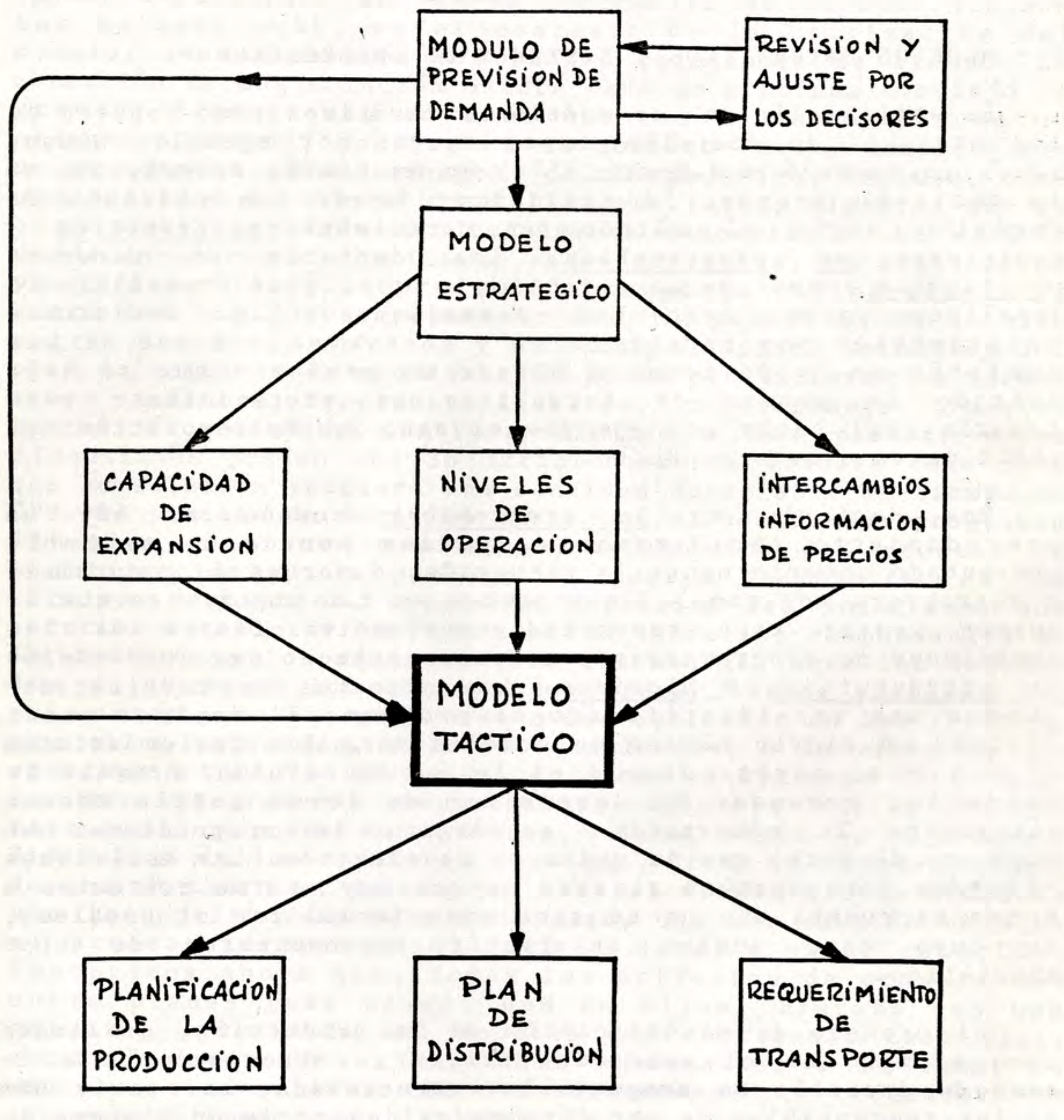

Fig. 1. (Sistema Logístico)

La figura 2 describe el sistema táctico, que es el que vamos a estudiar con más detalle según los conceptos que hemos ido introduciendo a lo largo de estas reflexiones. En la sencilla descripción del proceso realizada en el apartado 3, hemos hablado de datos y resultados definidos en términos inteligibles por el usuario que requerían las interfases correspondientes para poder interactuar con el modelo matemático, el de optimización lineal en este caso. Esto significa que desde el punto de vista del input al modelo dichos datos (demanda, pedidos, reservas, costes de transporte, costes de stock, limitaciones de capacidad, disponibilidad de recursos, etc.) han de ser traducidos a un formato interpretable directamente por el modelo de optimización lineal correspondiente (la forma matricial que requiere el algoritmo del simplex en este caso). La interfaz en este sistema es el subsistema denominado Generador de Matrices.

Los modelos prácticos de programación matemática poseen, casi siempre, una estructura claramente definida formada por una gran cantidad de restricciones, formuladas en términos de igualdades o desigualdades, y de variables de tipos similares. Lo cual permite automatizar la parte repetitiva de la construcción del modelo. Los Generadores de Matrices son los programas de ordenador que llevan a cabo esta función, las ventajas de la utilización de tales programas consisten en que ayudan a construir un modelo permitiendo presentar los datos al generador de una manera realista que se corresponde con la aplicación práctica de que se trata, minimizan los errores de formulación al automatizar las partes repetitivas y facilitan y simplifican las modificaciones del modelo consistentes en cambios en los datos de operación.

En algunos casos los generadores de matrices son de diseño específico para un tipo particular de modelo, mientras que en otros se trata de generadores de matrices de propósito general que explotan el hecho de las características comunes de muchos modelos de programación matemática. Un compromiso entre los generadores de matrices específicos y los de tipo general lo constituyen los generadores de generadores de matrices. Se trata de programas de ordenador que generan un programa generador de matrices a partir de los requerimientos que le proporciona el usuario, adaptados a sus necesidades.

El Generador de Informes (bloque: Informe sobre el plan propuesto) constituye la interfaz recíproca que traduce la solución obtenida por el modelo a los términos inteligibles por el usuario.

