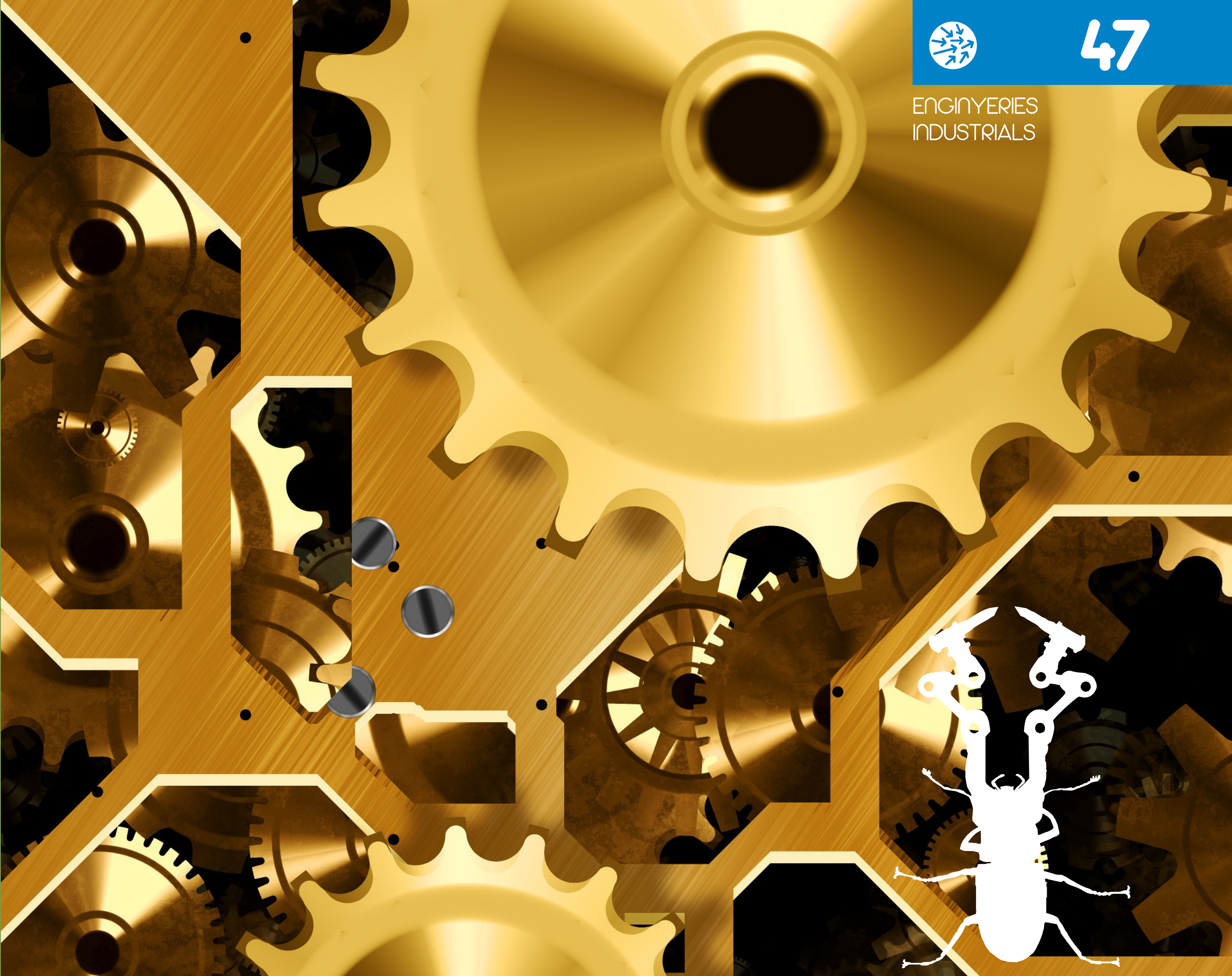


47

ENGINYERIES INDUSTRIALS

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

UPCGRAU

Teoría de mecanismos

Ejercicios resueltos

Amelia Nápoles Alberro
Antonio J. Sánchez Egea
Enrique E. Zayas Figueras

46

ENGINYERIES
INDUSTRIALS

UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

iniciativa
digital politècnica
Publicacions Acadèmiques UPC

UPCGRAU

Teoría de mecanismos
Ejercicios resueltos

Amelia Nápoles Alberro
Antonio J. Sánchez Egea
Enrique E. Zayas Figueras

Primera edición: septiembre de 2017

© Iniciativa Digital Politècnica, 2017
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC
Jordi Girona, 31
Edifici Torre Girona, Planta 1, 08034 Barcelona
Tel.: 934 015 885
www.upc.edu/idp
E-mail: info.idp@upc.edu

Depósito legal: B 11930-2017
ISBN: 978-84-9880-654-0

Índice

Agradecimientos

Agradecemos la colaboración de Cristina Medero Palacino, Miguel Ángel Gómez González y Víctor García Matencio, alumnos del grado de Ingeniería Mecánica en la Universitat Politècnica de Catalunya. El presente documento da soporte de la asignatura Cinemática y Dinámica de Mecanismos.

Introducción

La Teoría de Mecanismos es una de las materias de especialidad en la titulación del grado en Ingeniería Industrial Mecánica. Por ello, se presenta este documento, con el objetivo de reafirmar los contenidos teóricos y garantizar el aprendizaje de la metodología para resolver la cinemática y dinámica de diferentes mecanismos.

Durante la resolución de problemas de mecanismos el estudiante adquiere la habilidad de poder representar de forma simple y esquematizada mecanismos que forman parte de una máquina o sistema mayor. Por otro lado, el estudiante desarrolla una intuición abstracta con el fin de identificar los movimientos y el comportamiento del mecanismo según las condiciones de trabajo.

Este documento constituye un material docente que da soporte a las clases presenciales y al estudio no presencial, ya que proporciona una colección de problemas resueltos de tipología variada por el método analítico-vectorial de forma detallada, argumentada y contrastada mediante el método gráfico.

En muchos mecanismos el grado de complejidad es elevado, por lo que es necesario contrastar los resultados numéricos con los obtenidos mediante la interpretación gráfica. Por ello, en este documento se detalla una metodología de resolución de los problemas propuestos, donde el alumno debe seguir la secuencia que a continuación se enumera:

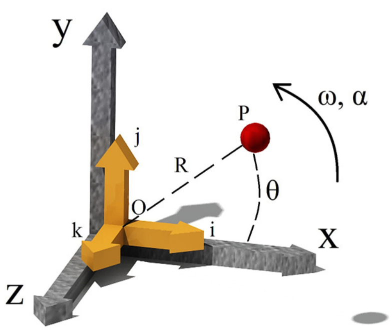
- Esquematizar el mecanismo y plantear una posible solución aproximada a partir de la intuición de sus movimientos y del comportamiento según las condiciones de trabajo.
- Solucionar el ejercicio por el método gráfico de forma clara, sencilla y aproximada.
- Solucionar el ejercicio por el método analítico de forma detallada y argumentada, resolviendo los aspectos cinemáticos y dinámicos.
- Contrastar los resultados obtenidos por el método analítico y el método gráfico.

Nota: en algunos ejercicios, para el cálculo dinámico no se han considerado el peso de las barras.

Nomenclatura utilizada

Nomenclatura	*Significado*
x, y	Dirección horizontal y vertical de la base vectorial
n	Nº de barras
J	Nº nodos
i	Nº pares inferiores
s	Nº pares superiores
GL	Grados de libertad
OP	Vector de posición del punto P respecto al origen O.
V, $\dot{s}$	Velocidad lineal
a, $\ddot{s}$	Aceleración lineal
a_n	Vector de aceleración normal.
a_t	Vector de aceleración tangencial.
a_{col}	Vector de aceleración de Coriolis.
ω, $\dot{\varphi}$	Velocidad angular
$\dot{\varphi}^*$	Velocidad virtual
α, $\ddot{\varphi}$	Aceleración angular
θ	Ángulo de posición
R, r	Radio
M, T	Par
F	Fuerza
I	Momento de inercia, CIR
E_c	Energía cinética
G	Centro de gravedad, de masas o inercia
g	Aceleración de la gravedad
F_i	Fuerza de inercia
M_i	Par de fuerza de inercia, momento de fuerza de inercia
M_m	Par motriz
M_R	Par resistente
W	Trabajo
m	Masa
$\cdot$	Producto escalar
$\wedge$	Producto vectorial
q	Vector de coordenadas generalizadas
$\dot{q}$	Vector de velocidades generalizadas
$\Phi(q)$	Vector de ecuaciones de enlace geométricas
Φ_q	Matriz Jacobiana
z	Número de dientes
τ	Relación de transmisión

Convenio de signos



Evaluación del sentido de las velocidades y aceleraciones angulares θ, ω y α

– θ define la posición angular del vector *OP*. Este ángulo se determina trazando una linea horizontal que pasa por el origen del vector. Su magnitud se evalúa en sentido antihorario desde esta horizontal hasta el propio vector.

– ω, α el signo de estos vectores se definen como $+\vec{k}$ si el sentido es antihorario y $-\vec{k}$ si el sentido es horario. En un sólido, la ω y la α tienen sentido opuesto si el sólido se está desacelerando.

Ecuaciones fundamentales

$$\overrightarrow{OP} = |OP| \cdot (cos\theta\, i + sin\theta\, j)$$

$$\overrightarrow{V_P} = \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{R} = \pm\omega \cdot R \cdot (cos\theta\, j - sin\theta\, i)$$

$$\overrightarrow{a_P^T} = \overrightarrow{\alpha} \wedge \overrightarrow{R} = \pm\alpha \cdot R \cdot (cos\theta\, j - sin\theta\, i)$$

$$\overrightarrow{a_P^N} = -\omega^2 \cdot R \cdot (cos\theta\, i + sin\theta\, j)$$

$$|\overrightarrow{a_P^N}| = |-\omega^2 \cdot \overrightarrow{R}| = |-\tfrac{V^2}{R}|$$

$$\overrightarrow{a_{Cor}} = 2 \cdot \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{V_{rel}} = 2 \cdot \omega \cdot |V_{rel}| \cdot (cos\theta_{rel}\, j - sin\theta_{rel}\, i)$$

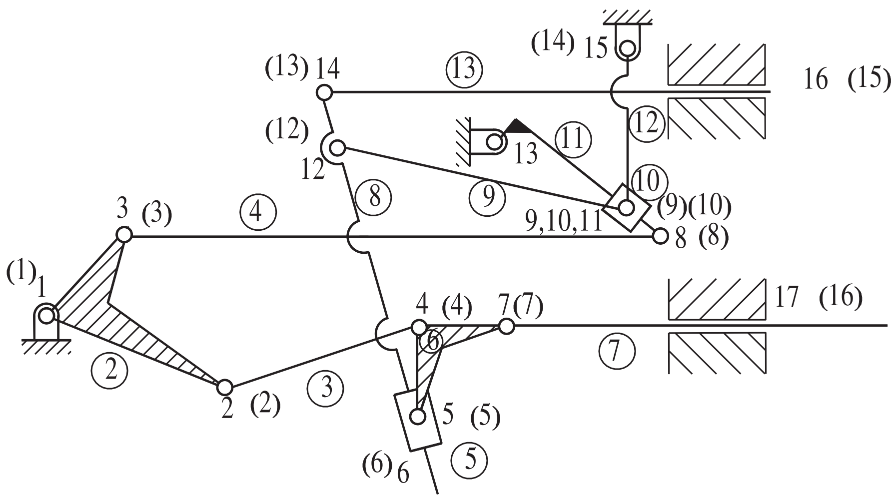
$$\sum Pot = \sum[\overrightarrow{F_P} \cdot \overrightarrow{V_P} + \overrightarrow{F_R} \cdot \overrightarrow{V_R} + \overrightarrow{M_n} \cdot \overrightarrow{\omega_n} + \overrightarrow{M_R} \cdot \overrightarrow{\omega_n} + \overrightarrow{F_{iG_n}} \cdot \overrightarrow{V_{G_n}} + \overrightarrow{M_{iG_n}} \cdot \overrightarrow{\omega_{G_n}}]$$

$$I_R = \frac{\sum[m_n \cdot V_{G_n}^2 + I_{G_n} \cdot \omega_n^2]}{\omega_R^2}$$

Ejercicios resueltos

Mecanismo 1

Determine los grados de libertad del siguiente mecanismo:



Método de Grübler:

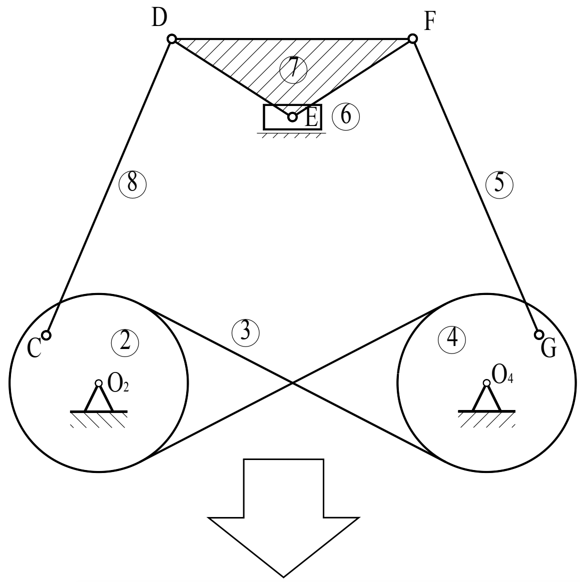
$n = 13$
$i = 17$
$s = 0$
$GL = 3 \cdot (n-1) - 2 \cdot i - s$
$GL = 3 \cdot 12 - 2 \cdot 17 = 2$

Método de restricción:

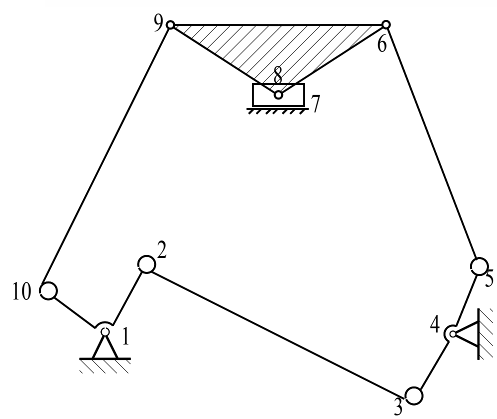
$J = 16$; n.º de nodos
$n_2 = 8$; n.º de barras binarias: (3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13)
$n_3 = 4$; n.º de barras terciarias: (2, 6, 8, 10)
$n_4 = 0$; n.º de barras cuaternarias
$n_5 = 1$; n.º de barras quinquenarias: (1)
$GL = (2 \cdot J - 3) - (n_2 + 3 \cdot n_3 + 5 \cdot n_4 + 7 \cdot n_5)$
$GL = (2 \cdot 16 - 3) - (8 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 0 + 7 \cdot 1) = 2$

Mecanismo 2

Determine los grados de libertad del siguiente mecanismo:



Mecanismo equivalente



Método de Grübler:

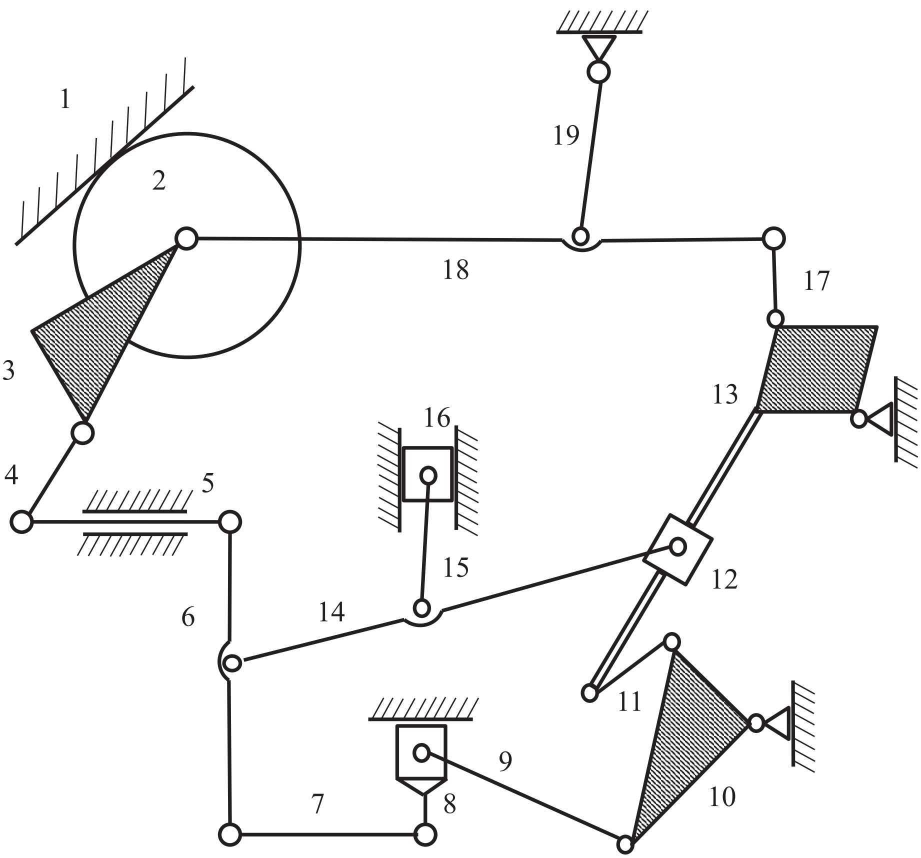
$n = 8$
$i = 10$
$s = 0$
$GL = 3 \cdot (n-1) - 2 \cdot i - s$
$GL = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1$

Método de restricción:

$J = 10$; n.º de nodos
$n_2 = 4$; n.º de barras binarias: (3, 5, 6, 8)
$n_3 = 4$; n.º de barras terciarias: (1, 2, 4, 7)
$GL = (2 \cdot J - 3) - (n_2 + 3 \cdot n_3)$
$GL = (2 \cdot 10 - 3) - (7 + 3 \cdot 4) = 1$

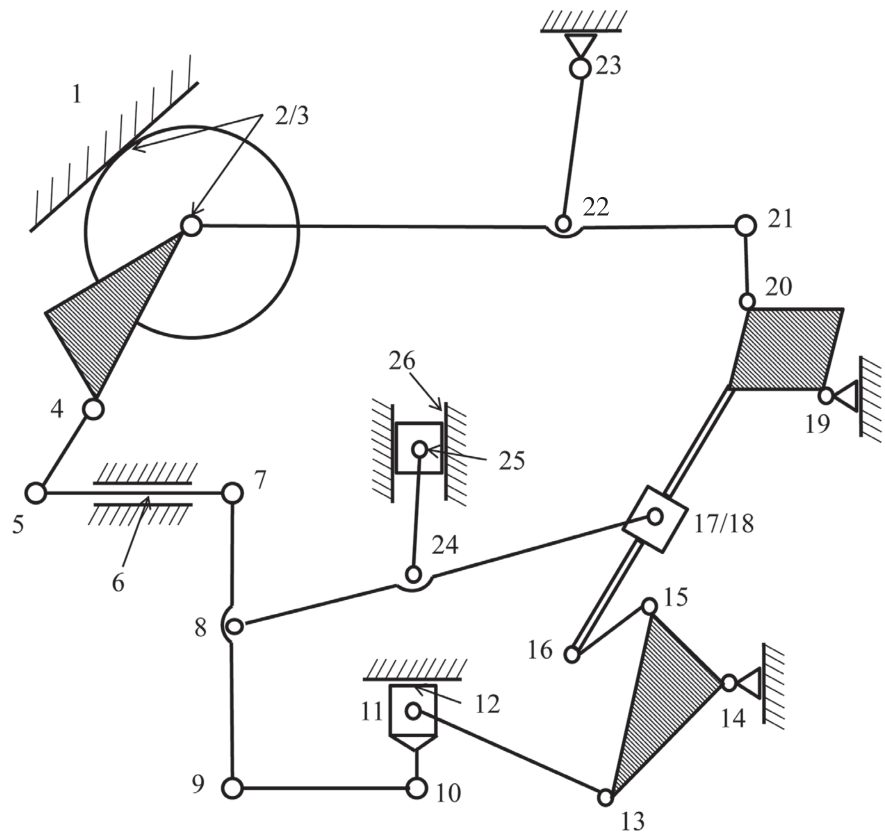
Mecanismo 3

Determine los grados de libertad del siguiente mecanismo:



Nota: se considera rodadura pura entre el disco y la bancada.

Solución:



Método de Grübler:

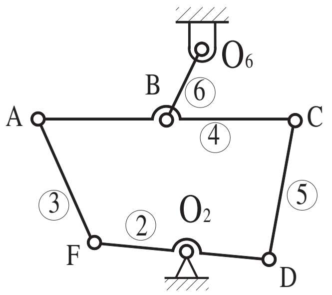
$$n = 19; i = 26; s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (n-1) - 2 \cdot i - s = 3 \cdot 18 - 2 \cdot 26 - 0 = 2$$

Restricción:

$$n = 19; i = 26; s = 0$$
$J = 24$; n.º de nodos
$n_2 = 9$; n.º de barras binarias: (2, 4, 7, 11, 12, 15, 16, 17, 19)
$n_3 = 8$; n.º de barras terciarias: (3, 5, 6, 8, 9, 10, 14, 18)
$n_4 = 1$; n.º de barras cuaternarias: (13)
$n_7 = 1$; n.º de barras septenaria: (1)
$$GL = (2 \cdot J - 3) - (n_2 + 3 \cdot n_3 + 5 \cdot n_4) =$$
$$= (2 \cdot 24 - 3) - (9 + 3 \cdot 8 + 5 \cdot 1 + 7 \cdot 0 + 9 \cdot 0 + 11 \cdot 1) = 2$$

Mecanismo 4

Determine el número de centros instantáneos de rotación del siguiente mecanismo:



Datos del problema:

Escala: 1 m/s = 2 cm
Velocidad de F: $V_F = 2$ m/s.
Velocidad de B: $V_B = 3$ m/s.

Solución:

Cálculo de los CIR

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

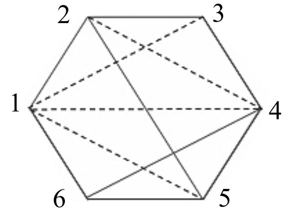
Metodología para el cálculo de los CIR:

1. Identificar los CIR evidentes.

$$\begin{Bmatrix} I_{21} \\ I_{61} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} I_{34} & I_{46} & I_{45} \\ I_{23} & I_{52} & \end{Bmatrix}$$

   Se identifican en los propios pares cinemáticos.

2. Realizar el polígono auxiliar para determinar las combinaciones de los CIR que son incógnitas (líneas discontínuas).



Para cada CIR incógnita, formar dos grupos de 3 barras que tengan en común dos barras que se correspondan con las del CIR que se quiere hallar.

$$\{I_{24}\}, \quad \left\{\begin{matrix}(2,4,3)\\(2,4,5)\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{42}-desconocido\\I_{23}-conocido\\I_{43}-conocido\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{42}-desconocido\\I_{45}-conocido\\I_{25}-conocido\end{matrix}\right\}$$

I_{24} se define por la intersección de dos rectas definidas por los CIR $[I_{34},I_{23}]$ y $[I_{45},I_{52}]$.

$$\{I_{41}\}, \quad \left\{\begin{matrix}(4,1,6)\\(4,1,2)\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{41}-desconocido\\I_{61}-conocido\\I_{46}-conocido\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{41}-desconocido\\I_{42}-conocido\\I_{21}-conocido\end{matrix}\right\}$$

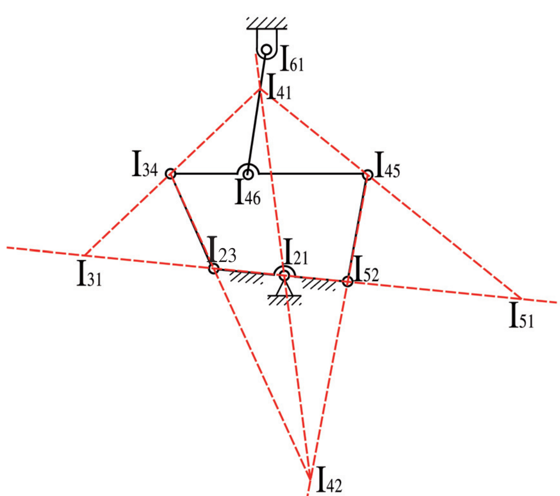
I_{41} se define por la intersección de dos rectas definidas por los CIR $[I_{61},I_{46}]$ y $[I_{24},I_{21}]$.

$$\{I_{51}\}, \quad \left\{\begin{matrix}(5,1,4)\\(5,1,2)\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{51}-desconocido\\I_{45}-conocido\\I_{41}-conocido\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{51}-desconocido\\I_{52}-conocido\\I_{21}-conocido\end{matrix}\right\}$$

I_{51} se define por la intersección de dos rectas definidas por los CIR $[I_{41},I_{45}]$ y $[I_{52},I_{21}]$.

$$\{I_{31}\}, \quad \left\{\begin{matrix}(3,1,2)\\(3,1,4)\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{31}-desconocido\\I_{21}-conocido\\I_{23}-conocido\end{matrix}\right\}, \quad \left\{\begin{matrix}I_{31}-desconocido\\I_{41}-conocido\\I_{43}-conocido\end{matrix}\right\}$$

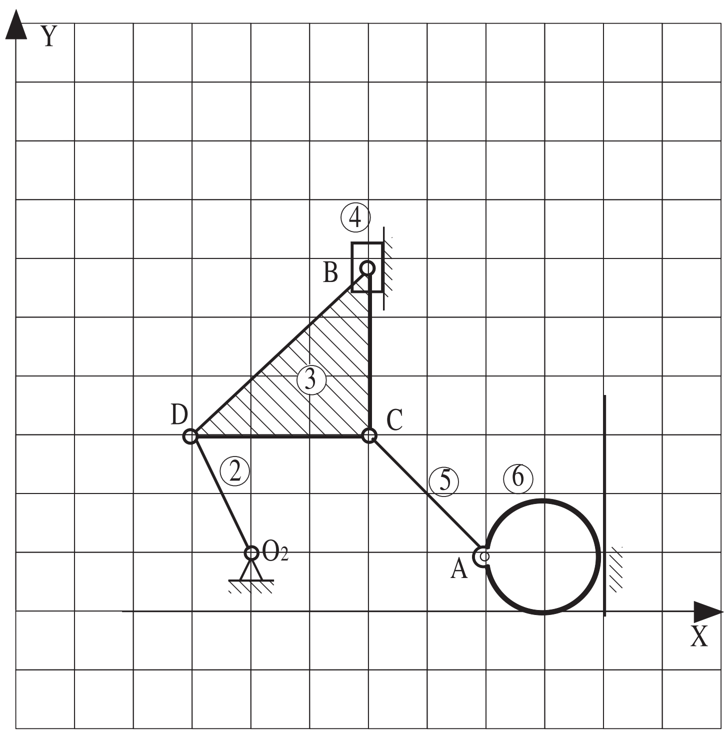
I_{31} se define por la intersección de dos rectas definidas por los CIR $[I_{21},I_{23}]$ y $[I_{41},I_{43}]$.



Mecanismo 5

En el mecanismo de la figura, se ha de considerar que la barra 4 se desplaza 2 cm/s hacia arriba y que entre el disco 6 y la bancada hay rodadura pura. Suponga que la cuadrícula es de 1 × 1 cm y que el dibujo está a escala. Para el instante mostrado determine:

1. Los pares cinemáticos y los grados de libertad.
2. Los CIR mediante el teorema de los 3 centros y señálelos en el esquema cinemático.
3. Las ecuaciones necesarias para calcular las velocidades de todos los puntos y construya el cinema de velocidades utilizando la escala 2:1.
4. Las velocidades angulares de las barras 2, 3, 5 y 6.



Solución:

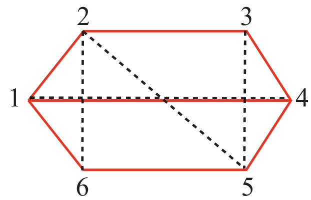
Grados de libertad por el método de Grübler:

$$n = 6; i = 7; s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (n-1) - 2 \cdot i - s = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$$

Cálculo de los CIR

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Polígono auxiliar:



Aplicando el teorema de los 3 centros. Procedimiento:

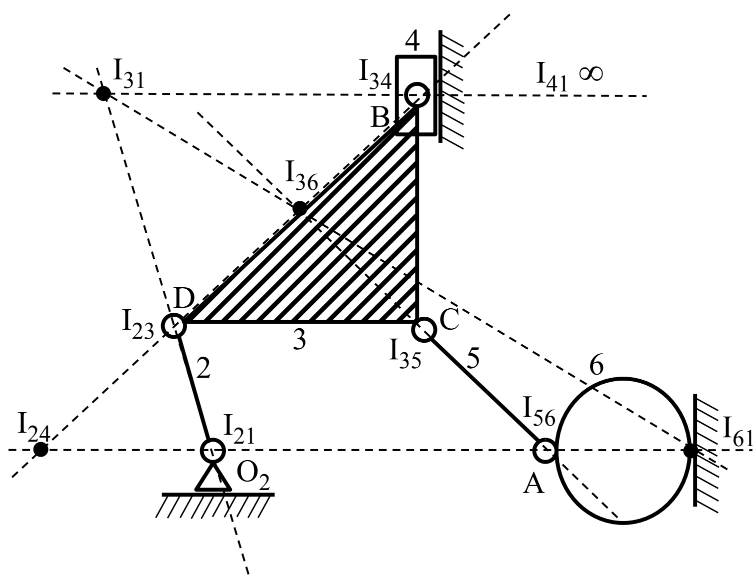
1. Se localizan directamente: $I_{21}, I_{23}, I_{34}, I_{35}, I_{41}, I_{56}, I_{61}$...
2. Mediante las combinaciones de 2 grupos de 3 barras cada uno, se trazan dos rectas, correspondientes a los 2 CIR conocidos, en la intersección de las 2 rectas está el CIR incógnita

$$\{I_{31}\} : \begin{Bmatrix} (3,1,5) \\ (3,1,4) \end{Bmatrix}; \{I_{24}\} : \begin{Bmatrix} (2,4,1) \\ (2,4,3) \end{Bmatrix}; \{I_{51}\} : \begin{Bmatrix} (5,1,6) \\ (5,1,2) \end{Bmatrix}$$

$$\{I_{25}\} : \begin{Bmatrix} (2,5,3) \\ (2,5,1) \end{Bmatrix}; \{I_{25}\} : \begin{Bmatrix} (2,5,4) \\ (2,5,6) \end{Bmatrix}; \{I_{45}\} : \begin{Bmatrix} (4,5,1) \\ (4,5,3) \end{Bmatrix}$$

$$\{I_{26}\} : \begin{Bmatrix} (2,6,1) \\ (2,6,3) \end{Bmatrix}; \{I_{36}\} : \begin{Bmatrix} (3,6,1) \\ (3,6,5) \end{Bmatrix}; \{I_{46}\} : \begin{Bmatrix} (4,6,2) \\ (4,6,3) \end{Bmatrix}$$

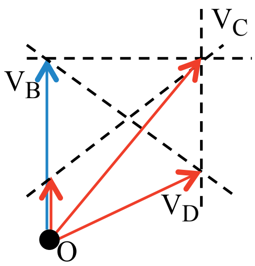
En el siguiente dibujo se han identificado los CIR conocidos y se han representado las incógnitas: I_{24}, I_{31} y I_{36}.



Ecuaciones necesarias para calcular las velocidades de los puntos A, B, C, D.

$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}}$$
$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_D} + \overrightarrow{V_{CD}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{CB}}$$
$$\overrightarrow{V_A} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{AC}}$$

Representado el cinema de velocidades a escala 2:1.



Cálculo de las velocidades angulares de las barras 2, 3, 5 y 6.

$$\omega_2 = \frac{V_{D_{(y)}}}{O_2D_{(x)}} = -1{,}5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = \frac{V_{DB_{(y)}}}{BD_{(x)}} = 0{,}5 \text{ rad/s}$$

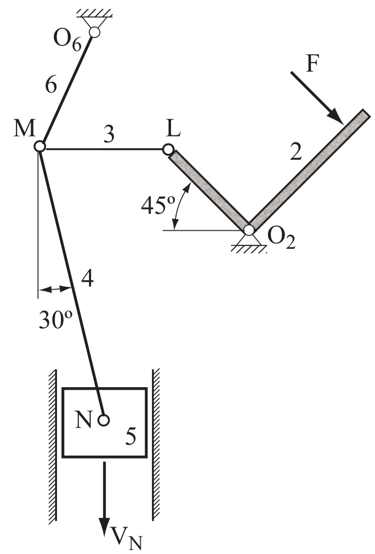
$$\omega_5 = \frac{V_{AC_{(y)}}}{CA_{(x)}} = -1 \text{ rad/s}$$

$$\omega_6 = \frac{V_{A_{(y)}}}{PA_{(x)}} = -0{,}5 \text{ rad/s}$$

Mecanismo 6

La figura muestra el esquema cinemático de los dos mecanismos de una máquina punzonadora. Se conoce que la barra 2 se mueve con una velocidad angular constante de 3 rad/s y sobre ella actúa la fuerza F. El punzón está solidario al dado N y se mueve con una velocidad lineal constante de 2 m/s. Para el instante mostrado determine:

1. Los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. Todos los CIR absolutos y solo los CIR relativos $I_{62}, I_{63}, I_{64}, I_{65}$.
3. La velocidad del punto M.
4. Señale en el dibujo el sentido de rotación de la barra MN.
5. La aceleración del punto M.



Datos del problema:

$O_2L = 0{,}25$ m
$LM = 0{,}35$ m
$MN = 0{,}60$ m

La escala es 1:100.

Trabajar con solo dos lugares decimales aproximados por exceso.

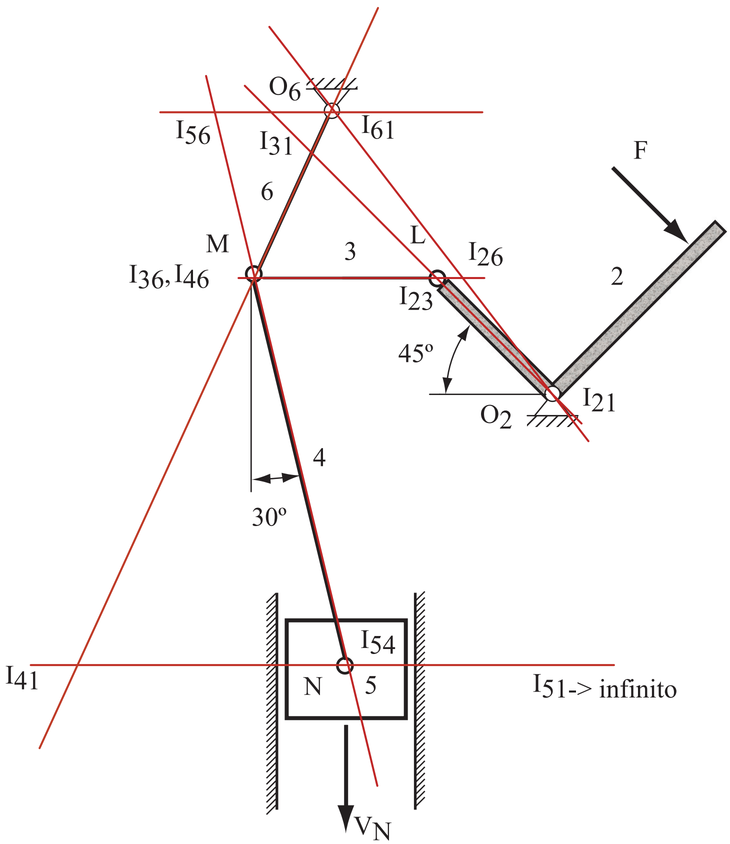
Los mecanismos son $O_2 - L - M - O_6$ y $O_6 - M - N$.

Solución:

Determinación de los grados de libertad:

$$n = 6; i = 7; s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (n-1) - 2i - s = 3(6-1) - 2 \cdot 7 = 1$$

Determinación de los CIR:



Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_L} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2L}$$
$$V_L = \omega_2 \cdot O_2L \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i)$$
$$\theta_2 = 135^\circ$$
$$V_L = -3 \cdot (0{,}25) \cdot (\cos 135 j - \sin 135 i)$$
$$V_L = 0{,}53i + 0{,}53j$$

$$\overrightarrow{V_M} = \overrightarrow{V_L} + \overrightarrow{V_{ML}}$$
$$V_M = V_L + \omega_3 \cdot LM \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$
siendo $\theta_3 = 180^\circ$
$$V_M = (0{,}53i + 0{,}53j) - 0{,}35 \cdot \omega_3 j; \textbf{(I)}$$

$$\overrightarrow{V_M} = \overrightarrow{V_N} + \overrightarrow{V_{MN}}$$
$$V_M = V_N j + \omega_4 \wedge NM$$
$$V_M = -2j + 0{,}6 \cdot \omega_4 \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i)$$
siendo $\theta_4 = 120^\circ$
$$V_M = -0{,}52i - 2j - 0{,}3 \cdot \omega_4 j; \textbf{(II)}$$

Igualando I con II:

$$(0{,}53i+0{,}53j)-0{,}35\cdot\omega_3 j=-0{,}52i-2j-0{,}3\cdot\omega_4 j$$
$$(i)\,0{,}53=-0{,}52\cdot\omega_4$$
$$(j)\,0{,}53+2-0{,}35\cdot\omega_3=-0{,}3\cdot\omega_4$$
$$\omega_4=-1{,}02\text{ rad/s (horario).}$$
$$\omega_3=6{,}35\text{ rad/s (antihorario).}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_L}=\alpha_2\wedge O_2L-\omega_2^2\cdot O_2L$$
$$a_L=0-(-3)^2\cdot 0{,}25\cdot(\cos 135i+\cos 135j)$$
$$a_L=1{,}59i-1{,}59j\text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_M}=\overrightarrow{a_L}+\overrightarrow{a_{ML}}$$
$$a_M=a_L+\alpha_3\cdot LM(\cos 180j-\sin 180i)-\omega_3^2\cdot L\cdot M\cdot(\cos 180i+\sin 180j)$$
$$a_M=a_L-0{,}35\cdot\alpha_3 j+(6{,}35)^2\cdot 0{,}35i$$
$$a_M=15{,}7i-1{,}59j-0{,}35\cdot\alpha_3 j;\ \textbf{(III)}$$

$$\overrightarrow{a_M}=\overrightarrow{a_N}+\overrightarrow{a_{MN}}$$
$$a_M=\alpha_4\wedge NM-\omega_4^2\cdot NM$$
$$a_M=0{,}6\cdot\alpha_4\cdot(\cos 120j-\sin 180i)-0{,}6\cdot\omega_4^2\cdot(\cos 120i+\sin 120j)$$
$$a_M=-0{,}3\cdot\alpha_4 j-0{,}52\cdot\alpha_4 i+0{,}31i-0{,}54j;\ \textbf{(IV)}$$

Igualando **(III)** con **(IV)**:

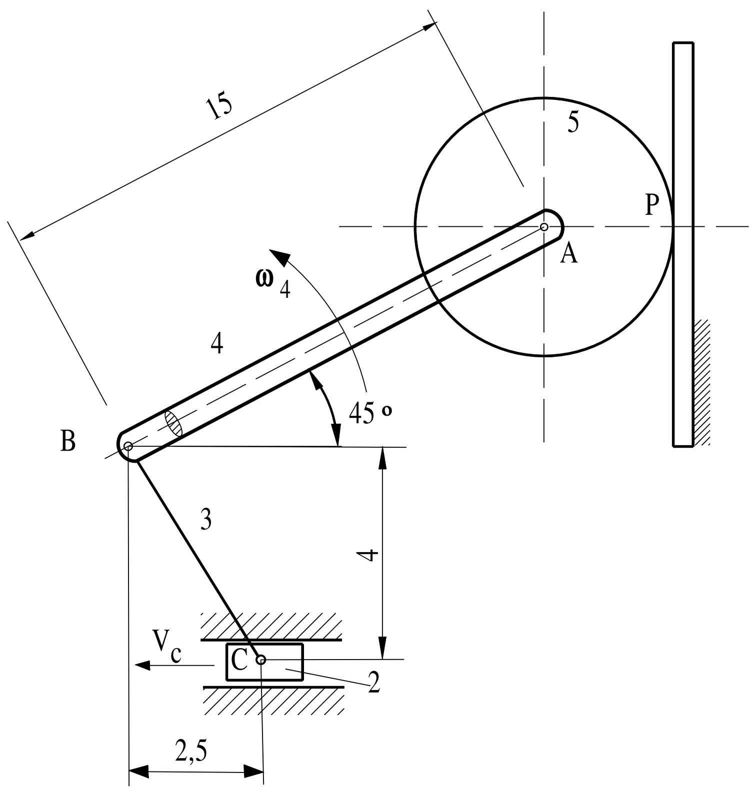
$$15{,}7i-1{,}59j-0{,}35\cdot\alpha_3 j=-0{,}3\cdot\alpha_4 j-0{,}52\cdot\alpha_4 i+0{,}31i-0{,}54j$$
$$(i)\,15{,}7=-0{,}52\cdot\alpha_4+0{,}31$$
$$(j)\,-1{,}59-0{,}35\cdot\alpha_3=-0{,}3\cdot\alpha_4-0{,}54$$
$$\alpha_3=-28{,}37\text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4=-29{,}6\text{ rad/s}^2$$

α_3 tiene un sentido opuesto a ω_3 por lo que la barra 3 está desacelerando.
$a_M=15{,}7i+8{,}34j\text{ m/s}^2$

Mecanismo 7

En el mecanismo de la siguiente figura, el dado C se mueve con una velocidad lineal constante de 0,2 m/s hacia la izquierda. La barra 4 tiene una velocidad angular constante de ω_4 = 3 rad/s, mientras que el disco tiene un radio de 3 m y gira sin deslizamiento.

