PROCESADO ESPACIAL PARA SISTEMAS DE DIVERSIDAD EN FRECUENCIA

Miguel A. Lagunas, Josep Vidal, Ana I. Pérez Neira
Dept. Teoría de la Señal y Comunicaciones Universidad Politécnica de Cataluña
Campus Nord, Módulo D5, c/ Jordi Girona 1-3
08034 Barcelona- SPAIN

RESUMEN*

La principal contribución de este trabajo es el diseño de procesadores espaciales óptimos para sistemas de espectro ensanchado por diversidad de frecuencia (FDSS) con *jamming* parcial en algunas bandas. En principio el procesado espacial requiere la adecuada identificación de una banda libre de interferencias (*free*) y una banda afectada por la interferencia o *jammer* (*hit*). El procedimiento de diseño del cancelador minimiza el error cuadrático medio (ECM) entre las salidas de los procesadores de las bandas *free* y *hit*, con la adecuada precaución que evite soluciones triviales.

1. RECEPTOR ÓPTIMO EN SISTEMAS FDSS

En esta sección resumimos someramente los resultados de [1] sobre el receptor óptimo para señales FDSS, con el objetivo de desvelar las diferencias entre los esquemas de detección óptima y subóptima en términos del compromiso prestaciones-complejidad. La variable de decisión Λ_i contiene los siguientes términos: las muestras recibidas después del filtro adaptado, muestreadas a tiempo de símbolo $z_{i,m}$; los símbolos de chip, supuestos conocidos en el receptor $\gamma_{i,m}$; y los factores F_i que dependen de la densidad espectral de potencia del ruido mas la del *jammer* en cada banda frecuencial i.

$$\Lambda_m = \sum_{i=1}^{N} z_{i,m}.\gamma_{i,m}^{*}.F_i \tag{1}$$

Suponiendo que el *jammer* y el ruido son blancos, el factor F_i viene dado por (2) donde J_o y N_o son las densidades espectrales del *jammer* y el ruido respectivamente.

$$F_i = \begin{cases} 1/\left(1+\dfrac{J_o}{N_o}\right) & \textit{bandas afectadas por el jammer} \\ 1 & \textit{bandas libres de jammer} \end{cases} \tag{2}$$

La decisión sobre el símbolo recibido $\hat{a}_m$ viene dada por el símbolo del alfabeto a_m que maximiza $\mathrm{Re}\{a_m \Lambda_m\}$. La probabilidad de error resultante viene dada por (3):

$$P_e = Q\left(\sqrt{\left(\frac{2.E_s}{N_o}\right)\beta}\right) \tag{3}$$

E_s es la energía por símbolo recibida y β refleja la degradación por la presencia del *jammer*:

$$\beta = \frac{1}{N}\left\{\sum_{hit}\frac{1}{1+J_o/N_o} + \sum_{free} 1\right\} \tag{4}$$

Este factor de pérdidas depende de la densidad espectral del *jammer* con respecto a la densidad espectral del ruido. Cuando el *jammer* es el mismo en todas las bandas la formula anterior puede expresarse en función η, la fracción de bandas *hit*:

$$\beta = \left[\eta \Big/ \left(1+\frac{J_o}{N_o}\right)\right] + (1-\eta) \tag{5}$$

El receptor subóptimo no usa la información lateral asociada a la potencia del *jammer* en cada una de las bandas y la variable de decisión Λ_i se forma únicamente a partir de las bandas *free*. La probabilidad de error en este caso viene dada por la ecuación (6), donde β es $1-\eta$, independientemente de la potencia del *jammer*:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\left(2.E_b/N_o\right)(1-\eta)}\right) \tag{6}$$

Nótese que ambos receptores degradan sus prestaciones cuando el *jammer* afecta a todas las bandas del sistema (η se acerca a 1). Además FDSS se revela como un sistema insensible a *jamming* parcial en tiempo. Hay que destacar que para un sistema DSSS con ganancia de procesado $1/\eta$, la β equivalente toma la expresión (7), en todo caso inferior al que se obtiene en FDSS con receptor óptimo:

$$\beta_{DS} = \frac{1}{1+\eta.\dfrac{J_o}{N_o}} \tag{7}$$

Un estudio detallado de los receptores y su comparación con sistemas DS y FH puede encontrarse en [1],[2] y [4], donde se muestran las ventajas de FDSS sobre DSSS y el FHSS coherente en caso de *jamming* parcial.