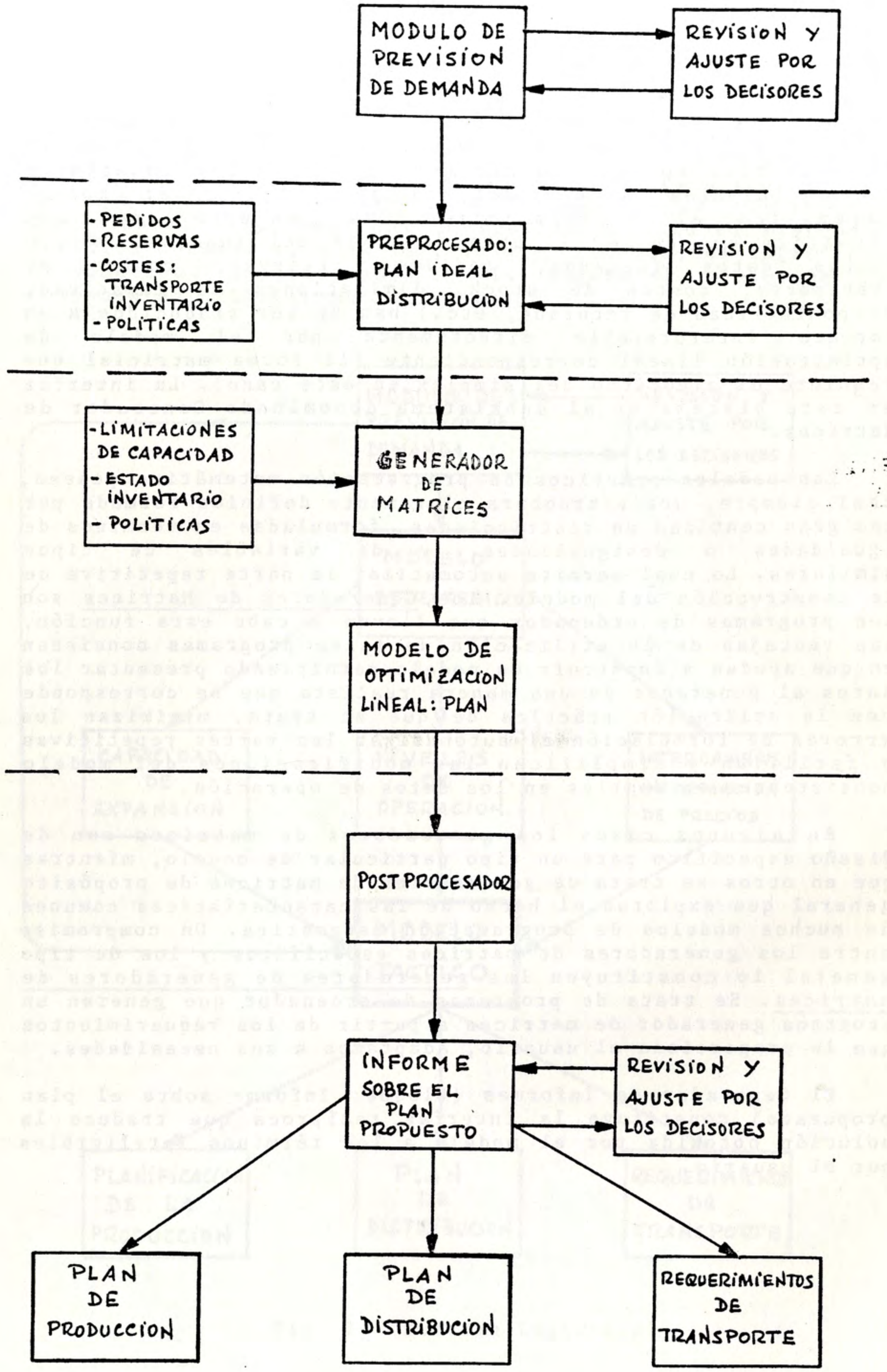

Fig. 2: Sistema Táctico

La sistematización descrita, que nos ha servido para introducir con un poco más de detalle algunas de las componentes, constituye el primer paso en la construcción de un Sistema de Ayuda a la Toma de Decisiones. La figura 3 representa, el paso siguiente, la estructura conceptual general de un Sistema de Ayuda a la Toma de Decisiones (A.Olivé, /25/).

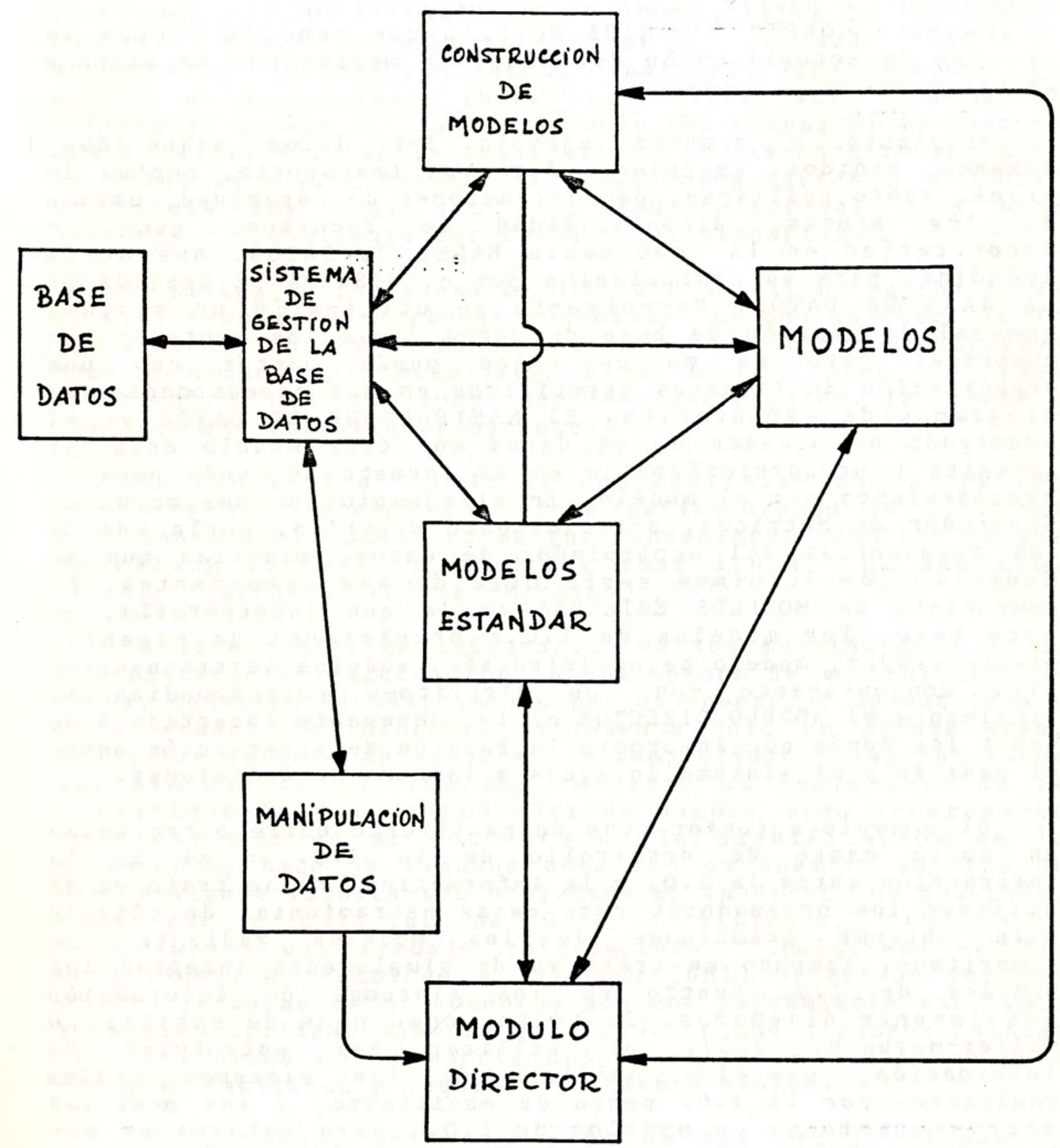

Fig. 3: Estructura Conceptual de Un Sistema de Ayuda a la Toma de Decisiones

Las componentes de esta estructura pueden estar o no todas ellas en un Sitema de Ayuda a la Toma de Decisiones, dependiendo de su complejidad. En el caso que nos ocupa, ejemplo de proceso de decisión no programable estructurado, no estarán presentes las componentes MODELOS Y CONSTRUCCION DE MODELOS, referentes, en el caso de los sistemas de ayuda a la toma de decisiones, a los modelos de decisión y por lo tanto específicas de los procesos programables. La componente MODELOS incorporaría en cada caso el modelo de decisión correpondiente suministrado a priori por el usuario o construido, a partir de un modelo de decisión simple, por la componente CONSTRUCCION DE MODELOS que tendría además la función de actualización del modelo a medida que se dispone de más datos.