1. Determine los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. Calcule la velocidad angular del disco y la velocidad en el punto A.
3. Calcule la aceleración angular del disco y la aceleración en el punto A.
4. Aplicando las propiedades de los CIR y sabiendo que la escala del dibujo es 2:1 (aproximadamente), determine todos los CIR que posea el mecanismo.



Solución:

Determinación de los grados de libertad:

$$n = 5; i = 5; s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (n-1) - 2i - s$$
$$GL = 3 \cdot (5-1) - 2 \cdot 5 = 2$$

Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{BC}}$$
$$V_B = -0{,}2i + \omega_3 \wedge CB$$
$$V_B = -0{,}2i + \omega_3 \cdot CB(\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$
siendo $CB = \sqrt{2{,}5^2 + 4^2} = 4{,}72$ m
$$V_B = -0{,}2i + 4{,}72 \cdot \omega_3 \cdot (\cos 122 j - \sin 122 i)$$
$$V_B = -0{,}2i + (-3{,}95 \cdot \omega_3 i - 2{,}5 \cdot \omega_3 j);\ \textbf{(I)}$$

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_{BA}}$$
$$V_B = \omega_5 \cdot PA \cdot (\cos 180 j - \sin 180 i) + \omega_4 \cdot AB \cdot (\cos 225 j - \sin 225 i)$$
$$V_B = -3 \cdot \omega_5 j + 3 \cdot 15 \cdot (-0{,}17 j + 0{,}71 i)$$
$$V_B = -3 \cdot \omega_5 j - 31{,}82 j + 31{,}82 i;\ \textbf{(II)}$$

Igualamos I con II:

$$(i)\ -0{,}2 - 3{,}95 \cdot \omega_3 = 31{,}82$$
$$(j)\ -2{,}5 \cdot \omega_3 = -3 \cdot \omega_5 - 31{,}82$$
$$\omega_3 = -8 \text{ rad/s}$$
$$\omega_5 = -17{,}26 \text{ rad/s}$$
$$V_B = 31{,}8i + 20j \text{ m/s}$$
$$V_A = 51{,}8j \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_C} + \overrightarrow{a_{BC}}$$
$$a_B = 0 + CB \cdot \alpha_3 \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i) - CB \cdot \omega_3^2 \cdot (\cos\theta_3 i + \sin\theta_3 j)$$
$$a_B = 4{,}72 \cdot \alpha_3 \cdot (\cos 122 j - \sin 122 i) - 4{,}72 \cdot (-8)^2 \cdot (\cos 122 i + \sin 122 j)$$
$$a_B = (-2{,}49 \cdot \alpha_3 j - 3{,}99 \cdot \alpha_3 i) + (160 i - 256{,}2 j);\ \textbf{(III)}$$

El punto A del disco no tiene aceleración normal y sí tiene aceleración tangencial, porque rota respecto de P. También tiene movimiento de traslación ya que su velocidad es siempre perpendicular a PA (suponiendo que A es un punto infinitamente pequeño).

$$\overrightarrow{a_A} = \overrightarrow{\alpha_5} \wedge \overrightarrow{PA}$$
$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{BA}}$$

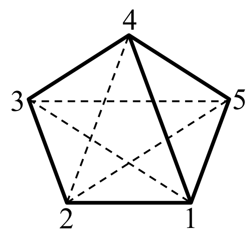
Recordar que ω_4 es constante, por lo que no tiene aceleración angular $\alpha_4 = 0$.

$$a_B = \alpha_5 \wedge PA + \alpha_4 \wedge AB - \omega_4^2 \cdot AB$$
$$a_B = 3 \cdot \alpha_5 \cdot (\cos 180 j - \sin 180 i) + 0 - (3)^2 \cdot 15 \cdot (\cos 225 i + \sin 225 j)$$
$$a_B = -3 \cdot \alpha_5 j + 95{,}5 i + 95{,}5 j;\ \textbf{IV}$$

Igualando III con IV:

$$(i)\ -3{,}99 \cdot \alpha_3 + 160 = 95{,}5$$
$$(j)\ -2{,}49 \cdot \alpha_3 - 256{,}2 = -3 \cdot \alpha_5 + 95{,}5$$
$$\alpha_3 = 16{,}16 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_5 = 130{,}64 \text{ rad/s}^2$$

Cálculo del CIR:

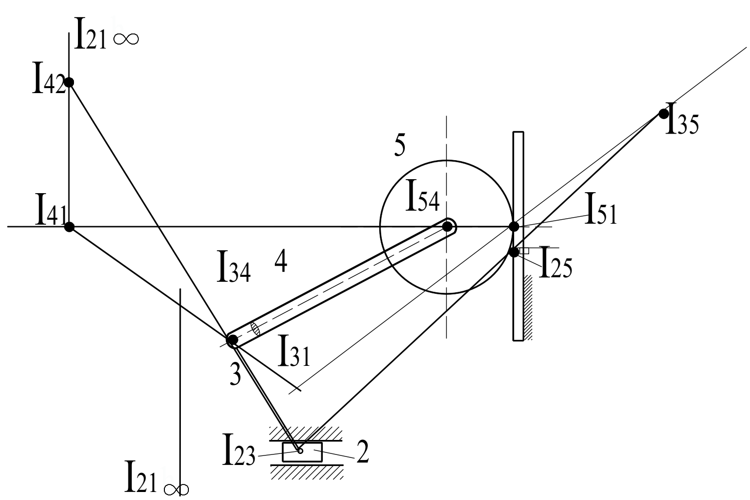


El I_{41} está sobre la recta que pasa por los CIR I_{45} y I_{51}. La posición del CIR se determina a partir del valor de V_A calculado anteriormente. I_{41} es el CIR absoluto de la barra 4 y cumple que está sobre la recta perpendicular a la V_A y que pasa por A, a una distancia que es proporcional a la velocidad angular de la barra 4.

$$|V_A| = |\omega_4| \cdot I_{41} \cdot A$$

$$I_{41} \cdot A = \frac{V_A}{\omega_4} = 21{,}2 \text{ m}$$

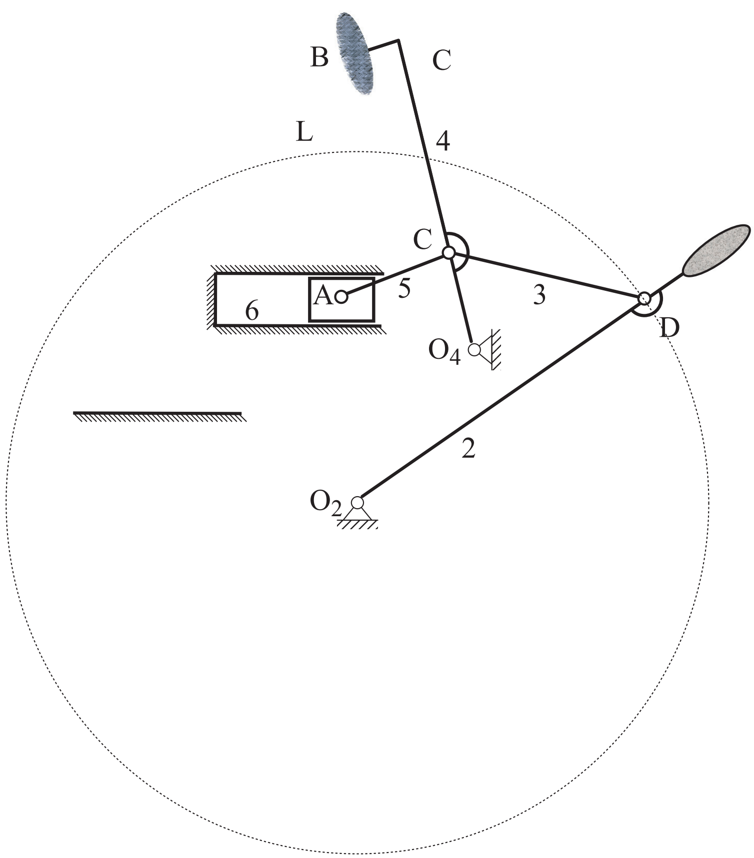
Situar el punto I_{41} a escala sobre la recta trazada anteriormente. Seguidamente se muestran los CIR.



Mecanismo 8

El mecanismo de la siguiente figura se utiliza para fijar piezas durante su proceso de fabricación. El movimiento de entrada lo ejecuta un motor que garantiza una velocidad angular constante $\omega_4 = 10$ rad/s. Este movimiento se transmite a través de las barras y consigue que en el punto B actúe una fuerza F que fija la pieza a la mesa de trabajo. Se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Grados de libertad.
2. Número de CIR totales.
3. Plantea las ecuaciones de velocidades y aceleraciones.
4. Trace el cinema de velocidades.
5. Calcule vectorialmente la velocidad y aceleración del punto B.
6. Dibuje el instante de fijación.
7. Explique si en ese instante existe ventaja mecánica infinita.
8. ¿Con qué nombre se conoce esta nueva posición?



Datos del problema:

$$O_2D = 0{,}6 \text{ m}$$
$$DC = 0{,}35 \text{ m}$$
$$O_4C = 0{,}2 \text{ m}$$
$$O_4B = 0{,}75 \text{ m}$$

Solución:

Cálculo de los grados de libertad:

$$n = 6; i = 7; s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (n-1) - 2 \cdot i - s$$
$$GL = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

Cálculo de los CIR:

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Planteamiento de las ecuaciones de las velocidades:

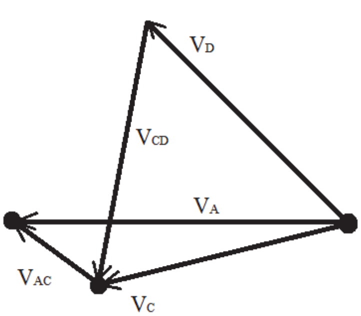
$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2D}$$
$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{\omega_4} \wedge \overrightarrow{O_4C}$$
$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_D} + \overrightarrow{V_{CD}}$$
$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{\omega_4} \wedge \overrightarrow{O_4B}$$
$$\overrightarrow{V_A} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{AC}}$$

Planteamiento de las ecuaciones de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_D} = \overrightarrow{\alpha_2} \wedge \overrightarrow{O_2D} - \omega_2^2 \cdot \overrightarrow{O_2D}$$
$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{\alpha_4} \wedge \overrightarrow{O_4C} - \omega_4^2 \cdot \overrightarrow{O_4C}$$
$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{CD}}$$
$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{\alpha_4} \wedge \overrightarrow{O_4B} - \omega_4^2 \cdot \overrightarrow{O_4B}$$

Cinema de velocidades:

$$|V_D| = |\omega_2 \cdot O_2D| = 10 \cdot 0{,}6 = 6 \text{ m/s}$$



Cálculo vectorial de la velocidad del punto B:

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2D}\\
&V_D = \omega_2 \cdot O_2D \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i)\\
&\theta_2 = 35^\circ\\
&V_D = 10 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 35 j - \sin 35 i)\\
&V_D = -3{,}42i + 4{,}92j
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{\omega_4} \wedge \overrightarrow{O_4C}\\
&V_C = \omega_4 \cdot O_4C \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i)\\
&\theta_4 = 155^\circ\\
&V_D = -0{,}18 \cdot \omega_4 i - 0{,}08 \cdot \omega_4 j
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{V_{CD}} = \overrightarrow{\omega_3} \wedge \overrightarrow{DC}\\
&V_{CD} = \omega_3 \cdot DC \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)\\
&\theta_4 = 155^\circ\\
&V_{CD} = -0{,}15 \cdot \omega_3 i - 0{,}13 \cdot \omega_3 j
\end{aligned}$$

Sustituyendo en $\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_D} + \overrightarrow{V_{CD}}$

$$\begin{aligned}
&(i)\ -0{,}18 \cdot \omega_4 = -3{,}42 - 0{,}15 \cdot \omega_3\\
&(j)\ -0{,}08 \cdot \omega_4 = 4{,}92 - 0{,}13 \cdot \omega_3\\
&\omega_3 = -106{,}12 \text{ rad/s}\\
&\omega_4 = -83{,}23 \text{ rad/s}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{\omega_4} \wedge \overrightarrow{O_4B}\\
&V_B = \omega_4 \cdot O_4B \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i)\\
&V_B = 56{,}80i - 26{,}21j \text{ m/s}\\
&V_C = 19{,}10i + 8{,}91j \text{ m/s}
\end{aligned}$$

Cálculo vectorial de la aceleración del punto B:

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{a_D} = \overrightarrow{\alpha_2} \wedge \overrightarrow{O_2D} - \overrightarrow{\omega_2}^2 \cdot \overrightarrow{O_2D}\\
&a_D = 0 - 10^2 \cdot O_2D \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)\\
&a_D = -49{,}2i - 34{,}2j
\end{aligned}$$

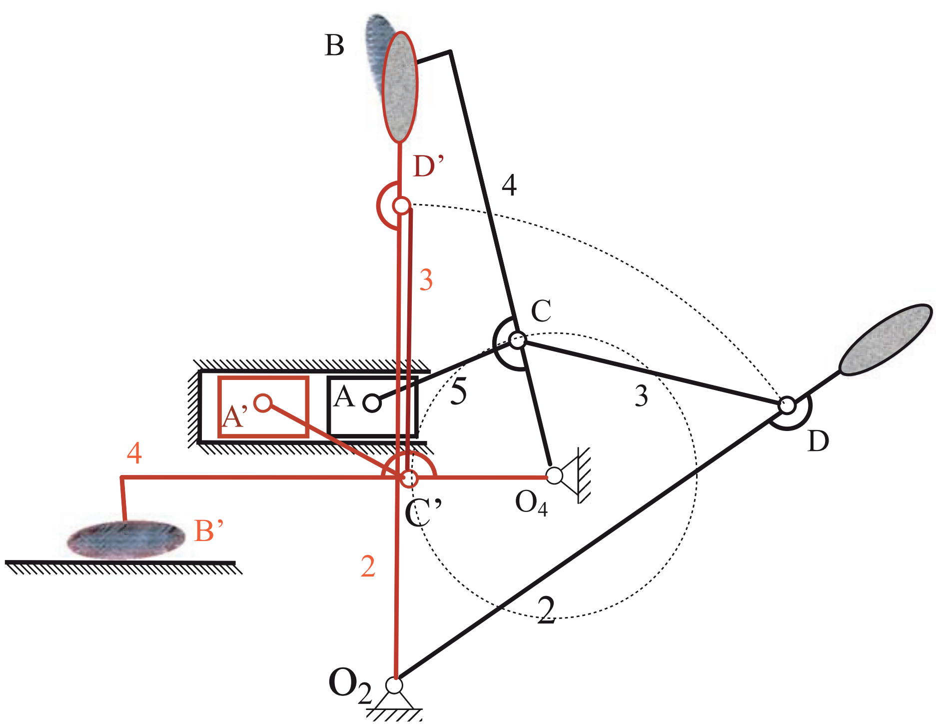
$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{\alpha_4} \wedge \overrightarrow{O_4C} - \overrightarrow{\omega_4}^2 \cdot \overrightarrow{O_4C}\\
&a_C = -0{,}08 \cdot \alpha_4 i + 0{,}18 \cdot \alpha_4 j - 83{,}23^2 \cdot O_4C \cdot (\cos\theta_4 i + \sin\theta_4 j)\\
&a_C = -0{,}08 \cdot \alpha_4 i + 0{,}18 \cdot \alpha_4 j + 116{,}38i + 249{,}38j
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{a_{CD}} = \overrightarrow{\alpha_3} \wedge \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{\omega_3}^2 \cdot \overrightarrow{DC}\\
&a_{CD} = -0{,}15 \cdot \alpha_3 i - 0{,}32 \cdot \alpha_3 j - 106{,}12^2 \cdot DC \cdot (\cos\theta_3 i + \sin\theta_3 j)\\
&a_{CD} = -0{,}15 \cdot \alpha_3 i - 0{,}32 \cdot \alpha_3 j + 512{,}39i - 579{,}40j
\end{aligned}$$

Sustituyendo en $\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{CD}}$

$$(i) - 0{,}08 \cdot \alpha_4 = 116{,}38 + 512{,}39 - 49{,}2 - 0{,}14 \cdot \alpha_3$$
$$(j)\, 0{,}18 \cdot \alpha_4 = 249{,}38 - 579{,}40 - 34{,}2 - 0{,}32 \cdot \alpha_3$$
$$\alpha_3 = 1.415{,}09 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4 = -4.493{,}98 \text{ rad/s}^2$$
$$a_B = \alpha_4 \cdot O_4B \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) - \omega_4^2 \cdot O_4B \cdot (\cos\theta_4 i + \sin\theta_4 j)$$
$$a_B = -4.493{,}98 \cdot 0{,}75 \cdot (\cos 115 j - \sin 115 i) - (-83{,}23)^2 \cdot 0{,}75 \cdot (\cos 115 i + \sin 115 j)$$
$$a_B = 5.248{,}77 i - 3.312{,}43 j \text{ m/s}^2$$

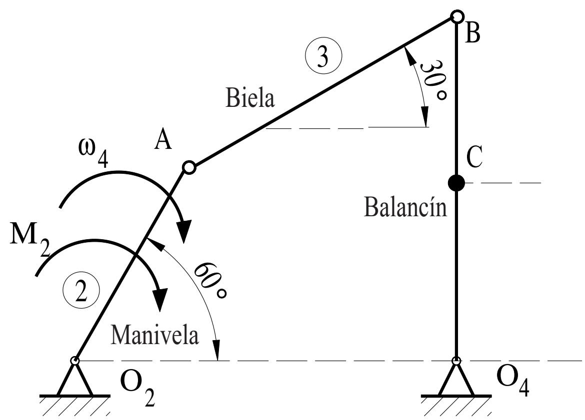
Ventaja mecánica infinita: En el instante mostrado en rojo existe ventaja mecánica porque las barras 2 y 3 quedan alineadas y, por lo tanto, están inamovibles.



Esta posición se llama acodillamiento o enclavamiento.

Mecanismo 9

l mecanismo de la siguiente figura tiene como elemento impulsor la barra 2, que gira con una velocidad angular ω_2. Se ha de calcular la fuerza equilibrante (F_{Ec}) para una condición estática aplicando el método de cálculo newtoniano y de las potencias virtuales.

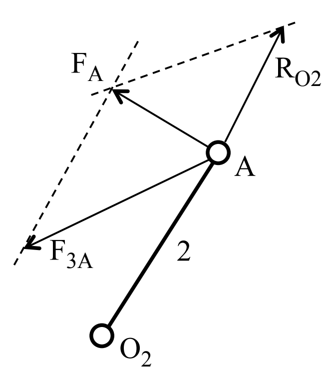


Datos del problema:

$M_2 = 30$ Nm
$\theta_2 = 60°$
$\theta_3 = 30°$
$\theta_4 = 90°$
$l_2 = 0{,}5$ m
$l_3 = l_4 = 0{,}86$ m
$O_4C = 0{,}43$ m

Solución:

1. Aplicando el método newtoniano. Nota: se aplica el diagrama de cuerpo libre a las barras 2, 3 y 4. Diagrama de Cuerpo Libre (DCL) de la barra 2:



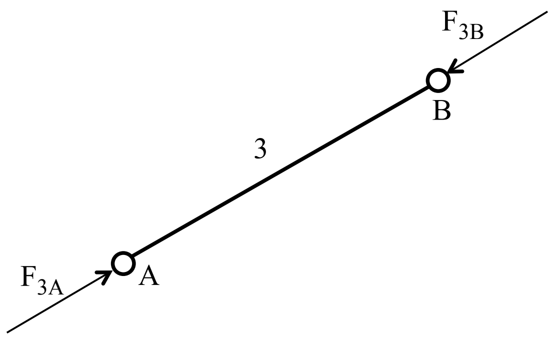
$$M_2 = F_A \cdot 0{,}5$$

$$F_A = 60 \text{ N}$$

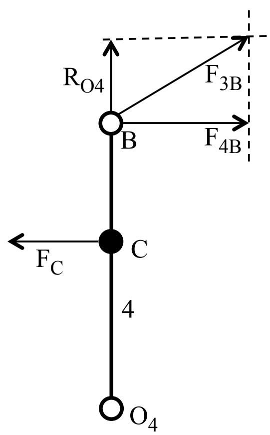
$$F_{3A} \cdot \cos(60) = F_A$$

$$F_{3A} = \frac{F_A}{\cos 60} = 120$$

DCL de la barra 3. Las fuerzas A y B son iguales: $F_{3A} = F_{3B}$



DCL de la barra 4:



$$F_4 = F_B \cdot \cos 30$$

$$\Sigma M_4 = F_4 \cdot 0{,}86 + F_{EC} \cdot 0{,}43 = 0$$

$F_{EC} = -207{,}85\text{i N}$ es la fuerza equilibrante.

2. Aplicando el método de las potencias virtuales:

Dado que el análisis del mecanismo es para una condición estática, aquí no se consideran las fuerzas y pares de inercia. Por eso la ecuación de potencias virtuales es $\Sigma P = 0$.

$$\overrightarrow{M_2} \cdot \overrightarrow{\omega_2} + \overrightarrow{F_{EC}} \cdot \overrightarrow{V_C} = 0 \textbf{ (I)}$$

$$V_C = \omega_4 \wedge O_4C = \omega_4 \cdot O_4C \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i)$$

$$\omega_4 = \frac{l_2}{l_4} \cdot \omega_2 \cdot \frac{\sin(\theta_2 - \theta_3)}{\sin(\theta_4 - \theta_3)}$$

$$\omega_4 = \frac{0{,}5}{0{,}86} \cdot (-\omega_2)k \cdot \frac{\sin(60-30)}{\sin(90-30)} = -0{,}33 \cdot \omega_2 k$$

$$V_C = (-0{,}33 \cdot \omega_2) \cdot 0{,}43 \cdot (\cos 90 j - \sin 90 i) = 0{,}14 \cdot \omega_2 i$$

Sustituyendo en (I):

$$(-30)k \cdot (-\omega_2)k + F_{EC} i \cdot 0{,}14 \cdot \omega_2 i = 0$$

$$30 \cdot \omega_2 + 0{,}14 \cdot \omega_2 \cdot F_{EC} = 0$$

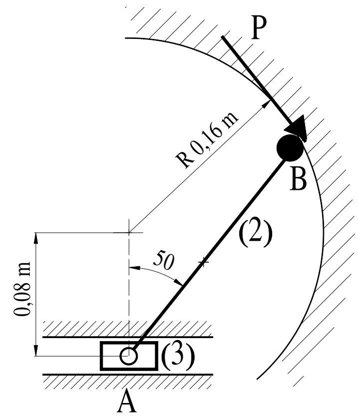
$$|F_{EC}| = 207{,}85 \text{ N}$$

$$F_{EC} = -207{,}85 i \text{ N}$$

Mecanismo 10

Del mecanismo de la siguiente figura realice el análisis estático aplicando el método newtoniano y el análisis dinámico aplicando el método de los trabajos virtuales. El objetivo es determinar los siguiente parámetros:

1. Reacciones en A y en B.
2. La fuerza P que es tangente a la trayectoria y que actúa en B, de manera que se cumpla el equilibrio dinámico.



Datos del problema:

La barra AB se apoya en una pared circular en el punto B.

La superficie circular tiene centro en O y radio OB, no es una barra.

La masa de la corredera es despreciable.

$$m_{AB} = 0{,}5 \text{ kg}$$

$$v_A = -5i \text{ m/s}$$

$$a_A = 500i \text{ m/s}^2$$

$$AB = 0{,}2 \text{ m}$$

Solución:

Cálculo de las velocidades:

$$\vec{V_A} = \vec{\omega_2} \wedge \vec{OA}$$

$$V_A = \omega_2 \cdot OA \cdot (\cos 270 j - \sin 270 i)$$

$$|\omega_2| = |\frac{V_A}{OA}| = \frac{5}{0{,}08} = 62{,}5$$

$$\overrightarrow{\omega_2} = -62{,}5k$$

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_{BA}}$$

$$V_B = V_A + \omega_2 \wedge AB = -5i + 0{,}2 \cdot \omega_2 \cdot (\cos 40 j - \sin 40 i) = 3i + 9{,}6 j$$

$$\overrightarrow{V_B} = 10$$

$$\overrightarrow{V_{G2}} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_{G_2A}}$$

$$V_{G2} = V_A + \omega_2 \wedge AG_2 = -5i + 0{,}1 \cdot \omega_2 \cdot (\cos 40 j - \sin 40 i) = -1i - 4{,}8 j$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{BA}}$$

$$a_B = a_A + \alpha_2 \wedge AB - \omega_2^2 \cdot AB$$

$$a_B = -500i + 0{,}2 \cdot \alpha_2 \cdot (\cos 40 j - \sin 40 i) - (-62{,}5)^2 \cdot ,0{,}2 \cdot (\cos 40 i + \sin 40 i)$$

$$a_B = -500i + 0{,}15 \cdot \alpha_2 j - 0{,}13 \cdot \alpha_2 i - 593{,}69i - 507{,}81 j; \textbf{(I)}$$

Considere que la barra OB es una barra ficticia f:

$$a_B = \alpha_f \wedge OB - \omega_f^2 \cdot OB$$

$$a_B = 0{,}16 \cdot \alpha_f \cdot (\cos 18 j - \sin 18 i) - (-62{,}5)^2 \cdot 0{,}16 \cdot (\cos 18 i + \sin 18 i)$$

$$a_B = 0{,}15 \cdot \alpha_f j - 0{,}05 \cdot \alpha_f i - 543{,}69i - 195{,}3 j; \textbf{(II)}$$

Igualando (I) y (II):

$$(i) - 1.090{,}69 - 0{,}13 \cdot \alpha_2 = -0{,}05 \cdot \alpha_f - 593{,}69$$

$$(j)\, 0{,}15 \cdot \alpha_2 - 507{,}81 = 0{,}15 \cdot \alpha_f - 195{,}3$$

$$\alpha_2 = -7.534{,}94 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_f = -9.590{,}86 \text{ rad/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_{G2}} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{G_2A}}$$

$$a_{G2} = a_A + \alpha_2 \wedge AG_2 - \omega_2^2 \cdot AG_2$$

$$a_{G2} = -500i + \alpha_2 \cdot AG_2 \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) - \omega_2^2 \cdot AG_2 \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)$$

$$a_{G2} = -307{,}08i - 826{,}53 j \text{ m/s}^2$$

Cálculo de la fuerza y el par de inercia:

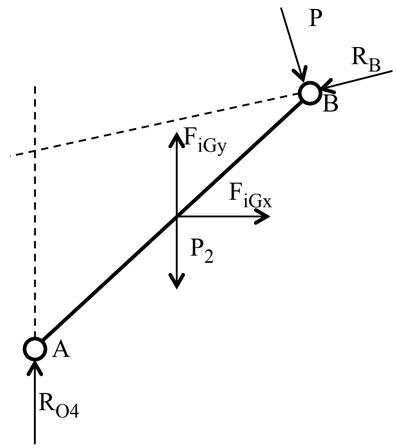
$$F_{iG2} = -m_2 \cdot a_{G2} = -0{,}5 \cdot (-307{,}08i - 826{,}51 j) = 153{,}54i + 413{,}26 j$$

$$I_{G2} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2 = \frac{1}{12} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}2^2 = 1{,}67 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$M_{iG2} = -I_{G2} \cdot \alpha_2 = -1{,}67 \cdot 10^{-3} \cdot (-7.534{,}95) = 12{,}6 \text{ kNm}$$

Cálculo de las fuerzas y reacciones por el método newtoniano:

La fuerza P es tangente a la curva y $\perp$, a OB. Por tanto, R_A y R_B son perpendiculares a la superficie de deslizamiento.



$$\Sigma M_B = 0$$

$$F_{iG_{2x}} \cdot BG_y + F_{iG_{2y}} \cdot BG_x + P_2 \cdot BG_x + R_A \cdot BA + M_{iG_2} = 0$$

$$F_{Gx} \cdot 0{,}1 \cdot \sin\theta_2 + (F_{Gy} - P_2) \cdot (-0{,}1 \cdot \cos\theta_2) + R_A \cdot (-0{,}2 \cdot \cos\theta_2) + M_{iG_2} = 0$$

$$R_A = -55{,}89 j \text{ N}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$[(P \cdot \sin(18)) \cdot AB_y + (P \cdot \cos(18)) \cdot AB_x] + F_{iG_{2x}} \cdot AG_y + F_{iG_{2y}} \cdot AG_x + P_2 \cdot AG_x + M_{iG_2} = 0$$

$$[-(P \cdot 0{,}31) \cdot 0{,}13 - (P \cdot 0{,}95) \cdot 0{,}16] + (153{,}54 \cdot 0{,}06) + (413{,}26 \cdot 0{,}08) + (5 \cdot 0{,}08) + 12{,}56 = 0$$

$$(-0{,}19)|P| + 55{,}16 = 0$$

$$|P| = 290$$

$$\overrightarrow{P} = 86{,}6i - 275{,}8j$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + F_{G2} + P_2 + R_B + P = 0$$

$$P_2 = m_{AB} \cdot g = -4{,}9j$$

$$-55{,}89j + 153{,}54i + 423{,}26j - 4{,}9j + R_B + 86{,}6i - 275{,}8j = 0$$

$$R_B = -240{,}14i - 86{,}67j \text{ N}$$

Cálculo de la fuerza P por el método de los trabajos virtuales:

$$M_{iG} \cdot \omega_2 + F_{iG_2} \cdot V_{G2} + |P| \cdot |V_B| = 0$$

$$12{,}6 \cdot (-62{,}5) + (153{,}5i + 413{,}3j) \cdot (-1i - 4{,}8j) + |P| \cdot 10 = 0$$

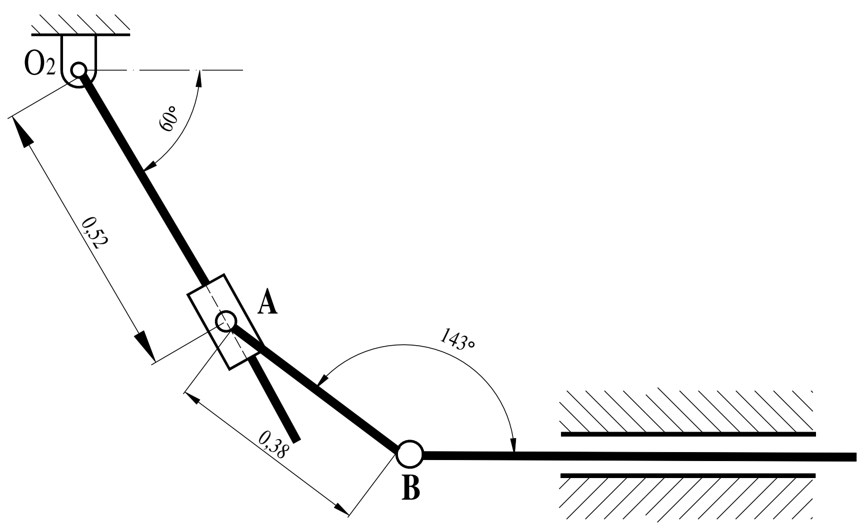
$$|P| = 292$$

$$\overrightarrow{P} = 90{,}39i + 278{,}2j$$

Mecanismo 11

El mecanismo de la siguiente figura está diseñado para trabajar en posición horizontal. Se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Los CIR I_{23}, I_{34} y I_{51} y señalelos en el dibujo.
2. Velocidad absoluta en la barra 3 en el punto A_3 y velocidad angular de la barra 4.
3. Aceleración absoluta en la barra 3 respecto al punto A_3 y aceleración angular en la barra 4.
4. La fuerza para mantener el mecanismo en equilibrio dinámico.
5. El momento de inercia reducido en O_2.
6. El grado de irregularidad, suponiendo ahora nuevas condiciones: la barra 2 gira con una $\omega_{media} = 1{,}5$ rad/s y como parámetro resistente solo está actuando un par variable en la barra 4, con las carasterísticas indicadas en la gráfica siguiente.
7. El CIR I_{41}



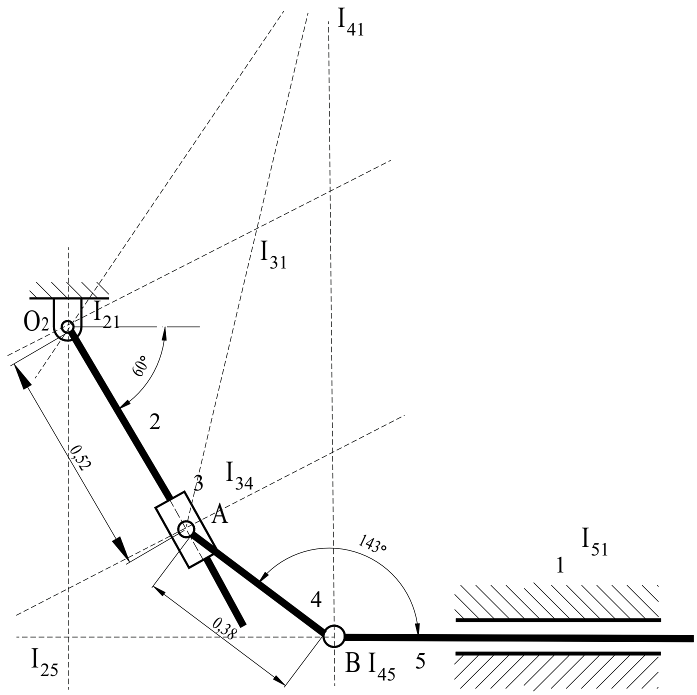
Datos del problema:

$\omega_2 = 2k$ rad/s
$V_B = 1i$ m/s
$a_B = 1i$ m/s^2
$M_{O_2} = 5$ Nm
$m_2 = 4$ kg
$m_3 = 1{,}5$ kg
$m_4 = 2{,}5$ kg
$m_5 = 5$ kg
$O_2A = 0{,}52$ m
$AB = 0{,}38$ m

Las dimensiones del dado 3 son 0,1 · 0,2 m

Solución:

Cálculo de los CIR:



Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_{A3}} = \overrightarrow{V_{A2}} + \overrightarrow{V_{A32}}$$
$$\overrightarrow{V_{A3}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{AB}}$$
$$V_{A3} = 1i + \omega_4 \cdot BA \cdot (\cos 143\, j - \sin 143 i)$$
$$V_{A3} = 1i - 0{,}23 \cdot \omega_4 i - 0{,}3\omega_4 j$$
$$V_{A2} = \omega_2 \cdot O_2A \cdot (\cos 300\, j - \sin 300 i) = 0{,}9i + 0{,}52\, j$$

Sustituyendo:

$$1i - 0{,}23 \cdot \omega_4 i - 0{,}3\omega_4 j = 0{,}9i + 0{,}52\, j + |V_{32}| \cdot (\cos 300 i + \sin 300\, j)$$
$$(i)\ -0{,}23 \cdot \omega_4 - 0{,}5 \cdot |V_{32}| = -0{,}1$$
$$(j)\ -0{,}3 \cdot \omega_4 + 0{,}87 \cdot |V_{32}| = 0{,}52$$
$$|V_{32}| = 0{,}42 \text{ m/s}$$
$$\omega_4 = -0{,}49 \text{ rad/s}$$
$$V_{A3} = 1i + 0{,}11i + 0{,}15\, j = 1{,}11i + 0{,}15\, j \text{ m/s}$$
$$O_2G_2 = 2/3 \cdot O_2A$$
$$L_2 = 0{,}7 \text{ m}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$
\begin{aligned}
&\overrightarrow{a_{A3}} = \overrightarrow{a_{A2}} + \overrightarrow{a_{A32}} + \overrightarrow{a_{Cor}}\\
&\overrightarrow{a_{A3}} = \overrightarrow{a_{B}} + \overrightarrow{a_{AB}}\\
&a_{A3} = 1i + \alpha_4 \cdot BA \cdot (\cos 143\,j - \sin 243 i) - \omega_4^2 \cdot BA \cdot (\cos 143 i + \sin 143\,j)\\
&a_{A3} = 1i - 0{,}23 \cdot \alpha_4 i - 0{,}30\alpha_4\,j + 1{,}07i - 0{,}05\,j\\
&a_{A2} = \omega_2^2 \cdot O_2A \cdot (\cos 300\,j - \sin 300 i) = -1{,}04i + 1{,}81\,j\\
&a_{Cor} = 2 \cdot \omega_2 \cdot V_{32} \cdot (\cos 300\,j - \sin 300 i) = 1{,}46i + 0{,}84\,j\\
&a_{A32} = |a_{32}| \cdot (\cos 300 i + \sin 300\,j) = 0{,}5 \cdot a_{32} i - 0{,}87 \cdot a_{32}\,j
\end{aligned}
$$

Sustituyendo:

$$
\begin{aligned}
&(i)\ -0{,}23 \cdot \alpha_4 - 0{,}5 \cdot a_{32} = -1{,}04 - 1{,}07 + 1{,}46\\
&(j)\ -0{,}30\alpha_4 + 0{,}87 \cdot a_{32} = 1{,}81 + 0{,}05 + 0{,}84\\
&|a_{32}| = 2{,}33\ \mathrm{m/s^2}\\
&\alpha_4 = -2{,}24\ \mathrm{rad/s^2}\\
&a_{A3} = 1{,}58i + 0{,}62\,j\ \mathrm{m/s^2}
\end{aligned}
$$

