Col·lecció de Problemes

La introducció de la nova secció,"Col·lecció de Problemes", a la revista QUESTIIÓ es fa amb el doble objectiu de proporcionar, a més d'un entreteniment per als professionals de l'Estadística, Sistemes, Informàtica i Investigació Operativa, la possibilitat de disposar, amb el temps, d'una colecció important de problemes, que els poden ajudar en les tasques docents.

A cada número de QUESTIIÓ, s'inclourà d'un a tres problemes i les solucions es donaràn en el número següent.

Els lectors poden, si ho volen, proposar problemes amb les solucions pertinents i enviar-los a QUESTIIÓ, que farà una selecció i en publicarà els mes adequats, fent la corresponent referència a l'autor.

També seran ben rebudes solucions alternatives a les propostes fetes per l'autor dels problemes; l'editorial es reservarà, pero, el dret a publicar-les.

PROBLEMAS PROPUESTOS

9. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables aleatorias positivas independientes e igualmente distribuidas. Supongamos que, para todo $i = 1,\ldots,n$, la esperanza matemática de

$$Y_i = \frac{X_1 + \ldots + X_i}{X_1 + \ldots + X_n}$$

existe. Probar que $E(Y_i) = i/n$.

C.M. Cuadras

10. Dadas dos muestras aleatorias simples de tamaños n_1 y n_2 que provienen de dos poblaciones independientes, distribuidas según una distribución de Poissón de parámetros λ_1 y λ_2 respectivamente, consideremos en la variedad paramétrica bidimensional $\Omega = \Omega_1 x \Omega_2 = \{(\lambda_1,\lambda_2)\in \mathbb{R}^2 : \lambda_1,\lambda_2>0\}$ la métrica inducida por la matriz de información de Fisher, al tomar a sus componentes como las componentes del tensor métrico de dicha variedad. Así la distancia entre dos puntos de dicha variedad, correspondientes a dos distribuciones de Poisson independientes es la llamada distancia de Rao. En estas condiciones construir un test de hipótesis para resolver entre la hipótesis nula H_o: $\lambda_1 = \lambda_2$ frente la alternativa H_1: $\lambda_1 \neq \lambda_2$, basado en la distancia de Rao.

J.M. Oller

11. Un transportista dispone de un camión con remolque y efectúa viajes entre dos ciudades A y B, procurando que dichos viajes le resulten lo más provechosos posible, evitando hacer viajes en vacío innecesarios. Un viaje, carga y descarga, y trámites administrativos le ocupan un día completo (al ir acompañado de un ayudante, ambos pueden dormir en ruta turnándose al volante) y potencialmente puede realizar seis viajes por semana. En cada ciudad, a las primeras horas del día puede encontrar o no carga adecuada y decidir entonces realizar el viaje, con carga o vacío, o esperar hasta el día siguiente en la misma ciudad. En A existen dos cargas interesantes que llamaremos ROSAS y LIBROS, en B sólo una que llamaremos CONGELADOS. La probabilidad de que en A haya carga de ROSAS un día cualquiera es independiente de lo ocurrido el día anterior y de si hay o no LIBROS, vale 0.25; y en análogas circunstancias la probabilidad de que haya LIBROS vale 0.40. La probabilidad de que en B haya, un dia determinado, carga de CONGELADOS es 0.40, independientemente de lo ocurrido el día anterior. Los datos económicos son:

Ingresos por transporte de una carga de	ROSAS	180
Id.	LIBROS	100
Id.	CONGELADOS	120
Coste de un viaje		40
Coste de permanecer un día en	A	10
Id.	B	20

a) Determinar la política óptima del transportista adoptando un horizonte de 6 días e iniciando y terminando el recorrido en A.

b) Id. sin imponer la condición de terminar en A.

c) Determinar la política óptima del transportista a largo plazo, si las condiciones establecidad se mantienen todos los días (festivos o no).

Ramón Companys