Volviendo a nuestro ejemplo los datos requeridos: demanda, pedidos, reservas, costes de transporte, costes de stock, sobre políticas, de limitaciones de capacidad, estado de los stocks, disponibilidad de recursos, etc. se encontrarían en la componente BASES DE DATOS, que sería accedida, para su manipulación por el SISTEMA DE GESTION DE LA BASE DE DATOS. Normalmente se utilizaría un sistema general de gestión de base de datos dadas las ventajas que comporta, pero en muchos casos puede bastar con una organización de ficheros específicos en sus correspondientes programas de explotación. El MANIPULADOR DE DATOS es el encargado de acceder a los datos que cada modelo estandar necesita y proporcionárselos en el formato adecuado para su procesamiento por el modelo. En el ejemplo que nos ocupa el Generador de Matrices, anteriormente descrito, sería una de las componentes del manipulador de datos, mientras que el Generador de Informes sería otra de las componentes. La componente de MODELOS ESTANDAR es la que incorporaría, en este caso, los modelos de I.O.: previsiones de demanda, preprocesador, modelo de optimización, modelos de transporte, etc. conjuntamente con los algoritmos correspondientes. Finalmente el MODULO DIRECTOR es la componente integradora de todas las demás que incorpora la función de interacción entre el usuario y el sistema de ayuda a la toma de decisiones.

El ejemplo anterior pone de manifiesto entre otras cosas un nuevo campo de desarrollo de la I.O. : el de la interacción entre la I.O. y la informática. No se trata ya de utilizar los ordenadores como meras herramientas de cálculo para obtener soluciones de los modelos mediante los algoritmos. Tampoco se trata ya de simplemente integrar los modelos de I.O. dentro de los sistemas de información previamente diseñados. Se trata, como pone de manifiesto Müller-Merbach, /22/, de utilizar las estruturas de información, que los análisis de los sistemas reales realizados por la I.O. ponen de manifiesto, y sus posibles representaciones en modelos de I.O., para determinar que

información está disponible y que requerimientos de información habrá, como base del diseño de sistemas de información de nuevo tipo, es decir, se trata de integrar las técnicas de la I.O. en el diseño de nuevos sistemas de información. Se trata también, de dar un paso adelante en la implementación de componentes del tipo de los modelos estandar, diseñando no algoritmos aislados, sino sistemas de algoritmos ensamblados de una manera flexible. Y más aún: "...Operational Research and computer Science seen to have a much more important aspect in common, far beyond the computing machinery itself. As for as practice is concerned, the care of O.R. as well as that of C.S. is modelling, i.e. structuring information about reality. With respect to modelling activities, there is hardly any fundamental difference betwen O.R. and C.S. only the technical background may be different. While the Operational Researchers may tend to think in e.g. mathematical programming patterns, Computer Scientists may e.g. set off from relational data base patterns - a challenge for cross - fertilisation.

Modelling in the sense of O.R. and modelling in the sense of C.S. seem to come closer and closer to one another. It is not unlikely that with the computers of the fifth generation both branches of modelling have become more or less identical. This tendency may be anticipated in today's research and education programmes.

The conclusion is: It is not basically the computing machinery that causes the close neighbourhood of O.R. and C.S. instead, it seens to be the fundamental identity of the modelling process in practice that links O.R. and C.S. closely together." (Müller-Merbach, /23/).

En este camino de integración de los modelos de I.O. en los sistemas de información la componente de manipulación de datos, constituida básicamente por un generador de matrices y un generador de informes, representa solo un primer paso, cualquier intento de aumentar la complejidad y las funciones del sistema de información requiere un incremento de la sofisticación del manipulador de datos. Creo interesante resaltar que en el contexto de la planificación de la producción, hace ya algunos años que en nuestro entorno se han realizado importantes proyectos en la dirección apuntada, como por ejemplo el de Giró y Villalba, /14/. Cito textualmente del trabajo referenciado: "Cualquiera de los Generadores de Matrices e Informes (GMI) ofrecidos por las distintas casas de ordenadores son una herramienta excelente y de gran utilidad siempre que lo único que deseemos cambiar sean los datos de la matriz del PL puesto que ello se hace con gran facilidad y requiere un tiempo mínimo.

Sin embargo, en la mayoría de las utilizaciones de modelos nos vemos obligados a cambiar su estructura, ya sea introduciendo o liberando algunas restricciones, cambiando el nivel de agregación, suprimiendo o incorporando unidades de producción al modelo original, etc. Esto implica practicamente siempre, cambios en un programa escrito en un lenguaje GMI y puesto que el responsable de producción, que es normalmente quien maneja los PL, no suele ser capaz de hacer estas modificaciones, muchas de las posibles mejoras que se hubieran podido hacer quedan relegadas en el cajón de los olvidos. Visto este problema, muy normal por cierto, parece lógico dar un paso más en los GMI e investigar un programa suficientemente general como para generar un modelo de PL con el mínimo posible de datos originales y que estos estén en una forma naturalmente estructurada... presentamos la estructura lógico-matemática y el programa que creemos permite generar cualquier modelo de PL con tan solo introducir un mínimo de datos de una forma estructurada y en donde cambios en la matriz de P.L. no exigen cambios de ningún tipo en el programa y sí, tan sólo, en los datos."

Esta necesidad de dar un paso más en los GMI se acentúa cuando los modelos con los que se ha de trabajar son de estructuras diferentes, y no sólo variaciones de PL, y a un mismo modelo pueden aplicarse diferentes algoritmos que manipulan los datos de distintas formas, como ocurre frecuentemente en el contexto de los modelos no lineales. Un ejemplo de investigación en esta linea lo constituye el esfuerzo desarrollado por un grupo de investigadores del Banco Mundial (Bisschop and Meeraus, /6/, Brooke, Drud and Meeraus, /7/), trabajando en un contexto de planificación estratégica para desarrollar un sistema general de modelización, el General Algebraic Modelling System, (GAMS). El desarrollo del GAMS constituye, en palabras de sus autores, un esfuerzo para eliminar algunas de las barreras más corrientes para las aplicaciones de la modelización. El objetivo de este sistema es proporcionar una representación de los modelos que sea inteligible tanto para los humanos como para las máquinas. Una representación rigurosamente algebraica tanto de los datos como de las ecuaciones acoplada con los mecanismos de las bases de datos de tipo relacional, permite una notación con la cual, la información contenida en la representación del modelo es tal que el ordenador no sólo puede verificar la corrección y completitud algebraicas, sino que también puede interactuar automáticamente con los algoritmos para resolverlo y con los generadores de informes.

La necesidad de una herramienta de este tipo en el contexto de la planificación estratégica viene acentuada por el hecho de que en él la construcción de modelos es un proceso dinámico, en el que los modelos se utilizan como un medio para poner de manifiesto las complejidades de la situación real que se estudia. Esto implica no sólo que el modelizador ha de ser capaz de desarrollar y modificar los modelos continuamente de una forma conveniente, sino lo que es más importante, que el modelizador debe ser capaz de expresar toda la información estructural relevante en una notación compacta, de ahí el recurso a la sintaxis algebraica inteligible tanto por los hombres como por los ordenadores, que permite verificaciones automáticas de tipo sintáctico y semántico que permiten garantizar en cada momento la corrección y completitud del modelo que se construye.

5.- OBTENCION DE SOLUCIONES : EL RECURSO A LAS HEURISTICAS.

La formulación del modelo matemático tiene como objetivo fundamental, como ya he señalado, el de ser una representación formal lo más fiel posible de la situación real que se pretende estudiar mediante el modelo matemático, pero, como también he puesto de manifiesto, el modelo es útil únicamente si somos capaces de obtener soluciones para él y en muchos casos, en las aplicaciones prácticas, lo importante no es que las soluciones sean "exactas", basta con soluciones "suficientemente" aproximadas pero obtenidas rapidamente, es decir, que una vez garantizada la calidad de la aproximación lo que es crucial es el tiempo que se tarda en obtenerla.

Esto implica que frecuentemente la actividad de modelización tiene que intentar mantener un dificil equilibrio entre la fidelidad del modelo y su computabilidad, lo cual obliga a un análisis cuidadoso de las alternativas de modelización desde el punto de vista de la facilidad de obtención de soluciones. Esto es particularmente importante, por ejemplo, en el caso de los modelos de programación lineal entera, con los que intentaré ilustrar practicamente los conflictos expuestos.