Cálculo de fuerza para disponer de equilibrio dinámico:

$$
\begin{aligned}
&M_{O_2} \cdot \omega_2 + F_E \cdot V_B + F_{iG2} \cdot V_{G2} + F_{iG3} \cdot V_{G3} + F_{iG4} \cdot V_{G4} + F_{iG5} \cdot V_{G5} + M_{iG4} \cdot \omega_4 = 0\\
&F_{iG2} = -m_2 \cdot a_{G2} = -4 \cdot \frac{2}{3} \cdot a_{A2} = -4 \cdot (0{,}9\,j - 0{,}52i) = -3{,}6\,j + 2{,}1i\ \mathrm{N}\\
&F_{iG2} \cdot V_{G2} = (2{,}1i - 3{,}6\,j) \cdot (0{,}61i + 0{,}35\,j) = 0{,}02\ \mathrm{kg \cdot m/s}\\
&F_{iG3} = -m_3 \cdot a_{G3} = -m_3 \cdot a_{A3} = -1{,}5 \cdot (1{,}58i - 0{,}62\,j) = -2{,}37i - 0{,}93\,j\ \mathrm{N}\\
&F_{iG3} \cdot V_{G3} = (-2{,}37i - 0{,}93\,j) \cdot (1{,}11i + 0{,}15\,j) = -2{,}77\\
&a_{G4} = a_B + a_{G_3B} = 1i + \alpha_4 \cdot BG_3 \cdot (\cos 143\,j - \sin 143 i) -\\
&-\omega_4^2 \cdot BG_3 \cdot (\cos 143 i + \sin 143\,j) = 1{,}28i + 0{,}31\,j\ \mathrm{m/s^2}\\
&F_{iG4} = -m_4 \cdot a_{G4} = -3{,}2i + 0{,}99\,j\ \mathrm{N}\\
&F_{iG4} \cdot V_{G3} = (-3{,}2i + 0{,}99\,j) \cdot (1{,}28i + 0{,}31\,j) = -3{,}45\\
&F_{iG5} \cdot V_{G5} = F_{iG5} \cdot V_B = -5\\
&M_{iG4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4 = -\frac{1}{12} \cdot m_4 \cdot l_4^2 \cdot \alpha_4 = 0{,}07\ \mathrm{Nm}
\end{aligned}
$$

Sustituyendo:

$$
\begin{aligned}
&5 \cdot 2 + F_E \cdot 1 + 0{,}02 + (-2{,}77) + (-3{,}45) + (-5) + 0{,}07 = 0\\
&F_E = 1{,}13\ \mathrm{N}
\end{aligned}
$$

Cálculo del momento de inercia:

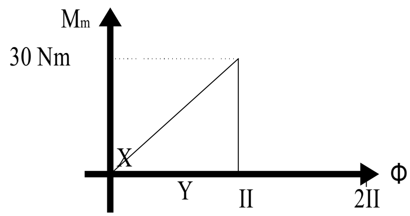
$$
\begin{aligned}
&I_{RO_2} \cdot \omega_2^2 = m_2 \cdot V_{G2}^2 + m_3 \cdot V_{G3}^2 + m_4 \cdot V_{G4}^2 + m_5 \cdot V_{G5}^2 + I_{G2} \cdot \omega_2^2 + I_{G3} \cdot \omega_3^2 + I_{G4} \cdot \omega_4^2\\
&I_{RO_2} \cdot 4 = 4 \cdot 0{,}48 + 1{,}5 \cdot 1{,}25 + 2{,}5 \cdot 1{,}12 + 5 \cdot 1 + 0{,}16 \cdot 4 + 0{,}01 \cdot 4 + 0{,}03 \cdot (-0{,}49)\\
&I_{RO_2} = 3{,}06\ \mathrm{kg \cdot m^2}
\end{aligned}
$$

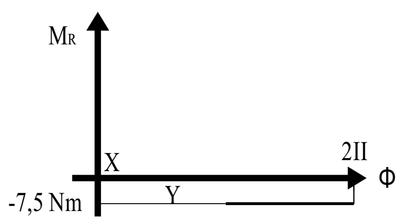
Cálculo del grado de irregularidad:

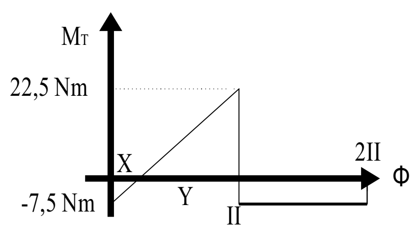
$$\delta = \frac{\Delta E_{Cv}}{I_v \cdot \omega_{med}^2}$$

$$A_{Mm} = 3 \cdot 2\pi = 6\pi$$
$$A_{Mm} = A_{M_R} = 1\pi + 5\pi$$

$$\delta = \frac{\Delta E_{Cv}}{I_v \cdot \omega_{med}^2} = \frac{2\pi}{3{,}06 \cdot 1{,}5^2} = 0{,}91$$







Cálculo del CIR I_{41}:

$$V_{A3} = |V_{A4}| = 1{,}21 \text{ m/s}$$
$$|V_{A4}| = |\omega_4 \wedge I_{41}|$$
$$I_{41} = 2{,}26 \text{ m}$$

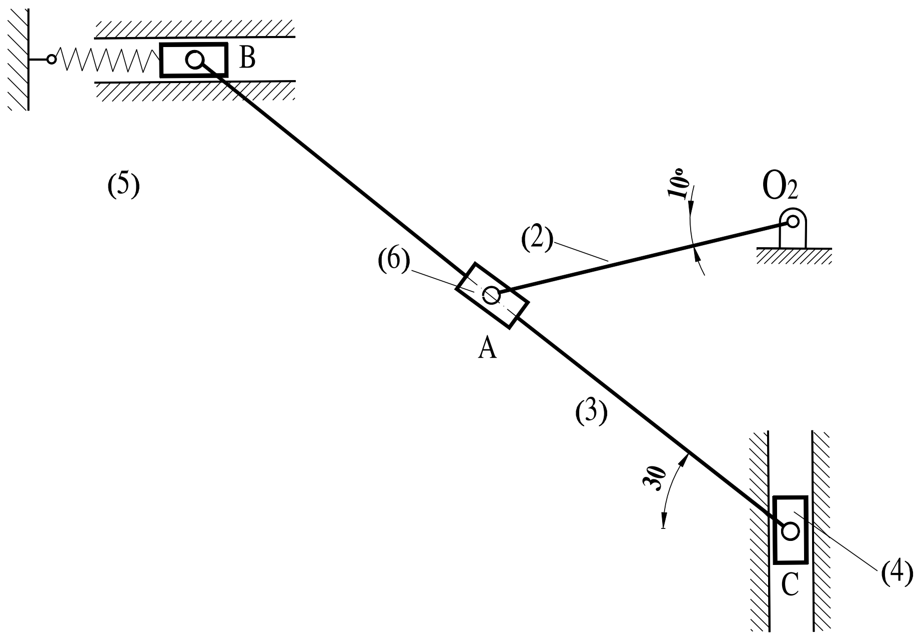
Suponiendo que el dibujo de los CIR esta a escala 3,5:1, entonces:

$$V_{A4} = 4{,}24 \text{ cm}$$
$$I_{41} = 7{,}9 \text{ cm}$$

Mecanismo 12

El mecanismo de la siguiente figura tiene como elemento impulsor la barra 5, cuya velocidad es $V = -5i$ m/s y la aceleración es $a = 2i$ m/s^2. Para el instante mostrado y teniendo en cuenta que el muelle se comprime 1 *cm* y su constante es $k = 8.000$ N/m, se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. La velocidad absoluta en el punto A y la velocidad angular de la barra 2.
3. La aceleración absoluta en el punto A y la aceleración angular de la barra 2.



Datos del problema:

$O_2A = 5{,}5$ m
$BC = 10$ m
$AC = 6$ m
$m_2 = 1{,}5$ kg
$m_4 = 3$ kg
$m_5 = 2{,}5$ kg

Dado: $a = 1$ m y $b = 0{,}5$ m

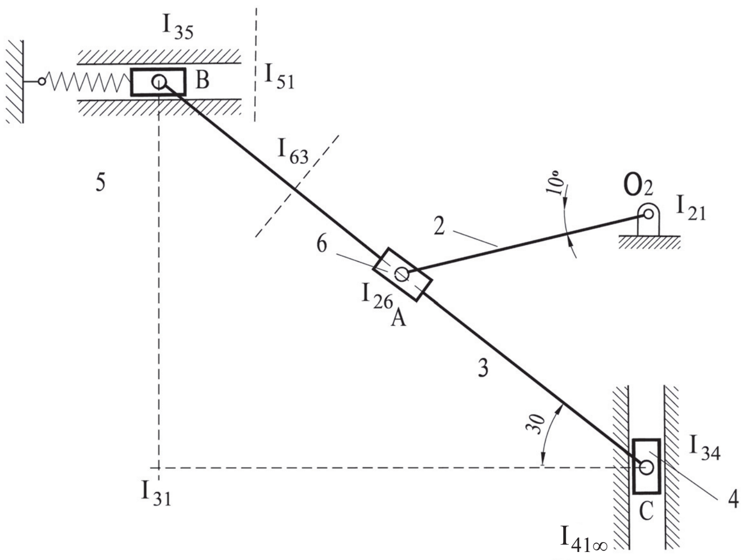
Nota: trabajar con solo dos decimales aproximados por exceso.

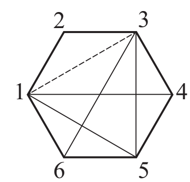
Solución:

Cálculo de los grados de libertad y los CIR:

$$i = 7$$
$$s = 0$$
$$n = 6$$
$$GL = 3 \cdot (n-1) - (2 \cdot i) = 3 \cdot (6-1) - (2 \cdot 7) = 1$$

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$





Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{BC}} = \overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{\omega_3} \wedge \overrightarrow{CB}$$
$$-5i = |V_C|\, j + \omega_3 \cdot CB \cdot (\cos 150\, j - \sin 150 i)$$
$$-5i = |V_C|\, j \text{ - } 8{,}7 \cdot \omega_3\, j - 5\omega_3 i$$
$$(i)\ -5 = -5 \cdot \omega_3$$
$$(j)\ |V_C| = 8{,}7 \cdot \omega_3$$
$$\omega_3 = 1 \text{ rad/s}$$
$$|V_C| = 8{,}7 \text{ m/s}$$

$$\overrightarrow{V_{A6}} = \overrightarrow{V_{A3}} + \overrightarrow{V_{A63}}$$
$$\overrightarrow{V_{A3}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{AB}}$$
$$V_{A3} = -5i + \omega_3 \cdot BA \cdot (\cos 330\, j - \sin 330 i)$$
$$V_{A3} = -5i + 2i + 3{,}48\, j = -3i + 3{,}48\, j$$
$$V_{A6} = |V_{63}| \cdot (\cos 330 i + \sin 330\, j) - 3i + 3{,}48\, j$$
$$V_{A6} = 0{,}87 \cdot |V_{63}| i - 0{,}5 \cdot |V_{63}|\, j - 3i + 3{,}48\, j$$
$$V_{A6} = \omega_2 \cdot O_2 A \cdot (\cos 190\, j - \sin 190 i)$$
$$V_{A6} = -5{,}39 \cdot \omega_2\, j + 0{,}93 \cdot \omega_2 i$$

Sustituyendo:

$$(i)\,0{,}87 \cdot V_{63} - 3 = 0{,}93 \cdot \omega_2$$
$$(j)\,0{,}5 \cdot V_{63} + 3{,}48 = -5{,}39 \cdot \omega_2$$
$$|V_{63}| = 3{,}06 \text{ m/s}$$
$$\omega_2 = -0{,}36 \text{ rad/s}$$
$$V_{63} = 1{,}94j - 0{,}33i \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_C} + \overrightarrow{a_{BC}}$$
$$a_B = 2i$$
$$a_C = |a_C|j$$
$$a_{BC} = \alpha \wedge CB - \omega_3 \cdot CB$$
$$a_{BC} = \alpha \cdot 10 \cdot (\cos 150j - \sin 150i) - 10 \cdot (\cos 150i + \sin 150j)$$
$$a_{BC} = -8{,}7 \cdot \alpha j - 5 \cdot \alpha i + 8{,}7i + 5j$$

Sustituyendo:

$$2i = |a_C|j + (-8{,}7 \cdot \alpha j - 5 \cdot \alpha i + 8{,}7i + 5j)$$
$$(i)\,2 = -5 \cdot \alpha + 8{,}7$$
$$(j)\,0 = a_C - 8{,}7 \cdot \alpha + 5$$
$$\alpha = 1{,}34 \text{ rad/s}^2$$
$$|a_C| = 6{,}66 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_{A6}} = \overrightarrow{a_{A3}} + \overrightarrow{a_{A63}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$\overrightarrow{a_{A3}} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{AB}}$$
$$a_{A3} = 2i + \alpha_3 \wedge BA - \omega_3^2 \cdot BA$$
$$a_{A3} = 2i + 1{,}34 \cdot 4 \cdot (\cos 330j - \sin 330i) - 4 \cdot (\cos 330i + \sin 330j)$$
$$a_{A3} = 2i + 4{,}66j + 2{,}68i - 3{,}48i - 2j = 1{,}2i + 2{,}66j$$
$$a_{A63} = |a_{A63}| \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j) = 0{,}87 \cdot a_{A63} i - 0{,}5 \cdot a_{A63} j$$
$$a_{Cor} = 2\omega_3 \wedge V_{63} = 2 \cdot \omega_3 \cdot |V_{63}| \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i) = 5{,}32j + 3{,}06i$$
$$a_{A6} = a_{A2} = \alpha_2 \cdot O_2A \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) - \omega_2^2 \cdot O_2A \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j))$$
$$a_{A6} = \alpha_2 \cdot 5{,}5 \cdot (\cos 190j - \sin 190i) - (-0{,}36)^2 \cdot 5{,}5 \cdot (\cos 190i + \sin 190j))$$
$$a_{A6} = -5{,}39 \cdot \alpha_2 j + 0{,}17 \cdot \alpha_2 i + 0{,}7i + 0{,}12j$$

Sustituyendo:

$$(i)\,0{,}17 \cdot \alpha_2 = -0{,}7 + 1{,}2 + 0{,}87 \cdot |a_{63}| + 3{,}06$$
$$(j)\,-5{,}39 \cdot \alpha_2 = -0{,}12 + 2{,}66 - 0{,}5 \cdot |a_{63}| + 5{,}32$$
$$\alpha_2 = 43{,}7 \text{ rad/s}^2$$
$$|a_{63}| = -4{,}45 \text{ m/s}^2$$

Como el signo de la $|a_{63}|$ es negativo, la suposición inicial de que el dado se acelera $\theta_{rel} = 330^\circ$ es incorrecto. Por tanto, se recalcula suponiendo ahora que $\theta_{rel} = 150^\circ$ y $|a_{63}|$ = 4,45.

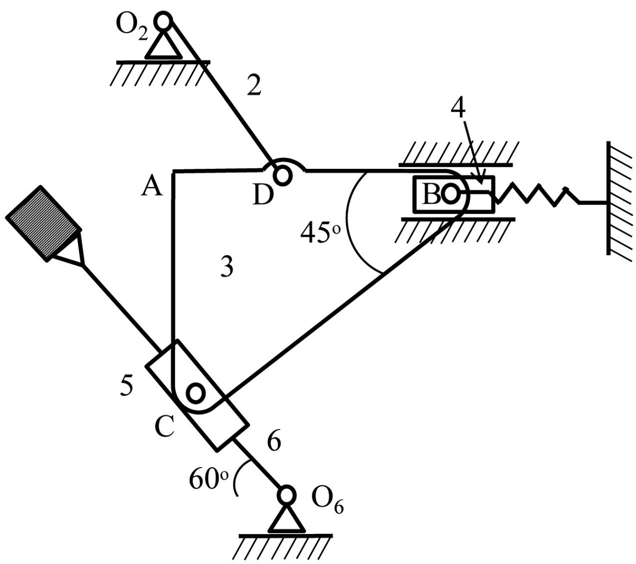
$$V_{63} = 3{,}06 \cdot (0{,}87i + (-0{,}5\,j)) = 2{,}66i - 1{,}53\,j \text{ vm/s}$$

$$a_{63} = 4{,}45 \cdot ((-0{,}87i) + 0{,}5\,j) = -3{,}87i + 2{,}33\,j \text{ m/s}^2$$

Mecanismo 13

En el mecanismo mostrado en la siguiente figura, el martillo situado en el extremo de la barra 6 tiene un movimiento con retorno rápido, impulsado por el motor ubicado en O_2, cuyo par es de 5 Nm y la velocidad de giro es de $\omega = -5k$ rad/s constante. Tenga en cuenta que para acumular energía se ha añadido un muelle cuya curva característica es k = 5.000 N/m y en el instante representado se ha alargado 0,5 m, se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Detalle el procedimiento para los CIR I_{31}, I_{24}, I_{51}, I_{54} y representalos en un dibujo.
2. La velocidad lineal del dado 5 respecto a la barra 6.
3. La velocidad angular de la barra 6.
4. La aceleración lineal del dado 5 respecto a la barra 6.
5. La aceleración angular de la barra 6.



Datos del problema:

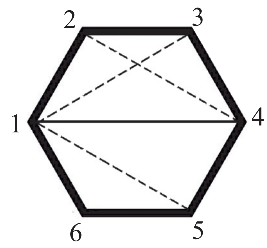
$DB = 2$ m
$BC = 4$ m
$O_2D = 1{,}6$ m
$O_6C = 2{,}5$ m

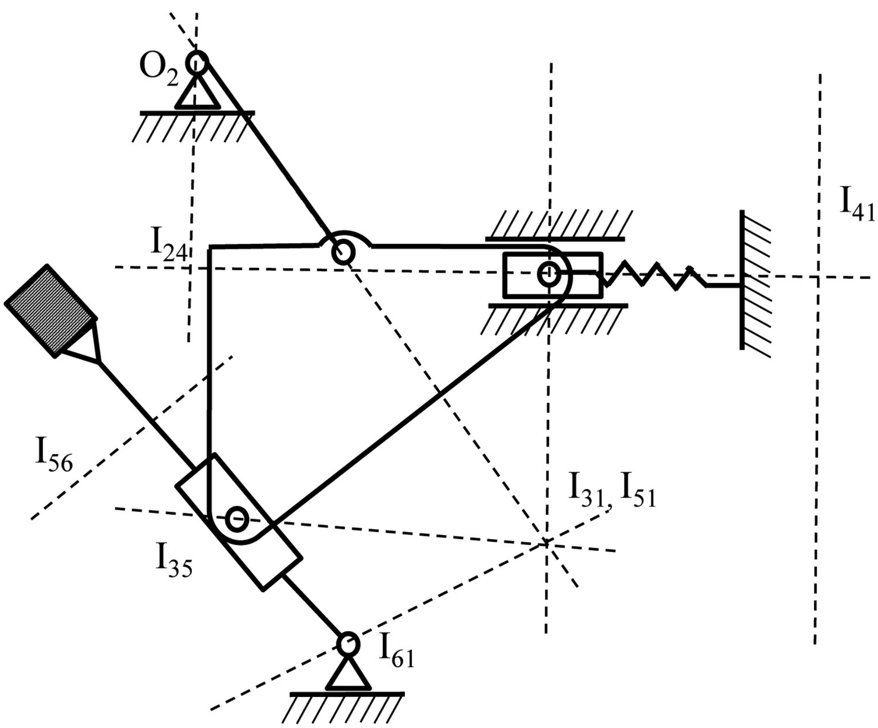
Dado $4 = 0{,}15 \cdot 0{,}15$ m

Dado $5 = 0{,}5 \cdot 0{,}15$ m

Solución:

Cálculo de los CIR:





Cálculo de las velocidades:

$$\theta_2 = 300^\circ$$
$$\theta_3 = 0^\circ$$
$$\overrightarrow{V_D} = \omega_2 \cdot O_2D \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) = -4j - 7i$$
$$V_B i = V_C + V_{BD} = V_D + \omega_3 \cdot DB \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$

Sustituyendo:

$$V_B i = -4j - 7i + 2 \cdot \omega_3 j$$
$$(i)\, V_B i = -7i$$
$$(j)\, 0 = -4j + 2 \cdot \omega_3 j$$
$$V_B = -7i \text{ m/s}$$
$$\omega_3 = 2i \text{ rad/s}$$

$$\overrightarrow{V_{C3}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{CB}} = V_B + \omega_3 \cdot BC \cdot (\cos\theta_{BC} j - \sin\theta_{BC} i)$$
$$\theta_{BC} = 225^\circ$$
$$V_{C3} = -7i - 5{,}66j + 5{,}66i = -1{,}34i - 5{,}66j$$

$$\overrightarrow{V_{C3}} = \overrightarrow{V_{C5}} = \overrightarrow{V_{C6}} + \overrightarrow{V_{56}}$$
$$V_{C5} = \omega_6 \cdot O_6C \cdot (\cos\theta_6 j - \sin\theta_6 i) + |V_{56}|(\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j)$$
$$\theta_6 = 120^\circ$$
$$\theta_{rel} = 300^\circ$$

Sustituyendo:

$$-1{,}34i - 5{,}66j = -1{,}25 \cdot \omega_6 j + 2{,}16 \cdot \omega_6 i + 0{,}5 \cdot V_{56} i - 0{,}86 \cdot V_{56} j$$
$$(i)\; -1{,}34i = 2{,}16 \cdot \omega_6 i + 0{,}5 \cdot V_{56} i$$
$$(j)\; -5{,}66j = -1{,}25 \cdot \omega_6 j - 0{,}86 \cdot V_{56} j$$
$$|V_{56}| = 4{,}22 \text{ m/s}$$
$$\omega_6 = 1{,}6 \text{ rad/s}$$
$$V_6 = -3{,}91i - 1{,}95j \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_D} = -\omega_2 \cdot O_2D \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j) = -20i + 34{,}4j$$
$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{BD}}$$
$$a_B = a_D \cdot \alpha_3 \cdot BD \cdot (\cos\theta_{BD} j - \sin\theta_{BD} i) - \omega_3^2 \cdot BD \cdot (\cos\theta_{BD} i + \sin\theta_{BD} j)$$

Sustituyendo y resolviendo:

$$a_B = -28i \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_3 = -17{,}3 \text{ rad/s}^2$$

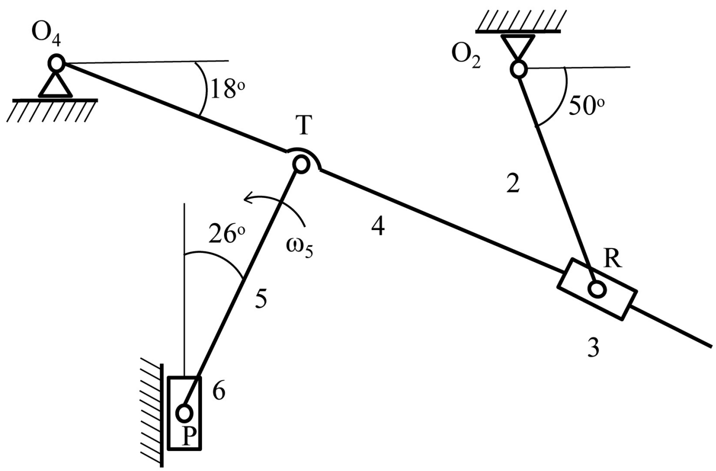
$$\overrightarrow{a_{C3}} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{CB}}$$
$$a_{C3} = a_B \cdot \alpha_6 \cdot CB \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i) - \omega_6^2 \cdot CB \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j)$$
$$a_{C3} = -65{,}7i + 60{,}33j \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_{C3}} = \overrightarrow{a_{C5}} = \overrightarrow{a_{C6}} + \overrightarrow{a_{56}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{56} = 79{,}7i \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_6 = 8 \text{ rad/s}^2$$

Mecanismo 14

Conociendo que el mecanismo de la siguiente figura trabaja en el plano horizontal y que la velocidad angular de la barra 5 es constante con un valor de 2 rad/s, determine los siguientes aspectos:

1. Los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. Los CIR I_{31}, I_{24}, I_{51}, I_{25}.
3. La velocidad absoluta del punto R.
4. La aceleración absoluta del punto R.



Datos del problema:

$O_2R = 0{,}4$ m
$O_4T = 0{,}2$ m
$O_4R = 0{,}6$ m
$TP = 0{,}6$ m

Nota: el dibujo no está a escala. Trabajar con solo dos lugares decimales aproximados por exceso.

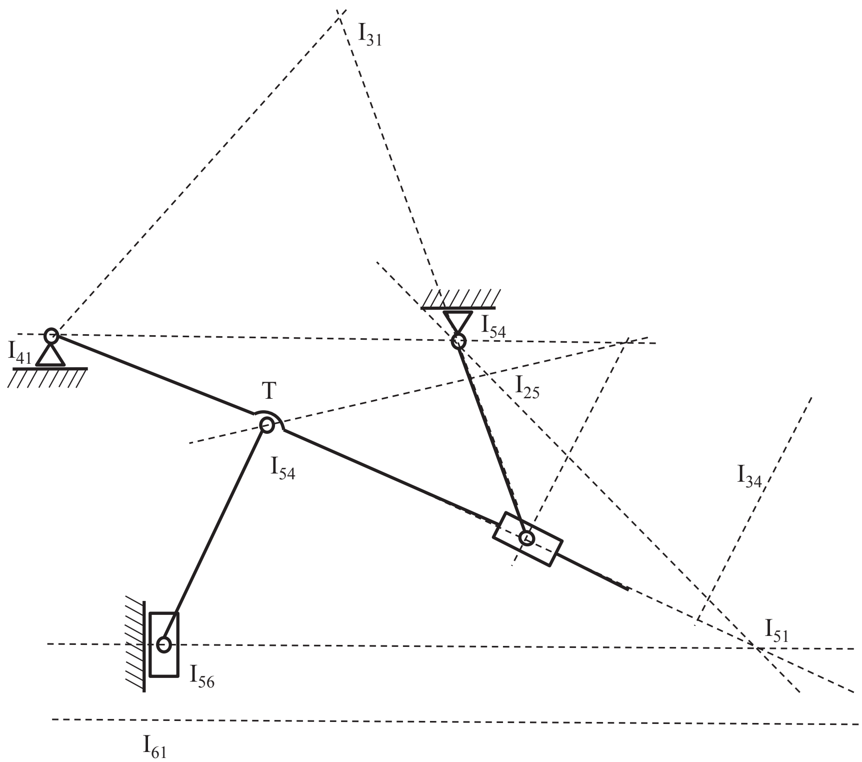
Solución:

Cálculo de los grados de libertad:

$n = 6$
$i = 7$
$s = 0$
$GL = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot 7 = 1$

Cálculo de los CIR:

I_{31}:{321} – {314}
I_{24}:{241} – {243}
I_{51}:{516} – {514}
I_{25}:{251} – {254}



Cálculo de las velocidades: Es necesario interpretar el sentido del desplazamiento del dado, en este caso su velocidad va en la dirección $-j$. Si fuese en el sentido contrario, al resolver el sistema de ecuaciones el resultado sería $V_p = -j$.

$$\omega_4 \cdot O_4T \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) = -V_p j + \omega_5 \cdot PT \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i)$$
$$\theta_4 = 342^\circ; \cos\theta_4 = 0{,}95; \sin\theta_4 = -0{,}31$$
$$\theta_5 = 64^\circ; \cos\theta_5 = 0{,}44; \sin\theta_5 = 0{,}9$$
$$\overrightarrow{V_p} = |V_p| \cdot (\cos 270 i + \sin 270 j) = -|V_p|\overrightarrow{j}$$

$$\omega_4 \cdot 0{,}2 \cdot (\cos 342 j - \sin 342 i) = -V_p j + 2 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 64 j - \sin 64 i)$$
$$0{,}19 \cdot \omega_4 j + 0{,}06 \cdot \omega_4 i = -V_p j + 0{,}52 j - 1{,}08 i$$
$$(i)\, 0{,}06 \cdot \omega_4 = -1{,}08$$
$$(j)\, 0{,}19 \cdot (-18) = -|V_p| + 0{,}52$$

$$\omega_4 = -18 \text{ rad/s}$$
$$|V_p| = 3{,}94 \text{ m/s}$$
$$V_{R_4} = \omega_4 \wedge O_4R = (-18) \cdot 0{,}6 \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i)$$
$$V_{R_4} = -10{,}26j - 3{,}35i$$

$$\overrightarrow{V_{R_3}} = \overrightarrow{V_{R_4}} + \overrightarrow{V_{R_{34}}}$$
$$V_{R_3} = -10{,}26j - 3{,}35i + |V_{34}| \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j); \textbf{ (I)}$$
$$V_{R_3} = \omega_2 \wedge O_2R$$
$$\theta_2 = 360 - 52 = 308°$$
$$\theta_{rel} = 180 - 18 = 162°$$
$$V_{R_3} = \omega_2 \cdot 0{,}4 \cdot (\cos 308 j - \sin 308 i) = 0{,}25 \cdot \omega_2 j + 0{,}32 \cdot \omega_2 i$$

Sustituyendo en (I):

$$0{,}25 \cdot \omega_2 j + 0{,}32 \cdot \omega_2 i = -10{,}26j - 3{,}35i - 0{,}95 \cdot V_{34} i + 0{,}31 \cdot V_{34} j$$
$$(i)\, 0{,}32 \cdot \omega_2 = -3{,}35 - 0{,}95 \cdot V_{34}$$
$$(j)\, 0{,}25 \cdot \omega_2 = -10{,}26 + 0{,}31 \cdot V_{34}$$
$$\omega_2 = -32{,}09 \text{ rad/s}$$
$$|V_{34}| = 7{,}24 \text{ m/s}$$
$$V_{34} = -6{,}92i + 2{,}26j \text{ m/s}$$
$$V_{R_3} = -10{,}27i - 8{,}02j \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_T} = \overrightarrow{a_P} + \overrightarrow{a_{TP}}$$
$$a_T = \alpha_4 \wedge O_4T - \omega_4^2 \cdot O_4T$$
$$a_T = \alpha_4 \cdot O_4T \cdot (0{,}95j + 0{,}31i) - \omega_4^2 \cdot O_4T \cdot (0{,}95i - 0{,}31j)$$
$$a_T = 0{,}19 \cdot \alpha_4 j + 0{,}06 \cdot \alpha_4 i - (-18)^2 \cdot 0{,}2 \cdot (0{,}95i - 0{,}31j)$$
$$a_T = 0{,}19 \cdot \alpha_4 j + 0{,}06 \cdot \alpha_4 i - 61{,}56i + 20{,}1j$$

$$a_P = -a_P j$$
$$a_{TP} = \alpha_5 \wedge PT - \omega_5^2 \cdot PT \cdot (\cos\theta_5 i + \sin\theta_5 j)$$
$$a_{TP} = -2^2 \cdot 0{,}6 \cdot (0{,}44i + 0{,}9j)$$
$$a_{TP} = -1{,}06i - 2{,}16j$$

$$0{,}19 \cdot \alpha_4 j + 0{,}06\alpha_4 i = -a_P j + 62{,}56i - 20{,}1j - 1{,}06i - 2{,}19j$$
$$0{,}19 \cdot \alpha_4 j + 0{,}06\alpha_4 i = -a_P j + 61{,}5i - 22{,}29j$$
$$(i)\, 0{,}06 \cdot \alpha_4 = 61{,}5$$
$$(j)\, 0{,}19 \cdot \alpha_P = -a_P - 22{,}29$$
$$\alpha_4 = 1.025 \text{ rad/s}^2$$
$$a_P = -217{,}04 \text{ m/s}^2$$

El signo negativo de la aceleración a_P indica que inicialmente se asumió una dirección incorrecta, es decir, que aunque la velocidad V_P es $-j$, el dado 6 se está desacelerando, por lo que la a_P es j. Este resultado se confirma observando que ω_4 es horario y α_4 es antihorario.

Recalculando:

$$a_P = 217{,}04\text{j m/s}^2$$
$$\overrightarrow{a_{R4}} = \alpha_4 \wedge O_4R - \omega_4^2 \cdot O_4R$$
$$a_{R4} = 1.025 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 342 j - \sin 342 i) - (-18)^2 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 342 i + \sin 342 j)$$
$$a_{R4} = 584{,}9j + 190i - 184{,}88i + 60{,}07j$$
$$a_{R4} = 5{,}12i + 644{,}97j$$

$$\overrightarrow{a_{R3}} = \overrightarrow{a_{R4}} + \overrightarrow{a_{34}} + \overrightarrow{a_C};\ \textbf{(II)}$$
$$\theta_2 = 308°;\ \cos\theta_2 = 0{,}6;\ \sin\theta_2 = -0{,}79$$
$$a_{R3} = \alpha_2 \cdot O_2R \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) - \omega_2^2 \cdot O_2R \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)$$
$$a_{R3} = 0{,}25 \cdot \alpha_2 j + 0{,}32 \cdot \alpha_2 i - 255{,}38i + 325{,}41j$$

Debido a que α_4 es contraria a ω_4, entonces el dado 3 también se desacelera, luego se asume a_{34} contraria a V_{34}.

$$\theta_{rel} = 360 - 18 = 342°;\ \cos 342 = 0{,}95;\ \sin 343 = -0{,}31$$
$$a_{34} = 0{,}95 \cdot a_{34} i - 0{,}31 \cdot a_{34} j$$
$$a_C = 2 \cdot \omega_4 \wedge V_{34} = 2 \cdot (-18)k \wedge (-6{,}92i + 2{,}26j)$$
$$a_C = 249{,}12j + 81{,}36i$$

Sustituyendo en II:

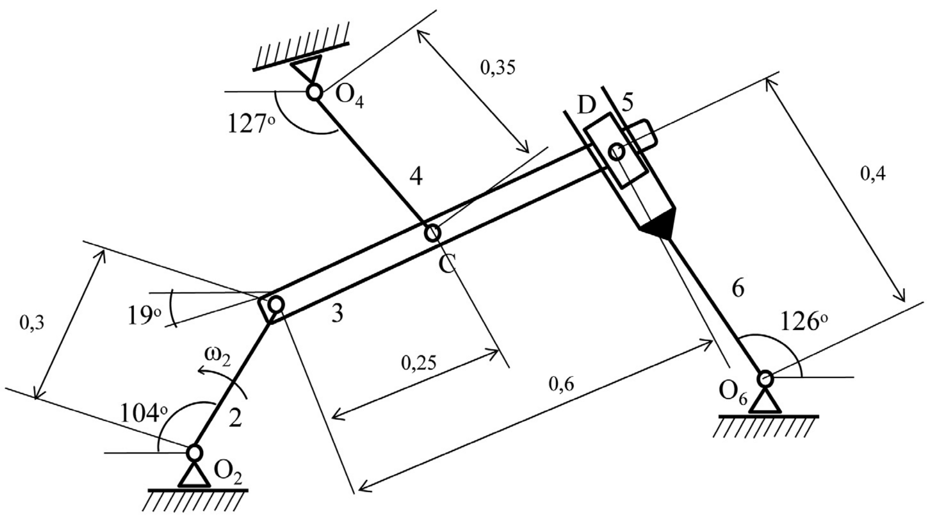
$$0{,}25 \cdot \alpha_2 j + 0{,}32 \cdot \alpha_2 i - 255{,}38i + 325{,}41j =$$
$$= 5{,}32i + 675{,}26j + 0{,}95 \cdot a_{34} j + 249{,}12j + 81{,}36i$$
$$(i)\, 0{,}32 \cdot \alpha_2 = 0{,}95 \cdot a_{34} + 343{,}06$$
$$(j)\, 0{,}25 \cdot \alpha_2 = -0{,}31 \cdot a_{34} + 598{,}97$$
$$\alpha_2 = 2.007{,}3 \text{ rad/s}^2$$
$$|a_{34}| = 315{,}94 \text{ m/s}^2$$
$$a_{34} = 300{,}14i - 97{,}94j \text{ m/s}^2$$
$$a_{R3} = 386{,}96i + 827{,}24j \text{ m/s}^2$$

Mecanismo 15

El mecanismo de la siguiente figura tiene como elemento impulsor la barra 2, la cual gira con una velocidad angular constante de 0,5 rad/s. Para el instante mostrado resuelva los siguientes aspectos:

1. Los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. Calcule el número de CIR del mecanismo y determine los CIR I_{31}, I_{24}, I_{51}.
3. La velocidad angular de la barra 6 y la velocidad entre el dado y la guía.
4. La aceleración angular de la barra 6 y la aceleración entre el dado y la guía.

Nota: las medidas están dadas en m. El dibujo no está a escala. Trabajar con solo dos decimales aproximados por exceso.



