Introduction

par Janos Baracs

Topologie Structurale (1) 1979

Résumé

Ce bulletin s'adresse aux ingénieurs en structures, aux architectes ainsi qu'aux mathématiciens qui pourraient s'intéresser aux problèmes fondamentaux de l'espace à trois dimensions et de son utilisation en architecture. En guise d'introduction à ce bulletin, et afin de clarifier ses buts, ce premier article traitera des origines de notre travail actuel: d'abord dans le cadre d'un cours de topologie structurale donné à l'Université de Montréal, puis dans un projet de recherche et dans la formation d'un groupe de recherche sur ce thème.

La topologie structurale n'a jamais existé en tant que discipline intellectuelle organisée, ni en tant qu'objet de cours formels, ce qui est donc nouveau pour la majorité de nos lecteurs. Cependant, au cours des temps, certains individus ont essayé de la structurer et ils y ont laissé leur cachet personnel. Ma propre expérience dans la pratique professionnelle, dans l'enseignement et dans la recherche est une contribution en ce sens. Je demande donc l'indulgence du lecteur alors que j'ébauche l'histoire de ces développements, (à travers) les problèmes que nous voulions résoudre et les essais de solutions que nous avons apportés.

Je suis arrivé au Canada en 1957, avec un diplôme en Génie Architectural et quelques années de pratique et d'enseignement simultanés et cela dans les deux domaines (architecture et génie). Et tout de suite, alors que je cherchais encore mon premier emploi, on me dit que je devais décider dans laquelle des deux professions je désirais poursuivre ma carrière: l'architecture ou le génie structural. Je choisis le génie, avec quelque espoir de pouvoir participer à la conception de projets architecturaux. Il a fallu quelques années de cette pratique unilatérale imposée, pour que je réalise vraiment le conflit essentiel qu'il y avait entre l'approche créative de l'architecte, et l'attitude analytique de l'ingénieur.

Je pense que ce conflit est un développement assez récent, et qu'il est dû à la spécialisation dans ces professions. Au cours de l'histoire il y a eu beaucoup d'architectes qui étaient aussi mathématiciens, géomètres et ingénieurs. La géométrie était alors un outil de synthèse pour organiser la forme et la structure (voir l'article suivant à ce sujet). Alors que la tendance à la spécialisation se développait durant le siècle passé, les architectes et les ingénieurs perdaient en même temps leur intérêt pour la géométrie.

Ces tendances ont eu un effet paralysant sur la morphologie de notre architecture et sur notre environnement: nos villes sont à présent composées de prismes droits monotones, éparpillés selon des grilles rectangulaires. Le caractère réellement tridimensionnel de l'architecture a disparu, et a été remplacé par une approche plate, bi-dimensionnelle et simpliste. Les prismes droits prédominent, car ils sont assez simples pour être décrits par des sections planes et des élévations qui peuvent être traitées séparément sur le papier, sans prendre en considération leur unité inhérente dans l'espace. Les livres de référence sur les structures renforcent cette approche: ils contiennent tous un chapître sur les structures "planes" probablement destinées aux habitants d'un quelconque "Flatland".

Cette approche obsessivement cubique de l'architecture a eu aussi un effet paralysant sur la technologie de la construction. Alors que d'autres technologies ont progressé rapidement durant les quelques dernières décennies sous la pression de besoins sociaux sophistiqués, la technologie de la construction se trouve dans une période de stagnation, et ne sera probablement pas remise en question par les concepts géométriques simplistes et sans imagination qui ont cours actuellement. Ceux qui pensent que des bâtiments aux formes plus complexes coûteraient plus cher n'ont que partiellement raison: si on applique la technologie d'aujourd'hui aux formes de demain, ceci pourrait coûter plus cher que l'emploi de cette même technologie aux formes conventionnelles, mais moins cher une fois que cette technologie aura évolué. Ce phénomène a été vérifié dans d'autres industries, en particulier dans celle des ordinateurs. Aujourd'hui, on a tendance à concevoir des structures simples à dessiner et à calculer, sans égard à la difficulté de la construction. Nous devrions plutôt chercher des systèmes qui soient difficiles à dessiner et à analyser, mais dont la production soit simple: comparez, par exemple, le Palais de Crystal et le Dome Géodésique.