Tanto el libro de Williams, ya citado, /29/, como el de Garfinkel y Nemhauser, /13/, incluyen una amplia colección de ejemplos que muestran como traducir en restricciones lineales con variables enteras diferentes relaciones, dicotomías, disyunciones, implicaciones, etc. presentes en la situación real que se modeliza, sin embargo no todas ellas conducen a modelos fáciles de resolver, más bien en muchos casos, las formulaciones más compactas proporcionan los modelos más difíciles, mientras que otras formulaciones desagregadas, que en principio parecían rechazables por su incremento de las dimensiones del problema, conducen a formulaciones equivalentes, desde el punto de vista de las soluciones, pero mucho más sencillas de resolver.

Un ejemplo de lo que digo puede ser el uso de variables enteras extra en un modelo entero, como en el caso de especificar que la variable de holgura de una restricción formada exclusivamente por variables enteras también lo sea. Por ejemplo, si todas las variables, coeficientes y término independiente de la restricción:

$$\sum_j a_j x_j \leqslant b \qquad (1)$$

son enteros, podemos añadir una variable de holgura u:

$$\sum_j a_j x_j + u = b \qquad (2)$$

y especificar que sea entera. Normalmente cualquier Mathematical Programming Package insertaría de forma automática tal variable de holgura pero la trataría como una variable continua. Desde el punto de vista de la solubilidad del modelo la ventaja de definir u como variable entera y darle prioridad como variable de ramificación en un proceso de branch and bound estriba en que entonces (2) actúa como un plano secante restringiendo la región de posibilidad del correspondiente PL (Mitra, /20/).

Otro ejemplo paradigmático de las alternativas de formulación de problemas enteros es el de intentar que la formulación sea tal que la región posible de la relajación lineal del problema y la envolvente convexa de los puntos posibles enteros sean lo más próximas posible, en cuyo caso la solución del PL asociado puede proporcionar directamente en muchos casos soluciones enteras o en su defecto muy buenas cotas para los procedimientos de branch and bound reduciendo considerablemente el esfuerzo de exploración. Hay muchas clases de problemas para los que una simple reformulación permite reducir la región posible del problema lineal a la envolvente convexa de los puntos enteros. Consideremos, por ejemplo, el caso de una restricción agregada del tipo:

$$x_1 + x_2 + \dots\dots\dots + x_n - ny \leqslant 0 \qquad (3)$$

donde x_i, i=1,..., n, e y son variables o,1. Este tipo de restricciones aparece con frecuencia en los modelos enteros y representa la condición lógica:

$$x_1 = 1 \vee x_2 = 1 \vee \dots\dots \vee x_n = 1 \Rightarrow y = 1 \qquad (4)$$

que puede formularse también mediante la condición lógica equivalente:

$$y = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \wedge x_2 = 0 \wedge \dots\dots \wedge x_n = 0 \qquad (5)$$

que es equivalente al conjunto de restricciones desagregadas:

$$\begin{array}{l} x_1 - y \leqslant 0 \\ x_2 - y \leqslant 0 \\ \vdots \\ x_n - y \leqslant 0 \end{array} \qquad (6)$$

si todas las restricciones del modelo son similares se puede demostrar que el problema dual tiene las propiedades que garantizan la unimodularidad, y por lo tanto las soluciones del PL asociado son enteras.

Un ejemplo de esta situación lo constituyen los problemas de localización de plantas sin restricciones de capacidad (Cornuejols, Nemhauser and Wolsey, /10/, Cornuejols, Fisher and Nemhauser, /9/). Se trata del problema en que dados un conjunto de clientes $I=\{1,\dots\dots,m\}$ cuyas demandas han de ser satisfechas y un conjunto de emplazamientos potenciales $J=\{1,\dots\dots\dots,n\}$ en los que se pueden ubicar las plantas (almacenes) que han de satisfacer dichas demandas. Si f_j es el coste de abrir una planta en la localización j y c_{ij} es el beneficio de satisfacer la demanda del cliente i desde la planta en j, donde c_{ij} es típicamente una función de los costes de producción en la planta j, los costes de transporte desde la planta j hasta el cliente i, la demanda del cliente i y el precio de venta al cliente i, por ejemplo:

$$c_{ij} = d_i(p_i - q_j - t_{ij})$$

donde d_i es la demanda, p_i el precio unitario, q_j el coste unitario de producción y t_{ij} el coste unitario de transporte, el objetivo del problema es abrir un subconjunto de plantas que maximice el beneficio total satisfaciendo todas las demandas.

Para un conjunto dado S de plantas abiertas, la solución óptima consiste en servir al cliente i desde la planta j para la cual c_{ij} es máximo en $j \in S$. Por lo tanto, dado S, el beneficio es:

$$z(S) = \sum_{i \in I} \max_{j \in S} c_{ij} - \sum_{j \in S} f_j$$

El problema consiste en encontrar el conjunto S que proporciona el máximo beneficio z :

$$z = \max_{S \subset J} z(S)$$

esta es la formulación combinatoria del problema. Una formulación como problema lineal entero se obtiene introduciendo las variables siguientes: sea $y_j=1$ si la planta j se abre e $y_j=0$ en caso contrario $x_{ij}=1$ si la demanda del cliente i se satisface desde la planta j y $x_{ij}=0$ en caso contrario. El programa entero es :

$$z = \max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} - \sum_{j \in J} f_j y_j \qquad (7)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \ \forall i \in I \qquad (8)$$

$$x_{ij} < y_j, \ \forall i \in I, \ \forall j \in J \qquad (9)$$

$$y_j, x_{ij} \in \{0,1\}, \ \forall i \in I, \ \forall j \in J \qquad (10)$$

las restricciones (8) garantizan que se satisface la demanda de cada cliente, mientras que (9) garantiza que el suministro a los clientes se efectúa unicamente desde plantas abiertas. En este programa entero las variabes y_j son las importantes. Una vez encontrado un subconjunto de y_j que satisfaga (10), es sencillo determinar un conjunto de x_{ij} que resuelva el programa entero para las y_j dadas. Incluso suprimiendo el requerimiento de integridad de las x_{ij}, un conjunto óptimo de x_{ij} viene dado por:

$$x_{ij^*} = 1 \quad y \quad x_{ij} = 0 \ , j \neq j^*$$

donde $cij^* = \max \left\{ c_{ij} : y_j = 1, \ j \in S \right\}$. Por ello (10) puede sustituirse por:

$$y_j \in \{0,1\} \ , \ x_{ij} \geqslant 0, \ \forall i \in I, \ \forall j \in J \qquad (10')$$

la formulación (7),(8),(9),(10') corresponde a un programa lineal entero mixto.

Un programa lineal entero equivalente a (7),(8),(9),(10) se obtiene sustituyendo las restricciones (9) por el conjunto de restricciones más compactas:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leqslant m \, y_j \ , \quad j \in J \qquad (9')$$

Para ver que (9) puede ser sustituida por (9'), notemos que cuando $y_j = 0$ tanto (9) como (9') implican $x_{ij} = 0$, $\forall i \in I$, y cuando $y_j = 1$ tanto (9) como (9') son satisfechas por todos los valores de x_{ij} que satisfacen (8). Sin embargo (y este es el punto que quería resaltar como ejemplo de análisis de las potencias de las formulaciones alternativas de un mismo problema), ambas formulaciones son equivalentes unicamente para valores 0-1 de las variables y_j. Para cada j (9') se obtiene sumando (9) para todo $i \in I$; de aquí que toda solución de (8), (9) también sea solución de (8),(9'). Pero el recíproco no es cierto cuando $0 < yj < 1$, la región posible definida por (8),(9') y :

$$0 \leqslant y_j \leqslant 1, \quad x_{ij} \geqslant 0, \ \forall i \in I, \ \forall j \in J \qquad (11)$$

contiene estrictamente a la región definida por (8),(9) y (11).