Solución:

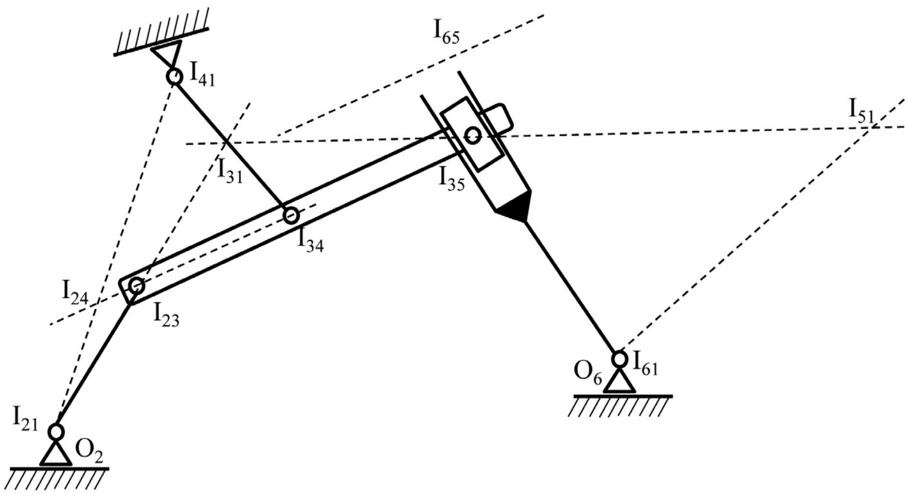
Cálculo de los grados de libertad:

$$n = 6$$
$$i = 7$$
$$s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot 7 - 0 = 1$$

Cálculo de los CIR:

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = 15$$

I_{31}: $\{312\} - \{314\}$
I_{51}: $\{513\} - \{516\}$
I_{24}: $\{241\} - \{243\}$



Cálculo de las velocidades:

$$V_B = \omega_2 \cdot O_2B \cdot (\cos 76\, j - \sin 76 i)$$
$$V_B = 0{,}5 \cdot 0{,}30 \cdot (0{,}24\, j - 0{,}97 i)$$
$$V_B = 0{,}036\, j - 0{,}15$$

$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{CB}}$$
$$\omega_4 \cdot 0{,}35 \cdot (\cos 307\, j - \sin 307 i) = V_B + \omega_3 \cdot 0{,}25 \cdot (\cos 19\, j - \sin 19 i)$$
$$0{,}21 \cdot \omega_4\, j + 0{,}28 \cdot \omega_4 i = 0{,}04\, j - 0{,}15 i + 0{,}24 \cdot \omega_3\, j - 0{,}08 \cdot \omega_3 i$$
$$(i)\, 0{,}28 \cdot \omega_4 = -0{,}15 i - 0{,}08 \cdot \omega_4$$
$$(j)\, 0{,}21 \cdot \omega_4 = 0{,}04 + 0{,}24 \cdot \omega_3$$
$$\omega_3 = -0{,}49 \text{ rad/s}$$
$$\omega_4 = -0{,}37 \text{ rad/s}$$

$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}}$$
$$V_D = V_B + \omega_3 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 19\, j - \sin 19 i)$$
$$V_D = 0{,}036\, j - 0{,}15 i - 0{,}28\, j + 0{,}1 i$$
$$V_{D3} = -0{,}05 i - 0{,}24\, j$$
$$V_{D3} = V_{D5};\ V_{D5} = -0{,}05 i - 0{,}24\, j$$

$$\overrightarrow{V_{abs,5}} = \overrightarrow{V_{Darraster}} + \overrightarrow{V_{rel,56}}$$

$$V_{D6} = V_{D5} - V_{56}$$

donde $\theta_{rel} = 126° + 180° = 306°$

$$\omega_6 \cdot 0{,}4 \cdot (\cos 126 j - \sin 126 i) = V_{D5} - V_{56} \cdot (\cos 306 i + \sin 306 j)$$
$$-0{,}23 \cdot \omega_6 j - 0{,}32 \cdot \omega_6 i = -0{,}05 i - 0{,}24 j - 0{,}59 \cdot V_{56} i + 0{,}8 \cdot V_{56} j$$
$$(i) - 0{,}32 \cdot \omega_6 = -0{,}05 - 0{,}59 \cdot V_{56}$$
$$(j) - 0{,}23 \cdot \omega_6 = -0{,}24 + 0{,}8 \cdot V_{56}$$
$$V_{56} = 0{,}17 \text{ m/s}$$
$$\omega_6 = 0{,}47 \text{ rad/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{\alpha_2} \wedge \overrightarrow{O_2B} - \omega_2^2 \cdot \overrightarrow{O_2B}$$

Si ω_2 es constante, entonces $\alpha_2 = 0$, y la ecuación de aceleraciones queda:

$$a_B = -\omega_2^2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)$$
$$a_B = -\omega_2^2 \cdot 0{,}3 \cdot (\cos 76 i + \sin 76 j)$$
$$a_B = -0{,}02 i - 0{,}07 j$$

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{CB}}$$
$$a_C = \alpha_4 \cdot 0{,}35 \cdot (\cos 307 j - \sin 307 i) - \omega_4^2 \cdot 0{,}35 \cdot (\cos 307 i + \sin 307 j)$$
$$a_C = 0{,}21 \cdot \alpha_4 j + 0{,}28 \cdot \alpha_4 i - 0{,}03 i + 0{,}05 j$$
$$a_{CB} = \alpha_3 \cdot 0{,}25 \cdot (\cos 19 j - \sin 19 i) - \omega_3^2 \cdot 0{,}25 \cdot (\cos 19 i + \sin 19 j)$$
$$a_{CB} = 0{,}24 \cdot \alpha_3 j - 0{,}08 \cdot \alpha_3 i - 0{,}06 i - 0{,}02 j$$

Igualando:

$$0{,}21 \cdot \alpha_4 j + 0{,}28 \cdot \alpha_4 i - 0{,}03 i + 0{,}05 j = 0{,}24 \cdot \alpha_3 j - 0{,}08 \cdot \alpha_3 i - 0{,}06 i - 0{,}02 j$$
$$(i)\, 0{,}28 \cdot \alpha_4 = -0{,}05 - 0{,}08 \cdot \alpha_3$$
$$(j)\, 0{,}21 \cdot \alpha_4 = -0{,}14 + 0{,}24 \cdot \alpha_3$$
$$\alpha_3 = 0{,}34 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4 = -0{,}27 \text{ rad/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_D} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{DB}}$$
$$a_D = a_B + \alpha_3 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 19 j - \sin 19 i) - \omega_3^2 \cdot 0{,}6 \cdot (\cos 19 i + \sin 19 j)$$
$$a_D = -0{,}02 i + 0{,}07 j + 0{,}02 j - 0{,}32 i + 0{,}14 i - 0{,}05 j$$
$$a_D = -0{,}48 i - 0{,}65 j$$
$$a_{D5} = a_{D6} + a_{56} + a_{Cor}$$
$$a_{D6} = \alpha_6 \cdot 0{,}4 \cdot (\cos 126 j - \sin 126 i) - \omega_6^2 \cdot 0{,}4 \cdot (\cos 126 i + \sin 126 j)$$
$$a_{D6} = -0{,}26 \cdot \alpha_6 j - 0{,}32 \cdot \alpha_6 i + 0{,}05 - 0{,}07 j$$

Se asume que el dado 5 está frenando, por ello la aceleración a_{56} es contraria a V_{56} y el ángulo que define a la aceleración es 126°.

$$a_{56} = a_{56} \cdot (\cos 126 i + \sin 126 j)$$
$$a_{56} = -0{,}58 \cdot a_{56} i + 0{,}81 \cdot a_{56} j)$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_6 \cdot V_{56} \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i)$$

donde $\theta_{rel} = 306°$

$$a_{Cor} = 2 \cdot 0{,}47 \cdot 0{,}17 \cdot (0{,}59 j + 0{,}81 i)$$
$$a_{Cor} = 0{,}09 j + 0{,}13 i$$

$$0{,}02 i - 0{,}65 j = -0{,}23 \cdot \alpha_6 j - 0{,}32 \cdot \alpha_6 i + 0{,}05 i - 0{,}07 j + 0{,}59 \cdot a_{56} i - 0{,}81 \cdot a_{56} j +$$
$$+0{,}09 j + 0{,}13 i$$
$$(i)\ -0{,}32 \cdot \alpha_6 = -0{,}1 + 0{,}59 \cdot a_{56}$$
$$(j)\ -0{,}23 \cdot \alpha_6 = -0{,}49 - 0{,}81 \cdot a_{56}$$
$$|a_{56}| = -0{,}45 \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_6 = 0{,}52 \text{ rad/s}^2$$

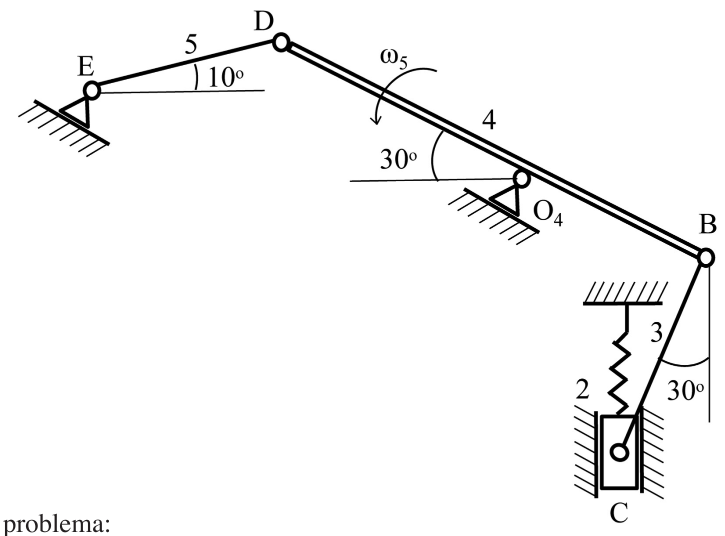
Dado que el módulo de a_{56} es valor negativo, se deduce que el sentido y por tanto el ángulo supuesto inicialmente es incorrecto. Entonces:

$$a_{56} = 0{,}26 i - 0{,}36 j \text{ m/s}^2$$

Mecanismo 16

Debido al movimiento que realiza el mecanismo representado en la siguiente figura, el muelle realiza un desplazamiento de 10 mm. Sabiendo que la barra 4 gira con una velocidad angular de 2 rad/s y una aceleración angular de 1 rad/s^2, considere que en el punto E el rozamiento es nulo. Para la posición indicada determine:

1. Los grados de libertad del mecanismo (señale en el dibujo los pares cinemáticos).
2. La velocidad de los puntos C y E.
3. La aceleración de los puntos C y E.
4. El par motor en O_4 para mantener el equilibrio dinámico.



Datos del problema:

$m_2 = 2$ kg
$m_4 = 5$ kg
$m_3 = m_5 = 0$

Constante del muelle $k = 80.000$ N/m.

$CB = 3$ m
$O_4D = 2{,}4$ m
$O_4G_4 = 0{,}4$ m
$BD = 4$ m
$DE = 3$ m
Barra 2: $0{,}5 \cdot 1$ m
Barra 4: $0{,}5 \cdot 4$ m

Nota: Se desprecian los radios de los extremos de las barras.

Solución:

Cálculo de los grados de libertad:

$$n = 5$$
$$i = 5$$
$$s = 1$$
$$GL = 3 \cdot (5-1) - 5 \cdot 2 - 1 = 1$$

Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{\omega_4} \wedge \overrightarrow{O_4B}$$
$$V_B = 2 \cdot 1{,}6 \cdot (\cos 330 j - \sin 330 i)$$
$$V_B = 1{,}6i + 2{,}7j$$

$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{\omega_4} \wedge \overrightarrow{O_4D}$$
$$V_D = 2 \cdot 2{,}4 \cdot (\cos 150 j - \sin 150 i)$$
$$V_D = -2{,}4i - 4{,}17j$$

$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{CB}}$$
$$V_C j = V_B + \omega_3 \wedge CB$$
$$V_C j = 1{,}6i + 2{,}7j + 3 \cdot \omega_3 \cdot (\cos 240 j - \cos 240 i)$$
$$(i)\, 0 = 1{,}6 + 2{,}61 \cdot \omega_3$$
$$(j)\, V_C = 2{,}7 - 1{,}5 \cdot \omega_3$$
$$\omega_3 = -0{,}61 \text{ rad/s}$$
$$|V_C| = 3{,}69 \text{ m/s}$$
$$V_C = 3{,}69 j \text{ m/s}$$

$$\overrightarrow{V_E} = \overrightarrow{V_D} + \overrightarrow{V_{ED}}$$
$$V_E = V_D + \omega_5 \wedge DE$$
$$V_E = -2{,}4i - 4{,}17j + 3 \cdot \omega_5 \cdot (\cos 190 j - \cos 190 i)$$
$$V_E = |V_E| \cdot (\cos 135 i + \cos 135 j) = -0{,}71 \cdot V_E i + 0{,}71 \cdot V_E j$$
$$(i)\, -0{,}71 \cdot V_E = -2{,}4 + 0{,}52 \cdot \omega_5$$
$$(j)\, 0{,}71 \cdot V_E = -4{,}17 - 2{,}95 \cdot \omega_5$$
$$\omega_5 = -2{,}71 \text{ rad/s}$$
$$|V_E| = 5{,}36 \text{ m/s}$$
$$V_E = -3{,}77i + 3{,}77j \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_B} = \alpha_4 \wedge O_4B - \omega_4^2 \cdot O_4B$$
$$a_B = 1 \cdot 1{,}6 \cdot (\cos 330 j - \sin 330 i) - 2^2 \cdot 1{,}6 \cdot (\cos 330 i + \cos 330 j)$$
$$a_B = 1{,}39j + 0{,}8i - 5{,}56i + 3{,}2j$$
$$a_B = -4{,}76i + 4{,}59j$$

$$\overrightarrow{a_D} = \alpha_4 \wedge O_4D - \omega_4^2 \cdot O_4D$$
$$a_D = 1 \cdot 2{,}4 \cdot (\cos 150 j - \sin 150 i) - 2^2 \cdot 2{,}4 \cdot (\cos 150 i + \cos 150 j)$$
$$a_D = -2{,}09 j - 1{,}2 i + 8{,}35 i - 4{,}8 j$$
$$a_D = 7{,}15 i - 6{,}59 j$$

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{CB}}$$
$$a_C j = a_B + \alpha_3 \wedge BC - \omega_3^2 \cdot BC$$
$$a_C j = -4{,}76 i + 4{,}59 j + 3 \cdot \alpha_3 \cdot (\cos 240 j - \sin 240 i) -$$
$$-(-0{,}61)^2 \cdot 3 \cdot (\cos 240 i + \sin 240 j)$$
$$a_C j = -4{,}76 i + 4{,}59 j - 1{,}5 \cdot \alpha_3 j + 2{,}61 \cdot \alpha_3 i + 0{,}56 i + 0{,}97 j$$
$$a_C j = 5{,}56 j - 4{,}2 i - 1{,}5 \cdot \alpha_3 j + 2{,}61 \cdot \alpha_3 i$$
$$(i)\, 0 = -4{,}2 + 2{,}61 \cdot \alpha_3$$
$$(j)\, a_C = 5{,}56 - 1{,}5 \cdot \alpha_3$$
$$\alpha_3 = 1{,}61 \text{ rad/s}^2$$
$$a_C = 3{,}14 j \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_E} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{ED}}$$
$$a_E = a_D + \alpha_5 \wedge DE - \omega_5^2 \cdot DE$$
$$a_E = 7{,}15 i - 6{,}89 j + 3 \cdot \alpha_5 \cdot (\cos 190 j - \sin 190 i) - (-2{,}71)^2 \cdot 3 \cdot (\cos 190 i + \sin 190 j)$$

ω_5 gira en sentido horario haciendo que la barra 5 desacelere. Esto implica que la a_E vaya hacia abajo; esta dirección define a $\theta_3 = 315°$. Por lo tanto, el resultado nos indica que α_5 debe girar en sentido antihorario.

$$a_E \cdot (\cos 315 i + \cos 315 j) = 7{,}15 i - 6{,}89 j - 2{,}95 \cdot \alpha_5 j + 0{,}52 \cdot \alpha_5 i + 21{,}7 i + 3{,}82 j +$$
$$+0{,}71 \cdot a_E i - 0{,}71 \cdot a_E j = 28{,}85 i - 3{,}06 j - 2{,}95 \cdot \alpha_5 j + 0{,}52 \cdot \alpha_5 i$$
$$(i)\, 0{,}71 \cdot a_E = 28{,}85 + 0{,}52 \cdot \alpha_5;\ \alpha_5 = 10{,}62 \text{ rad/s}^2$$
$$(j) - 0{,}71 \cdot a_E = -3{,}06 - 2{,}95 \cdot \alpha_5$$
$$|a_E| = 48{,}38 \text{ m/s}^2$$
$$a_E = 34{,}36 i - 34{,}36 j$$

Cálculo del par motor:

$$F_M \cdot V_{G_2} + (F_{i4} + P_4) \cdot V_{G_4} + M_{i4} \cdot \omega_4 + (F_{i2} + P_2) \cdot V_{G2} + M_{O_4} \cdot \omega_4 = 0$$
$$F_M = -k \cdot d = 80.000 \cdot 0{,}01 = -800 j \text{ N}$$

El dado C se desliza en las j positivas comprimiendo el muelle, entonces la F_M es $-800j$.

$$V_{G2} = V_C = 3{,}69 \text{ m/s}$$
$$V_{G4} = \omega_4 \wedge O_4G_4$$
$$V_{G4} = 2 \cdot 0{,}4 \cdot (\cos 150 j - \sin 150 i)$$
$$V_{G4} = (-0{,}7 j - 0{,}5 i) \text{ m/s}$$
$$a_{G2} = a_C = 3{,}14 \text{ m/s}^2$$

$$a_{G4} = \alpha_4 \wedge O_4G_4 - \omega_4^2 \cdot O_4G_4$$
$$a_{G4} = 1 \cdot 0{,}4 \cdot (-0{,}87j - 0{,}5i) - 2^2 \cdot 0{,}4(-0{,}87i + 0{,}5j)$$
$$a_{G4} = (-1{,}15j + 1{,}19i) \text{ m/s}^2$$
$$F_{i4} = -m_4 \cdot a_{G4}$$
$$F_{i4} = -5 \cdot (-1{,}15j + 1{,}19i)$$
$$F_{i4} = (5{,}75j - 5{,}95i) \text{ N}$$
$$P_4 = m_4 \cdot g = 5 \cdot (-9{,}8j) = -49j \text{ N}$$
$$I_{G4} = \frac{m_4}{12} \cdot (c^2 + L^2)$$
$$I_{G4} = \frac{5}{12} \cdot (0{,}25 + 16)$$
$$I_{G4} = 6{,}77 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$M_{i4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4$$
$$M_{i4} = -6{,}77 \cdot 1 = -6{,}77 \text{ Nm}$$
$$F_{i2} = -m_2 \cdot a_{G2}$$
$$F_{i2} = -2 \cdot (3{,}14)j$$
$$F_{i2} = -6{,}28j$$
$$P_2 = m_2 \cdot g$$
$$P_2 = -19{,}6j \text{ N}$$

Sustituyendo:

$$F_M \cdot V_{G2} = -800 \cdot 3{,}69 = -2.896 \text{ W}$$
$$(F_{i4} + P_4) \cdot V_{G4} = (5{,}75j - 49j - 5{,}95i) \cdot (-0{,}7j - 0{,}5i)$$
$$(F_{i4} + P_4) \cdot V_{G4} = -27{,}89 \text{ W}$$
$$M_{i4} \cdot \omega_4 = -6{,}77 \cdot 2 = -13{,}54 \text{ W}$$
$$(F_{i2} + P_2) \cdot V_{G2} = (-6{,}28j - 19{,}6i) \cdot 3{,}69 = -95{,}49 \text{ W}$$

Sustituyendo:

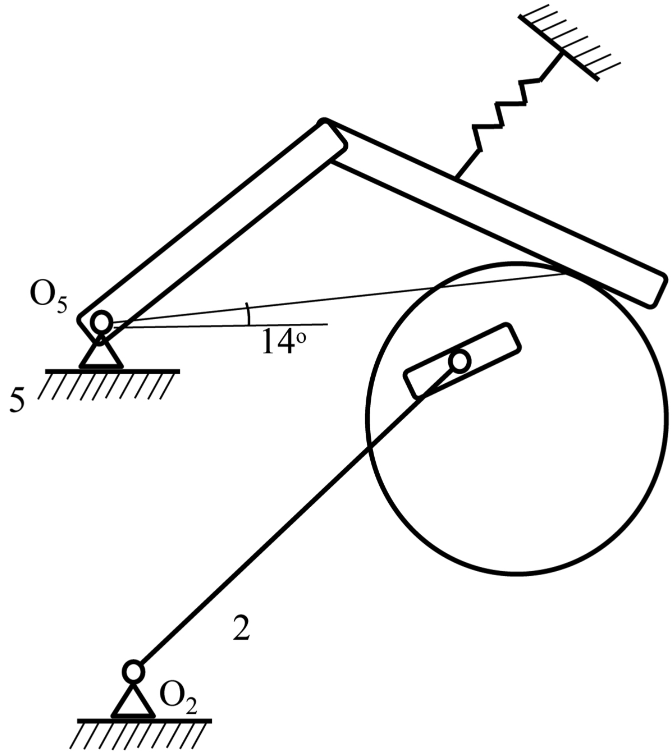
$$-2.896 - 27{,}89 - 13{,}54 - 95{,}49 + M_{O_4} \cdot 2 = 0$$
$$M_{O_4} = 1.516{,}46\text{k Nm}$$

Este par motor tiene sentido antihorario y se comprueba observando que gira en el mismo sentido que ω_4.

Mecanismo 17

El mecanismo de la siguiente figura se mueve en el plano horizontal debido a la acción de la fuerza motriz $F_z = 2$ N. Esta fuerza hace girar la barra 4 con rodadura pura respecto a la bancada con una velocidad angular de 0,5 rad/s y una aceleración angular de 1 rad/s^2. Las masas de los sólidos a tener en cuenta son $m_3 = 1$ kg y $m_4 = 3$ kg, mientras que las medidas del dado son 30 × 40 mm. Para el análisis dinámico considere que la barra 4 no tiene ranura. Para la posición mostrada determine:

1. El número de CIR y señale los CIR I_{34}, I_{31} e I_{24} en el dibujo.
2. La velocidad del punto X en relación con la articulación O_2.
3. La aceleración del punto X en relación con la articulación O_2.
4. El par resistente en la barra 2 que mantiene al mecanismo en equilibrio dinámico.
5. El momento de inercia reducido a O_2.



Datos de problema:

$O_2X = 0{,}37$ m

$YX = 0{,}25$ m

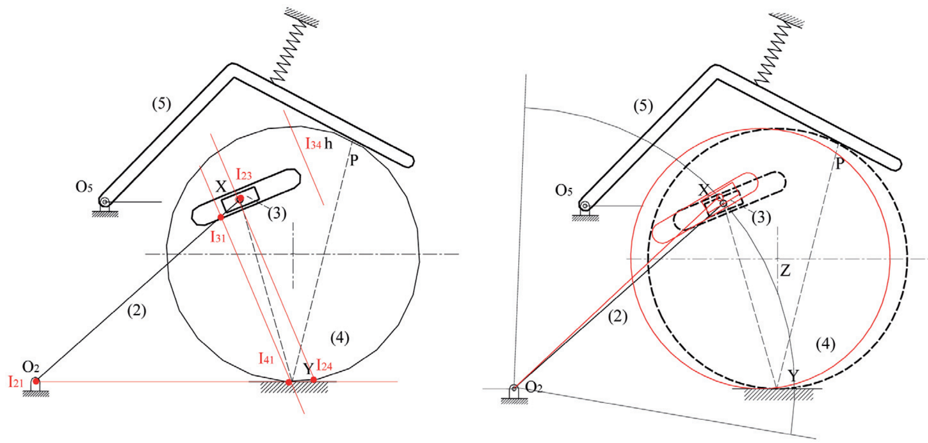
$YZ = 0{,}17$ m

$O_5P = 0{,}34$ m

$YP = 0{,}33$ m

Solución:

Cálculo de los CIR: La siguiente figura representa el instante inicial del mecanismo y el instante posterior al inicio del movimiento.



Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_{X_3}} = \overrightarrow{V_{X_4}} + \overrightarrow{V_{X_{34}}}$$
$$\omega_2 \wedge O_2X = \omega_4 \wedge YX + V_{34} \cdot (\cos 21i + \sin 21j)$$
$$0{,}37 \cdot \omega_2 \cdot (\cos 41j - \sin 41i) = 0{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot (\cos 106j - \sin 106i) + V_{34}$$
$$\cdot(\cos 21i + \sin 21j)$$
$$0{,}28 \cdot \omega_2 j - 0{,}24 \cdot \omega_2 i = -0{,}04j - 0{,}12i + 0{,}93 \cdot V_{34}i + 0{,}36 \cdot V_{34}j$$
$$(i)\ -0{,}24 \cdot \omega_2 = -0{,}12 + 0{,}93 \cdot V_{34}$$
$$(j)\,0{,}28 \cdot \omega_2 = -0{,}04 + 0{,}36 \cdot V_{34}$$
$$|V_{34}| = 0{,}12 \text{ m/s}$$
$$\omega_2 = 0{,}03 \text{ rad/s}$$
$$V_{X_2} = V_{X_3} = -0{,}01i + 0{,}01j \text{ m/s}$$
$$V_{34} = 0{,}12i + 0{,}04j \text{ m/s}$$

$$\overrightarrow{V_{P_3}} = \overrightarrow{P_{P_4}} + \overrightarrow{P_{P_{34}}}$$
$$0{,}34 \cdot \omega_5 \cdot (\cos 14j - \sin 14i) = 0{,}04j - 0{,}16i + V_{P_{34}} \cdot (\cos 166i + \sin 166j)$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{x3}} = \overrightarrow{a_{x4}} + \overrightarrow{a_{x34}} + \overrightarrow{a_{xCor}};\ \textbf{(I)}$$
$$a_{x3} = \alpha_2 \wedge O_2X - \omega_2^2 \cdot O_2X$$
$$a_{x3} = \alpha_2 \cdot O_2X \cdot (\cos 41j - \sin 41i) - \omega_2^2 \cdot O_2X \cdot (\cos 41i + \sin 41j)$$
$$a_{x3} = 0{,}37 \cdot \alpha_2 \cdot (0{,}75j - 0{,}66i) - 0{,}37 \cdot \omega_2^2 \cdot (0{,}75i + 0{,}66j)$$
$$a_{x3} = 0{,}28 \cdot \alpha_2 j - 0{,}24 \cdot \alpha_2 i - 0{,}0003i - 0{,}0003j;\ \textbf{(II)}$$

$$a_{x4} = \alpha_4 \wedge YX - \omega_4^2 \cdot YX$$
$$a_{x4} = \alpha_4 \cdot YX \cdot (\cos 106 j - \sin 106 i) - \omega_4^2 \cdot YX \cdot (\cos 106 i + \sin 106 j)$$
$$a_{x4} = 0{,}25 \cdot \alpha_4 \cdot (-0{,}27 j - 0{,}96 i) - 0{,}25 \cdot \omega_4^2 \cdot (-0{,}27 i + 0{,}96 j)$$
$$a_{x4} = -0{,}24 i - 0{,}06 j + 0{,}067 i - 0{,}24 j = -0{,}22 i - 0{,}12 j$$
$$a_{34} = a_{34} \cdot (\cos 21 i + \sin 21 j) = 0{,}93 \cdot a_{34} i + 0{,}36 \cdot a_{34} j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_4 \cdot 0{,}12 \cdot (\cos 21 j - \sin 21 i) = 11 j - 0{,}04 i$$

Sustituyendo en (I):

$$(i) \; -0{,}24 \cdot \alpha_2 - 0{,}003 = -0{,}22 + 0{,}93 \cdot 0{,}93 \cdot a_{34} - 0{,}04$$
$$(j) \; 0{,}28 \cdot \alpha_2 - 0{,}0003 = -0{,}12 + 0{,}36 \cdot a_{34} + 0{,}11$$
$$|a_{34}| = -0{,}05 \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_2 = 0{,}36 \text{ rad/s}^2$$

Dado el resultado negativo del módulo de la aceleración relativa, se corrige el ángulo que la define: $\theta_{34} = 201^\circ$ y se vuelve a recalcular la aceleración.

Cálculo del par resistente:

$$M_2 \cdot \omega_2 + F_z \cdot V_z + F_{i3} \cdot V_{G3} + M_{i3} \cdot \omega_3 + F_{i4} \cdot V_{G4} + M_{i4} \cdot \omega_4 = 0$$
$$V_Z = V_{G4} = \omega_4 \cdot YZ \cdot (\cos 90 j - \sin 90 i)$$
$$V_Z = V_{G4} = -0{,}09\text{i m/s}$$
$$a_{G3} = a_{X3}$$
$$F_{i3} = -m_3 \cdot a_{G3} = -1 \cdot (-0{,}06 i + 0{,}07 j) = 0{,}06 i - 0{,}07 j \text{ N}$$
$$V_{G3} = V_{x3} = -0{,}01 i + 0{,}02 j \text{ m/s}$$
$$|V_{G3}| = 0{,}02 \text{ m/s}$$

$$I_{G3} = \frac{1}{12} \cdot m_3 \cdot (a^2 + b^2) = 0{,}0002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$M_{i3} = -I_{G3} \cdot \varepsilon_3 = -I_{G3} \cdot \varepsilon_4$$
$$M_{i3} = -(0{,}00021) \cdot 1 = -0{,}00021 \text{ Nm}$$
$$\omega_3 = \omega_4 = 0{,}5 \text{ rad/s}$$
$$a_{G4} = a_Z = \alpha_4 \cdot R \cdot (-i) = -0{,}15 i \text{ m/s}^2$$

$$I_{G4} = \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot r^2 = 0{,}043 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$F_{i4} = -m_4 \cdot a_{G4} = 0{,}45 i \text{ N}$$
$$M_{i4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4 = -0{,}043 \cdot 1 = -0{,}043 \text{ Nm}$$

Sustituyendo:

$$0{,}03 \cdot M_2 + 0{,}02 - 0{,}001 - 0{,}001 - 0{,}04 - 0{,}06 = 0$$

$M_2 = -2{,}31$ Nm, es un par resistente por lo que el signo es contrario a ω_2.

Cálculo del momento de inercia reducido.

$$I_{R02} = m_3 \cdot \left(\frac{V_{G3}}{\omega_2}\right)^2 + I_{G3} \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2 + m_4 \cdot \left(\frac{V_{G4}}{\omega_2}\right)^2 + I_{G4} \cdot \left(\frac{\omega_4}{\omega_2}\right)^2$$

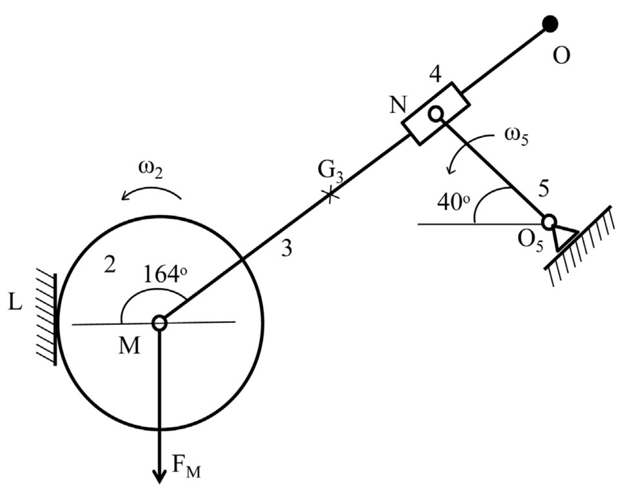
$$I_{R02} = 1 \cdot \left(\frac{0{,}022}{0{,}06}\right)^2 + 0{,}00021 \cdot \left(\frac{0{,}5}{0{,}06}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{-0{,}075}{0{,}06}\right)^2 + 0{,}034 \cdot \left(\frac{0{,}5}{0{,}06}\right)^2$$

$$I_{R02} = 0{,}31 + 0{,}015 + 4{,}69 + 2{,}36 = 7{,}2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 18

En el mecanismo de la siguiente figura que opera en el plano horizontal están indicados los movimientos de entrada. Se conoce que la barra 2 se mueve con rodadura pura. Sabiendo que $\omega_2 = 3$ rad/s, $\omega_5 = 0{,}5$ rad/s (constante), $a_M = -2\,j$ m/s^2 y $V_M = -1{,}5\,j$ m/s, determine para la posición mostrada:

1. La velocidad angular de la barra 3.
2. La aceleración angular de la barra 3.
3. La posición del CIR absoluto de la barra 2 y la distancia entre el CIR absoluto de la barra 3 y el punto M.
4. E par resistente en la barra 5 para mantener el mecanismo en equilibrio dinámico.
5. El momento de inercia reducido en O_5.



Datos del problema:

$m_2 = 2$ kg
$m_3 = 3$ kg
$F_M = 10$ N
$O_5N = 2{,}2$ m
$MN = 2{,}6$ m
$LM = 0{,}50$ m
$MG_3 = 2$ m
$MO = 4$ m

$$I_{G2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$$

$$I_{G3} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot L^2$$

Solución:

Cálculo de la ω_3:

$$\overrightarrow{V_M} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{LM}$$
$$V_M = -3 \cdot 0{,}5 \cdot (\cos 0 j - \sin 0 i) = -1{,}5 j$$

$$\overrightarrow{V_{N3}} = \overrightarrow{V_N} + \overrightarrow{V_{NM}}$$
$$V_{N3} = V_M + \omega_3 \cdot MN \cdot (\cos 16 j - \sin 16 i)$$
$$V_{N3} = -1{,}5 j + 2{,}5 \cdot \omega_3 j - 0{,}73 \cdot \omega_3 i$$

$$\overrightarrow{V_{N4}} = \overrightarrow{V_{N3}} + \overrightarrow{V_{43}};\ \textbf{(I)}$$
$$V_{N4} = \omega_5 \cdot O_5N \cdot (\cos 140 j - \sin 140 i)$$
$$V_{N4} = 0{,}5 \cdot 2{,}2 \cdot (-0{,}77 j - 0{,}64 i) = -0{,}7 i - 0{,}85 j$$
$$|V_{N4}| = 1{,}1$$
$$V_{43} = |V_{43}| \cdot (\cos 196 i + \sin 196 j) = -1{,}06 \cdot V_{43} i - 0{,}28 \cdot V_{43} j$$

Sustituyendo en (I):

$$-0{,}7 i - 0{,}85 j = -1{,}5 j + 2{,}5 \cdot \omega_3 j - 0{,}73 \cdot \omega_3 i - 1{,}06 \cdot V_{43} i - 0{,}30 \cdot V_{43} j$$
$$-0{,}7 i + 0{,}65 j = -0{,}73 \cdot \omega_3 i - 2{,}5 \cdot \omega_3 j - 0{,}96 \cdot V_{43} i - 0{,}28 \cdot V_{43} j$$
$$(i)\ -0{,}7 = -0{,}73 \cdot \omega_3 - 1{,}06 \cdot V_{43}$$
$$(j)\, 0{,}65 = 2{,}5 \cdot \omega_3 - 0{,}30 \cdot V_{43}$$
$$\omega_3 = 0{,}31 \text{ rad/s}$$
$$|V_{43}| = 0{,}45 \text{ m/s}$$
$$V_{43} = -0{,}47 i - 0{,}13 j \text{ m/s}$$

Cálculo de la α_3:

$$\overrightarrow{a_{N3}} = \overrightarrow{a_M} + \overrightarrow{a_{NM}}$$
$$a_{N3} = a_M + \alpha_3 \cdot MN \cdot (\cos 16 j - \sin 16 i) - \omega_3^2 \cdot MN \cdot (\cos 16 i + \cos 16 j)$$
$$a_{N3} = -2 j + 2{,}5 \cdot \alpha_3 i - 0{,}24 i - 0{,}07 j$$
$$a_{N3} = 2{,}5 \cdot \alpha_3 j - 0{,}73 \cdot \alpha_3 i - 0{,}24 i - 2{,}07 j$$

$$\overrightarrow{a_{N4}} = \overrightarrow{a_{N3}} + \overrightarrow{a_{43}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{N4} = \alpha_5 \wedge O_5N - \omega_5^2 \cdot O_5N \cdot (\cos 140 i + \sin 140 j)$$
$$a_{N4} = 0{,}42 i - 0{,}35 j$$

Se intuye que la a_{43} va hacia arriba.

$$a_{43} = |a_{43}| \cdot (\cos 16 i + \sin 16 j)$$
$$a_{43} = 0{,}96 \cdot a_{43} i + 0{,}28 \cdot a_{43} j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \overrightarrow{\omega_3} \wedge \overrightarrow{V_{43}} = 2 \cdot 0{,}31 k \wedge (-0{,}47 i - 0{,}14 j)$$
$$a_{Cor} = -0{,}29 j + 0{,}09 i$$

Sustituyendo:

$$0{,}42i - 0{,}35j = 2{,}5 \cdot \alpha_3 i - 0{,}24i - 2{,}07j + 0{,}96 \cdot a_{43} + 0{,}28 \cdot a_{43} j - 0{,}29j + 0{,}09i$$
$$0{,}57i + 2{,}01j = 2{,}5 \cdot \alpha_3 j - 0{,}73 \cdot \alpha_3 i + 0{,}96 \cdot a_{43} i + 0{,}28 \cdot a_{43} j$$
$$(i)\, 0{,}57 = -0{,}73 \cdot \alpha_3 + 0{,}96 \cdot a_{43}$$
$$(j)\, 2{,}01 = 2{,}5 \cdot \alpha_3 + 0{,}28 \cdot a_{43}$$
$$\alpha_3 = 0{,}68 \text{ rad/s}^2$$
$$|a_{43}| = 1{,}11 \text{ m/s}^2$$

$$a_{N3} = -0{,}37j - 0{,}74i$$

ω_3 y α_3 tienen igual sentido por lo que la barra 3 se acelera, pero el dado se desliza con aceleración negativa.

El CIR I_{31} está en el punto d, por tanto se cumple que:

$$\overrightarrow{V_M} = \overrightarrow{\omega_3} \wedge \overrightarrow{I_{31}M}$$

$$I_{31}M = \frac{|V_M|}{\omega_3} = \frac{1{,}5}{0{,}31} = 4{,}84 \text{ m}$$

Cálculo del par resistente:

$$M_5 \cdot \omega_5 + F_M \cdot V_M + F_{i2} \cdot V_{G2} + F_{i3} \cdot V_{G3} + M_{i2} \cdot \omega_2 + M_{i3} \cdot \omega_3 = 0$$
$$F_M = -6j \text{ N}$$
$$V_M = -1{,}5j \text{ m/s}$$
$$a_{G2} = a_M$$
$$F_{i2} = -m_2 \cdot a_{G2} = -2 \cdot (-2j) = 4j \text{ N}$$
$$V_{G2} = V_M = -1{,}5j \text{ m/s}$$
$$F_{i3} = -m_3 \cdot a_{G3}$$
$$F_{i3} = -3 \cdot (-0{,}74j - 0{,}56i)$$
$$F_{i3} = 1{,}68i + 2{,}22j \text{ N}$$
$$a_{G3} = a_M + a_{G3M}$$
$$a_{G3} = -2j + \alpha_3 \cdot MG_3 \cdot (\cos 16j - \sin 16i) - \omega_3^2 \cdot MG_3 \cdot (\cos 16i + \sin 16j)$$
$$a_{G3} = -2j + 1{,}31j - 0{,}38i - 0{,}18i - 0{,}05j = -0{,}74j - 0{,}56i \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{V_{G_3}} = \overrightarrow{V_M} + \overrightarrow{V_{G_3M}}$$
$$V_{G_3} = -1{,}5 + \omega_3 \cdot MG_3 \cdot (\cos 26j - \sin 16i)$$
$$V_{G_3} = -1{,}5j + 0{,}6j - 0{,}17i = -0{,}9j - 0{,}17i$$

$$\alpha_2 = \frac{|a_M|}{LM} = 4 \text{ rad/s}^2$$

$$I_{G_2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot r^2 = 0{,}25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$M_{i2} = -I_{G_2} \cdot \alpha_2 = -0{,}25 \cdot (-4) = 1 \text{ Nm}$$

$$I_{G_3} = \frac{1}{12} \cdot m_3 \cdot L^2 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$M_{i3} = -I_{G_3} \cdot \alpha_3 = -2{,}72 \text{ Nm}$$

Sustituyendo:

$$M_5 \cdot 0{,}5 + (-10j) \cdot (-1{,}5j) + 4j \cdot (-1{,}5j) + (1{,}68i + 2{,}22j) \cdot (-0{,}9j - 0{,}17i) +$$
$$+ (-3) + (-2{,}72) \cdot 0{,}31 = 0$$

$M_5 = -6{,}54$ Nm, es un par contrario a ω_5 debido a que es un par resistente.

Cálculo del momento de inercia reducido:

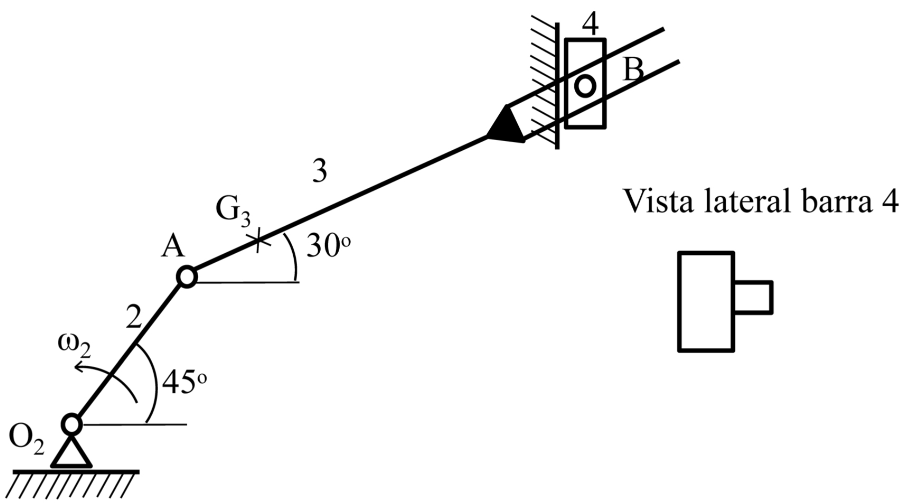
$$I_{R0_5} = I_{G_2} \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_5}\right)^2 + m_2 \cdot \left(\frac{V_{G_2}}{\omega_5}\right)^2 + I_{G_3} \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_5}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{V_{G_3}}{\omega_5}\right)^2$$

$$I_{R0_5} = 0{,}25 \cdot \left(\frac{3}{0{,}5}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1{,}5}{0{,}5}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{0{,}31}{0{,}5}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{0{,}92}{0{,}5}\right)^2 = 38{,}7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 19

En el mecanismo de la siguiente figura, la manivela 2 gira con una velocidad angular constante $\omega_2 = 5\ \mathrm{rad/s}$ y la biela 3 tiene una aceleración angular de $\alpha_3 = -4\ \mathrm{rad/s}^2$. Para la posición mostrada el dado 4 tiene una velocidad lineal de 0,25 m/s. Suponga que las masas de las barras 2 y 4 son despreciables y que la barra 3 es una varilla homogénea, cuya masa es de 4 kg y considerando solo el tramo *AC*. Calcular los siguiente parámetros:

1. La velocidad del dado respecto la guía.
2. El par motor que hay que aplicar a la barra 2 para que el mecanismo esté en equilibrio dinámico, sabiendo que este se mueve en un plano horizontal y que en el punto *B* existe una fuerza equilibrante $F_B = 50$ N.
3. El momento de inercia reducido en el eje O_2.