2. PROCESADO ESPACIAL EN FDSS

Asumiendo el interés del esquema FDSS, vamos a introducir el procesado espacial a fin de reducir la η efectiva limpiando de *jammer* las bandas *hit*. Cuando el número total de bandas *hit* se acerca a N, las prestaciones de los receptores se degradan. Más aún, niveles altos de *jamming* tienden a igualar las prestaciones de ambos receptores, desperdiciándose el esfuerzo de etiquetar cada banda. Así pues, vamos a asumir que la señal deseada está presente en todas las bandas de frecuencia activas en el receptor. Para empezar, asumimos también que el etiquetado de las bandas *hit* se realiza correctamente, hipótesis que viene avalada por el hecho de considerar que el *jammer* es lo suficientemente potente como para recurrir al procesado espacial. Supongamos que $\underline{X}_{f,n}$ y $\underline{X}_{h,n}$ son los *snapshots* en el instante n de las bandas *free* y *hit*, respectivamente. Ambas bandas son seleccionadas inicialmente para el diseño de los combinadores óptimos $\underline{w}_f$ y $\underline{w}_h$. Una vez que el código se ha eliminado de las dos bandas la referencia para el diseño de los dos combinadores es la presencia de la señal deseada en ambas bandas y la ausencia de *jammer*. Así, el criterio:

* Este trabajo ha sido realizado gracias a las ayudas recibidas de la CICyT: TIC96-0500-C10-01 y TIC95-1022-C01-03.

$$\xi = E\left\{\left|\underline{w}_f^H.\underline{X}_{f,n} - \underline{w}_h^H.\underline{X}_{h,n}\right|^2\right\} \tag{8}$$

junto con las restricciones adecuadas para evitar las soluciones triviales:

$$\mathrm{Re}\left\{E\left[\underline{w}_f^H.\underline{X}_{f,n}.\underline{X}_{h,n}^H.\underline{w}_h\right]\right\} = \alpha \tag{9}$$

(donde α es una constante no nula) permite el diseño de los combinadores. Definamos la matriz de covarianza y covarianza cruzada de los canales *hit* y *free* como:

$$\underline{\underline{R}}_f = E\left[\underline{X}_{f,n}\underline{X}_{f,n}^H\right] \qquad \underline{\underline{R}}_h = E\left[\underline{X}_{h,n}.\underline{X}_{h,n}^H\right]$$
$$\underline{\underline{P}}_{f,h} = E\left[\underline{X}_{f,n}.\underline{X}_{h,n}^H\right] \tag{10}$$

La solución es (siendo λ el multiplicador de Lagrange):

$$\underline{\underline{R}}_f.\underline{w}_f = (1+\lambda)^2.\underline{\underline{P}}_{f,h}.\underline{\underline{R}}_h^{-1}.\underline{\underline{P}}_{f,h}^H.\underline{w}_f \tag{12.a}$$

$$\underline{w}_h = (1+\lambda)\underline{\underline{R}}_h^{-1}.\underline{\underline{P}}_{f,h}^H.\underline{w}_f \tag{12.b}$$

Ya que ξ es mínimo para λ mínimo, el combinador óptimo para la banda *free* es el autovector de (12.a) asociado al autovalor mínimo. Una vez encontrado $\underline{w}_f$ el combinador para la banda *hit* viene dado por la solución de Wiener $\underline{\underline{P}}_{f,h}^H.\underline{w}_f$. A partir del combinador de la banda *free* el resto de combinadores pueden derivarse usando la salida de la banda *free* como referencia temporal. El proceso global de minimización aparece en (13.a) junto con la solución para los combinadores en (13.b):

$$E\left[\left|\underline{w}_f^H.\underline{X}_{n,f} - \underline{w}_i^H.\underline{X}_{n,i}\right|^2\right]_{min} \qquad \text{para } j \neq f \tag{13.a}$$

$$\underline{w}_i = \underline{\underline{R}}_i^{-1}.\underline{\underline{P}}_{i,f}.\underline{w}_f \tag{13.b}$$

Es importante destacar que, ya que el *jammer* suele estar incorrelado entre bandas, puede elegirse cualquier par de bandas al empezar el diseño en (13.a). Ello implica que el etiquetado de las bandas no es necesario para el diseño del procesador espacial. Un criterio para escogerlas puede ser el de tomar como bandas *free* y *hit* en (13.a), las bandas de mínima y máxima potencia respectivamente.