La relajación lineal basada en (8),(9), y (11) recibe el nombre de <u>relajación lineal fuerte</u> y su potencia es tal que sus soluciones frecuentemente son enteras. Por lo tanto es de esperar una gran eficacia en un algoritmo de branch and bound que la utilice como procedimiento de acotación, en el sentido de que en caso de requerir enumeración ésta será muy reducida. Sin embargo, debido a sus dimensiones, no es eficiente resolver esta relajación lineal fuerte utilizando directamente el algoritmo del simplex.

Y con esta observación paso a tratar el segundo tema planteado al principio de este apartado, el de, supuesto que la formulación es la más adecuada, cómo obtener soluciones posibles con la mayor rapidez. Esta cuestión adquiere particular importancia si tememos en cuenta que la mayor parte de los problemas reales, y sobre todo aquellos que, como he puesto de manifiesto en el de localización, son de naturaleza combinatoria, son problemas computacionalmente no Polinómicos, y por lo tanto no es previsible que para ellos puedan existir algoritmos eficientes que permitan obtener soluciones exactas. A esta observación habría que añadir el hecho de que en muchos casos prácticos es cuestionable el interés o incluso la posibilidad de obtener la solución óptima, bastando en general una buena solución posible o incluso, simplemente, una solución posible. Todo lo cual ha dado lugar en los últimos años a un desarrollo extraordinario de las heurísticas como procedimientos algorítmicos que permiten obtener rapidamente soluciones factibles, cuya calidad se puede acotar previamente en muchos casos.

Las heurísticas han sido un ingrediente de la I.O. desde el principio, sin embargo habían quedado tradicionalmente relegadas a un segundo plano y practicamente no habían recibido atención. La tendencia matematicista que denunciaba al principio de estas reflexiones volcó su atención durante mucho tiempo en la búsqueda de algoritmos exactos, sin embargo, la teoría de la complejidad algorítmica al poner de manifiesto los resultados que acabo de mencionar, ha dado carta de naturaleza a las heurísticas, al tiempo que su utilización en combinación con los sistemas de información, como procedimiento algorítmico que por su rapidez permite mantener el diseño interactivo, ha renovado el interés por las mismas. Interés que se ha centrado en el estudio de sus propiedades y de los procedimientos de diseño. El estudio de Müller-Merbach: "Heurístics and their design :a survey", /21/, proporciona una amplia panorámica de las familias de problemas para los que existen heurísticas eficientes, analiza las diferentes clases de heurísticas y estudia los principios que actualmente rigen su diseño.

Durante mucho tiempo el término heurística ha sido entendido como sinónimo de intuición o feliz idea. Sin negar que en muchos casos este es un ingrediente importante, quisiera poner de manifiesto que en muchos casos el diseño de las heurísticas puede basarse en las propiedades de la estructura algebraica del problema. Cerraré estos comentarios con un ejemplo arquetípico, el de la heurística greedy, diseñada por Cornuejols, Fisher y Nemhauser, /9/, para el problema de localización de plantas sin restricciones de capacidad, basándose en la submodularidad (Nemhauser, Wolsey, Fisher, /24/) de la función objetivo correspondiente a la formulación combinatoria del problema.

La formulación combinatoria del problema:

$$\max_{S \subseteq J} \bar{z}(S) \quad ; \quad \bar{z}(S) = \sum_{i \in I} \max_{j \in S} c_{ij} - \sum_{j \in S} f_j$$

puede considerarse como un problema primal no lineal que unicamente depende de los valores sobre los subconjuntos $S \subseteq J$. Basándose en esta observación y en la submodularidad de la función de conjunto $\bar{z}(S)$, se pueden definir heurísticas que iteran sobre conjunto S de plantas abiertas evitando una formulación explicita como problema de programación entera.

<u>Heurística greedy</u>:

Se parte de la situación en que todas las plantas estan cerradas. Dado un conjunto S de plantas abiertas, se abre aquella planta $j \notin S$ cuyo valor incremental

$$\rho_j(S) = \bar{z}(S \cup \{j\}) - \bar{z}(S)$$

es el mayor posible, y es positivo. Si no existe tal planta, Stop, el conjunto S es la solución.

Formalmente:

<u>Inicialización</u>: $S^o = \emptyset$, $\rho_j(\emptyset) = \sum_{i \in I} c_{ij} - f_j$, $t=1$

<u>Iteración t</u>: Encontrar $j_t = \arg \max_{j \notin S^{t-1}} \rho_j(S^{t-1})$

Si $\rho_{j_t}(S^{t-1}) \leq 0$ y $t>1$. Fin. El conjunto S^{t-1} es la solución greedy con el valor $\bar{z}^G = \bar{z}(S^{t-1})$.

Si $t=1$, la solución greedy es $S^1 = \{j_t\}$

Si $\rho_{j_t}(S^{t-1}) > 0$, $S^t = S^{t-1} \cup \{j_t\}$

Hacer $t \leftarrow t+1$

He indicado antes que una de las ventajas del estudio teórico de las heurísticas era la posibilidad de poder definir a priori la calidad de las soluciones que proporcionan. En el caso que nos ocupa se puede demostrar analizando el dual de (7),(8),(9), y (11) que para todo vector dual u /10/

$$W(u) = \sum_{i \in I} u_i + \sum_{j \in J} \Big[\sum_{i \in I} (c_{ij} - u_i)^+ - f_j \Big]^+$$

(donde $(\alpha^+) = \max(0, \alpha)$), es una cota superior de la solución óptima del problema de localización. Aplicando la heurística greedy podemos definir un valor dual greedy de la manera siguiente:

Definir: $\bar{u}_i(S) = \max_{j \in S} c_{ij}$, $\forall i \in I$

Hacer: $u_i^o = \min_{j \in J} c_{ij}$, $\forall i \in I$ y $\bar{u}^k = \bar{u}(S^k)$, $k=1,\ldots,t-1$

Entonces el valor dual greedy viene dado por $W^G = \min_k W(\bar{u}^k)$.

Una relación general entre $\bar{z}^G$ y W^G que puede aplicar a priori a todas las instancias del problema de localización de plantas sin restricciones de capacidad es (Cornuejols, Fisher, Nemhauser, /9/):

$$\bar{z}^G \geq \left(\frac{e-1}{e}\right) W^G + \left(\frac{1}{e}\right) R$$

donde e es la base de los logaritmos naturales y

$$R = \sum_{i \in I} \min_{j \in J} c_j - \sum_{j \in J} f_j$$

6.- EJEMPLO PRACTICO.

Quisiera cerrar estas consideraciones sobre los modelos matemáticos y su utilización describiendo un caso práctico real, sencillo, pero que incluye todos los ingredientes descritos a lo largo de este trabajo: modelos matemáticos que representan una situación real y operan, como ingredientes de un sistema de ayuda a la toma de decisiones, de una manera transparente al usuario, a partir de los datos almacenados en una sencilla base de datos - en realidad un simple archivo con una organización matricial correspondiente al tratamiento en FORTRAN -, proporcionando soluciones obtenidas rapidamente por procedimientos heurísticos, que permiten al usuario tomar decisiones.

Se trata de una aplicación desarrollada por el departamento de Investigación Operativa y Estadística, de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Cataluña, para la compañía de Transportes de Barcelona. En la ciudad de barcelona operan 115 lineas de autobuses y los vehículos de cada una de ellas están asignados a uno de los 7 depósitos (garajes) existentes, a los cuales se retiran una vez finaliza su servicio y de los cuales parten para entrar en servicio. Las entradas y salidas de servicio representan un coste por los kilómetros que cada vehículo ha de recorrer en vacio para entrar o retirarse de servicio (kilometraje muerto). El coste total es una función de la asignación de los autobuses de cada linea a los depósitos, un primer problema a resolver es el de buscar cuál es la asignación que minimiza el coste.