Datos del problema:

$$O_2A = 0{,}2\ \mathrm{m}$$
$$AB = 0{,}4\ \mathrm{m}$$
$$m_3 = 4\ \mathrm{kg}$$

Nota: el dibujo no está a escala. Trabajar con solo dos decimales aproximados por exceso.

Solución:

Cálculo de las velocidades:

$$V_A = \omega_2 \cdot O_2A \cdot (\cos 45\, j - \sin 45\, i)$$
$$V_A = 5 \cdot 0{,}2 \cdot (0{,}71\, j - 0{,}71\, i) = 0{,}71\, j - 0{,}71\, i$$

$$\overrightarrow{V_3} = \overrightarrow{V_{Barr}} = V_A + \omega_3 \cdot AB \cdot (\cos 30 j - \sin 30 i)$$
$$V_{Barr} = (0{,}71 j - 0{,}71 i) + \omega_3 \cdot 0{,}4 \cdot (0{,}87 j - 0{,}5 i); \textbf{(I)}$$
$$V_{Barr} = 0{,}71 j + 0{,}35 \cdot \omega_3 j - 0{,}71 i - 0{,}2 \cdot \omega_3 i$$

$$\overrightarrow{V_{Babs}} = \overrightarrow{V_{Barr}} + \overrightarrow{V_{Brel}} \quad \overrightarrow{V_{Barr}} = \overrightarrow{V_{Babs}} - \overrightarrow{V_{Brel}}$$
$$V_{Barr} = V_{Babs} j - V_{Brel} \cdot (\cos 30 i + \sin 30 j)$$
$$V_{Barr} = -0{,}25 j - 0{,}87 \cdot V_{Brel} i - 0{,}5 \cdot V_{Brel} j; \textbf{(II)}$$

Sustituyendo (II) en (I):

$$-0{,}25 j - 0{,}87 \cdot V_{Brel} i - 0{,}5 \cdot V_{Brel} j = (0{,}71 j - 0{,}71 i) + 0{,}35 \cdot \omega_3 j - 0{,}2 \cdot \omega_3 i)$$
$$(i) - 0{,}87 \cdot V_{Brel} = -0{,}71 - 0{,}2 \cdot \omega_3$$
$$(j) - 25 - 0{,}5 \cdot V_{Brel} = -71 + 34 \cdot \omega_3$$
$$|V_{Brel}| = 0{,}136 \text{ m/s}$$
$$V_{Brel} = 0{,}12 i + 0{,}07 j \text{ m/s}$$
$$\omega_3 = -2{,}96 \text{ rad/s}$$

Cálculo del par motor:

$$F_B \cdot V_B + F_{i3} \cdot V_{G3} + M_i \cdot \omega_3 + M_2 \cdot \omega_2 = 0$$
$$F_i 3 = -m_3 \cdot a_{G3}$$
$$a_{G3} = a_A + a_{G34}$$
$$a_{G3} = \alpha_2 \wedge O_2A - \omega_2^2 \cdot l_2 \cdot (\cos 45 i + \sin 45 j) + \alpha_3 \cdot AG_3 \cdot (\cos 30 j - \sin 30 i) -$$
$$-\omega_3^2 \cdot AG_3 \cdot (\cos 30 i + \sin 30 j)$$
$$a_{G3} = -3{,}55 i - 3{,}55 j - 0{,}522 j + 0{,}30 i - 1{,}14 i - 0{,}66 j = -4{,}39 i - 4{,}76 j \text{ m/s}^2$$
$$F_{i3} = -4 \cdot (-4{,}39 i - 4{,}76 j) = 17{,}56 i + 17{,}9 j \text{ N}$$
$$I_3 = \frac{1}{12} \cdot m_3 \cdot l_3^2 = \frac{1}{12} \cdot 4 \cdot (0{,}3)^2 = 0{,}03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$M_{i3} = -I_{G3} \cdot \alpha_3 = -0{,}03 \cdot (-4) = 0{,}12 \text{ Nm}$$

Sustituyendo en la ecuación general:

$$50 j \cdot (-0{,}25 j) + (17{,}56 i + 19{,}4 j) \cdot (0{,}33 j - 0{,}49 i) + (0{,}12 k) \cdot (-2{,}96 k) + M_2 \cdot 5k$$
$$M_2 = 3{,}11 \text{ Nm}$$

Cálculo del momento de inercia reducido:

$$I_{RO_2} = \Sigma[m_j \cdot \left(\frac{V_{Gj}}{\omega_R}\right)^2 + I_{Gj} \cdot \left(\frac{\omega_j}{\omega_R}\right)^2]$$

$$V_{G3} = V_A + V_{G34} = V_A + \omega_3 \wedge AG_3$$

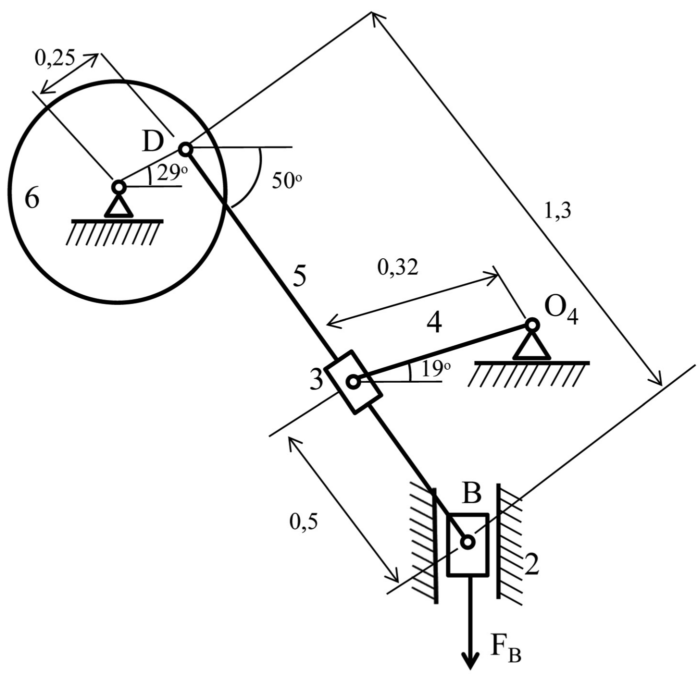
$$V_3 = 0{,}71j - 0{,}71i + (-2{,}96) \cdot 0{,}15 \cdot (0{,}87j - 0{,}5i)$$
$$V_{G3} = 0{,}32j - 0{,}49i \text{ m/s}$$
$$|V_{G3}| = 0{,}59 \text{ m/s}$$

$$I_{RO_2} = 4 \cdot \left(\frac{0{,}59}{5}\right)^2 + 0{,}03 \cdot \left(\frac{-2{,}96}{5}\right)^2 = 0{,}067 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 20

El mecanismo de la siguiente figura tiene la función de hacer girar la barra 4 según las características de la barra 6. Este giro depende de la velocidad lineal del dado B, que es constante con una magnitud de 2 m/s, y la dirección de la fuerza $F_B = 30$ N. Solo se considera que la masa de la barra 6 es de 3 kg. Determinar los siguientes parámetros:

1. Los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. Los CIR I_{26}, I_{51}, I_{31}, I_{36}, indicando la metodología aplicada.
3. La velocidad angular de la barra 4.
4. La aceleración angular de la barra 4.
5. El par de equilibrio en la barra 6.



Nota: las longitudes de las barras están dadas en metros. El dibujo no está a escala. Trabajar con solo dos decimales aproximados por exceso.

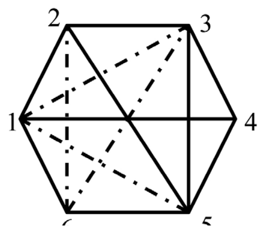
Solución:

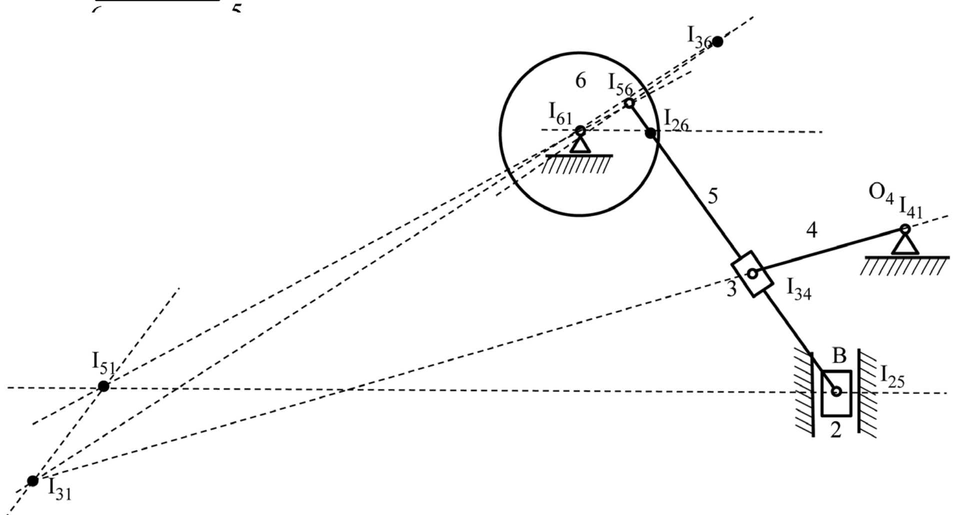
Cálculo de los grados de libertad:

$$n = 6;\ i = 7;\ s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (6-1) - 2 \cdot 7 - 0 = 1$$

Denominación de los CIR:

I_{26}:{261 – 265}
I_{51}:{512 – 516}
I_{31}:{315 – 314}
I_{36}:{361 – 365}





Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}};\ \textbf{(I)}$$
$$V_D = \omega_6 \wedge O_6D$$
$$V_{DB} = \omega_5 \wedge BD$$
$$V_D = \omega_6 \cdot O_6D \cdot (\cos 29\, j - \sin 29 i) = 0{,}22 \cdot \omega_6\, j - 0{,}12 \cdot \omega_6 i$$
$$V_{DB} = 1{,}3 \cdot \omega_5 \cdot (\cos 130\, j - \sin 130 i) = -0{,}84 \cdot \omega_5\, j - 0{,}99 \cdot \omega_5 i$$
$$V_B = -2\, j$$

Sustituyendo en (I):

$$0{,}22 \cdot \omega_6\, j - 0{,}12 \cdot \omega_6 i = -2\, j - 0{,}84 \cdot \omega_5\, j - 0{,}99 \cdot \omega_5 i$$
$$(i)\ -0{,}12 \cdot \omega_6 = -0{,}99 \cdot \omega_5$$
$$(j) 0{,}22 \cdot \omega_6 = -2 - 0{,}84 \cdot \omega_5$$
$$\omega_5 = -0{,}75 \text{ rad/s}$$
$$\omega_6 = -6{,}21 \text{ rad/s}$$
$$V_D = -1{,}37\, j + 0{,}75 i \text{ m/s}$$

$\overrightarrow{V_{C3}} = \overrightarrow{V_{C5}} + \overrightarrow{V_{C35}}$; **(II)**
$V_{C3} = V_{C4} = \omega_4 \cdot O_4C \cdot (\cos 199 j - \sin 199 i)$
$V_{C3} = -0{,}30 \cdot \omega_4 j + 0{,}10 \cdot \omega_4 i$

$\overrightarrow{V_{C5}} = \overrightarrow{V_D} + \overrightarrow{V_{CD}}$
$V_{C5} = V_D + \omega_5 \wedge DC$
$V_{C5} = (-1{,}37 j + 0{,}75 i) + 0{,}8 \cdot \omega_5 \cdot (\cos 310 j - \sin 310 i)$
$V_{C5} = -1{,}37 j + 0{,}75 i - 0{,}38 j - 0{,}46 i$
$V_{C5} = -1{,}75 j + 0{,}29 i$

$V_{C35} = V_{35} \cdot (\cos 310 i + \sin 310 j)$
$V_{35} = 0{,}64 \cdot V_{35} i - 0{,}77 \cdot V_{35} j$

Sustituyendo en (II):

$-0{,}30 \cdot \omega_4 j + 0{,}10 \cdot \omega_4 i = -1{,}75 j + 0{,}29 i + 0{,}64 \cdot V_{35} i - 0{,}77 \cdot V_{35} j$
$(i)\, 0{,}10 \cdot \omega_4 = 0{,}29 + 0{,}64 \cdot V_{35}$
$(j) \; -0{,}30 \cdot \omega_4 = -1{,}75 - 0{,}77 \cdot V_{35}$
$|V_{35}| = 0{,}76$ m/s
$\omega_4 = 7{,}76$ rad/s
$V_{35} = 0{,}49 i - 0{,}59 j$ m/s

Cálculo de las aceleraciones:

$\overrightarrow{a_D} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{DB}}$
$a_B = 0$, debido a que la velocidad del dado es constante.
$a_D = \alpha_6 \wedge O_6D - \omega_6^2 \cdot O_6D$
$a_D = 0{,}25 \cdot \alpha_6 \cdot (\cos 29 j - \sin 29 i) - 0{,}25 \cdot \omega_6^2 \cdot (\cos 29 i + \sin 29 j)$
$a_D = 0{,}22 \cdot \alpha_6 j - 0{,}12 \cdot \alpha_6 i - 8{,}43 i - 4{,}67 j$
$a_{DB} = 1{,}3 \cdot \alpha_5 \cdot (\cos 130 j - \cos 130 i) - 0{,}25 \cdot \omega_6^2 \cdot (\cos 130 i + \sin 130 j)$
$a_{DB} = -0{,}84 \cdot \alpha_5 j - 0{,}99 \cdot \alpha_5 i + 0{,}47 i - 0{,}56 j$

Sustituyendo:

$0{,}22 \cdot \alpha_6 j - 0{,}12 \cdot \alpha_6 i - 8{,}43 i - 4{,}67 j = -0{,}84 \cdot \alpha_5 j - 0{,}99 \cdot \alpha_5 i + 0{,}47 i - 0{,}56 j$
$(i) \; -0{,}12 \cdot \alpha_6 = -0{,}99 \cdot \alpha_5 + 8{,}95$
$(j)\, 0{,}22 \cdot \alpha_6 = -0{,}84 \cdot \alpha_5 + 4{,}11$
$\alpha_5 = 7{,}56$ rad/s^2
$\alpha_6 = -12{,}2$ rad/s^2

La barra 5 se desacelera y la barra 6 se acelera:

$$\overrightarrow{a_{C3}} = \overrightarrow{a_{C5}} + \overrightarrow{a_{35}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$\overrightarrow{a_{C5}} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{CD}}$$
$$a_D = -7{,}83j - 8{,}12i$$
$$a_{C5} = a_D + \alpha_5 \cdot DC \cdot (\cos 310 j - \sin 310 i) - \alpha_5^2 \cdot DC \cdot (\cos 310 i + \sin 310 j)$$
$$a_{C5} = -7{,}83j - 8{,}12i + 3{,}88j - 4{,}63i - 29{,}39i + 35j$$
$$a_{C5} = 31{,}05j - 42{,}14i$$

Se asume que el dado se está acelerando:

$$a_{35} = a_{35} \cdot (\cos 310 i + \sin 310 j) = 0{,}64 \cdot a_{35} i - 0{,}77 \cdot a_{35} j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_5 \cdot V_{35} \cdot (\cos 310 j - \sin 310 i)$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot (-0{,}75) \cdot 0{,}76 \cdot (0{,}64j + 0{,}77i) = -0{,}73j - 0{,}88i$$
$$a_{C3} = 0{,}32 \cdot \alpha_4 \cdot (\cos 199 j - \sin 199 i) - 0{,}32 \cdot \omega_4^2 \cdot (\cos 199 i + \sin 199 j)$$
$$a_{C3} = -0{,}3 \cdot \alpha_4 + 0{,}1 \cdot \alpha_4 i + 16{,}57i + 5{,}7j$$

Sustituyendo:

$$-0{,}3 \cdot \alpha_4 + 0{,}1 \cdot \alpha_4 i + 16{,}57i + 5{,}7j = 31{,}05j - 42{,}14i + 0{,}64 \cdot a_{35} i -$$
$$-0{,}77 \cdot a_{35} j - 0{,}73j - 0{,}88i$$
$$(i)\, 0{,}1 \cdot \alpha_4 + 16{,}57i = -42{,}14i + 0{,}64 \cdot a_{35} - 0{,}88i$$
$$(j)\, -0{,}3 \cdot \alpha_4 + 5{,}7j = 31{,}05j - 0{,}77 \cdot a_{35} - 0{,}73j$$
$$|a_{35}| = 134{,}04 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4 = 261{,}98 \text{ rad/s}^2$$

Cálculo del par de equilibrio:

$$F_B \cdot V_B + M_{eq} \cdot \omega_6 + M_{i6} \cdot \omega_6 = 0$$

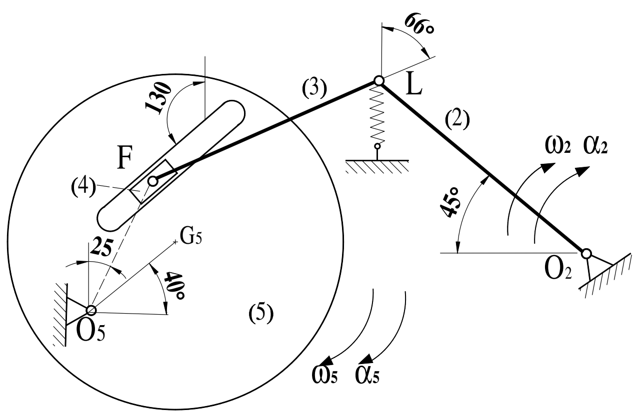
$$I_6 = \frac{1}{12} \cdot m_6 \cdot r_6^2 = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot (0{,}25)^2 = 0{,}016 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$M_{i3} = -I_{G6} \cdot \alpha_6 = -0{,}016 \cdot (-12{,}64) = 0{,}20 \text{ Nm}$$

Mecanismo 21

El mecanismo representado en la siguiente figura no está a escala, trabaja horizontalmente y es impulsado por los movimientos dados a las barras 2 y 5. Para el instante mostrado determine los siguientes aspectos:

1. Los grados de libertad del mecanismo.
2. La velocidad absoluta del punto F.
3. La aceleración absoluta del punto F.
4. El par resistente en O_5.
5. El momento de inercia reducido en O_5.
6. El CIR I_{31}.
7. Represente en el dibujo los resultados de V y a de los puntos L y F.



Datos del problema:

$\omega_2 = -3k$ rad/s
$\omega_5 = -2k$ rad/s
$\alpha_2 = -2k$ rad/s^2
$\alpha_5 = -2k$ rad/s^2
$O_2L = 2{,}7$ m
$LF = 2{,}5$ m
$O_5F = 1{,}4$ m
$O_5G_5 = 1$ m
$R_5 = 1{,}5$ m
$m_4 = 0{,}5$ kg
$m_5 = 3$ kg
$M_{mO_2} = 30$ Nm
$F_{muelle} = 2$ N
$Dado = 0{,}2 \cdot 0{,}4$ m

Nota: despreciar la ranura de la barra 4.

Solución:

Cálculo de los grados de libertad:

$$n = 5$$
$$i = 5$$
$$s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (5-1) - 2 \cdot 5 - 0 = 2$$

Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_L} = \omega_2 \cdot O_2L \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i)$$

donde $\theta_2 = 135^\circ$

$$V_L = -3 \cdot 2{,}7 \cdot (-0{,}71j - 0{,}71i) = 5{,}8j + 5{,}8i$$

$$\overrightarrow{V_F} = \overrightarrow{V_L} + \overrightarrow{V_{FL}}$$
$$V_{F3} = V_L + \omega_3 \cdot 2{,}5 \cdot (-0{,}91j - (-0{,}41i))$$
$$V_{F3} = 5{,}8j + 5{,}8i - 2{,}3 \cdot \omega_3 j + \omega_3 i;\ \textbf{(I)}$$

$$\overrightarrow{V_{F_3}} = \overrightarrow{V_{F_{abs4}}}$$
$$\overrightarrow{V_{F_{abs4}}} = \overrightarrow{V_{F_{arr5}}} + \overrightarrow{V_{rel45}}$$
$$V_{F_{abs4}} = \omega_5 \cdot O_5F \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) + V_{45} \cdot (\cos\theta_{45} i + \sin\theta_{45} j)$$

donde $\theta_5 = 65^\circ$ y $\theta_{45} = 40^\circ$

$$V_{Fabs4} = \omega_5 \cdot 1{,}4 \cdot (0{,}42j - 0{,}91i) + 0{,}77 \cdot V_{45}i + 0{,}64 \cdot V_{45}j$$
$$V_{Fabs4} = -1{,}2j + 2{,}6i + 0{,}77 \cdot V_{45}i + 0{,}64 \cdot V_{45}j;\ \textbf{(II)}$$

Igualando (I) y (II):

$$5{,}8j + 5{,}8i - 2{,}3 \cdot \omega_3 j + \omega_3 i = -1{,}2j + 2{,}6i + 0{,}77 \cdot V_{45}i + 0{,}64 \cdot V_{45}j$$
$$(i)\, 3{,}2 + \omega_3 = 0{,}77 \cdot V_{45}$$
$$(j)\, 7 - 2{,}3 \cdot \omega_3 = 0{,}64 \cdot V_{45}$$
$$V_{45} = 6 \text{ m/s}$$
$$\omega_3 = 1{,}42 \text{ rad/s}$$
$$V_{F3} = V_{F_{abs4}} = 7{,}2i + 2{,}6j \text{ m/s}$$
$$|V_{F3}| = 7{,}7 \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{F3}} = \overrightarrow{a_L} + \overrightarrow{a_{Fl}};\ \textbf{(III)}$$
$$a_L = \alpha_2 \cdot O_2L \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) - \omega_2^2 \cdot O_2L \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)$$

donde $\theta_2 = 76^\circ$

$$a_L = (-2) \cdot 2{,}7 \cdot (-0{,}71j - 0{,}71i) - (-2)^2 \cdot 2{,}7 \cdot (-0{,}71i + 0{,}71j) = 21i - 13{,}4j;\ \textbf{(IV)}$$

$$a_{FL} = \alpha_3 \cdot LF \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i) - \omega_3^2 \cdot LF \cdot (\cos\theta_3 i + \sin\theta_3 j)$$
$$a_{FL} = -2{,}3 \cdot \alpha_3 j + \alpha_3 i + 4{,}5 i + 2 j; \textbf{(V)}$$

Sustituyendo en (III):

$$a_{F3} = 21\mathrm{i} - 13{,}4\mathrm{j} - 2{,}3 \cdot \alpha_3 j + \alpha_3 i + 4{,}5\mathrm{i} + 2\mathrm{j}$$
$$a_{F3} = 25{,}5 i - 11{,}4 j - 2{,}3 \cdot \alpha_3 j + \alpha_3 i; \textbf{(VI)}$$

$$a_{F_{abs4}} = a_{F3}$$
$$a_{F_{abs4}} = a_{F_{arr,5}} + a_{rel,45} + a_{Cor.} \textbf{ (VII)}$$
$$a_{F_{arr,5}} = \alpha_5 \cdot O_5F \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) - \omega_5^2 \cdot O_5F \cdot (\cos\theta_5 i + \sin\theta_5 j)$$
$$a_{F_{arr,5}} = 0{,}25 i - 6{,}3 j$$

Se asume que el dado se acelera, por ello a_{56} tiene el mismo sentido que V_{56}. Por lo tanto, el ángulo que define a la acceleración es 40°.

$$a_{45} = |a_{45}| \cdot (\cos\theta_{45} i + \sin\theta_{45} j) = 0{,}77 \cdot a_{45} i + 0{,}64 \cdot a_{45} j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_5 \cdot V_{45} \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i)$$

donde, $\theta_{rel} = 40°$

$$a_{Cor} = 2 \cdot (-2) \cdot 6 \cdot (0{,}77 j - 0{,}64 i) = -18{,}5 j + 15{,}36 i$$

Sustituyendo en la expresión **(VII)**:

$$a_{F_{abs4}} = 0{,}25 i - 6{,}3 j + 0{,}77 \cdot a_{45} i - 0{,}64 \cdot a_{45} j - 18{,}5 j + 15{,}4 i; \textbf{ (VIII)}$$

Igualando VI y VIII:

$$25{,}5 i - 11{,}4 j - 2{,}3 \cdot \alpha_3 j + \alpha_3 i = 0{,}25 i - 6{,}3 j + 0{,}77 \cdot a_{45} i + 0{,}64 \cdot a_{45} j - 18{,}5 j +$$
$$+ 15{,}4 i$$
$$(i)\, \alpha_3 i - 0{,}77 \cdot a_{45} = -9{,}85$$
$$(j)\, -2{,}3 \cdot \alpha_3 - 0{,}64 \cdot a_{45} = -13{,}4$$
$$|a_{45}| = 14{,}95 \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_3 = 1{,}67 \text{ rad/s}^2$$
$$a_{F_{abs4}} = a_{F3} = 27{,}16 i - 15{,}23 j \text{ m/s}^2$$

Cálculo del par resistente en O_5:

$$M_{RO_5} \cdot \omega_5 + M_2 \cdot \omega_2 + F_M \cdot V_L + F_{iG4} \cdot V_{G4} + M_{iG4} \cdot \omega_4 + F_{iG5} \cdot V_{G5} + M_{iG5} \cdot \omega_5 = 0$$
$$M_2 \cdot \omega_2 = (-30) \cdot (-3) = 90$$
$$F_M \cdot V_L = (-2j) \cdot (5{,}8 i + 5{,}8 j) = -11{,}6$$
$$a_{G4} = a_{F3} = 27{,}16 i - 15{,}23 j$$
$$F_{iG4} = -m_4 \cdot a_{G4} = -13{,}58 i + 7{,}61 j$$

$$V_{G4} = V_{F3} = 7{,}2i + 2{,}6j$$
$$F_{iG4} \cdot V_{G4} = -77{,}98$$

$$I_{G4} = \frac{m_4}{12} \cdot (c^2 + L^2) = \frac{0{,}5}{12} \cdot (0{,}2^2 + 0{,}4^2) = 8{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^2}$$

$$M_{iG4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4 = 0{,}017\ \mathrm{Nm}$$

$$M_{iG4} \cdot \omega_4 = -0{,}034\ \mathrm{Nm}$$
$$a_{G5} = \alpha_5 \cdot O_5G_5 \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) - \omega_5^2 \cdot O_5G_5 \cdot (\cos\theta_5 i + \sin\theta_5 j) = 0{,}12i - 4{,}46j$$
$$F_{iG5} = -m_5 \cdot a_{G5} = -0{,}36i + 13{,}38j$$
$$V_{G5} = \omega_5 \cdot O_5G_5 \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) = -0{,}84j + 1{,}81i$$
$$F_{iG5} \cdot V_{G5} = 24{,}5$$

$$I_{G5} = \frac{m_5}{2} \cdot R^2 = \frac{3}{22} \cdot (1{,}5^2) = 3{,}37\ \mathrm{kg \cdot m^2}$$

$$M_{iG5} = -I_{G5} \cdot \alpha_5 = 6{,}75\ \mathrm{Nm}$$
$$M_{iG5} \cdot \omega_5 = -13{,}5\ \mathrm{Nm}$$

Sustituyendo:

$$M_{RO_5} = 5{,}69\ \mathrm{Nm}$$

Cálculo del momento de inercia reducido:

$$I_{RO_5} = m_4 \cdot \left(\frac{V_{G4}}{\omega_5}\right)^2 + I_{G4} \cdot \left(\frac{\omega_4}{\omega_5}\right)^2 + m_5 \cdot \left(\frac{V_{G5}}{\omega_5}\right)^2 + I_{G5} \cdot \left(\frac{\omega_5}{\omega_5}\right)^2$$

$$0{,}5 \cdot \left(\frac{7{,}7}{2}\right)^2 + 8{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 + 3 \cdot (\tfrac{2}{2})^2 + 3{,}37 \cdot (\tfrac{2}{2})^2$$

$$I_{RO_5} = 13{,}78\ \mathrm{kg \cdot m^2}$$

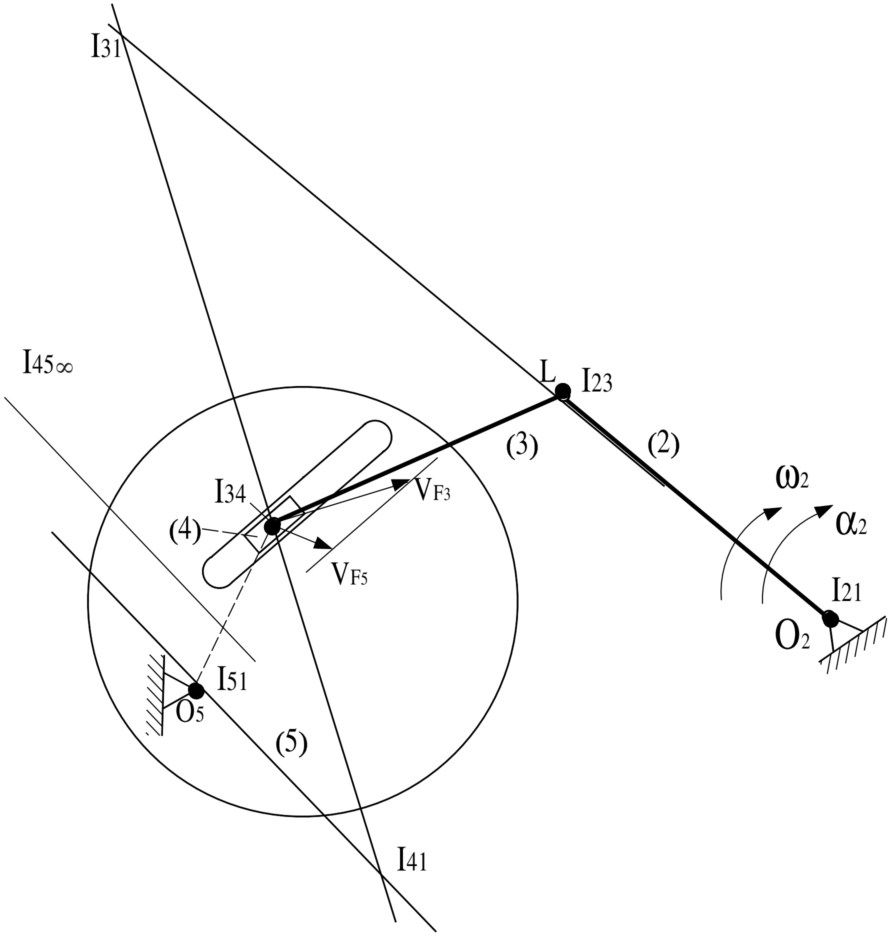
Cálculo de los CIR:

$$I_{31} \cdot F = \frac{|V_{F3}|}{\omega_3} = 5{,}42\ \mathrm{m}$$

Convertido a la escala para la representación de las velocidades $I_{31} \cdot F = 2{,}8$ cm.

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{5 \cdot (5-1)}{2} = 10$$

I_{41}: $\{415\} - \{413\}$
I_{35}: $\{351\} - \{354\}$
I_{25}: $\{251\} - \{253\}$



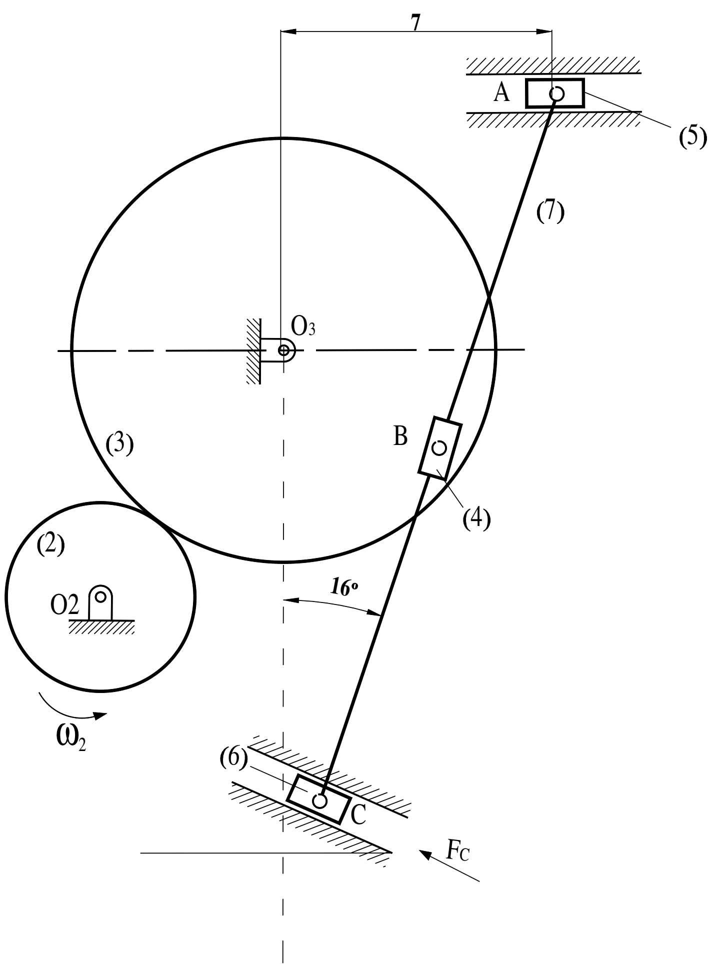
I31
I45∞
L
I23
(3)
(2)
ω2
α2
I34
VF3
(4)
VF5
I21
O2
I51
O5
(5)
I41

Mecanismo 22

El mecanismo de la siguiente figura realiza el movimiento de salida indicado en C. Este es impulsado por la rotación con deslizamiento entre las barras 2 y 3 y por la acción de la fuerza F_A. Para la posición mostrada, la velocidad angular de la barra 2 es constante de 5,5 rad/s, mientras que el dado 5 se desplaza con una velocidad lineal constante de $V_A = -1i$ m/s. Considerando que la rotación entre las barras 2 y 3 ocurre con desplazamiento calcule los grados de libertad según el método Grübler.

Considere ahora que la rotación entre las barras 2 y 3 ocurre con rozadura pura; determine:

1. El número total de CIR y represente los CIR I_{71}, I_{41}, I_{24}.
2. La velocidad entre el dado y la guía y la velocidad de la barra 7 en el punto B.
3. La aceleración entre el dado y la guía y la aceleración de la barra 7 en el punto B.
4. La fuerza resistente en el punto C y el momento de inercia reducido.



Datos del problema:

$O_3B = 4{,}5$ m
$AB = 10{,}75$ m
$BC = 7$ m
$R_2 = 2$ m; $R_3 = 5{,}5$ m
$m_5 = m_6 = 0{,}25$ kg
$m_3 = 2$ kg
Barra 5: $1 \cdot 2$ m
Barra 6: $1 \cdot 2$ m
$F_A = 15$ N

Solución:

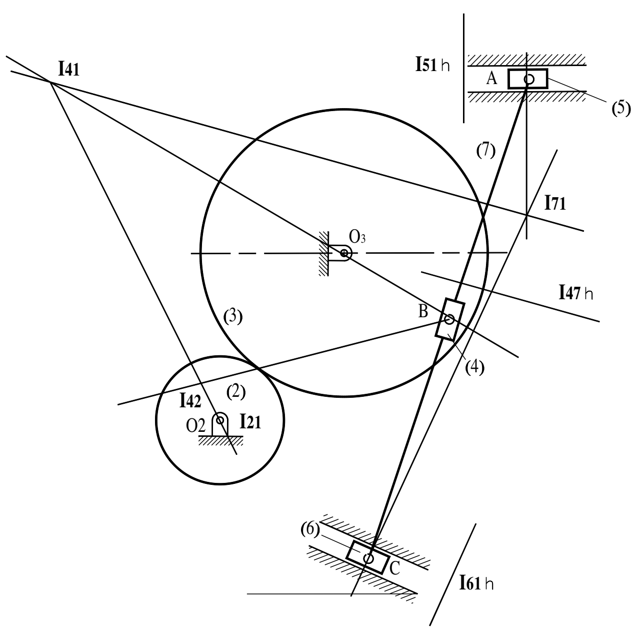
Cálculo de los grados de libertad:

$n = 7$
$i = 8$
$s = 1$
$GL = 3 \cdot (7 - 1) - 2 \cdot 7 - 1 = 1$

Cálculo de los CIR:

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{7 \cdot (7-1)}{2} = 21$$

I_{71}: $\{715\} - \{716\}$
I_{41}: $\{417\} - \{413\}$
I_{24}: $\{241\} - \{243\}$



Cálculo de las velocidades:

$$V_D = \omega_3 \cdot R_3 = \omega_2 \cdot R_2$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_3} = \frac{5{,}5 \cdot 2}{5{,}5} = 2 \text{ rad/s}$$

Si el signo de ω_2 es $(+)$, entonces ω_3 será $(-)$.

$$\overrightarrow{V_{B4}} = \overrightarrow{V_{B7}} + \overrightarrow{V_{47}}$$
$$\overrightarrow{V_{B7}} = \overrightarrow{V_{A}} + \overrightarrow{V_{BA}}$$
$$\overrightarrow{V_{B4}} = \overrightarrow{V_{A}} + \overrightarrow{V_{BA}} + \overrightarrow{V_{47}}$$
$$V_{B4} = V_{B3} = \omega_3 \cdot O_3B \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$
$$V_{B4} = (-2) \cdot 4{,}5 \cdot (\cos 330 j - \sin 330 i)$$
$$V_{B4} = -4{,}5i - 7{,}9j,\ |V_{B4}| = 9$$
$$-4{,}5i - 7{,}9j = -1i + \omega_7 \wedge AB + V_{47}$$
$$-3{,}5i - 7{,}9j = 10{,}74 \cdot \omega_7 \cdot (\cos 254 j - \sin 254 i) + V_{47} \cdot (\cos 254 i + \sin 254 j)$$
$$-3{,}5i - 7{,}9j = -2{,}96 \cdot \omega_7 j + 10{,}33 \cdot \omega_7 i - 0{,}28 \cdot V_{47} i - 0{,}96 \cdot V_{47}$$
$$(i)\ -3{,}5 = 10{,}33 \cdot \omega_7 - 0{,}28 \cdot V_{47}$$
$$(j)\ -7{,}79 = -2{,}96 \cdot \omega_7 - 0{,}96 \cdot V_{47}$$
$$\omega_7 = -0{,}11 \text{ rad/s}$$
$$|V_{47}| = 8{,}45 \text{ m/s}$$
$$V_{47} = -2{,}37i - 8{,}11j \text{ m/s}$$
$$V_{B7} = V_{arr.} = -2{,}14i + 0{,}32j \text{ m/s}$$

$$\overrightarrow{V_{C}} = \overrightarrow{V_{A}} + \overrightarrow{V_{CA}}$$
$$V_C = V_A + \omega_7 \cdot AC \cdot (\cos 254 j - \sin 254 i)$$
$$V_C = -1i + (-0{,}11) \cdot (17{,}75) \cdot (-0{,}28j + 0{,}96i) = -2{,}87i + 0{,}55j$$
$$|V_C| = 2{,}92 \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

Nota: si ω_2 es constante, entonces ω_3 también es constante. Por lo tanto, α_2 y α_3 son 0.