Notre espace tri-dimensionnel est une ressource naturelle précieuse, et devrait être traité en conséquence. A cette fin, les architectes et les ingénieurs doivent posséder la capacité fondamentale de comprendre, de visualiser, de contrôler et de manipuler l'espace. Il y a donc certaines règles auxquelles il faut se plier, et certaines méthodes à suivre. Les connaissons-nous? Nos bâtiments sont conçus par des architectes qui connaissent peu de géométrie. Accepteraient-ils de se faire opérer par des chirurgiens qui connaîtraient peu d'anatomie?

La situation n'est pas aussi terne qu'elle en a l'air. Alors que les architectes et les ingénieurs ont abandonné la géométrie durant le siècle passé, celle-ci a continué à progresser. L'approche rigide, axiomatique de la géométrie euclidienne et métrique des Grecs a été remise en question après deux mille ans d'acceptation inconditionnelle, et une série de géométries nouvelles et attirantes ont vu le jour, dans une succession rapide. Nous en mentionnons quelques-unes, dans l'ordre de leur apparition: la géométrie projective, puis affine, la topologie, la théorie des graphes et la géométrie combinatoire.

Ces nouvelles géométries ont déjà obtenu leurs "lettres de noblesse" parmi les mathématiciens, et quelques-unes ont été largement appliquées à beaucoup de problèmes dans divers domaines scientifiques, et cependant aucune d'entre elles n'est enseignée dans les écoles élémentaires ou secondaires, en dépit du fait que leur aspect intuitif et visuel peut être apprécié à tout âge. La seule géométrie dont on parle dans les écoles, est la géométrie métrique. Il n'est pas dit que la géométrie métrique est inutile ou non-valable, mais plutôt que l'enseignement de cette géométrie seulement mène à une stagnation intellectuelle que nous trainons depuis trop longtemps. L'architecture devrait maintenant profiter particulièrement des progrès de la géométrie.

J'ai commencé à enseigner la géométrie descriptive et les structures spatiales en 1964, à l'Ecole d'Architecture de l'Université de Montréal. Il a été facile de rassembler le contenu du cours de géométrie descriptive. J'ai ajouté aux chapîtres classiques sur les points, les droites, et les plans, une étude détaillée des polyèdres. Cependant, le cours sur les structures spatiales devint très vite un problème. Les deux premières années, j'ai parlé des voiles minces, des structures prismatiques, des structures tridimensionnelles et des dômes. J'ai montré certaines méthodes d'approximation dans l'analyse structurale, j'ai discuté des exemples de bâtiments déjà existants, de même que de certains détails technologiques. J'enseignais ce sujet en toute sécurité, car j'avais fait des plans d'un bon nombre de ces structures dans ma pratique privée. Mais très vite, ce cours devint ennuyeux autant pour les étudiants que pour moi-même. Ce que je faisais n'était rien d'autre qu'une répétition des erreurs de mes professeurs, accompagnée d'un catalogue d'exemples déjà construits ainsi que de quelques recettes superficielles et de méthodes d'analyse. Et pour comble d'ironie, je m'attendais en même temps à ce que mes étudiants manifestent, eux, une certaine créativité et de l'astuce dans le "design". Il ne m'a pas fallu trop de temps pour comprendre que si les étudiants en architecture ne reçoivent que ce genre de cours, ils ne pourront faire que de "l'achat par catalogue", sans aucune créativité.