La situación descrita no es una situación estática. Por una parte las lineas sufren modificaciones: se puede incrementar o reducir el número de vehículos que prestan servicio en una linea durante un período dado, pueden modificarse los terminales - principio y fin de trayecto - de una linea dada, se puede suprimir una linea, se puede crear una nueva linea, etc. Por su parte los depósitos también son objeto de cambios : la capacidad de un depósito - el múmero de vehículos que puede contener - puede aumentarse o disminuirse, se puede tener que suprimir un depósito, se puede analizar la conveniencia de abrir o no nuevos depósitos en localizaciones previamente definidas, en cuyo caso el problema a resolver, variante del problema de localización de prantas con restricciones de capacidad, sería el de ¿ Dónde ubicar el nuevo depósito ? y ¿ Que capacidad asignarle ?.

Planteado el problema en estos términos una posible modelización del mismo consiste en formularlo como una variante simplificada de los problemas de localización de plantas con restricciones de capacidad, concretamente como un problema de asignación generalizada. Para eta formulación definiremos $I=\{1,....,n\}$, como el conjunto de las lineas de autobuses, $J=\{1,....,m\}$ conjunto de los depósitos; en el caso que nos ocupa n y m serán parámetros con los valores de 115 y 7 respectivamente para la situación actual, pero que podrán ser modificados por el usuario en los casos de variación del número de líneas o del número de depósitos, según las posibilidades contempladas en el planteamiento.

El parámetro d_i, $i\in I$, representará el número de vehículos de la linea i-ésima, y según lo expuesto en el planteamiento, también habrá de poder ser modificado por el usuario en función de las condiciones que desee analizar mediante el modelo, igual que el parámetro b_j, $j\in J$, capacidad del depósito j-ésimo. Finalmente c_{ij} representará el coste de asignar la linea i-ésima al depósito j-ésimo, que en los términos descritos equivaldrá al número total de kilómetros muertos recorridos por los d_i vehículos de la linea i-ésima para entrar y salir de servicio desde el depósito j-ésimo; x_{ij} será la variable de decisión asociada, de forma que $x_{ij}=1$ significará que la linea i-ésima es asignada al depósito j-ésimo, mientras que $x_{ij}=0$ representará la decisión contraria. Con todos estos convenios el modelo para decidir qué asignaciones de lineas a depósitos minimizan el coste total es:

$$\min \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}\, x_{ij}$$

$$\sum_{j\in J} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \qquad (12)$$

$$\sum_{i\in I} d_i\, x_{ij} \leqslant b_j, \quad \forall j\in J \qquad (13)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \qquad (14)$$

Donde las restricciones (12) aseguran que toda linea será asignada a un único depósito y no quedarán lineas sin asignar, y las restricciones (13) garantizan que no se asignarán a un depósito más lineas que las que su capacidad - el número de vehículos que puede contener el depósito - admite.

Para que este modelo sea operativo han de darse dos condiciones complementarias: disponer de un procedimiento eficiente para estimar los costes c_{ij} y, una vez definidos todos los coeficientes c_{ij}, d_i y b_j de una instancia del problema, ser capaces de obtener rápidamente una solución exacta, o suficientemente aproximada del problema.

La estimación de los costes c_{ij} requiere, a su vez, de otro proceso de modelización. Siguiendo la filosofía de buscar procesos sencillos pero realistas una primera aproximación a la solución del problema de estimación de los costes, puede obtenerse a partir de un modelo geométrico simplificado.

Elegido un sistema de referencia (PL_i^1, PL_i^2) serán las coordenadas del principio de la linea i-ésima, (FL_i^1, FL_i^2) serán las coordenadas del final de trayecto de la linea i-ésima, y (G_j^1, G_j^2) serán las coordenadas del depósito (garaje) j-ésimo. Definidas las coordenadas de estos puntos podemos calcular directamente las distancias D_{ij}^1 del depósito j-ésimo al principio de la linea i-ésima, y D_{ij}^2 del depósito j-ésimo al final de trayecto de la linea i-ésima, tal como indica la figura 4.

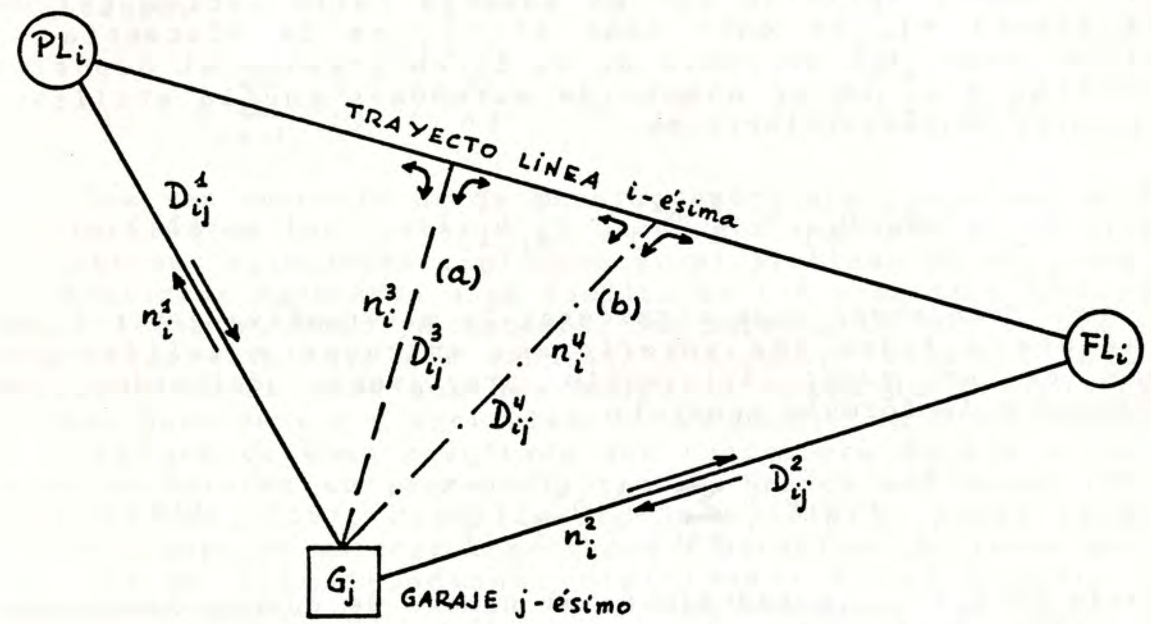

Fig. 4.