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_{B7}} + \overrightarrow{a_{47}} + \overrightarrow{a_{Cor.}}$$
$$a_{B4} = a_{B3} = \alpha_3 \wedge O_3B - \omega_3^2 \cdot O_3B \cdot (\cos 330 i + \sin 330 j)$$
$$a_{B4} = 0 - (-2)^2 \cdot 4{,}5 \cdot (0{,}87i - 0{,}5j) = -15{,}66i + 9j$$

$$\overrightarrow{a_{B7}} = \overrightarrow{a_{A}} + \overrightarrow{a_{BA}}$$
$$a_{B7} = 0 + \alpha_7 \cdot AB \cdot (\cos\theta_7 j - \sin\theta_7 i) - \omega_7^2 \cdot AB \cdot (\cos\theta_7 i + \sin\theta_7 j)$$
$$a_{B7} = 10{,}75 \cdot \alpha_7 \cdot (-0{,}28j + 0{,}96i) - (-0{,}11)^2 \cdot 10{,}75 \cdot (0{,}28i - 0{,}96j)$$
$$a_{B7} = -2{,}96 \cdot \alpha_7 j + 10{,}33 \cdot \alpha_7 i + 0{,}04i + 0{,}125j$$

El sentido de la a_{47} es contrario a V_{47} ya que el dado 4 se está desacelerando, por lo tanto $\theta_{47} = 74°$.

$$a_{47} = |a_{47}| \cdot (\cos 74i + \sin 74j) = 0{,}28 \cdot a_{47}i + 0{,}96 \cdot a_{47}j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_7 \cdot |V_{47}| \cdot (\cos\theta_{47}j - \sin\theta_{47}i)$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot (0{,}11) \cdot 8{,}45 \cdot (-0{,}28j + 0{,}96i) = 0{,}52j - 1{,}78i$$

Sustituyendo:

$$-15{,}66i + 9j = -2{,}96 \cdot \alpha_7 j + 10{,}33 \cdot \alpha_7 i + 0{,}04i + 0{,}125j + 0{,}28 \cdot a_{47}i +$$
$$+0{,}96 \cdot a_{47}j - 1{,}78i + 0{,}52j$$
$$-13{,}84i + 8{,}35j - 0{,}28 \cdot a_{47}i - 0{,}96 \cdot a_{47}j = -2{,}96 \cdot \alpha_7 j + 10{,}33 \cdot \alpha_7 i$$
$$(i)\ -13{,}84 - 0{,}28 \cdot a_{47} = 10{,}33 \cdot \alpha_7$$
$$(j)\ 8{,}35 - 0{,}96 \cdot a_{47} = -2{,}96 \cdot \alpha_7$$
$$\alpha_7 = 1{,}45 \text{ rad/s}^2$$
$$|a_{47}| = 4{,}23 \text{ m/s}^2$$
$$a_{B7} = a_{arr} = -14{,}94i + 4{,}41j \text{ m/s}^2$$
$$a_{47} = 1{,}18i + 4{,}06j \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{CA}}$$
$$a_C = (-1{,}45) \cdot 17{,}75 \cdot (-0{,}28j + 0{,}96i) - (-0{,}11)^2 \cdot 17{,}75 \cdot (-0{,}28i - 0{,}96j)$$
$$a_C = 7{,}21j - 24{,}71i + 0{,}06i + 0{,}21j = 7{,}42j - 24{,}65i$$

Cálculo de la fuerza de equilibrio:

$$F_C \cdot V_C + F_A \cdot V_A + F_{i3} \cdot V_{G3} + F_{i3} \cdot V_{G5} + F_{i6} \cdot V_{G6} + M_{i3} \cdot \omega_3 = 0$$
$$V_{G3} = 0$$
$$V_{G5} = V_A$$
$$V_{G6} = V_C = -2{,}87i + 0{,}55j \text{ m/s}$$
$$F_{i3} = -m_3 \cdot a_{G3} = 0, \text{ porque } a_{G3} = 0$$
$$F_{i5} = -m_5 \cdot a_{G5} = 0, \text{ porque } a_{G5} = 0$$
$$F_{i6} = -m_6 \cdot a_{G6} = -m_6 \cdot a_C = -0{,}25 \cdot (7{,}42j - 24{,}65i) \text{ N}$$
$$F_{i6} = 6{,}16i - 1{,}85j \text{ N}$$
$$M_{i3} = -I_{G3} \cdot \alpha_3 = 0, \text{ porque } \alpha_3 \text{ es } 0.$$
$$M_{i3} = M_{i5} = M_{i6} = 0, \text{ porque son dados que se trasladan.}$$
$$2{,}92 \cdot F_C + 15 - 17{,}8 - 1{,}2 = 0$$
$$|F_C| = 1{,}31$$
$$F_B = -1{,}28j + 0{,}25i \text{ N}$$

Cálculo del momento de inercia reducido:

$$I_{RO_2} = I_{G3} \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{V_{G3}}{\omega_2}\right)^2 + m_5 \cdot \left(\frac{V_{G5}}{\omega_2}\right)^2 + m_6 \cdot \left(\frac{V_{G6}}{\omega_2}\right)^2$$

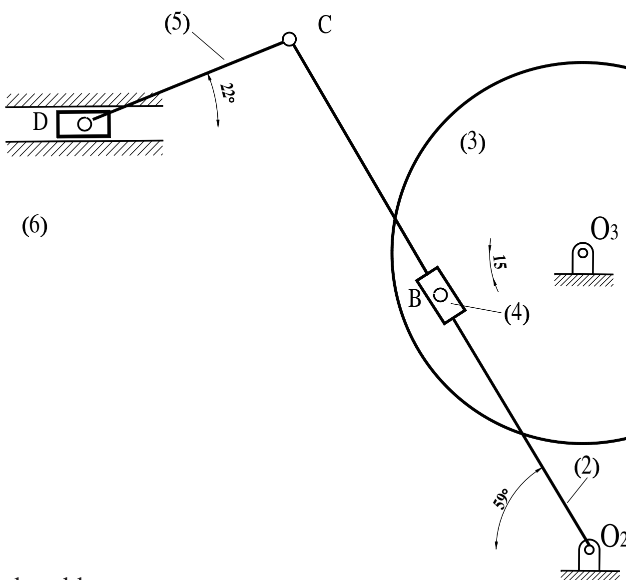
$$I_{G3} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 7{,}6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{RO_2} = 7{,}6 \cdot \left(\frac{-2}{5{,}5}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{0}{5{,}5}\right)^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{-1}{5{,}5}\right)^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{2{,}92}{5{,}5}\right)^2 = 1{,}08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 23

En el mecanismo de la siguiente figura está actuando un par motor de 3 Nm sobre la barra 3, la cual gira en sentido antihorario con una velocidad angular constante de 0,5 rad/s. Por otro lado, sobre el dado 6 actúa una fuerza resistente que frena el giro de la barra 3. Suponga que el mecanismo trabaja en el plano horizontal. Para el instante mostrado resuelva los siguientes aspectos:

1. La velocidad lineal y angular de la barra 6.
2. La aceleración lineal y angular de la barra 6.
3. La fuerza resistente en el dado 6 que mantiene el mecanismo en equilibrio dinámico indicando su sentido.
4. El momento de inercia reducido a O_2.



Datos del problema:

$O_2B = 3{,}8$ m
$O_3B = 1{,}7$ m
$O_2C = 7{,}5$ m
$CD = 5$ m
$R_3 = 2$ m
$m_4 = m_6 = 0{,}5$ kg
$m_3 = 1{,}5$ kg

Medida de los dados: $1 \cdot 0{,}5$ m

Nota: el dibujo no está a escala. Trabajar con solo dos decimales aproximados por exceso.

Solución:

Cálculo de los grados de libertad:

$n = 6$
$i = 7$
$s = 0$
$GL = 3 \cdot (6-1) - 2 \cdot 7 - 0 = 1$

Cálculo de los CIR:

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot (6-1)}{2} = 15$$

I_{31}: $\{312\} - \{314\}$
I_{51}: $\{513\} - \{516\}$
I_{24}: $\{241\} - \{243\}$

Cálculo de las velocidades:

$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{\omega_3} \wedge \overrightarrow{O_3B}$
$V_B = \omega_3 \cdot O_3B \cdot (\cos 195 j - \sin 195 i)$
$V_B = 0{,}5 \cdot 1{,}7 \cdot (-0{,}96 j + 0{,}26 i) = -0{,}82 j + 0{,}22 i \text{ m/s}$

$\overrightarrow{V_{B_{abs4}}} = \overrightarrow{V_{B_{arr,2}}} + \overrightarrow{V_{rel42}}$
$V_B = V_4 = V_{B3} = \omega_2 \wedge O_2B + V_{42} \cdot (\cos 301 i + \sin 301 j)$
$V_{B_{abs4}} = \omega_2 \cdot 3{,}8 \cdot (\cos 121 j - \sin 121 i) + V_{42} \cdot (\cos 301 i + \sin 301 j)$
$V_{B_{abs4}} = -1{,}98 \cdot \omega_2 j - 3{,}2 \cdot \omega_2 i + 0{,}52 \cdot V_{42} i - 0{,}86 \cdot V_{42} j$
$(i)\, 0{,}22 = -0{,}86 \cdot \omega_2 + 0{,}52 \cdot V_{42}$
$(j)\, -0{,}82 = -1{,}98 \cdot \omega_2 - 0{,}86 \cdot V_{42}$
$V_{42} = 0{,}82 \text{ m/s}$
$\omega_2 = 0{,}06 \text{ rad/s}$

$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2C}$

$V_C = \omega_2 \cdot 7{,}5 \cdot (\cos 121 j - \sin 121 i) = -0{,}41 j - 0{,}24 i$

$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{DC}}$

$-V_D i = V_C + \omega_5 \cdot 5 \cdot (\cos 202 j - \sin 202 i)$
$-V_D i = -0{,}41 j - 0{,}24 i - 4{,}65 \cdot \omega_5 j + 1{,}85 \cdot \omega_5 i$
$(i)\, -V_D = -0{,}24 + 1{,}85 \cdot \omega_5$
$(j)\, 0 = -0{,}41 - 0{,}93 \cdot \omega_5$
$|V_D| = 0{,}51 \text{ m/s}$
$\omega_5 = -0{,}05 \text{ rad/s}$
$V_D = -0{,}51 i \text{ m/s}$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{B3}} = \overrightarrow{\alpha_3} \wedge \overrightarrow{O_3B} - \omega_3^2 \cdot \overrightarrow{O_3B}$$
$$a_{B3} = 0 - \omega_3^2 \cdot 1{,}7 \cdot (\cos 195 i + \sin 195 j) = 0{,}41 i + 0{,}11 j$$

$$\overrightarrow{a_{B_{abs4}}} = \overrightarrow{a_{B_{arr2}}} + \overrightarrow{a_{rel42}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{B_{abs4}} = a_{B3} = 0{,}41 i + 0{,}11 j$$
$$a_{B2} = \alpha_2 \cdot 3{,}8 \cdot (\cos 121 j - \sin 121 i) - \omega_2^2 \cdot 3{,}8 \cdot (\cos 121 i + \sin 121 j)$$
$$a_{B2} = -1{,}98 \cdot \alpha_2 j - 0{,}32 \cdot \alpha_2 i + 0{,}24 i - 0{,}04 j$$

Se asume que el dado acelera, por tanto la a_{56} tiene el mismo sentido que la V_{56}. Por ello, el ángulo que define la aceleración es 301°.

$$a_{rel42} = a_{42} \cdot (\cos 301 i + \sin 301 j) = 0{,}52 \cdot a_{42} i - 0{,}86 \cdot a_{42} j$$
$$a_{Cor.} = 2 \cdot \omega_2 \cdot V_{42} \cdot (\cos \theta_{rel.} j - \sin \theta_{rel.} i)$$

donde $\theta_{rel.} = 301°$

$$a_{Cor.} = 2 \cdot (0{,}35) \cdot 1{,}06 \cdot (0{,}52 j + 0{,}86 i) = 0{,}38 j + 0{,}64 i \; 0{,}41 i + 0{,}11 j =$$
$$= -1{,}98 \cdot \alpha_2 j - 0{,}32 \cdot \alpha_2 i + 0{,}24 i - 0{,}04 j + 0{,}52 \cdot a_{42} i - 0{,}86 \cdot a_{42} j + 0{,}38 j + 0{,}64 i$$
$$(i)\, 0{,}41 = -0{,}32 \cdot \alpha_2 + 0{,}5 \cdot a_{42}$$
$$(j)\, 0{,}11 = -1{,}98 \cdot \alpha_2 - 0{,}87 \cdot a_{42}$$
$$|a_{42}| = 0{,}1 \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_2 = -0{,}08 \text{ rad/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{\alpha_2} \wedge \overrightarrow{O_2C} - \omega_2^2 \cdot \overrightarrow{O_2C}$$
$$a_C = 7{,}5 \cdot \alpha_2 \cdot (\cos 121 j - \sin 121 i) - 7{,}5 \cdot \omega_3^2 \cdot (\cos 121 i + \sin 121 j)$$
$$a_C = 0{,}74 j + 1{,}22 i + 0{,}53 i - 1{,}50 j = 0{,}72 i - 0{,}4 j$$

$$\overrightarrow{a_D} = \overrightarrow{a_C} + \overrightarrow{a_{DC}}$$
$$a_D = 1{,}75 i - 0{,}8 j + 5 \cdot \alpha_5 \cdot (\cos 202 j - \sin 202 i) - 5 \cdot \omega_5^2 \cdot (\cos 202 i + \sin 202 j)$$
$$a_D = 4{,}65 \cdot \alpha_5 j + 1{,}85 \cdot \alpha_5 i + 0{,}03 i + 0{,}05 j + 2{,}07 i - 6{,}79 j = 4{,}65 \cdot \alpha_5 j +$$
$$+ 1{,}85 \cdot \alpha_5 i + 2{,}1 i - 6{,}74 j$$
$$(i)\, -a_D = 2{,}1 + 1{,}85 \cdot \alpha_5$$
$$(j)\, 0 = -6{,}74 - 4{,}65 \cdot \alpha_5$$
$$|a_D| = 0{,}6 \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_5 = -0{,}061 \text{ rad/s}^2$$
$$a_D = -0{,}6 i$$

Cálculo del par resistente:

$$M_{m3} \cdot \omega_3 + F_D \cdot V_D + F_{i3} \cdot V_{G3} + F_{i4} \cdot V_{G4} + F_{i6} \cdot V_{G6} + M_{i3} \cdot \omega_3 + M_{i4} \cdot \omega_4 + M_{i6} \cdot \omega_6 = 0$$

$$V_{G3} = 0$$
$$a_{G3} = 0$$
$$\omega_6 = 0$$
$$\alpha_3 = 0$$
$$\omega_4 = \omega_2$$
$$\alpha_4 = \alpha_2$$
$$V_{G4} = V_{B4} = -0{,}83j - 1{,}58i \text{ m/s}$$
$$V_{G6} = V_D = -0{,}51i \text{ m/s}$$
$$a_{G4} = a_{B4} = 0{,}41i + 0{,}11j \text{ m/s}^2$$
$$a_{G6} = a_D = 0{,}6 \text{ m/s}^2$$
$$F_{i3} = -m_3 \cdot a_{G3} = 0$$
$$F_{i4} = -m_4 \cdot a_{G4} = -0{,}21i - 0{,}06j \text{ N}$$
$$F_{i6} = -m_6 \cdot a_{G6} = 0{,}3 \text{ N}$$
$$M_{i3} = -I_{G3} \cdot \alpha_3 = 0$$
$$M_{i4} = -I_{G4} \cdot \alpha_2 = \frac{1}{12} \cdot (a^2 + b^2) \cdot \alpha_2 = -8{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$
$$M_{i6} = 0$$
$$M_{m3} \cdot \omega_3 = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5 \text{ Nm}$$

Sustituyendo:

$$1{,}5 - 0{,}51 \cdot F_D + 0{,}26 - 0{,}153 - 5{,}23 \cdot 10^{-4} = 0$$
$$F_D = 3{,}16 \text{ N}$$

Cálculo del momento de inercia reducido:

$$I_{RO_2} = I_{G3} \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2 + I_{G4} \cdot \left(\frac{\omega_4}{\omega_2}\right)^2 + m_4 \cdot \left(\frac{V_{G4}}{\omega_2}\right)^2 + m_6 \cdot \left(\frac{V_{G6}}{\omega_2}\right)^2$$

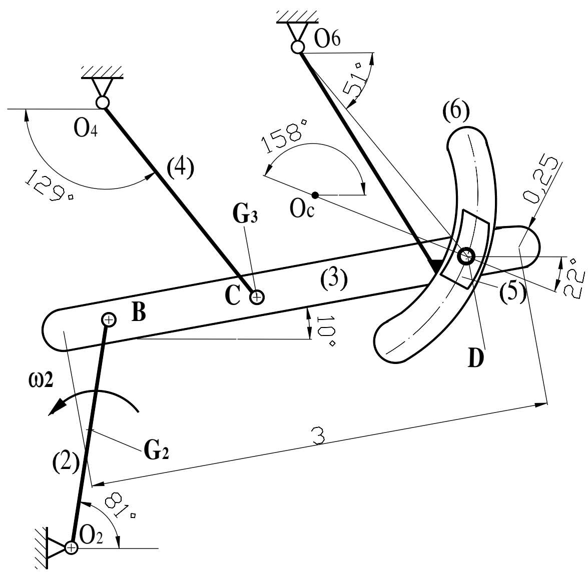
$$3 \cdot \left(\frac{0{,}5}{0{,}063}\right)^2 + 0{,}05 \cdot \left(\frac{0{,}063}{0{,}063}\right)^2 + 0{,}5 \cdot \left(\frac{1{,}78}{0{,}063}\right)^2 + 0{,}5 \cdot \left(\frac{0{,}51}{0{,}063}\right)^2$$

$$I_{RO_5} = 620{,}89 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 24

El mecanismo de la siguiente figura tiene como elemento impulsor la barra 2, que gira con una velocidad angular constante de 2 rad/s y con un par motor $M_m = 10$ Nm. Para la posición mostrada calcule:

1. Los grados de libertad del mecanismo según el método de Grübler.
2. El número de CIR del mecanismo y los CIR I_{31}, I_{51}, I_{24}.
3. La velocidad angular de la barra 6 y la velocidad del dado respecto a la guía.
4. La aceleración angular de la barra 6 y la aceleración del dado respecto a la guía.
5. El par resistente en la barra 6 para mantener el mecanismo en equilibrio dinámico.
6. El momento de inercia reducido en O_2.



Datos del problema:

$O_2B = 1{,}5$ m
$BC = 1$ m
$BD = 2{,}2$ m
$O_2D = 1$ m
$O_6D = 1{,}7$ m
$O_4C = 1{,}6$
$m_2 = 2$ kg
$m_3 = 3$ kg

Nota: el dibujo no está a escala. Trabajar con solo dos decimales aproximados por exceso.

Solución:

Cálculo de los grados de libertad:

$n = 6$
$i = 7$
$s = 0$
$GL = 3 \cdot (6-1) - 2 \cdot 7 - 0 = 1$

Cálculo de los CIR:

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot (6-1)}{2} = 15$$

I_{31}: $\{312\} - \{314\}$
I_{51}: $\{513\} - \{516\}$
I_{24}: $\{241\} - \{243\}$

Cálculo de las velocidades:

$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2B}$
Donde $\theta_2 = 81°$
$V_B = \omega_2 \cdot O_2B \cdot (\cos 81 j - \sin 81 i)$
$V_B = 2 \cdot 1{,}5 \cdot (0{,}16 j - 0{,}98 i) = 0{,}5 j - 2{,}9 i$

$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{CB}}$
$\omega_4 \wedge O_4C = V_B + \omega_3 \wedge BC$

donde $\theta_3 = 10°$ y $\theta_4 = 309°$

$\omega_4 \cdot 1{,}6 \cdot (\cos 309 j - \sin 309 i) = V_B + \omega_3 \cdot (\cos 10 i + \sin 10 j)$
$\omega_4 j + 1{,}4 \cdot \omega_4 i = 0{,}5 j - 2{,}9 i + 0{,}98 \cdot \omega_3 j - 0{,}17 \cdot \omega_3 i$
$(i)\ 1{,}2 \cdot \omega_4 = -2{,}9 - 0{,}17 \cdot \omega_3$
$(j)\ \omega_4 = 0{,}5 + 0{,}98 \cdot \omega_3$
$\omega_3 = -2{,}61$ rad/s
$\omega_4 = -2{,}04$ rad/s

$\overrightarrow{V_{D3}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}} + \overrightarrow{\omega_3} \wedge \overrightarrow{BD}$
$V_{D3} = V_B + 2{,}2 \cdot \omega_3 \cdot (\cos 10 j - \sin 10 i)$
$V_{D3} = 0{,}5 j - 2{,}9 i - 5{,}6 j + 0{,}97 i = -1{,}92 i - 5{,}1 j$
$V_{D3} = V_{D5}$

$$\overrightarrow{V_{D_{abs5}}} = \overrightarrow{V_{D_{arr,6}}} + \overrightarrow{V_{rel56}}; \textbf{(I)}$$
$$\overrightarrow{V_{D5}} = \overrightarrow{V_{D6}} + \overrightarrow{V_{56}} = \omega_6 \wedge O_6D + |V_{56}| \cdot (cos\theta_{56}i + sin\theta_{56}j)$$

donde $\theta_6 = 309°$ y $\theta_{56} = 248°$

$$V_{D5} = 1{,}7 \cdot \omega_6 \cdot (\cos 309 j - \sin 309 i) + V_{56} \cdot (\cos 248 i + \sin 248 j)$$
$$-1{,}92i - 5{,}1j = 1{,}07 \cdot \omega_6 j + 1{,}32 \cdot \omega_6 i - 0{,}37 \cdot V_{56} i - 0{,}93 \cdot V_{56} j$$
$$(i) - 1{,}92 = 1{,}31 \cdot \omega_6 - 0{,}37 \cdot V_{56}$$
$$(j) - 5{,}1 = 1{,}07 \cdot \omega_6 - 0{,}93 \cdot V_{56}$$
$$|V_{56}| = 5{,}65 \text{ m/s}$$
$$\omega_6 = -0{,}13 \text{ rad/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{\alpha_2} \wedge \overrightarrow{O_2B} - \omega_2^2 \cdot \overrightarrow{O_2B}$$
$$a_B = 0 - \omega_2^2 \cdot 1{,}5 \cdot (\cos 81 i + \sin 81 j) = -0{,}96i - 5{,}94j$$

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{CB}}$$
$$a_C = \alpha_4 \wedge O_4C - \omega_4^2 \cdot O_4C$$
$$a_C = 1{,}6 \cdot \alpha_4 \cdot (\cos 309 j - \sin 309 i) - \omega_4^2 \cdot 1{,}6 \cdot (\cos 309 i + \sin 309 j)$$
$$a_C = \alpha_4 j + 1{,}24 \cdot \alpha_4 i - 4{,}19i + 5{,}19j$$

$$a_{CB} = 1 \cdot \alpha_3 \cdot (\cos 10 j - \sin 10 i) - \omega_3^2 \cdot 1 \cdot (\cos 10 i + \sin 10 j)$$
$$a_{CB} = 0{,}98 \cdot \alpha_3 j - 0{,}17 \cdot \alpha_3 i - 6{,}6i - 1{,}15j$$
$$\alpha_4 j + 1{,}24 \cdot \alpha_4 i - 4{,}19i + 5{,}19j =$$
$$= -0{,}96i - 5{,}94j + 0{,}98 \cdot \alpha_3 j - 0{,}17 \cdot \alpha_3 i - 6{,}6i - 1{,}15j$$
$$(i)\, 1{,}24 \cdot \alpha_4 = -6{,}51 - 0{,}17 \cdot \alpha_3$$
$$(j)\, 1 \cdot \alpha_4 = -12{,}28 + 0{,}98 \cdot \alpha_3$$
$$\alpha_3 = 15{,}74 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4 = 3{,}15 \text{ rad/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_{D5}} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{DB}}$$
$$a_{D5} = a_B + 2{,}2 \cdot \alpha_3 \cdot (\cos 10 j - \sin 10 i) - \omega_3^2 \cdot 2{,}2 \cdot (\cos 10 i + \sin 10 j)$$
$$a_{D5} = -14{,}26i + 27{,}31j$$

$$\overrightarrow{a_{D6}} = \overrightarrow{a_{D6}} + \overrightarrow{a_{56}} + \overrightarrow{a_{Cor}}; \textbf{(II)}$$
$$a_{D6} = 1{,}7 \cdot \alpha_6 \cdot (\cos 309 j - \sin 309 i) - \omega_6^2 \cdot 1{,}7 \cdot (\cos 309 i + \sin 309 j)$$
$$a_{D6} = -1{,}07 \cdot \alpha_6 j - 1{,}31 \cdot \alpha_6 i + 4{,}28i - 5{,}24j$$

Debido a que la guía es circular, el dado deslizante realiza una traslación con trayectoria curvilínea alrededor de O_C. Por ello la dirección de la aceleración relativa a_{56} no se conoce y, por lo tanto, esta no se puede descomponer como $\overrightarrow{a_{56}} = |a_{56}| \cdot (\cos\theta\, i + \sin\theta\, j)$, ya que θ se desconoce.

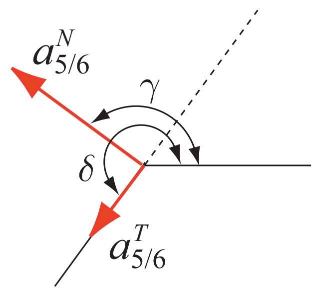
Entonces, como la guía es circular, la aceleración relativa a_{56} del dado deslizante se puede plantear como $\overrightarrow{a_{56}} = \overrightarrow{a_{56}^2} + \overrightarrow{a_{56}^N}$, donde las direcciones de a^N y a^T se conocen siendo $a^N \parallel O_C D$ y $a^T \perp O_C D$. Por ello el problema se resuelve de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{a_{56}^N} = |a_{56}^N| \cdot (\cos\gamma i + \sin\gamma j)$$

$$|a_{56}^N| = \frac{a_{56}^2}{O_C D} \cdot (\cos\gamma i + \sin\gamma j)$$

Si $\gamma = 158°$

$$a_{56}^N = -29{,}59i + 11{,}95j \text{ m/s}^2; \textbf{(III)}$$
$$|a_{56}^N| = 31{,}91 \text{ m/s}^2$$



$$\overrightarrow{a_{56}^T} = |a_{56}^T| \cdot (\cos\delta i + \sin\delta j)$$

Si $\gamma = 158°$

$$a_{56}^T = -0{,}37 \cdot a_{56}^T i - 0{,}93 \cdot a_{56}^T j \text{ m/s}^2; \textbf{(IV)}$$

$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_6 \cdot V_{56} \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i)$$

donde $\theta_{rel} = 248°$

$$a_{Cor} = 2 \cdot (-0{,}13) \cdot 5{,}65 \cdot (-0{,}37j - 0{,}93i) = 0{,}26j - 0{,}66i$$

Sustituyendo cada término en la expresión (II) y separando en componentes i y j:

$$(i)\ -6{,}56 - 4{,}28 + 0{,}66 = -1{,}31 \cdot \alpha_6 - 0{,}37 \cdot a_{56}^T$$
$$(j)\ 2{,}69 + 5{,}24 - 0{,}26 = -1{,}07 \cdot \alpha_6 - 0{,}93 \cdot a_{56}^T$$
$$|a_{56}^T| = 1{,}04 \text{ m/s}^2$$
$$\alpha_6 = -8{,}06 \text{ rad/s}^2$$

Cálculo del par resistente:

$$M_{R6} \cdot \omega_6 + M_2 \cdot \omega_2 + F_{iG2} \cdot V_{G2} + M_{iG2} \cdot \omega_2 + F_{iG3} \cdot V_{G3} + M_{iG3} \cdot \omega_3 = 0$$

$$a_{G2} = -\omega_2^2 \cdot 0{,}75 \cdot (\cos 81 i + \sin 81 j) = -0{,}46i - 2{,}97\,j \text{ m/s}^2$$
$$F_{i2} = -m_2 \cdot a_{G2} = -2 \cdot (-0{,}46i - 2{,}97\,j) = 0{,}94i + 5{,}94\,j \text{ N}$$

$$V_{G2} = \frac{V_B}{2} = -1{,}45i + 0{,}25\,j,\ |V_{G2}| = 1{,}47 \text{ m/s}$$

$$I_{G2} = \frac{1}{12} \cdot m_2 \cdot l_2^2 = 0{,}37 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$M_{iG2} = -I_{G2} \cdot \alpha_2 = 0, \text{ porque } \alpha_2 = 0$$
$$a_{G3} = a_C = -17{,}58i + 3{,}79\,j \text{ m/s}^2$$
$$F_{i3} = -m_3 \cdot a_{G3} = -3 \cdot (-17{,}58i + 3{,}79\,j) = -52{,}74i + 11{,}37\,j \text{ N}$$
$$V_{G3} = V_C = -2{,}45i - 2{,}04\,j,\ |V_{G3}| = 3{,}19 \text{ m/s}$$

$$I_{G3} = \frac{1}{12} \cdot m_3 \cdot (l_3^2) = 3{,}06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$M_{i3} = -I_{G3} \cdot \alpha_3 = -3{,}06 \cdot (15{,}74) = -48{,}16 \text{ Nm}$$

$$M_{R6} \cdot (-0{,}13) + 2 \cdot 10 + (0{,}94i - 5{,}94\,j) \cdot (-1{,}45i + 0{,}25\,j) +$$
$$+ (-52{,}74i + 11{,}37\,j) \cdot (-2{,}45i - 2{,}04\,j) + (-48{,}16) \cdot (-2{,}61) = 0$$

$M_{R6} = 2.271$ Nm, es un par resistente por lo que el signo es contrario a ω_6.

Cálculo del momento de inercia reducido:

$$I_{RO_2} = m_2 \cdot \left(\frac{V_{G2}}{\omega_2}\right)^2 + I_{G2} \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_2}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{V_{G3}}{\omega_2}\right)^2 + I_{G3} \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2$$

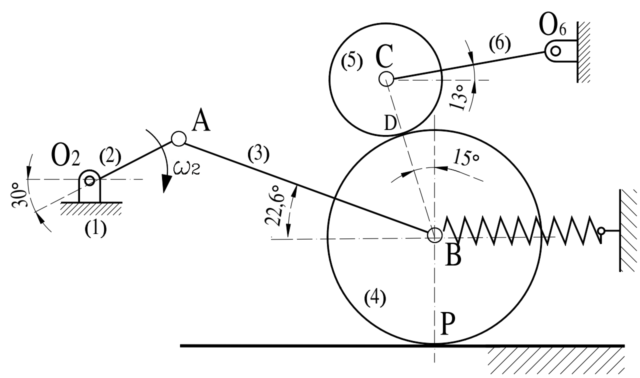
$$I_{RO_2} = 2 \cdot \left(\frac{1{,}47}{2}\right)^2 + 0{,}37 \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{3{,}19}{2}\right)^2 + 3{,}06 \cdot \left(\frac{2{,}61}{2}\right)^2$$

$$I_{RO_2} = 14{,}29 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 25

En el mecanismo de la siguiente figura que trabaja en el plano horizontal, se conoce que $\overrightarrow{\omega_2} = 2{,}4\ \mathrm{rad/s}$. Entre las barras 4 y 5 existe rodadura pura, además tenga en cuenta que en O_6 existe un par resistente de 12 Nm. El muelle está comprimido 0,15 m y su constante es $k = 200\ \mathrm{N/m}$. Para el instante mostrado determine:

1. La velocidad angular de la barra 6.
2. La aceleración angular de la barra 6.
3. El par motor en la barra 2 para mantener el mecanismo en equilibrio dinámico.
4. El momento de inercia reducido en O_6.



Datos del problema:

$O_2A = 0{,}05\ \mathrm{m}$
$O_6C = 0{,}15\ \mathrm{m}$
$AB = 0{,}2\ \mathrm{m}$
$R_4 = 0{,}10\ \mathrm{m}$
$R_5 = 0{,}05\ \mathrm{m}$
$m_4 = 7\ \mathrm{kg}$
$m_5 = 3\ \mathrm{kg}$

Solución:

Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_{BA}}$$
$$\omega_2 = -2{,}4\ \mathrm{rad/s}$$
$$V_A = \omega_2 \cdot O_2A \cdot (\cos 30 j - \sin 30 i) = -0{,}10 j + 0{,}06 i$$
$$V_B = V_A + \omega_3 \cdot AB \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$
$$V_B = -0{,}10 j + 0{,}06 i + 0{,}184 \cdot \omega_3 j + 0{,}08 \cdot \omega_3 i$$
$$V_B = \omega_4 \cdot PB \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) = 0{,}1 \cdot \omega_4 \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) = -0{,}1 \cdot \omega_4 i$$

Sustituyendo:

$$-0{,}1\cdot\omega_4 i = -0{,}10j + 0{,}06i - 0{,}18\cdot\omega_3 j - 0{,}77\cdot\omega_3 i$$
$$(i)\ -0{,}1\cdot\omega_4 = 0{,}06 + 0{,}08\cdot\omega_3$$
$$(j)\,0 = 0{,}10 + 0{,}18\cdot\omega_3$$
$$\omega_3 = 0{,}56 \text{ rad/s}$$
$$\omega_4 = -1{,}03 \text{ rad/s}$$
$$V_B = 0{,}10\text{i m/s}$$

$$\overrightarrow{V_{D5}} = \overrightarrow{V_{D4}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}} = \omega_4 \wedge PD_4,\ \theta_4 = 105^\circ$$
$$V_{D5} = 0{,}10i + (-0{,}001)\cdot(0{,}1)\cdot(-0{,}26j - 0{,}96j) = 0{,}2i + 0{,}03j$$
$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_{D5}} + \overrightarrow{V_{CD}} = V_{D5} + \omega_5 \wedge DC$$
$$V_C = V_{D5} + \omega_5\cdot 0{,}05\cdot(\cos 105j - \sin 105i)$$
$$V_C = 0{,}20i + 0{,}03j - 0{,}01\cdot\omega_5 j - 0{,}05\cdot\omega_5 i$$
$$V_C = \omega_6\cdot O_6C\cdot(\cos 193j - \sin 193i) = -0{,}15\cdot\omega_6 j + 0{,}03\cdot\omega_6 i$$

Sustituyendo:

$$0{,}2i + 0{,}03j + 0{,}20i + 0{,}03j - 0{,}01\cdot\omega_5 j - 0{,}05\cdot\omega_5 i = -0{,}15\cdot\omega_6 j + 0{,}03\cdot\omega_6 i$$
$$(i)\,0{,}2 - 0{,}05\cdot\omega_5 = 0{,}03\cdot\omega_6$$
$$(j)\,0{,}03 - 0{,}01\cdot\omega_5 = 0{,}15\cdot\omega_6$$
$$\omega_6 = 0{,}17 \text{ rad/s}$$
$$\omega_5 = 4{,}1 \text{ rad/s}$$
$$V_C = -0{,}03j + 0{,}01i \text{ m/s}$$
$$|V_C| = 0{,}03 \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_A} = \overrightarrow{a_A^N} + \overrightarrow{a_A^T}$$
$$a_A^N = -\omega_2^2\cdot O_2A\cdot(\cos 30i + \sin 30j) = -0{,}03i - 0{,}14j \text{ m/s}^2$$
$$a_A^T = \alpha_2\cdot O_2A\cdot(\cos 30j - \sin 30i) = -0{,}22j + 0{,}13i$$
$$a_A = -0{,}13i - 0{,}36j \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{BA}}$$
$$a_B = a_A + \alpha_2\cdot AB(\cos 157{,}4j - \sin 157{,}4i) - \omega_3^2\cdot AB\cdot(\cos 157{,}4i + \sin 157{,}4j)$$
$$a_B = -0{,}06i - 0{,}38j - 0{,}18\cdot\alpha_3 j - 0{,}08\cdot\alpha_3 i$$
$$a_B = \alpha_4\cdot PB\cdot(\cos 90j - \sin 90i) = -0{,}1\cdot\alpha_4 i$$

Igualando:

$$-0{,}1\cdot\alpha_4 i = -0{,}06i - 0{,}38j - 0{,}18\cdot\alpha_3 j - 0{,}08\cdot\alpha_3 i$$
$$(i)\ -0{,}1\cdot\alpha_4 = -0{,}06 - 0{,}08\cdot\alpha_3$$
$$(j)\,0 = -0{,}38 - 0{,}18\cdot\alpha_3$$

$$\alpha_3 = -2{,}13 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4 = -1{,}02 \text{ rad/s}^2$$
$$a_B = 0{,}1i \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_D} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{DB}}$$
$$a_D = a_B + \alpha_4 \cdot 0{,}1 \cdot (\cos 105 j - \sin 105 i) - \omega_4^2 \cdot 0{,}1 \cdot (\cos 105 i + \sin 105 j)$$
$$a_D = 0{,}1i + 0{,}03j + 0{,}1i + 0{,}03i - 0{,}10j = 0{,}22i - 0{,}08j \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_D} + \overrightarrow{a_{CD}}$$
$$a_C = a_D + \alpha_5 \cdot 0{,}05 \cdot (\cos 105 j - \sin 105 i) - \omega_5^2 \cdot 0{,}05 \cdot (\cos 105 i + \sin 105 j)$$
$$a_C = 0{,}22i - 0{,}08j - 0{,}01 \cdot \alpha_5 j - 0{,}05 \cdot \alpha_5 i + 0{,}22i - 0{,}81j$$
$$a_C = 0{,}44i - 0{,}89j - 0{,}01 \cdot \alpha_5 j - 0{,}05 \cdot \alpha_5 i$$
$$a_C = \alpha_6 \cdot O_6C \cdot (\cos 193 j - \sin 193 i) - \omega_6^2 \cdot O_6C \cdot (\cos 193 i + \sin 193 j)$$
$$a_C = 0{,}03 \cdot \alpha_6 i - 0{,}14 \cdot \alpha_6 j + 0{,}004i + 0{,}001j$$

Igualando:

$$0{,}44i - 0{,}89j - 0{,}01 \cdot \alpha_5 j - 0{,}05 \cdot \alpha_5 i = 0{,}03 \cdot \alpha_6 i - 0{,}14 \cdot \alpha_6 j + 0{,}004i + 0{,}001j$$
$$(i)\, 0{,}44 - 0{,}05 \cdot \alpha_5 = 0{,}03 \cdot \alpha_6 + 0{,}004$$
$$(j) - 0{,}89 - 0{,}01 \cdot \alpha_5 = 0{,}14 \cdot \alpha_6 + 0{,}001$$
$$\alpha_5 = 2{,}63 \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_6 = 8{,}8 \text{ rad/s}^2$$
$$a_C = 0{,}294i - 1{,}231j \text{ m/s}^2$$

Cálculo del par motor:

$$M_{O_2} \cdot \omega_2 + F_M \cdot V_B + M_R \cdot \omega_6 + F_{i4} \cdot V_{G4} + F_{i5} \cdot V_{G5} + M_{i4} \cdot \omega_4 + M_{i5} \cdot \omega_5 = 0$$
$$F_M = -k \cdot d = -200 \cdot 0{,}15 = -30i \text{ N}$$
$$M_R = -12 \text{ N}$$
$$F_{i4} = -m_4 \cdot a_{G4} = -m_4 \cdot a_B = -7 \cdot 0{,}1 = -0{,}7i \text{ N}$$
$$F_{i5} = -m_5 \cdot a_{G5} = -m_5 \cdot a_c = -3 \cdot (0{,}29i - 1{,}23j) = -0{,}88i + 3{,}69 \text{ N}$$
$$V_{G4} = V_B = 0{,}10i \text{ m/s}$$
$$V_{G5} = V_C = -0{,}03j + 0{,}06i,\ |V_C| = 0{,}07 \text{ m/s}$$

$$I_{G4} = \frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot R_4^2 = 0{,}04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$M_{i4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4 = 0{,}04k \text{ Nm}$$

$$I_{G5} = \frac{1}{2} \cdot m_5 \cdot R_5^2 = 0{,}004 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$M_{i5} = -I_{G5} \cdot \alpha_5 = -0{,}01k \text{ Nm}$$

Sustituyendo:

$$M_{O_2} \cdot (-2{,}4) + (-30i) \cdot (0{,}103i) + (-12) \cdot (0{,}17) + (-0{,}7i) \cdot (0{,}10i) +$$
$$+(-0{,}88i + 3{,}69j) \cdot (-0{,}03j + 0{,}06i) + 0{,}04 \cdot (-1{,}03) + (-0{,}01) \cdot (4{,}1) = 0$$
$$M_{O_2} = -2{,}26k \text{ Nm}$$

Cálculo del momento de inercia reducido:

$$I_{R_{O6}} = m_4 \cdot \left(\frac{V_B}{\omega_6}\right)^2 + m_5 \cdot \left(\frac{V_C}{\omega_6}\right)^2 + I_{G4} \cdot \left(\frac{\omega_4}{\omega_6}\right)^2 + I_{G5} \cdot \left(\frac{\omega_5}{\omega_6}\right)^2$$

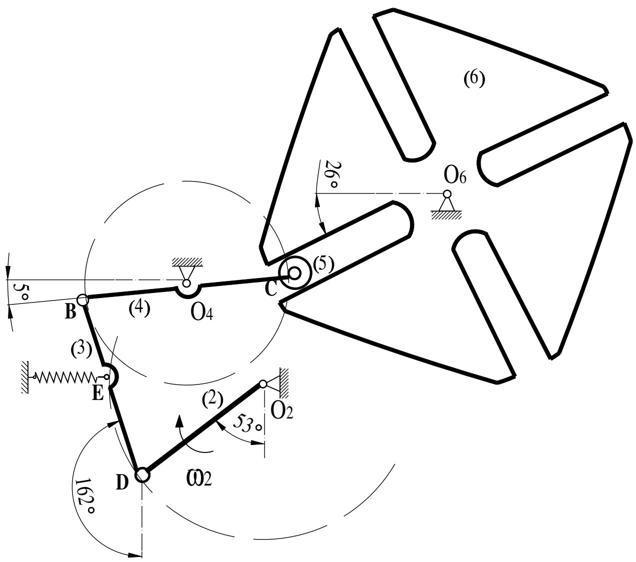
$$I_{R_{O6}} = 7 \cdot \left(\frac{0{,}10}{0{,}17}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{0{,}026}{0{,}17}\right)^2 + 0{,}035 \cdot \left(\frac{-1{,}03}{0{,}17}\right)^2 + 0{,}004 \cdot \left(\frac{4{,}1}{0{,}17}\right)^2$$

$$I_{R_{O6}} = 6{,}28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Mecanismo 26

El mecanismo mostrado en la figura está diseñado para mover una carga que es solidaria a la barra 6. El muelle se utiliza para controlar el impulso del rodillo 5. Este mecanismo trabaja en el plano horizontal y se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Detalle el procedimiento para determinar los CIR I_{51} y representalo en un dibujo.
2. La velocidad angular de la barra 3 y 4.
3. La velocidad angular de la barra 6 y la velocidad relativa en el punto C.
4. La aceleración angular de la barra 3 y 4.
5. La aceleración angular de la barra 6 y la aceleración relativa en el punto C.
6. El par resistente de la barra 6 para mantener el mecanismo en equilibrio dinámico.