3. DETECCIÓN ÓPTIMA Y CROSS-OVER

En nuestro caso no puede asumirse que la interacción del procesador espacial con las etapas de detección es nula ya que el combinador es distinto para cada banda y las ganancias y fases introducidas por el procesador en cada banda pueden ser distintas. En consecuencia la variable de decisión para la detección óptima depende de la respuesta del combinador a todas las fuentes incidentes en el array:

$$\Lambda_m = \sum_{n=1}^{N} z_{m,n}.\left(\frac{w_{nd}^*}{J_o\left|w_{nj}\right|^2 + N_o.\left|\underline{w}_n\right|^2}\right) \tag{16}$$

donde $z_{m,n}$ es la salida del combinador en la frecuencia n para el símbolo m después del filtro adaptado, y w_{nd} (es decir $w_{nd} = \underline{w}_n^H\underline{S}_d$, siendo $\underline{S}_d$ el vector de steering de la señal deseada en el canal óptico) junto con w_{nj} son las respuestas del combinador a las señales deseada y *jammer*, respectivamente. De entre los términos involucrados en (16), solo la norma del combinador está disponible. Las otras magnitudes han de ser estimadas directamente a partir de los datos. Tomando como referencia la banda *free* usada en (13.a) el factor F para el resto de bandas es:

$$F_n = \left(\frac{w_{nd}}{w_{fd}}\right)^* \Bigg/ \left(\frac{J_o\left|w_{nj}\right|^2 + N_o.\left|\underline{w}_n\right|^2}{N_o.\left|\underline{w}_f\right|^2}\right) \qquad \forall\ n \neq f \tag{17}$$

donde N_o puede determinarse a partir de los autovalores de ruido de $\underline{\underline{R}}_f$ y el numerador puede estimarse como:

$$\left(\frac{w_{nd}}{w_{fd}}\right)^* \approx \frac{\underline{w}_f^H.\underline{\underline{P}}_{fn}.\underline{w}_n}{\underline{w}_f^H.\underline{\underline{R}}_f.\underline{w}_f} \tag{18}$$

El denominador estimarse igualmente a partir de dos expresiones. La primera relaciona el ECM y los pesos $\underline{w}_f$:

$$ECM(n) = \underline{w}_f^H.\left(\underline{\underline{R}}_f - \underline{\underline{P}}_{nf}^H.\underline{\underline{R}}_n^{-1}.\underline{\underline{P}}_{nf}\right)\underline{w}_f \tag{19}$$

y la segunda puede extraerse de la definición del objetivo y muestra que el objetivo mínimo está acotado inferiormente por el nivel residual de *jammer* y ruido:

$$ECM(n) \geq J_o\left|w_{nj}\right|^2 + N_o.\left(\left|\underline{w}_n\right|^2 + \left|\underline{w}_f\right|^2\right) \tag{20}$$

ecuación que se cumple con igualdad en el caso en que el *jammer* no oculta la señal útil y es eliminado eficazmente. Así pues, usando las ecuaciones anteriores podemos obtener un estimador del factor a utilizar en la variable de decisión para las bandas distintas de la de referencia:

$$F_n = \frac{\underline{w}_n^H.\underline{\underline{P}}_{nf}.\underline{w}_f}{\underline{w}_f^H.\underline{\underline{R}}_f.\underline{w}_f}\left(\left[ECM(n)\Big/N_o.\left|\underline{w}_f\right|^2\right] - 1\right)^{-1} \tag{21}$$

Nótese que este factor suele ser menor que el óptimo ya que se usa (20) en la estimación del denominador. Si la fuente deseada está completamente enmascarada por el *jammer*, este factor es despreciable y elimina la contribución de la banda *hit* a la variable de decisión.

4. REFERENCIAS

[1] G.K. Kaleh. "Frequency Diversity Spread Spectrum Communications System to counter Bandlimited Gaussian Intereference". IEEE Trans. on Comm., Vol. 44, No.7, pp. 886-893, July 1996.

[2] G.K. Kaleh. "Performance comparison of Frequency Diversity and Frequency Hopping Spread Spectrum Systems". IEEE Trans on Comm., Vol. 45, No. 8, pp. 910-912, August 1997.

[3] J.G. Proakis. "Digital Communications". Third Edition. Mac-Graw Hill. Chapters 12-15, 1995.

[4] E. Lance, G.K. Kaleh. "A diversity Scheme for a Phase-Coherent Frequency-Hopping Spread Spectrum System". IEEE Trans. on Comm., V. 45, No. 9, Sept. 1997