PROBLEMES PROPOSATS

PROBLEMA Nº 12

Sea X $(n\times 1)$ un vector aleatorio, siendo $E(X) = 0$, $E(XX') = R$ (matriz de correlaciones). Consideremos el modelo factorial

$$X = AF + DU \qquad \textbf{(1)}$$

donde $F(m\times 1)$ es un vector de factores comunes, $U(n\times 1)$ es un vector de factores únicos, verificando las condiciones

$$E(FF') = I,\ E(FU') = 0,\ E(UU') = I,\ E(F) = 0,\ E(U) = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

Entonces las matrices $A(n\times m)$, $D(n\times n$ diagonal$)$ verifican

$$R = A.A' + D^2$$

Demostrar que si $Y(n\times 1)$ es un vector aleatorio tal que $E(Y) = 0$, $E(YY') = I$, $E(XY') = 0$ y P es una matriz tal que $PP' = I - A'R^{-1}A$, entonces los vectores aleatorios

$$F = A'R^{-1}X + PY \qquad U = DR^{-1}X - D^{-1}APY$$

definen un sistema (indeterminado) de factores comunes y únicos compatibles con el modelo (1) bajo las condiciones (2).

C.M.Cuadras

PROBLEMA Nº 13

Consideremos la distribución normal multivariante, con matriz de varianzas-covarianzas $\Sigma = I$. Dar un ejemplo de estimador de la media poblacional, para muestras de tamaño n, con error cuadrático medio inferior a la media muestral.

James-Stein

PROBLEMA Nº 14

Sea $X_1,\ldots,X_n$ una muestra aleatoria simple de tamaño n distribuidas según una variable aleatoria X con momentos de cuarto orden finitos. Hallar la esperanza y varianza de la media y la varianza muestral, $\overline{X}_n$, S^2_n.

J.M. Oller