Datos del problema:

$O_2D = 0{,}16$ m
$O_4B = 0{,}1$ m
$O_6C = 0{,}2$ m
$BD = 0{,}19$ m
$BC = 0{,}2$ m
$\omega_2 = -3k$ rad/s
$Mm_{O2} = 5$ Nm
$m_3 = 6$ kg
$m_4 = 8$ kg
$m_6 = 15$ kg
$F_{muelle} = 20$ N

Considerar que la barra 6 es cuadrada, $a = b = 0{,}26$ m.

Solución:

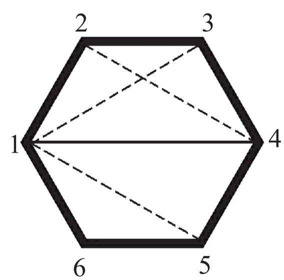
Cálculo de los grados de libertad:

$$n = 6$$
$$i = 7$$
$$s = 0$$
$$GL = 3 \cdot (6-1) - 2 \cdot 7 - 0 = 1$$

Cálculo de los CIR:

$$\text{N.º de CIR} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{6 \cdot (6-1)}{2} = 15$$

$$I_{51}: \{516\} - \{514\}$$



Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_D} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{DB}}$$
$$\omega_2 \wedge O_2D = \omega_4 \wedge O_4B + \omega_3 \wedge BD$$

donde $\theta_2 = 217°$

$$V_D = \omega_2 \cdot O_2D \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) =$$
$$= (-3) \cdot 0{,}16 \cdot (\cos 217 j - \sin 217 i) = -0{,}29i + 0{,}38j$$

donde $\theta_2 = 185°$

$$V_B = \omega_4 \cdot O_4B \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) = 0{,}01 \cdot \omega_4 i - 0{,}10 \cdot \omega_4 j$$

donde $\theta_3 = 288°$

$$V_{DB} = \omega_3 \cdot BD \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i) = 0{,}18 \cdot \omega_3 i + 0{,}06 \cdot \omega_3 j$$

Sustituyendo:

$$-0{,}29i+0{,}38j=0{,}01\cdot\omega_4 i-0{,}10\cdot\omega_4 j+0{,}18\cdot\omega_3 i+0{,}06\cdot\omega_3 j$$
$$(i)\ -0{,}29=0{,}01\cdot\omega_4+0{,}18\cdot\omega_3$$
$$(j)\,0{,}38=-0{,}10\cdot\omega_4+0{,}06\cdot\omega_3$$
$$\omega_3=-1{,}37\ \mathrm{rad/s}$$
$$\omega_4=-4{,}66\ \mathrm{rad/s}$$

donde $\theta_{C4}=5^\circ$

$$-V_B=V_{C5}=\omega_4\wedge O_4C=0{,}04i-0{,}46j$$

$$\overrightarrow{V_{C5}}=\overrightarrow{V_{C6}}+\overrightarrow{V_{C56}}$$
$$\theta_6=\theta_r=206^\circ$$
$$V_{C5}=\omega_6\cdot O_6C\cdot(\cos\theta_6 j-\sin\theta_6 i)+|V_{56}|\cdot(\cos\theta_r i+\sin\theta_r j)$$
$$V_{C5}=0{,}09\cdot\omega_6 i-0{,}18\cdot\omega_6 j+(-0{,}90\cdot|V_{56}|i-0{,}94\cdot|V_{56}|j)$$
$$(i)\,0{,}04=0{,}09\cdot\omega_6-0{,}90\cdot|V_{56}|$$
$$(j)\ -0{,}46=-0{,}18\cdot\omega_6-0{,}44\cdot|V_{56}|$$
$$\omega_6=2{,}17\ \mathrm{rad/s}$$
$$|V_6|=0{,}17\ \mathrm{m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_D}=\overrightarrow{a_B}+\overrightarrow{a_{DB}}$$
$$a_D=-\omega_2^2\cdot O_2D\cdot(\cos\theta_2 i+\sin\theta_2 j)=1{,}15i+0{,}87j$$
$$a_B=\alpha_4\cdot O_4B\cdot(\cos\theta_4 j-\sin\theta_4 i)-\omega_4^2\cdot O_4B\cdot(\cos\theta_4 i+\sin\theta_4 j)$$
$$a_B=0{,}01\cdot\alpha_4 i-0{,}1\cdot\alpha_4 j+2{,}16i+0{,}19j$$
$$a_{DB}=\alpha_3\cdot BD\cdot(\cos\theta_3 j-\sin\theta_3 i)-\omega_3^2\cdot BD\cdot(\cos\theta_3 i+\sin\theta_3 j)$$
$$a_{DB}=0{,}18\cdot\alpha_3 i-0{,}06\cdot\alpha_3 j-0{,}11i+0{,}34j$$
$$(i)\ -0{,}9=0{,}01\alpha_4+0{,}18\cdot\alpha_3$$
$$(j)\,0{,}34=-0{,}1\alpha_4+0{,}06\cdot\alpha_3$$
$$\alpha_3=-4{,}82\ \mathrm{rad/s^2}$$
$$\alpha_4=-3{,}38\ \mathrm{rad/s^2}$$
$$a_{DB}=-0{,}98i+0{,}06j\ \mathrm{m/s^2}$$
$$a_B=2{,}13i+0{,}53j\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\overrightarrow{a_{C4}}=\overrightarrow{a_{C5}}=\overrightarrow{a_{C6}}+\overrightarrow{a_{C56}}+\overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{C4}=\alpha_4\cdot O_4C\cdot(\cos\theta_4 j-\sin\theta_4 i)-\omega_4^2\cdot O_4C\cdot(\cos\theta_4 i+\sin\theta_4 j)=2{,}13i+0{,}53j$$
$$a_{C6}=\alpha_6\cdot O_6C\cdot(\cos\theta_6 j-\sin\theta_6 i)-\omega_6^2\cdot O_6C\cdot(\cos\theta_6 i+\sin\theta_6 j)=$$
$$=0{,}09\cdot\alpha_6 i-0{,}18\cdot\alpha_6 j0{,}85i+0{,}41j$$
$$a_{C56}=|a_{C56}|\cdot(\cos\theta_r i+\sin\theta_r)=-0{,}9\cdot|a_{56}|i-0{,}44\cdot a_{56}j$$
$$a_{Cor}=2\cdot\omega_6\cdot V_{56}\cdot(\cos\theta_r j-\sin\theta_r i)=0{,}32i-0{,}65j$$

$(i) -0{,}90 = 0{,}09\alpha_6 - 0{,}90 \cdot a_{56}$
$(j) \, 0{,}34 = -0{,}18\alpha_6 - 0{,}44 \cdot a_{56}$
$\alpha_6 = 2{,}92 \text{ rad/s}^2$
$a_{56} = 3{,}96 \text{ m/s}^2$

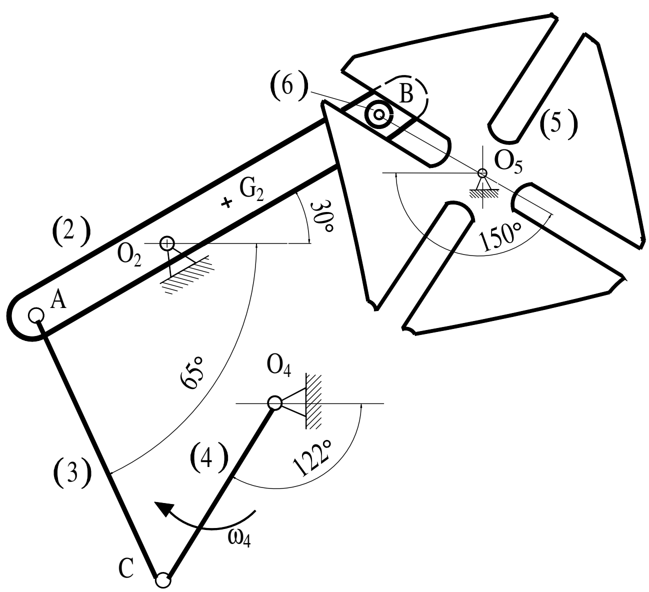
Cálculo del par resistente:

$$M_{R_{O6}} \cdot \omega_6 + F_M \cdot V_E + M_{mO_2} \cdot \omega_2 + F_{iG_3} \cdot V_{G3} + M_{iG_3} \cdot \omega_3 + M_{iG_4} \cdot \omega_4 + M_{iG_5} \cdot \omega_5 = 0$$
$$F_{iG_3} = -m_3 \cdot a_{G3} = -m_3 \cdot a_E$$
$$a_E = a_D + a_{ED}$$
$$a_E = 1{,}15i + 0{,}87j + [\alpha_3 \cdot 0{,}95 \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i) - \omega_3^2 \cdot 0{,}95 \cdot (\cos\theta_3 i + \sin\theta_3 j)]$$
$$a_E = 1{,}15i + 0{,}87j - 0{,}49i + 0{,}03j = 0{,}66i + 0{,}9j$$
$$M_{RO_6} \cdot 2{,}17 + 9{,}8 + 150 + (-0{,}93) + (-0{,}12) + (0{,}11) + (-1{,}07) = 0$$
$$M_{RO_6} = -72{,}62 \text{ Nm}$$

Mecanismo 27

El mecanismo mostrado en la figura está diseñado para trabajar en el plano horizontal. Considere que la barra 6 tiene rodadura pura para resolver los siguientes aspectos:

1. El procedimiento para determinar los CIR I_{31}, I_{65} y I_{61} y representalos en un dibujo.
2. La velocidad absoluta de la barra 2 en el punto B_2.
3. La velocidad angular de la barra 5 y la velocidad del disco 6 respecto a la cruz de malta.
4. La aceleración absoluta de la barra 2 en el punto B_2.
5. La aceleración angular de la barra 5 y la aceleración del disco 6 respecto a la cruz de malta.
6. El momento de inercia reducido para acoplar un volante en O_2.
7. El par motor para mantener el mecanismo en equilibrio dinámico.

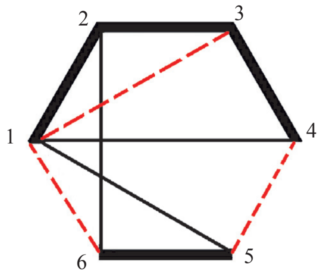


Datos del problema:

$\omega_4 = -3k$ rad/s, constante.	$AB = 2{,}4$ m
$O_2A = 0{,}9$ m	$AC = 1{,}8$ m
$O_2G_2 = 0{,}4$ m	$M_R = 10$ Nm
$O_5B = 0{,}7$ m	$m_2 = 5$ kg
$O_4C = 1{,}4$ m	$m_5 = 15$ kg
	$m_3 = m_4 = m_6 = 0$ kg

La barra 5 es maciza y sus dimensiones son $a = b = 1{,}7$ m

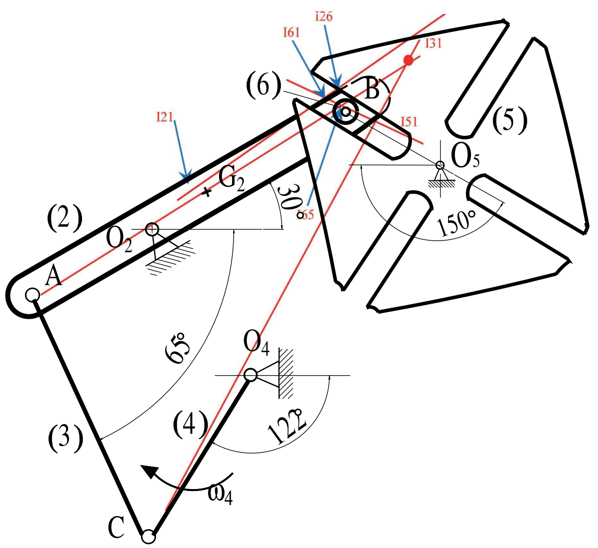
La barra 2 presenta las dimensiones $a = 0{,}5$ m y $b = 2{,}7$ m



Solución:

Cálculo de los CIR:

I_{31}: $\{312\} - \{314\}$
I_{65}: $\{punto - contacto\} - \{disco - guia\}$
I_{61}: $\{615\} - \{612\}$
Incógnitas: I_{31}, I_{65} y I_{61}



Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_{CA}}$$
$$\omega_4 \cdot O_4C \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) =$$
$$= \omega_2 \cdot O_2A \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) + \omega_3 \cdot AC \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$
$$\theta_4 = 238°\text{: } \sin\theta_4 = -0{,}85,\ \cos\theta_4 = -0{,}53$$
$$\theta_2 = 210°\text{: } \sin\theta_2 = -0{,}5,\ \cos\theta_2 = -0{,}87$$
$$\theta_3 = 295°\text{: } \sin\theta_3 = -0{,}90,\ \cos\theta_3 = 0{,}42$$
$$2{,}23j - 3{,}57i = -0{,}78 \cdot \omega_2 j + 0{,}45 \cdot \omega_2 i + 0{,}76 \cdot \omega_3 j + 1{,}62 \cdot \omega_3 i$$
$$(i)\ -3{,}37 = 0{,}45 \cdot \omega_2 + 1{,}64 \cdot \omega_3$$
$$(j)\ 2{,}23 = -0{,}78 \cdot \omega_2 + 0{,}76 \cdot \omega_3$$
$$\omega_2 = -3{,}78 \text{ rad/s}$$
$$\omega_3 = -1{,}15 \text{ rad/s}$$

$$V_{B2} = \omega_2 \cdot O_2B_2 \cdot (\cos\theta_B j - \sin\theta_B i)$$
$$\theta_B = 30°\text{: } \sin\theta_B = 0{,}5,\ \cos\theta_B = 0{,}87$$
$$O_2B_2 = AB - O_2A = 1{,}5\ \text{m}$$
$$V_{B2} = -4{,}93 j + 2{,}84 i$$
$$|V_{B2}| = 5{,}67$$

$$\overrightarrow{V_{B2}} = \overrightarrow{V_{B6}} = \overrightarrow{V_{B5}} + \overrightarrow{V_{B56}}$$
$$V_{B5} = \omega_5 \cdot O_5B \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i)$$
$$\theta_5 = 150°\text{: } \sin\theta_5 = 0{,}5,\ \cos\theta_5 = -0{,}87$$
$$V_{B5} = -0{,}61 \cdot \omega_5 j - 0{,}35 \cdot \omega_5 i$$
$$V_{B65} = |V_{B56}| \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j)$$
$$\theta_{rel} = 330°\text{: } \sin\theta_{rel} = -0{,}5,\ \cos\theta_{rel} = 0{,}87$$
$$V_{B65} = 0{,}87 \cdot V_{B56} i - 0{,}5 \cdot V_{B56} j$$

Sustituyendo:

$$-4{,}93 j + 2{,}84 i = -0{,}61 \cdot \omega_5 j - 0{,}35 \cdot \omega_5 i + 0{,}87 \cdot V_{B56} i - 0{,}5 \cdot V_{B56} j$$
$$(i)\ 1{,}95 = -0{,}35 \cdot \omega_5 - 0{,}5 \cdot V_{B56}$$
$$(j)\ -3{,}38 = -0{,}61 \cdot \omega_5 + 0{,}87 \cdot V_{B56}$$
$$|V_{B56}| = 4{,}77\ \text{m/s}$$
$$\omega_5 = 3{,}97\ \text{rad/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_C} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{CA}}$$
$$a_C = -\omega_4^2 \cdot O_4C \cdot (\cos\theta_4 i + \sin\theta_4 j) = 6{,}68 i + 10{,}68 j$$
$$a_A = \alpha_2 \cdot O_2A \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) - \omega_2^2 \cdot O_2A \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)$$
$$a_C = -0{,}78 \cdot \alpha_2 j + 0{,}45 \cdot \alpha_2 i + 11{,}13 i + 6{,}43 j$$
$$a_{CA} = \alpha_3 \cdot AC \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i) - \omega_3^2 \cdot AC \cdot (\cos\theta_3 i + \sin\theta_3 j) =$$
$$= 0{,}76 \cdot \alpha_3 j + 1{,}64 \cdot \alpha_3 i - 1 i + 2,15 j$$

Sustituyendo:

$$6{,}68 i + 10{,}68 j = -0{,}78 \cdot \alpha_2 j + 0{,}45 \cdot \alpha_2 i + 11{,}13 i + 6{,}43 j +$$
$$+ 0{,}76 \cdot \alpha_3 j + 1{,}64 \cdot \alpha_3 i - 1 i + 2{,}15 j$$
$$(i)\ -3{,}45 = 0{,}45 \cdot \alpha_2 + 1{,}64 \cdot \alpha_3$$
$$(j)\ 2{,}1 = -0{,}78 \cdot \alpha_2 + 0{,}76 \cdot \alpha_3$$
$$\alpha_2 = -3{,}73\ \text{rad/s}^2$$
$$\alpha_3 = -1{,}08\ \text{rad/s}^2$$

$$\overrightarrow{a_{B2}} = \overrightarrow{a_{B6}} = \overrightarrow{a_{B5}} + \overrightarrow{a_{B65}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{B2} = \alpha_2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_B j - \sin\theta_B i) - \omega_2^2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_B i + \sin\theta_B j) = -21{,}38 i - 15{,}6 j$$
$$a_{B5} = \alpha_5 \cdot O_5B \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) - \omega_5^2 \cdot O_5B \cdot (\cos\theta_5 i + \sin\theta_5 j)$$
$$a_{B5} = -0{,}61 \cdot \alpha_5 j - 0{,}35 \cdot \alpha_5 i + 9{,}46 i - 5{,}46 j$$
$$a_{B65} = |a_{B65}| \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j)$$

donde $\theta_{rel} = 330^\circ$

$$a_{B65} = 0{,}87 \cdot a_{65} i - 0{,}5 \cdot a_{65} j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_5 \cdot V_{65} \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i) = 32{,}63 j + 18{,}84 i$$

Sustituyendo:

$$-21{,}38i - 15{,}6j = -0{,}61 \cdot \alpha_5 j - 0{,}35 \cdot \alpha_5 i + 9{,}46i - 5{,}46j + 0{,}87 \cdot a_{65} i - 0{,}5 \cdot a_{65} j +$$
$$+32{,}63j + 18{,}84i$$
$$(i)\ -49{,}68 = -0{,}35 \cdot \alpha_5 + 0{,}87 \cdot a_{65}$$
$$(j)\ -42{,}77 = -0{,}61 \cdot \alpha_5 - 0{,}5 \cdot a_{65}$$
$$a_{65} = -23{,}64\ \mathrm{m/s^2}$$
$$\alpha_5 = 83{,}64\ \mathrm{rad/s^2}$$

Cálculo del momento inercia reducido:

$$I_{RO_2} \cdot \omega_2 = m_2 \cdot V_{G2}^2 + I_{G2} \cdot \omega_2^2 + I_{G5} \cdot \omega_5^2$$
$$V_{G2} = \omega_2 \cdot O_2G_2 \cdot (\cos\theta_{G2} j - \sin\theta_{G2} i) = 1{,}31j - 0{,}76i$$
$$|V_{G2}| = 1{,}51\ \mathrm{m/s}$$

$$I_{G2} = \frac{m_2}{12} \cdot (a^2 + b^2) = \frac{5}{12} \cdot (0{,}5^2 + 2{,}7^2) = 3{,}14\ \mathrm{kg\ m^2}$$

$$I_{G5} = \frac{m_5}{12} \cdot (a^2 + b^2) = \frac{15}{12} \cdot (1{,}7^2 + 1{,}7^2) = 7{,}22\ \mathrm{kg\ m^2}$$

$$I_{RO_2} \cdot \omega_2 = 5 \cdot 1{,}51 + 3{,}14 \cdot 14{,}29 + 7{,}22 \cdot 15{,}76 = 0$$
$$I_{RO_2} = 43{,}97\ \mathrm{kg\ m^2}$$

Cálculo del par motor:

$$M_{mO_2} \cdot \omega_2 + M_R \cdot \omega_5 + F_{iG2} \cdot V_{G2} + M_{iG2} \cdot \omega_2 + M_{iG5} \cdot \omega_5 = 0$$
$$M_R = -10k\ \mathrm{Nm}$$
$$F_{iG2} = -m_2 \cdot a_{G2}$$
$$a_{G2} = \alpha_2 \cdot O_2G_2 \cdot (\cos\theta_{G2} j - \sin\theta_{G2} i) - \omega_2^2 \cdot O_2G_2 \cdot (\cos\theta_{G2} i + \sin\theta_{G2} j) =$$
$$= -4{,}15j - 4{,}2i$$
$$F_{iG2} = 21i + 20{,}75j\ \mathrm{N}$$
$$M_{iG_2} = -I_{G2} \cdot \alpha_2 = 11{,}71k\ \mathrm{Nm}$$
$$M_{iG_5} = -I_{G5} \cdot \alpha_5 = -603{,}88k\ \mathrm{Nm}$$

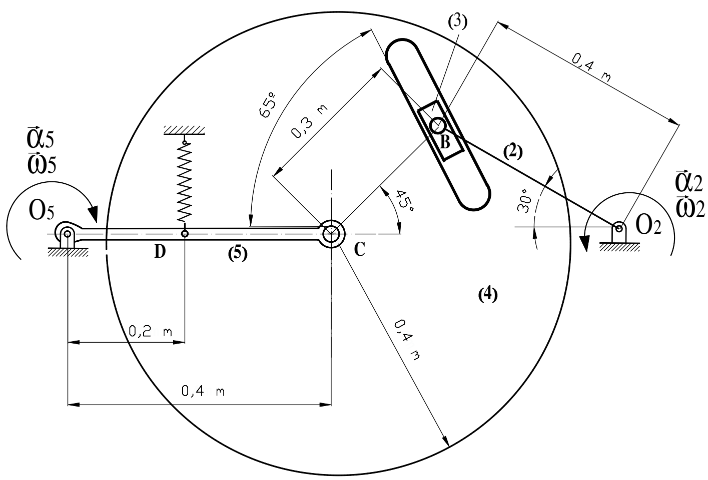
Sustituyendo:

$$M_{mO_2} \cdot -3{,}78 + (-10) \cdot 3{,}97 + (21i + 20{,}75j) \cdot (1{,}31j - 0{,}76i) + (11{,}71) \cdot (-3{,}78) +$$
$$+(-603{,}88) \cdot 3{,}95 = 0$$
$$M_{mO_2} = 650{,}28\ \mathrm{Nm}$$

Mecanismo 28

El mecanismo de la siguiente figura está diseñado para trabajar en posición horizontal. Se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Velocidad absoluta en la barra 4.
2. Velocidad relativa de la barra 3 respecto a la barra 4.
3. Aceleración angular en la barra 4.
4. Aceleración relativa de la barra 3 respecto a la barra 4.



Datos del problema:

$$\omega_2 = 3k \text{ rad/s}$$
$$\omega_5 = -2k \text{ rad/s}$$
$$\alpha_2 = 5k \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_4 = 25k \text{ rad/s}^2$$
$$\alpha_5 = -3{,}3k \text{ rad/s}^2$$

Solución:

Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_{B3}} = \overrightarrow{V_{B4}} + \overrightarrow{V_{34}}$$
$$\overrightarrow{V_{B3}} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2B}$$
$$V_{B3} = \omega_3 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i)$$
$$\theta_2 = 150^\circ$$
$$V_{B3} = -1{,}03j - 0{,}6i$$
$$|V_{B3}| = 1{,}19$$

$$V_{34} = |V_{34}| \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j)$$
$$V_{34} = 0{,}42 \cdot V_{34} i - 0{,}91 \cdot V_{34} j$$
$$\overrightarrow{V_{B4}} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{BC}}$$
$$V_C = \omega_5 \cdot O_5C \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i)$$
$$\theta_5 = 0^\circ$$
$$V_C = -0{,}8 j$$
$$V_{B4} = -0{,}8 j + \omega_4 \wedge CB$$
$$V_{B4} = -0{,}8 j - 0{,}21 \cdot \omega_4 i + 0{,}21 \cdot \omega_4 j$$

Sustituyendo:

$$-1{,}03 j - 0{,}6 i = -0{,}8 j - 0{,}21 \cdot \omega_4 i + 0{,}21 \cdot \omega_4 j + 0{,}42 \cdot V_{34} i - 0{,}91 \cdot V_{34} j$$
$$(i)\ -0{,}6 = -0{,}21 \cdot \omega_4 + 0{,}42 \cdot \cdot V_{34}$$
$$(j)\ -0{,}23 = 0{,}21 \cdot \omega_4 - 0{,}91 \cdot V_{34}$$
$$|V_{34}| = 1{,}68 \text{ m/s}$$
$$\omega_4 = 6{,}24 \text{ rad/s}$$
$$V_{B4} = -1{,}31 i + 0{,}51 j$$
$$V_{BC} = -1{,}31 i + 1{,}31 j$$
$$V_{B34} = 0{,}71 i - 1{,}54 j$$
$$|I_{41C}| = |\frac{V_C}{\omega_4}| = 0{,}13 \text{ mm}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{B3}} = \overrightarrow{a_{B4}} + \overrightarrow{a_{B34}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{B3} = \alpha_2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) - \omega_2^2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j) = 2{,}06 i - 3{,}54 j$$
$$\overrightarrow{a_{B4}} = \overrightarrow{a_C} + \overrightarrow{a_{BC}}$$
$$a_C = \alpha_5 \wedge O_5B - \omega_5^2 \cdot O_5C$$
$$a_C = \alpha_5 \cdot O_5B \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) - \omega_5^2 \cdot O_5B \cdot (\cos\theta_5 i + \sin\theta_5 j)$$
$$a_C = (-3{,}3) \cdot (0{,}4) j - 4 \cdot 0{,}4 i = -1{,}6 i - 1{,}32 j \text{ m/s}^2$$
$$a_{BC} = \alpha_4 \wedge CB - \omega_4^2 \cdot CB$$
$$a_{BC} = \alpha_4 \cdot CB \cdot (\cos\theta_4 j - \sin\theta_4 i) - \omega_4^2 \cdot CB \cdot (\cos\theta_4 i + \sin\theta_4 j)$$
$$a_{BC} = -0{,}21 \cdot \alpha_4 i + 0{,}21 \cdot \alpha_4 j - 8{,}18 i - 8{,}18 j$$
$$a_{B34} = |a_{B34}| \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i)$$
$$a_{B34} = 0{,}42 \cdot a_{B34} i - 0{,}91 \cdot a_{34} j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_4 \cdot V_{B34} \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i)$$
$$a_{Cor} = 19{,}2 i + 8{,}9 j$$

Sustituyendo:

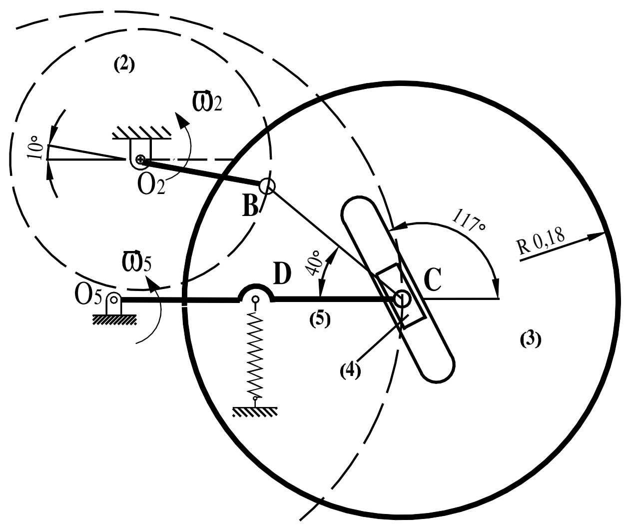
$$2{,}06 i - 3{,}54 j = -1{,}6 i - 1{,}32 j - 0{,}21 \cdot \alpha_4 i + 0{,}21 \cdot \alpha_4 j - 8{,}18 i - 8{,}18 j +$$
$$+ 0{,}42 \cdot a_{B34} i - 0{,}91 \cdot a_{34} j + 19{,}2 i + 8{,}9 j$$

$$(i)\ -7{,}36 = -0{,}21 \cdot \alpha_4 + 0{,}42 \cdot a_{B34}$$
$$(j)\ -2{,}94 = 0{,}21 \cdot \alpha_4 - 0{,}91 \cdot a_{B34}$$
$$|a_{B34}| = 21{,}02\ \mathrm{m/s^2}$$
$$\alpha_4 = 77{,}1\ \mathrm{rad/s^2}$$
$$a_{B4} = -25{,}97i + 6{,}69j\ \mathrm{m/s^2}$$
$$a_{B3} = 2{,}06i - 3{,}54j\ \mathrm{m/s^2}$$
$$a_{B34} = 8{,}8i - 19{,}1j\ \mathrm{m/s^2}$$
$$a_C = -1{,}6i - 1{,}32j\ \mathrm{m/s^2}$$

Mecanismo 29

El mecanismo de la siguiente figura está diseñado para mover una carga que es solidaria a la barra 3, el material de ambas piezas es de acero. Se desea que dicha carga gire 90° aproximadamente. En este instante el muelle está alargado 0,02 m. El mecanismo trabaja en el plano horizontal y se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Velocidad absoluta de la barra 3 en el punto B y de la barra 5 en el punto C.
2. Velocidad angular de la barra 3 y la velocidad del dado 4 respecto a la guía.
3. Velocidad absoluta del punto C correspondiente a la barra 3.
4. Aceleración absoluta de la barra 3 en el punto B y la barra 5 en el punto C.
5. Aceleración angular de la barra 3 y aceleración del dado 4 respecto a la guía.
6. Aceleración absoluta del punto C correspondiente a la barra 3.
7. Par resistente en la barra 3 para mantener el mecanismo en el equilibrio dinámico.
8. Momento de inercia reducido al eje O_2.
9. Grado de irregularidad y ancho del volante a situar en la barra 2.



Datos del problema:

$O_2B = 0{,}11$ m
$BC = 0{,}14$ m
$O_5D = 0{,}13$ m
$O_5C = 0{,}26$ m
$\omega_2 = 2$ rad/s, constante
$\omega_5 = 1$ rad/s, constante
$M_{mO_2} = 5$ Nm, constante

M_{mO_5} se desprecia
$k_{muelle} = 3.200 \text{ N/m}$
$m_3 = 15 \text{ kg}$
$m_4 = 1 \text{ kg}$
$R_v = O_2B$

Barra 3 es maciza.

Las dimensiones de la barra 4 son $a = 0{,}03$ m y $b = 0{,}06$ m.

Solución:

Cálculo de las velocidades:

donde, $\theta_2 = 350°$

$$V_{B2} = \omega_2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_2 j - \sin\theta_2 i) = 0{,}04i + 0{,}22j$$

donde $\theta_5 = 0°$

$$V_{C5} = \omega_5 \cdot O_5C \cdot (\cos\theta_5 j - \sin\theta_5 i) = 0{,}26j$$
$$V_{C5} = V_{C4} = 0{,}26j$$
$$V_D = 0{,}13j$$

$$\overrightarrow{V_{C4}} = \overrightarrow{V_{C3}} + \overrightarrow{V_{C43}}$$
$$\overrightarrow{V_{C3}} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_{CB}}$$
$$V_{C3} = 0{,}04i + 0{,}22j + \omega_3 \cdot BC \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i)$$

donde $\theta_3 = 320°$

$$V_{C3} = 0{,}04i + 0{,}22j + 0{,}09 \cdot \omega_3 i + 0{,}11 \cdot \omega_3 j$$
$$V_{C43} = |V_{C43}| \cdot (\cos\theta_{rel} i + \sin\theta_{rel} j)$$

donde $\theta_{rel} = 117°$

$$V_{C43} = -0{,}45 \cdot |V_{C43}| i + 0{,}89 \cdot |V_{C43}| j$$

Sustituyendo:

$$0{,}26j = 0{,}04i + 0{,}22j + 0{,}09 \cdot \omega_3 i + 0{,}11 \cdot \omega_3 j - 0{,}45 \cdot V_{43} i + 0{,}89 \cdot V_{43} j$$
$$(i)\ -0{,}04 = 0{,}09 \cdot \omega_3 - 0{,}45 \cdot V_{43}$$
$$(j)\ 0{,}04 = 0{,}11 \cdot \omega_3 + 0{,}89 \cdot V_{43}$$
$$\omega_3 = -0{,}14 \text{ rad/s}$$
$$|V_{43}| = 0{,}06 \text{ m/s}$$
$$|V_{C3}| = 0{,}2 \text{ m/s}$$

$$V_{C3} = 0{,}03i + 0{,}20j \text{ m/s}$$
$$V_{43} = -0{,}03i + 0{,}05j \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{C4}} = \overrightarrow{a_{C3}} + \overrightarrow{a_{C43}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{C5} = a_{C4} = -\omega_5^2 \cdot O_5C \cdot (\cos\theta_5 i + \sin\theta_5 j) = -0{,}26i$$
$$\overrightarrow{a_{C3}} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{CB}}$$
$$a_B = -\omega_2^2 \cdot O_2B \cdot (\cos\theta_2 i + \sin\theta_2 j)$$
$$a_{CB} = \alpha_3 \cdot BC \cdot (\cos\theta_3 j - \sin\theta_3 i) - \omega_3^2 \cdot BC \cdot (\cos\theta_3 i + \sin\theta_3 j)$$
$$a_{C3} = 0{,}09 \cdot \alpha_3 i + 0{,}11 \cdot \alpha_3 j - 0{,}43i + 0{,}08j$$
$$a_{C43} = 0{,}45 \cdot |a_{43}| i - 0{,}89 \cdot |a_{43}| j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_3 \cdot |V_{43}| \cdot (\cos\theta_{rel} j - \sin\theta_{rel} i) = -0{,}02i - 0{,}01j$$

Sustituyendo:

$$-0{,}26i = 0{,}09 \cdot \alpha_3 i + 0{,}11 \cdot \alpha_3 j - 0{,}43i + 0{,}08j - 0{,}45 \cdot |a_{43}| i + 0{,}89 \cdot |a_{43}| j -$$
$$-0{,}02i - 0{,}01j$$
$$(i)\, 0{,}18 = 0{,}09 \cdot \alpha_3 + 0{,}45 \cdot a_{43}$$
$$(j)\, 0{,}09 = 0{,}11 \cdot \alpha_3 - 0{,}89 \cdot a_{43}$$
$$\alpha_3 = 1{,}54 \text{ rad/s}^2$$
$$|a_{43}| = 0{,}09 \text{ m/s}^2$$
$$a_{43} = 0{,}04i - 0{,}08j \text{ m/s}^2$$
$$a_{C3} = 0{,}29i + 0{,}25j \text{ m/s}^2$$

Cálculo del par motor:

$$M_R \cdot \omega_3 + M_m \cdot \omega_2 + F_M \cdot V_D + F_{iG3} \cdot V_{G3} + F_{iG4} \cdot V_{G4} + M_{iG3} \cdot \omega_3 + M_{iG4} \cdot \omega_4 = 0$$

Recuerde que $\omega_4 \approx \omega_3$ y $\alpha_4 \approx \alpha_3$

$$F_M = -k \cdot d = (-3.200) \cdot 0{,}02j = -64j \text{ N}$$
$$F_{iG3} = -m_3 \cdot a_{G3} = -m_3 \cdot a_{C3} = -15 \cdot (0{,}29i + 0{,}25j) = 4{,}35i - 5{,}25j \text{ N}$$
$$F_{iG4} = -m_4 \cdot a_{G4} = -m_4 \cdot a_{C4} = -1 \cdot (-0{,}26i) = 0{,}26i \text{ N}$$
$$V_{G3} = V_{C3} = 0{,}03i + 0{,}20j,\ \ |V_{G3}| = 0{,}20 \text{ m/s}$$
$$V_{G4} = V_{C4} = 0{,}26j,\ \ |V_{G4}| = 0{,}26 \text{ m/s}$$
$$\omega_4 = \omega_3$$
$$\alpha_4 = \alpha_3$$
$$M_{iG3} = -I_{G3} \cdot \alpha_3 = -\frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot R^2 \cdot \alpha_3 = -0{,}37 \text{ Nm}$$
$$M_{iG4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4 = -\frac{1}{12} \cdot m_4 \cdot (a^2 + b^2) \cdot \alpha_4 = -0{,}01 \text{ Nm}$$

Sustituyendo:

$$M_R \cdot (-0{,}14) + 5k \cdot 2k + (-64j) \cdot (0{,}13j) + (4{,}35i - 5{,}25j) \cdot (0{,}03i + 0{,}2j) +$$
$$+ (0{,}26i) \cdot (0{,}26j) + (-0{,}37)k \cdot (-0{,}14)k + (-0{,}01)k \cdot (-0{,}14)k = 0$$
$$M_R = 6{,}29k \text{ Nm}$$

Cálculo del momento de inercia:

$$I_{RO_2} \cdot \omega_2^2 = m_3 \cdot V_{G3}^2 + m_4 \cdot V_{G4}^2 + I_{G3} \cdot \omega_3^2 + I_{G4} \cdot \omega_4^2$$
$$I_{RO_2} \cdot 4 = 15 \cdot 0{,}2^2 + 1 \cdot 0{,}26^2 + 0{,}24 \cdot (-0{,}14)^2 + 0{,}0045 \cdot 0{,}14^2$$
$$I_{RO_2} = 0{,}17 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Volante de inercia de acero:

Como datos disponemos: $\rho = 7.800 \text{ kg/m}^3$ y $R_v = 0{,}1$ m

$$I_v = \frac{m \cdot R_v^2}{2}$$

$$m = \frac{2 \cdot I_v}{R_v^2}$$

$$V \cdot \rho = m$$

$$\pi \cdot R_v^2 \cdot h \cdot \rho = \frac{2 \cdot I_v}{R_v^2}$$

$$h = \frac{2 \cdot I_v}{\rho \cdot \pi \cdot R_v^4}$$

donde $I_v = I_{RO_2} = 0{,}17 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$h = \frac{2 \cdot 0{,}17}{7800 \cdot \pi \cdot 0{,}11^4} = 0{,}09 \text{ m}$$

Cálculo del ancho del volante y el grado de irregularidad:

$$\delta = \frac{\Delta E_{Cv}}{I_v \cdot \omega_{med}^2}$$

Para calcular M_R, se comprueba que el área del par resistente es igual al área del par motor.

$$A_{M_R} = A_{Mm} = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$$

$$A_{M_R} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x$$

Igualando ambos términos:

$$10\pi = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot M_R$$

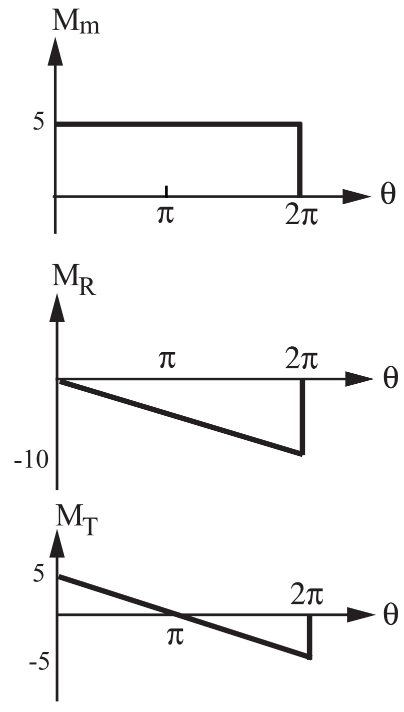
$$M_R = 10 \text{ Nm}$$

Considerando que ΔE_{Cv} es igual a A_{M_T}, entonces:

$$\Delta E_{Cv} = A_{M_T} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5 = 7{,}85$$

$$\omega_{med} = 8 \text{ rad/s}$$

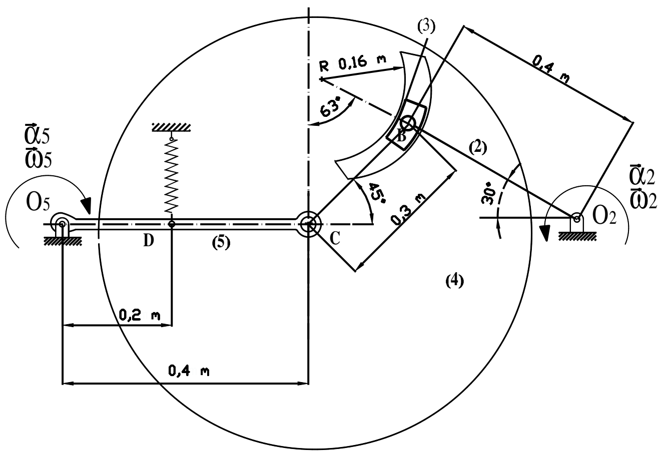
$$\delta = \frac{\Delta E_{Cv}}{I_v \cdot \omega_{med}^2} = \frac{7{,}85}{0{,}17 \cdot 8^2} = 0{,}72$$



Mecanismo 30

El mecanismo de la siguiente figura está diseñado para trabajar en posición horizontal. Se pide resolver los siguientes aspectos:

1. Velocidad angular en la barra 4 y velocidad relativa en el punto B.
2. Aceleración angular en la barra 4 y aceleración relativa en el punto B.
3. Las ecuaciones que permiten establecer el equilibrio dinámico en el mecanismo.
4. La fuerza que debe hacer el muelle para disponer de equilibrio dinámico.
5. La ecuaciones que definen el principio de reducción del mecanismo.
6. El momento de inercia reducido en O_2.
7. El grado de irregularidad, suponiendo que el par resistente debido a la acción del muelle se comporta variable según la gráfica siguiente. El valor medio de la velocidad angular de la barra 2 es $\omega_{med} = 3{,}5$ rad/s.