Si a continuación formulamos una hipótesis sobre cómo entran y salen de servicio los autobuses de la linea i-ésima, tal como por ejemplo, de los d_i autobuses de esta linea, n_i^1 entran y salen por el terminal definido como principio de trayecto, y n_i^2 lo hacen por el terminal definido como final de trayecto, una estimación del kilometraje en vacio realizado por los d_i autobuses para entrar y salir de servicio, es decir, del coste c_{ij} si la linea i-ésima es asignada al depósito j-ésimo, viene dada por:

$$c_{ij} = 2(n_i^1 D_{ij}^1 + n_i^2 D_{ij}^2) \qquad (15)$$

La hipótesis formulada puede pecar de excesivamente simple y, por lo tanto, de poco realista, otras hipótesis alternativas pueden ser las siguientes:

a) Además (o en lugar de) entrar o salir de servicio por los extremos de la linea, los vehículos lo hacen por el punto del trayecto más próximo al garaje (alternativa (a) de la figura 4). En este caso si D_{ij}^3 es la distancia de dicho punto al garaje y n_i^3 es el número de autobuses que efectuan su entrada o salida de servicio desde él, la estimación del coste correspondiente es:

$$c_{ij} = 2(n_i^1 D_{ij}^1 + n_i^2 {}_{ij}^2 D + n_{ij}^3 D_{ij}^3) \qquad (16)$$

b) Otra posibilidad es que la entrada o salida tenga lugar no por el punto más próximo del trayecto previamente definido por el usuario (alternativa (b) de la figura 4), en cuyo caso si D_{ij}^4 es la distancia de dicho punto del trayecto de la linea i-ésima al depósito j-ésimo y n_i^4 es el número de autobuses que lo utilizan, el coste correspondiente es:

$$c_{ij} = 2(n_i^1 D_{ij}^1 + n_i^2 D_{ij}^2 + n_i^4 D_{ij}^4) \qquad (17)$$

c) Finalmente cabe considerar la alternativa general que engloba a todas las anteriores: entradas y salidas por más de un punto intermedio previamente definido; que conduce a la fórmula general:

$$c_{ij} = 2 \sum_{k=1}^{P} n_i^k D_{ij}^k \qquad (18)$$

donde k= 1,2,...,p representa el número de puntos de entrada y salida, manteniendo el convenio de que k= 1,2 representan el principio y final de trayecto respectivamente.

La fórmula general (18) permite toda otra serie de combinaciones haciendo cero alguno de los coeficientes, así por ejemplo, si para p=3 hacemos $n_i^1 = n_i^2 = 0$, queda

$$c_{ij} = 2\, n_i^3 D_{ij}^3$$

que representa el caso en que sólo se entra o sale por el punto intermedio del trayecto más próximo al garaje, y para p=4, $n_i^1 = n_i^2 = n_i^3 = 0$, queda

$$c_{ij} = 2\, n_i^4 D_{ij}^4$$

correspondiente al caso en que sólo se entra o sale por el punto intermedio definido a priori por el usuario.

La hipótesis representada por la expresión (18) sigue sin ser completamente realista dado que, debido a la topografía de la red urbana de calles con direcciones, los autobuses no pueden seguir el trayecto rectilíneo definido por el modelo geométrico y en la realidad las distancias a recorrer serán mayores. Una manera sencilla de incluir estas consideraciones en el modelo de estimación consiste en añadir a cada término de (18) un factor de ponderación, definido por el usuario, que represente el incremento estimado de la distancia a recorrer al no ser rectilínea. Si W_{ij}^k es el coeficiente de ponderación del k-ésimo punto de entrada o salida de la linea i-ésima, desde el j-ésimo garaje el modelo general de estimación de costes queda establecido de la manera siguiente:

$$c_{ij} = 2 \sum_{k=1}^{P} W_{ij}^k n_i^k D_{ij}^k , \quad \forall i \in I , \quad \forall j \in J \qquad (19)$$

Una vez resuelto de la manera descrita el problema de la estimación de los costes c_{ij}, queda por resolver el problema de obtener soluciones rapidamente. El problema de asignación generalizada perteneca a la familia de los problemas NP-hard, para los que, como ya sabemos, es improbable que exista un algoritmo eficiente que resuelve cualquier instancia de los mismos. En el caso que nos ocupa se trata de un problema entero puro de n x m variables 0,1 es decir, de 805 variables 0,1 lo que da como resultado que cualquiera de los métodos exactos basados en procedimientos de branch and bound (Ross and Soland, /26/, Martello and Toth, /19/), puede tardar mucho tiempo en obtener resultados aceptables. Se trata pues, de una de las situaciones tipificadas en el estudio de Müller-Merbach, /21/, en las que resulta recomendable utilizar una heurística ad hoc. En nuestro caso hemos recurrido a una adaptación de las heurísticas utilizadas en Barceló y Casanovas, /4/ , donde el problema de asignación generalizada aparece como un subproblema derivado del de localización de plantas con restricciones de capacidad.

Los modelos descritos, el de asignación generalizada y el geométrico modificado de estimación de costes, han sido integrados en un sistema de ayuda a la toma de decisiones siguiendo las lineas de diseño especificadas en el apartado 4. El diagrama de la figura 5 describe el sistema resultante. La base de datos es, en este caso, un archivo, concebido como una matriz para su tratamiento en FORTRAN (lenguaje en el que están escritos todos los programas que implementan el sistema), de manera que cada registro - fila de la matriz - contiene la información siguiente para cada linea:

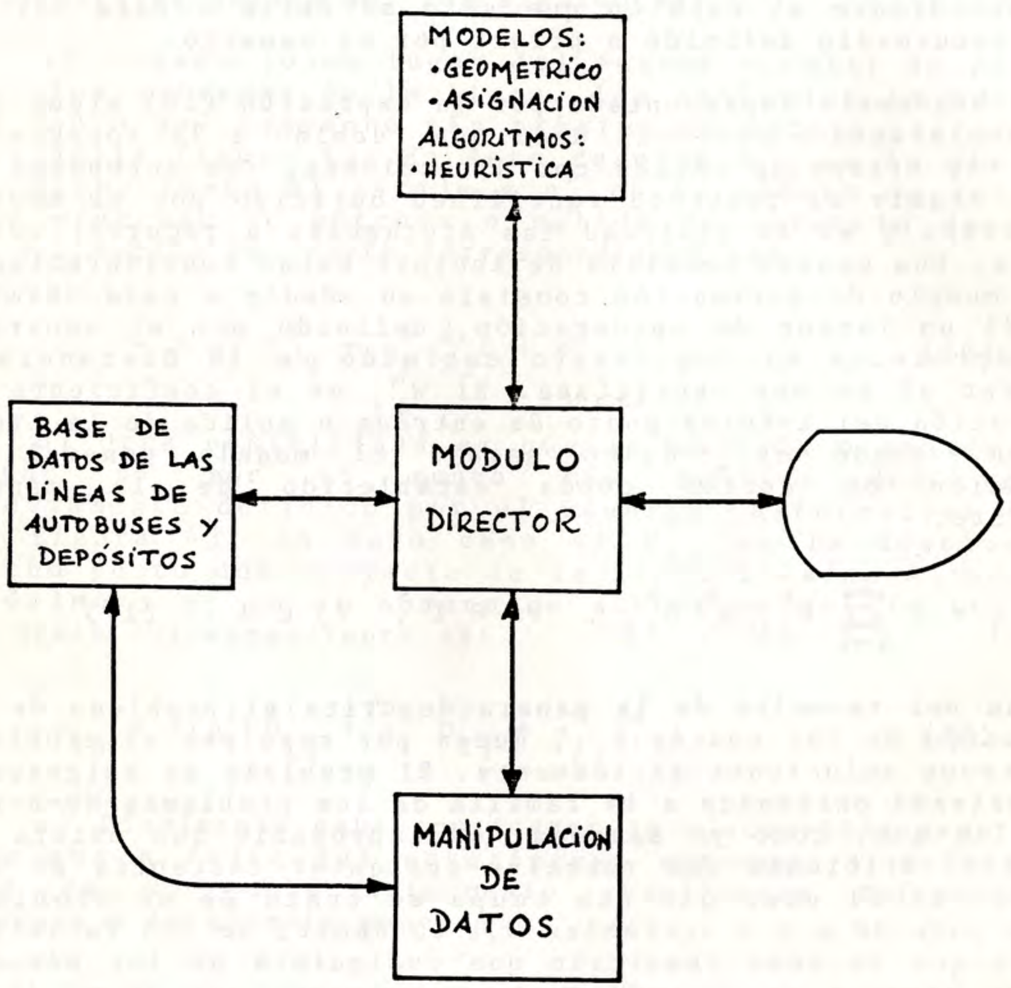

Fig. 5.

- Identificación de la linea.
- Número de autobuses de la linea (parámetro d_i).
- Coordenadas del principio de trayecto.
- Coordenadas del final de trayecto.
- Número de puntos de entrada y salida de servicio.
- Coordenadas de cada punto de entrada y salida.
- Número de autobuses que entran y salen por cada punto (parámetro n_i^k).
- Coeficientes de ponderación de las distancias para cada garage (parámetros W_{ij}^k) y cada punto de entrada.
- Depósito al que está asignada la linea.

Y para cada depósito:

- Identificación del depósito.
- Coordenadas del depósito.
- capacidad del depósito (parámetro b_j).

El módulo director establece un diálogo interactivo con el usuario mediante un sistema de menús que le van planteando las diversas opciones: cambios en los datos de las lineas (número autobuses, coordenadas extremos, condiciones de entrada y salida de servicio: número de puntos, coordenadas, número de autobuses que entran y salen por cada punto, coeficientes de ponderación, etc.), y de los depósitos (inserción de un nuevo depósito, supresión de un depósito, modificación de una capacidad, etc.).

El módulo de manipulación genera una copia de trabajo de la base de datos y sobre ella va estableciendo las modificaciones que a través del diálogo con el módulo director ha ido introduciendo el usuario. Finalizadas las modificaciones el módulo director llama dos veces al modelo geométrico de estimación de costes. La primera vez calcula los costes correspondientes a la asignación de facto definida en la versión original de la base de datos, la segunda calcula los costes correspondientes a las modificaciones definidas por el usuario y a continuación el módulo director activa el algoritmo heurístico de asignación que opera con estos costes y los datos definidos por el usuario. Como resultado el algoritmo heurístico proporciona una nueva asignación y compara su coste con el de la antigua y el módulo director presenta los resultados al usuario. A la vista de los resultados el usuario puede decidir borrar la copia de trabajo de la base de datos y reiniciar el proceso con nuevos datos, o convertir la copia en base definitiva aceptando la solución propuesta.

7.- CONCLUSIONES.

Como conclusión de estas reflexiones, en su intento de plantear unas lineas de actuación que permitan superar el juicio negativo que las encabezaba, hago mias las de Müller-Merbach, /22/, en el sentido de que:

1) Las matemáticas deben ser consideradas únicamente como una herramienta, potente e importante pero no la única, de la I.O. Para obtener éxito en la práctica, el investigador operativo debe trabajar desde una perspectiva de orientación a los problemas y no a las técnicas.

2) Interdisciplinariedad, la virtud original de la I.O. debe considerarse como la propiedad clave de la metodología de la I.O.

3) Las matemáticas de la I.O. han de integrarse en sistemas de información computerizados. Los modelos de la I.O. no deben estar aislados. La modelización en la I.O. debe realizarse dentro del contexto de la modelización de sistemas informáticos en la perpectiva del diseño de los sistemas de información.

Todos estos aspectos pueden adquirir una actualidad particular a la luz de la quinta generación de ordenadores que esta "ante portas".

8.- REFERENCIAS.

/1/ R.L.Ackoff, The Future of Operational Research is Past, Journal of the Operational Research Society, 30, (1979a),pp. 93-104.

/2/ R.L.Ackoff, Resurrecting the Future of Operational Research, Journal of the Operational Research Society, 30, (1979b),pp. 189-199.

/3/ J.Barceló y M.Martí, Modelización de la Decisión y Modelos para Tomar Decisiones, Novática, Marzo-Abril,(1980),pp. 5-16.

/4/ J.Barceló y J.Casanovas, A Heurístic Lagrangean Algorithm for the Capacitated Plant Location Problem, EJOR, 15, (1984), pp. 212-226.

/5/ J.Barceló, Reflexiones Sobre la Crisis de Identidad de la Investigación Operativa y su Proyección en su Enseñanza, Facultat d'Informàtica, Universitat Politècnica de Catalunya, Report de Treball, RT 82/03, (1982).

/6/ J.Bisschop and A.Meeraus, On the Development of a General Algebraic Modelling System in a Strategic Planning Environment, Math.Progr.Study, 20, (1982), pp. 1-29.

/7/ A.Brooke, A Drud and A.Meeraus, High Level Modelling Systems and Nonlinear Programming, in Nonlinear Optimization, 1984, eds. P.T. Boggs, R.H. Byrd and R.E.Schnabel, SIAM, Philadelphia, (1985).

/8/ R.Companys, Introducción a la Investigación Operativa, Comisión de Publicaciones de la Delegación de Alumnos de la E.T.S.E.I.B.

/9/ G.Cornuejols, M.L.Fisher and G.L.Nemhauser, Location of Bank Accounts to Optimize Float: An Analytic Study of Exact and Approximate Algorithms, Man.Sci.,23, (1970), pp. 789-810.

/10/ G.Cornuejols, G.L.Nemhauser and L.A.Wolsey, The Uncapacitated Facility Location Problem, Management Sciences Research Report, No. MSRR 493, Carnegie-Mellon University, (1983).

/11/ S.Eilon, The Role of Management Science, Journal of the Operational research Society, 31 (1980), pp. 17-28.

/12/ C.Eden, S.Jones and D.Sims: Messing About in Problems, Oxford, Pergamon Press, (1983).

/13/ R.S.Garfinkel and G.L.Nemhauser, Integer Programming, John Wiley, (1972).

/14/ J.M.Giró Roca y D.Villalba Vila, Sistema Modular de Generación de Programas Lineales de Aplicación General, IX Reunión Nacional de la S.E.I.O., Barcelona, 1976.

/15/ M.Grötschel, L.Lovász and A. Schrijver, The Ellipsoid Method and its Consequences in Combinatorial Optimization, Combinatorica, 1, (1981) pp. 169-197.

/16/ N.Karmarkar, A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming, Combinatorica, 4, (1984), pp. 373-395.

/17/ J.D.C.Little, Models and Managers: The Concept of a Decision Calculus, Man.Sci., 16, (1970) pp. 466-485.

/18/ T.L.Magnanti, A.C.Hax and S.P.Bradley, Applied Mathematical Programming, Addson-Wesley, (1977).

/19/ S.Martello and P.Toth, An Algorithm for the Generalized Assignment Problem, Operational Research'81, ed. J.P.Brans, North Holland, (1981).

/20/ G.Mitra, Investigation of Some Branch and Bound Strategies for the Solution of Mixed Integer Programming, Math. Progr., 4, (1973), pp. 155.

/21/ H.Müller-Merbach, Heuristics and their Deign: A Survey, EJOR, 8, (1981), pp. 1-23.

/22/ H.Müller-Merbach, The Future of Operational Research-Under the Ligth of the 5th. Generation Computers, (Incluido en las Actas del Seminario de Programación Matemática PM'5).

/23/ H.Müller-Merbach, Operational Research and Computer Science, IFORS, Letter from the President, N 25, January, (1985). (Incluida en las Actas del Seminario de Programación Matemática, PM'85).

/24/ G.L. Nemhauser, L.A.Wolsey and M.L.Fisher, An Analysis of Approximations for Maximising Submodular Set Functions I, Math. Progr., 14, (1978), pp. 256-294.

/25/ A.Olivé, Estructura i Funcions d'un Sistema d'Informació d'Ajuda a la Presa de Decisions, Novática, Marzo-Abril, (1980), pp. 17-24.

/26/ G.T.Ross and R.M.Soland, A Branch and Bound Algorithm for the Generalised Assignment Problem, Math. Progr.,8, (1975), 91-103.

/27/ H.A.Simon, The Shape of Automatization for Men and Management, Harper and Row, (1965)

/28/ R.Tomlinson and István Kiss, (eds.), Rethinking the Process of Operational Research and Systems Analysis, vol.2, Pergamon Press, (1983).

/29/ H.P.Williams, Model Building in Mathematical Programming, John Wiley, (1985).