Datos del problema:

$\omega_2 = 5k$ rad/s
$\omega_5 = -3k$ rad/s
$\alpha_2 = 5k$ rad/s^2
$\alpha_5 = -3{,}3k$ rad/s^2
$M_m = 3$ Nm
$m_3 = 8$ kg
$m_4 = 18$ kg
$m_5 = 10$ kg
$R_4 = 0{,}34$ m

Las dimensiones del dado son $0{,}01 \cdot 0{,}01$ m

Solución:

Cálculo de las velocidades:

$$\overrightarrow{V_C} = \overrightarrow{\omega_5} \wedge \overrightarrow{O_5C}$$
$$V_C = \omega_5 \cdot O_5C \cdot (\cos 0 j - \sin 0 i) = -1{,}2 j$$
$$V_D = \frac{1}{2} \cdot V_C = -0{,}6 j$$
$$\overrightarrow{V_{B3}} = \overrightarrow{\omega_2} \wedge \overrightarrow{O_2B}$$
$$V_{B3} = \omega_2 \cdot O_2B \cdot (\cos 150 j - \sin 150 i) = -1i - 1{,}7 j$$
$$V_{G3} = |V_{B3}| = 1{,}97$$
$$\overrightarrow{V_{B3}} = \overrightarrow{V_{B4}} + \overrightarrow{V_{34}}$$
$$\overrightarrow{V_{B4}} = \overrightarrow{V_C} + \overrightarrow{V_{BC}}$$
$$V_{B4} = -1{,}2 j + \omega_4 \cdot CB \cdot (\cos 45 j - \sin 45 i) = -1{,}2i + (0{,}21 \cdot \omega_4 j - 0{,}21 \cdot \omega_4 i)$$

donde $\theta_{rel} = 243°$

$$V_{34} = |V_{34}| \cdot (\cos\theta_{rel} + \sin\theta_{rel}) = |V_{34}| \cdot (-0{,}45i - 0{,}89 j)$$

Sustituyendo:

$$-1i - 1{,}7 j = -1{,}2i + 0{,}21 \cdot \omega_4 j - 0{,}21 \cdot \omega_4 i - 0{,}45 \cdot |V_{34}| i - 0{,}89 \cdot |V_{34}| j$$
$$(i) \; -1 = -0{,}21 \cdot \omega_4 - 0{,}45 \cdot V_{34}$$
$$(j) \; -1{,}7 = 0{,}21 \cdot \omega_4 - 0{,}89 \cdot V_{34}$$
$$\omega_4 = 0{,}45 \text{ rad/s}$$
$$|V_{34}| = 2{,}01 \text{ m/s}$$
$$V_{B4} = -1{,}29i + 0{,}09 j \text{ m/s}$$
$$V_{BC} = -1{,}29i + 1{,}29 j \text{ m/s}$$
$$V_{34} = -0{,}90i - 1{,}79 j \text{ m/s}$$

Cálculo de las aceleraciones:

$$\overrightarrow{a_{B3}} = \overrightarrow{a_{B4}} + \overrightarrow{a_{B34}} + \overrightarrow{a_{Cor}}$$
$$a_{B3} = \alpha_2 \wedge O_2B - \omega_2^2 \cdot O_2B \cdot (\cos 150 j - \sin 150 i)$$
$$a_{B3} = -0{,}8 j - 1{,}39i + 8{,}66i - 5 j = 7{,}9i - 6{,}4 j$$
$$\overrightarrow{a_{B4}} = \overrightarrow{a_C} + \overrightarrow{a_{BC}}$$
$$a_C = \alpha_5 \wedge O_5C - \omega_2^2 \cdot O_5C \cdot (\cos 0 j - \sin 0 i) = -0{,}8 j - 3{,}6i$$
$$a_D = 0{,}4 j - 1{,}8i$$
$$a_{B4} = -0{,}8 j - 3{,}6i - \omega_4^2 \cdot CB \cdot (\cos 45 i + \sin 45 j) + \alpha_4 \cdot CB \cdot (\cos 45 j - \sin 45 i)$$
$$a_{B4} = -0{,}8 j - 3{,}6i - 1{,}1i - 1{,}1 j + 0{,}21 j \cdot \alpha_4 - 0{,}21 i \cdot \alpha_4 =$$
$$= -4{,}7i - 1{,}9 j + 0{,}21 j \cdot \alpha_4 - 0{,}21 i \cdot \alpha_4$$

$$a_{B34} = |a_{34}^T| \cdot (\cos\theta_{rel} + \sin\theta_{rel}) + |\frac{V_{34}^2}{2}| \cdot (\cos\theta_{rel} + \sin\theta_{rel})$$

$$a_{B34} = -0{,}45i \cdot a_{34}^T - 0{,}89j \cdot a_{34}^T - 7{,}2i + 3{,}7j$$
$$a_{Cor} = 2 \cdot \omega_4 \wedge V_{34} = 2{,}35i + 4{,}62j$$

Sustituyendo:

$$7{,}9i - 6{,}4j = -4{,}7i - 1{,}9j + 0{,}21j \cdot \alpha_4 - 0{,}21i \cdot \alpha_4 - 0{,}45 \cdot a_{34}^T i -$$
$$-0{,}89 \cdot a_{34}^T j - 7{,}2i + 3{,}7j + 2{,}35i + 4{,}62j$$
$$(i)\, 7{,}9 + 4{,}7 + 7{,}2 - 2{,}35 = -0{,}21 \cdot \alpha_4 - 0{,}45 \cdot a_{34}^T$$
$$(j)\, -6{,}4 + 1{,}9 - 3{,}7 - 4{,}62 = 0{,}21 \cdot \alpha_4 - 0{,}89 \cdot a_{34}^T$$
$$\alpha_4 = -75{,}70 \text{ rad/s}^2$$
$$a_{34}^T = -3{,}45 \text{ m/s}^2$$
$$a_{34}^T = 1{,}55i + 3{,}07j \text{ m/s}^2$$
$$a_{B34} = -5{,}65i + 6{,}67j \text{ m/s}^2$$

Cálculo de fuerza para disponer de equilibrio dinámico:

$$M_m \cdot \omega_2 + F_M \cdot V_D + F_{iG3} \cdot V_{G3} + F_{iG4} \cdot V_{G4} + F_{iG5} \cdot V_{G5} + M_{iG3} \cdot \omega_3 + M_{iG4} \cdot \omega_4 +$$
$$+ M_{iG5} \cdot \omega_5 = 0$$
$$V_D = -0{,}6j \text{ m/s}$$
$$V_{G5} = -0{,}4j \text{ m/s}$$
$$V_{G3} = -1i - 1{,}7j \text{ m/s}$$
$$V_{G4} = -0{,}8j \text{ m/s}$$
$$F_{iG5} = -m_5 \cdot a_{G5} = -m_5 \cdot a_D = -31{,}44i + 25{,}54j \text{ N}$$
$$F_{iG3} = -m_3 \cdot a_{G3} = -m_3 \cdot a_{B3} = 18i + 4j \text{ N}$$
$$F_{iG5} \cdot V_{G5} = -11{,}5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$F_{iG3} \cdot V_{G3} = -7{,}68 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$F_{iG4} \cdot V_{G4} = -1{,}6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$M_{iG3} = -I_{G3} \cdot \alpha_4 = -\frac{1}{12} \cdot m_3 \cdot (a^2 + b^2) \cdot \alpha_4 = 0{,}01 \text{ Nm}$$

$$M_{iG4} = -I_{G4} \cdot \alpha_4 = -\frac{1}{2} \cdot m_4 \cdot R_4^2 \cdot \alpha_4 = 78{,}75 \text{ Nm}$$

$$M_{iG5} = -I_{G5} \cdot \alpha_5 = -\frac{1}{12} \cdot m_5 \cdot (O_5C)^2 \cdot \alpha_5 = 0{,}44 \text{ Nm}$$

$$M_{iG3} \cdot \omega_3 = 0{,}0045$$
$$M_{iG4} \cdot \omega_4 = 35{,}43$$
$$M_{iG5} \cdot \omega_5 = -1{,}32$$

Sustituyendo:

$$3 \cdot 5 + F_M \cdot (-0{,}6) + (-7{,}68) + (-1{,}6) + (-11{,}5) + 0{,}0045 + 35{,}43 + (-1{,}32) = 0$$

$$|F_M| = \frac{28{,}33}{0{,}6} = 47{,}21\, j\ \mathrm{N}$$

Cálculo del momento de inercia:

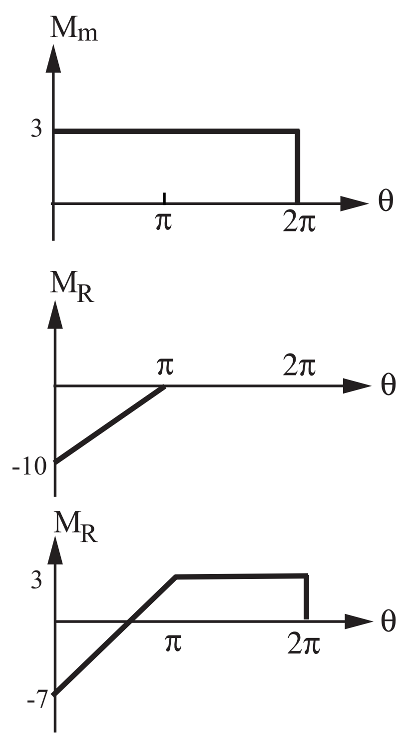
$$I_{RO_2} \cdot \omega_2^2 = m_3 \cdot V_{G3}^2 + m_4 \cdot V_{G4}^2 + m_5 \cdot V_{G5}^2 + I_{G3} \cdot \omega_3^2 + I_{G4} \cdot \omega_4^2 + I_{G5} \cdot \omega_5^2$$
$$I_{RO_2} \cdot 25 = 31{,}12 + 11{,}52 + 1{,}6 + 2{,}67 \cdot 10^{-5} + 0{,}21 + 1{,}2$$
$$I_{RO_2} = 1{,}83\ \mathrm{kg \cdot m^2}$$

Cálculo del grado de irregularidad:

$$\delta = \frac{\Delta E_{Cv}}{I_v \cdot \omega_{med}^2}$$

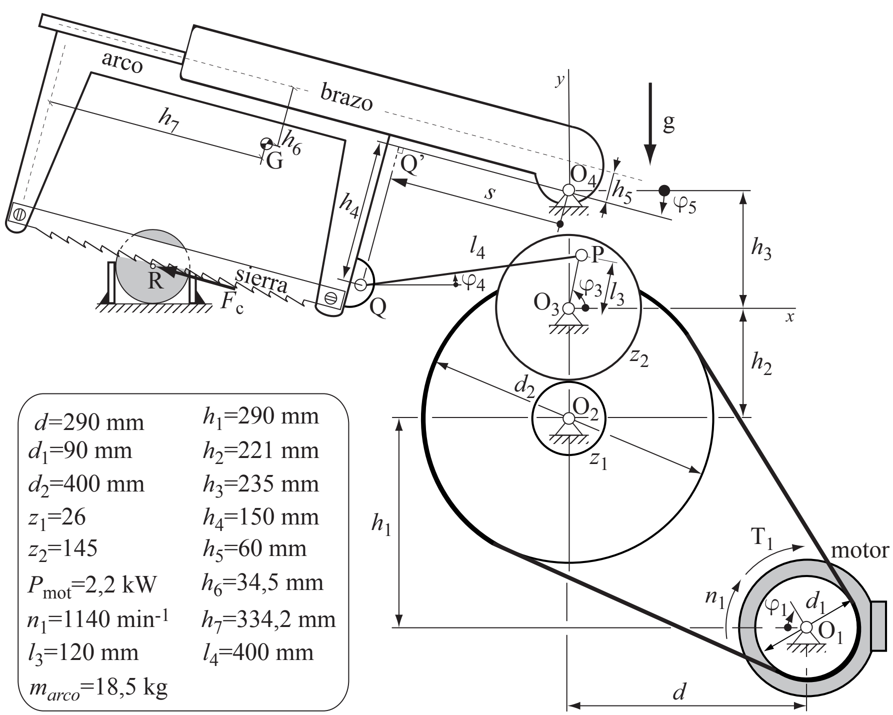
$$A_{Mm} = \Delta E_{Cv} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7\pi}{10} \cdot 7 = 7{,}7$$

$$\delta = \frac{\Delta E_{Cv}}{I_v \cdot \omega_{med}^2} = \frac{7{,}7}{6{,}4 \cdot 3{,}5^2} = 0{,}1$$



Mecanismo 31

El mecanismo de la siguiente figura es una máquina sierra alternativa utilizada en fábricas y talleres para el corte de barras y perfiles metálicos. La máquina consta de un motor eléctrico que acciona una transmisión en dos etapas. La primera etapa esta formada por dos poleas de diámetros $d_1 = 90$ mm (polea conductora) y $d_2 = 400$ mm (polea conducida) y una correa trapezoidal. La segunda etapa esta formada por una transmisión de engranajes con números de dientes $z_1 = 26$ (piñón) y $z_2 = 145$ (la rueda). La polea conducida y el piñón giran solidarios al eje O_2, mientras que la rueda constituye la manivela del mecanismo de barras proporcionando el movimiento alternativo del arco donde se fija la hoja de sierra. Este último desliza en la guía del brazo articulado a la bancada produciendo el corte en la carrera de trabajo (donde el arco se mueve de izquierda a derecha). En esta carrera los dientes de la sierra arrancan la viruta de la barra de metal sujeta por una mordaza a la bancada de la máquina. La barra de metal realiza sobre los dientes de la sierra una fuerza de resistencia al corte F_C que se considera reducida al punto R. En la carrera de retorno, el brazo se levanta ligeramente, para evitar el contacto de los dientes de la sierra con el material.



El motor tiene una potencia nominal $P_1 = 2{,}2$ kW y una velocidad de rotación nominal $n_1 = 1140$ min^{-1}, en su eje está montada la polea conductora. Para el estudio del movimiento del mecanismo de la sierra se supone la orientación del brazo constante con ángulo $\varphi_1 = 15°$, se utiliza el vector de coordenadas generalizadas $q = \{\varphi_3, \varphi_4, s\}^T$ y el triedro de eje x, y, z. Además, tanto las resistencias pasivas del mecanismo como las inercias de los sólidos que lo forman se consideran negligibles, con excepción del sólido arco-sierra con masa $m_{arc} = 18{,}5$ kg y posición de su centro de inercia en el punto G.

A partir de las consideraciones antes citadas determine:

1. Los grados de libertad (GL) de la máquina e indique si hay o no redundancias. Justifique adecuadamente su respuesta.
2. La velocidad angular de rotación $\dot{\varphi}_1$ de la polea conductora y el par T_1 que dicha polea transmite.
3. La velocidad angular $\dot{\varphi}_3$ de la manivela O_3P función de la velocidad angular $\dot{\varphi}_1$ de la polea conductora.
4. El sistema de ecuaciones de enlace geométricas $\Phi(q) = 0$ a partir de las coordenadas generalizadas indicadas y su matriz Jacobiana Φ_q.
5. Las expresiones y el valor numérico de las velocidades angular de la biela $\dot{\varphi}_4$ y de translación del arco-sierra $\dot{s}$ del mecanismo de barras en función de la velocidad angular de la polea motriz $\dot{\varphi}_1$, para la configuración donde el vector de coordenadas generalizadas es $q = \{90°; -9{,}81°; 363{,}34\ \text{mm}\}^T$. Utilice el valor $\dot{\varphi}_1$ calculado en 2).
6. Determine el centro instantáneo de rotación I_{PQ} de la biela PQ para la configuración del mecanismo dada en el dibujo.
7. Determine cuál es el valor de la fuerza de corte F_C que la sierra aplica sobre la barra de metal en la configuración $q = \{90°; -9{,}81°; 363{,}34\ \text{mm}\}^T$. Considere que se neglige la aceleración del sólido arco-sierra.
8. Dibuje el diagrama de cuerpo libre de los sólidos arco-sierra y biela. Indique adecuadamente las orientaciones y sentidos de las fuerzas y momentos que pudiesen aparecer.

Solución:

1. Cálculo de los grados de libertad.

   Los GL de la máquina se determinan por inspección directa anulando velocidades a miembros de los mecanismos que la forman, hasta que todos queden fijos. Así, en la máquina habrá tantos GL como velocidades generalizadas se hayan anulado para detener su movimiento. La consideración del brazo con orientación fija un ángulo $\varphi_5 = 15°$ implica considerar que éste forma parte de la bancada de la máquina y, por tanto, que el sólido arco-sierra sólo esté provisto de movimiento de translación. Si se anula la velocidad de rotación del eje del motor haciendo $n_1 = 0$, la polea conductora no tiene velocidad angular $\dot{\varphi}_1 = 0$ y no transmite rotación a la conducida, la cual también queda fija, y por ende el piñón solidario al eje de esta última también queda fijo y no transmite rotación a la rueda. Así, el punto P de la rueda es fijo, obteniéndose un triángulo O_3PQ de lados constantes y vértices fijos. De esta manera, el punto Q queda fijo y la hoja de sierra también, es decir, todo el mecanismo de barras queda fijo. Por tanto, la máquina tiene 1 GL ya que todos sus elementos quedan fijos al anular una velocidad angular.

   Si se aplica el criterio de superposición de restricciones del movimiento (Criterio de Grübler-Kutzbach) a toda la máquina se obtiene 1 GL, como se demuestra a continuación:

   5 (sólidos móviles) $\times$ 3 GL/sólido $-$ 5 (articulaciones) $\times$ 2 GL/articulación $-$ 1 (par prismático) $\times$ 2 GL/par prismático $-$ 2 (transmisiones) $\times$ 1 GL/transmisión $=$ 1 GL

Así, el número de GL determinado por inspección directa coincide con el determinado por el criterio de Grübler-Kutzbach, lo que indica que el mecanismo no presenta redundancias totales.

2. Cálculo de la velocidad angular de rotación $\dot{\varphi}_1$ y el par T_1 que transmite la polea.

   La polea conductora está montada de manera solidaria al eje de motor, de modo que tiene su misma velocidad angular $\dot{\varphi}_1$ y transmite el par T_1 que dicho eje proporciona, de este modo se obtiene:

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = 119{,}38 \text{ rad/s}$$

$$P_1 = T_1 \cdot \dot{\varphi}_1 \longrightarrow T_1 = \frac{P_1}{\dot{\varphi}_1} = 18{,}43 \text{ Nm}$$

3. Cálculo de la velocidad angular $\dot{\varphi}_3$ en función de la velocidad angular $\dot{\varphi}_1$ de la polea conductora.

   Para obtener la función $\dot{\varphi}_3\ (\dot{\varphi}_1)$ que relaciona las velocidades de los ejes de la rueda y del motor, se aplica el concepto de relación de transmisión total τ_t. Este parámetro se calcula a partir de las relaciones de transmisión por poleas y correa τ_p y por engranajes dentados τ_e. Así, se tiene:

$$\tau_t = \tau_p \cdot \tau_e = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{z_1}{z_2} = 0{,}0403$$

$$\tau_t = \frac{\dot{\varphi}_3}{\dot{\varphi}_1}$$

$$\dot{\varphi}_3 = \tau_t \cdot \dot{\varphi}_1 = \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \dot{\varphi}_1 = 0{,}0403 \cdot \dot{\varphi}_1 = 4{,}811 \text{ rad/s}$$

   El signo positivo de la relación de transmisión calculada, es coherente con el convenio de signos de las velocidades angulares $\dot{\varphi}_1$ (positiva en sentido horario) y $\dot{\varphi}_3$ (positiva en sentido antihorario), tal como se puede ver en el dibujo de la máquina.

4. Cálculo del sistema de ecuaciones de enlace geométricas $\Phi(q) = 0$ a partir de las coordenadas generalizadas indicadas y su matriz Jacobiana Φ_q.

   Para el estudio del mecanismo de barras que proporciona el movimiento de la hoja de sierra se utiliza el conjunto $q = \{\varphi_3,\ \varphi_4,\ s\}^T$ formado por 3 coordenadas generalizadas ($NCG = 3$). En este mecanismo se tiene una única coordenada independiente ($NCI = 1$), que es el ángulo φ_3 que indica la orientación de la manivela O_3P, siendo este el elemento de entrada de movimiento a dicho mecanismo. Así, la diferencia $NCG - NCI$ indica que se pueden obtener dos ecuaciones de enlace geométricas linealmente independiente, las que se encuentran a partir de la condición de cierre del anillo $O_3PQQ'O_4O_3$. La ecuación de cierre del anillo es $\overline{O_3P} + \overline{PQ} + \overline{QQ'} + \overline{Q'O_4} + \overline{O_4O_3} = 0$. Haciendo uso de las coordenadas generalizadas citadas y expresándola en la base x, y da lugar a las ecuaciones de enlace:

$$\Phi(q) = 0$$

$$\rightarrow \begin{Bmatrix} l_3 \cdot \cos\varphi_3 - l_4 \cdot \cos\varphi_4 + h_4 \cdot \sin\varphi_5 + s \cdot \cos\varphi_5 = 0 \\ l_3 \cdot \sin\varphi_3 - l_4 \cdot \sin\varphi_4 + h_4 \cdot \cos\varphi_5 - s \cdot \sin\varphi_5 - h_3 = 0 \end{Bmatrix}$$

La matriz Jacobiana se obtiene derivando las ecuaciones de enlace geométricas respecto a las coordenadas generalizadas, resultando ser:

$$\Phi_q =$$
$$\begin{bmatrix} -l_3 \cdot \sin\varphi_3 & l_4 \cdot \sin\varphi_4 & \cos\varphi_5 \\ l_3 \cdot \cos\varphi_3 & -l_4 \cdot \cos\varphi_4 & -\sin\varphi_5 \end{bmatrix}$$

5. Cálculo de las expresiones y el valor numérico de las velocidades de la biela $\dot{\varphi}_4$ y de translación del arco-sierra $\dot{s}$ del mecanismo de barras en función de la velocidad angular de la polea motriz $\dot{\varphi}_1$.

   En coherencia con el apartado anterior, en el mecanismo de barras que se analiza se toma como velocidad generalizada independiente $\dot{q}^i = \dot{\varphi}_3$. Anteriorment se obtuvo la relación $\dot{\varphi}_3 = \tau_t \cdot \dot{\varphi}_1$ dando un valor numérico de $\dot{\varphi}_3 = 4{,}811$ rad/s. Aplicando el procedimiento que permite dividir la matriz Jacobiana en términos independientes y dependientes, se pueden determinar las velocidades generalizadas dependientes requeridas $\dot{q}^d = \{\dot{\varphi}_4, \dot{s}\}^T$ según:

$$\dot{q}^d = -[\Phi_q^d]^{-1} \cdot ([\Phi_q^i] \cdot \dot{q}^i + \Phi_t),\ \Phi_t = 0$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_4 \\ \dot{s} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} l_4 \cdot \sin\varphi_4 & \cos\varphi_5 \\ -l_4 \cdot \cos\varphi_4 & -\sin\varphi_5 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left[\begin{Bmatrix} -l_3 \cdot \sin\varphi_3 \\ l_3 \cdot \cos\varphi_3 \end{Bmatrix} \cdot \dot{\varphi}_3 + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}\right]$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_4 \\ \dot{s} \end{Bmatrix} = -\frac{1}{l_4 \cdot \cos(\varphi_4 + \varphi_5)} \begin{Bmatrix} -l_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_3 \\ l_3 \cdot l_4 \cdot \sin(\varphi_4 - \varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 \end{Bmatrix}$$

$$\dot{\varphi}_4 = \frac{l_3 \cdot \cos(\varphi_3 + \varphi_5)}{l_4 \cdot \cos(\varphi_4 + \varphi_5)} \cdot \dot{\varphi}_3$$

$$\dot{\varphi}_4 = -0{,}078 \cdot \dot{\varphi}_3$$

$$\dot{\varphi}_4 = -0{,}078 \cdot \tau_t \cdot \dot{\varphi}_1$$

$$\dot{\varphi}_4 = -0{,}3753 \text{ rad/s}$$

$$\dot{s} = -l_3 \cdot \frac{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)}{\cos(\varphi_4 + \varphi_5)} \cdot \dot{\varphi}_3$$

$$\dot{s} = -l_3 \cdot \frac{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)}{\cos(\varphi_4 + \varphi_5)} \cdot \tau_t \cdot \dot{\varphi}_1$$

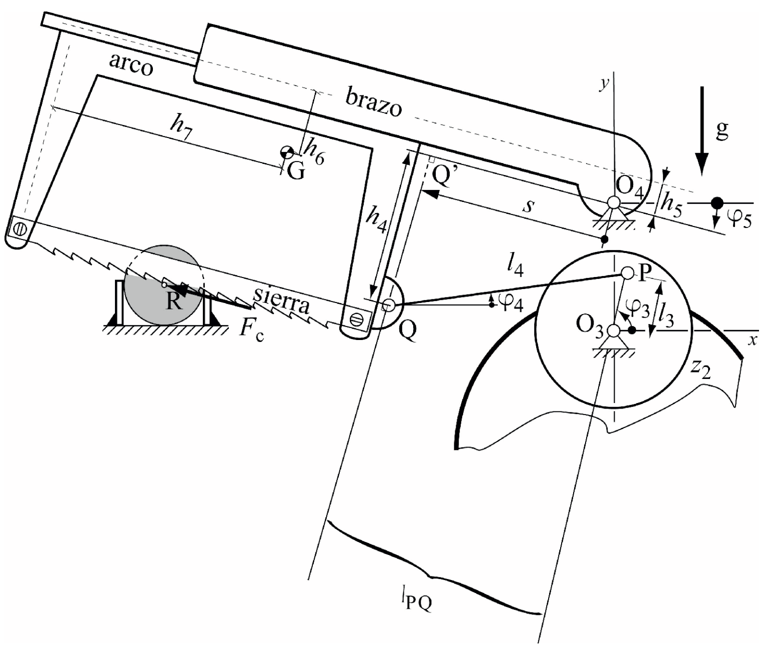
$$\dot{s} = 0{,}5722 \text{ m/s}$$

6. Cálculo del centro instantáneo de rotación I_{PQ} de la biela PQ para la configuración del mecanismo dada en el dibujo.

   La determinación del centro instantáneo de rotación absoluto de la biela se encuentra aplicando el teorema de los tres centros a las ternas formada por los sólidos: i) bancada (sólido 1), para el estudio se considera que el brazo de orientación fija forma parte de la bancada; manivela O_3P (sólido 2) contenida en la rueda y la biela PQ (sólido 3); ii) bancada (sólido 1), arco-sierra (sólido 4) y la biela PQ (sólido 3).

Terna	CIR conocidos	CIR a determinar
S1, S2, S3	$I_{21}, I_{32} \longrightarrow$	I_{31}
S1, S3, S4	$I_{41}, I_{34} \longrightarrow$	I_{31}

   Es decir, que el CIR $I_{PQ} \equiv I_{31}$ de la biela se encuentra en la intercepción de la recta que pasa por los puntos O_3 y P que contiene los CIRs: I_{21}, I_{32} y la recta que pasa por el punto Q en dirección perpendicular a la guía del brazo y que contiene los CIRs: I_{41} y I_{34}.



7. Cálculo la fuerza de corte F_C que la sierra aplica sobre la barra de metal en la configuración $q = \{90°; -9{,}81°; 363{,}34 \text{ mm}\}^T$.

   Por el principio de acción y reacción la fuerza de corte F_C que la sierra aplica sobre la barra, es igual a la fuerza de resistencia al corte que la barra realiza sobre los dientes de la sierra. Para determinar su valor se puede hacer uso del Método de las Potencias Virtuales con un movimiento virtual compatible con todos los enlaces. Las fuerzas y pares externos que actúan en el sistema máquina son: el par motor T_1, la fuerza de corte F_C y, debido a la consideración de la masa m_{arc} del arco-sierra aparecen la fuerza del peso $m_{arc} \cdot g$ de dicho sólido y la fuerza de inercia F_{iarc} asociada a su aceleración (la cual para este caso de estudio se considera negligible), ambas están aplicadas en su centro de masa G de sólido. El movimiento virtual compatible con los enlaces tiene un comportamiento idéntico al movimiento real; dado que el sistema tiene 1 GL, sólo hay un movimiento virtual independiente $\dot{\varphi}_1^*$ que permite obtener la siguiente expresión de potencia:

$$T_1 \cdot \dot{\varphi}_1^* + \overrightarrow{F_C} \cdot \overrightarrow{v^*}(R) + m_{arc} \cdot \overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{v^*}(G) + \overrightarrow{F_{iarc}} \cdot \overrightarrow{v^*}(G) = 0$$

Siendo $\overrightarrow{v^*}(R) = \overrightarrow{v^*}(G) = \overrightarrow{\dot{s}^*}$

$$T_1 \cdot \dot{\varphi}_1^* + F_C \cdot \dot{s}^* - m_{arc} \cdot g \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{s}^* - m_{arc} \cdot \ddot{s} \cdot \dot{s}^* = 0$$

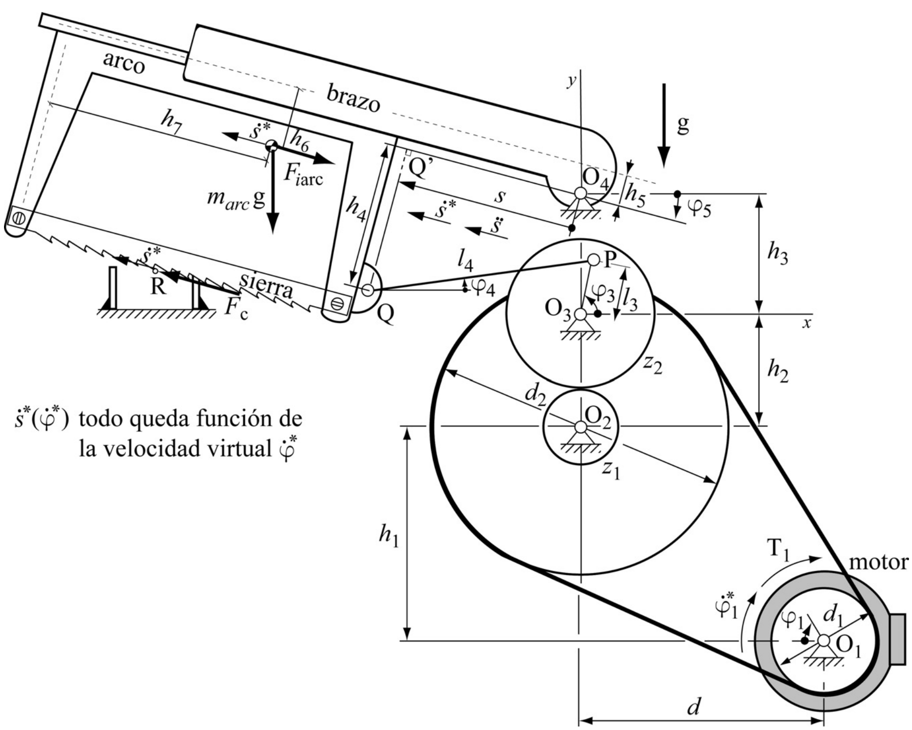
Si consideramos la acceleración $\ddot{s}$ despreciable, simplificamos la expresión a:

$$T_1 \cdot \dot{\varphi}_1^* - F_C \cdot l_3 \cdot \frac{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)}{\cos(\varphi_4 + \varphi_5)} \cdot \tau_t \cdot \dot{\varphi}_1^* + -m_{arc} \cdot g \cdot \sin(\varphi_5) \cdot l_3 \cdot \frac{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)}{\cos(\varphi_4 + \varphi_5)} \cdot \tau_t \cdot \dot{\varphi}_1^* = 0$$

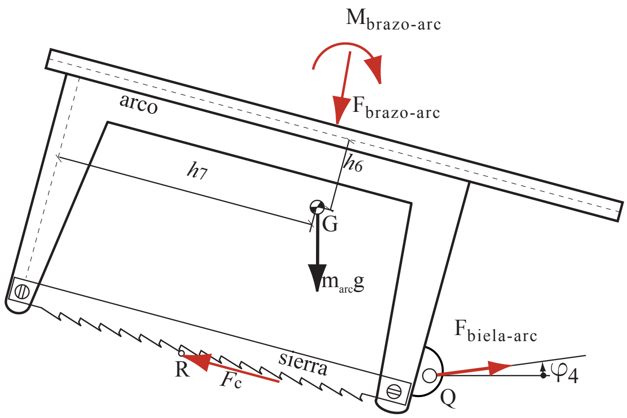
Eliminando el termino $\dot{\varphi}_1^*$ de la ecuación llegamos a la siguiente expresión:

$$F_C = \frac{T_1}{l_3} \cdot \frac{\sin(\varphi_4 + \varphi_5)}{\cos(\varphi_4 - \varphi_3) \cdot \tau_t} + m_{arc} \cdot g \cdot \sin(\varphi_5)$$

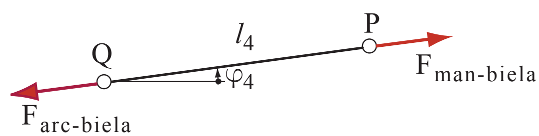
$$F_C = 108{,}32 \text{ N}$$



8. Dibujo del diagrama de cuerpo libre de los sólidos arco-sierra y biela.



Al no considerarse la inercia de la biela, las fuerzas de enlace que actúan en sus articulaciones, tienen en el sentido longitudinal del elemento.



Bibliografía

1. Calero Pérez, R.; Carta González, J.A. “*Fundamentos de mecanismos y máquinas para ingenieros*". McGraw-Hill. 1998.
2. Cardona i Foix, S.; Clos, D. “*Teoria de màquines*". Barcelona. Ed. UPC. 2000.
3. Horth Mabie, H.; Ocvirk, F.W. “*Mecanismos y dinámica de maquinaria*". Ed. Limusa. 1999.
4. Khamashta, M.; Alvarez, L.; Capdevila, R. “*Problemas resueltos de cinemática y dinámica de mecanismos planos*". Ed. UPC. 1998.
5. Nápoles Alberro, A. “*Análisi de mecanismos*". Ed. Delta, 2010.
6. Nápoles Alberro, A. “*Autoaprendizaje de análisis de mecanismos*". Ed. Delta, 2011.
7. Norton, R.L. “*Diseño de maquinaría*". McGraw-Hill. 1995.
8. Shigley, J.E., “*Teoría de máquinas y mecanismos*". McGraw Hill. 1988.
9. Simón, A.; Bellater, A.; Cabrera, J.A.; Ezquerro, F.; Guerra, A.J.; Nadal, F.; Ortiz, A. “*Fundamentos de teoría de máquinas*". Ed. Bellisco. 2014.