Cette constatation m'amena à chercher un nouveau type de cours, qui permettrait aux étudiants d'acquérir des outils et des méthodes qui peuvent favoriser une approche créative de la morphologie et de la structure de l'espace dans le design. J'ai donc mis de côté la priorité de l'analyse des structures, et l'ai remplacée par celle de comprendre la morphologie d'une façon générale et de pouvoir concevoir, en gros, ce qui est structurellement possible. Cette phase du travail architectural pourra être accomplie par l'architecte lui-même, sans qu'il dépende d'un consultant spécialisé; la tâche subséquente qui consiste à analyser la structure, à s'assurer qu'elle est conforme au cahier des charges et des codes du bâtiment, pourrait être accomplie par l'ingénieur en toute quiétude, sachant que le bâtiment est faisable tel que conçu.

Ces objectifs étant clairement définis, le nouveau cours parut en 1968 sous l'étrange titre, nouvellement conçu de "Topologie Structurale". L'adjectif "structurale" n'a évidemment pas besoin d'explication, mais pourquoi "topologie"? Durant les deux années que j'ai passées à la recherche d'outils et de méthodes pour approfondir l'étude de la forme et de la structure, j'ai vu des notions géométriques fascinantes qui, bien que consistantes et systématiques, n'appartenaient pas à la géométrie euclidienne. Après avoir fouillé dans quelques livres de géométrie bien connus (Hilbert 1952, Coxeter 1963, Grunbaum 1967), je fus ravis de voir que ces notions étaient des applications assez simples de plusieurs branches modernes de la géométrie. Parmi cellesci, la topologie était la plus surprenante, contrastant avec la géométrie métrique, contrôlant les autres géométries et se préoccupant de propriétés intrinsèques et générales. Ainsi, la topologie devint l'outil évident à utiliser à la première étape de la conception, et elle devint aussi le titre de ce cours.

Les thèmes principaux du cours de topologie structurale sont nés d'un modèle géométrique simplifié du processus de conception de notre environnement construit. Ce processus comprend trois étapes. La première consiste à définir des espaces habituellement bornés par des faces planes, ce qui mène à l'étude des **polyèdres** . La deuxième étape consiste à disposer ces polyèdres de façon convenable de façon à ce qu'ils aient certaines faces en commun, ce qui mène à l'étude des **juxtapositions** . En dernier lieu, le système ainsi conçu doit être structurellement faisable c'est-à-dire, au moins géométriquement stable, et donc, sa **rigidité** doit être confirmée. (Le travail de notre groupe de recherche sur ces trois sujets est exposé dans les articles subséquents de ce numéro).

Je ne veux pas dire que ces trois étapes peuvent être accomplies de façon séquentielle. D'abord, il n'est pas dit que les polyèdres arbitraires peuvent être juxtaposés de façon à remplir une portion de l'espace, et même, si un système de polyèdre peut être juxtaposé ainsi, rien ne dit que la grille qui en résulte pourra être rigidifiée facilement. Pour ces raisons, je trouve que le raisonnement synthétique nécessaire à la conception des formes doit être mené de façon parallèle, simultanée plutôt que séquentielle, semblables aux opérations d'un ordinateur analogique. Certaines études indiquent qu'il y a dans la structure du cerveau humain une dichotomie dans ce sens: l'hémisphère gauche traite l'information qu'il reçoit d'une façon séquentielle, alors que le droit la traite simultanément, tenant compte de plusieurs données à la fois. Ceci signifie que le raisonnement analytique (en série) a son centre dans l'hémisphère gauche, alors que le raisonnement synthétique, créateur, a son centre dans le droit. Mon expérience m'a convaincu que la synthèse de la forme est un processus parallèle, donc les étudiants en architecture devraient faire leur apprentissage sur des projets qui sont de nature franchement synthétique plutôt qu'analytique. Je considère qu'il est extrêmement naïf de croire qu'une méthodologie semblable à celle de l'organigramme (flowchart methodology) puisse conduire à un design créatif.

Nous pensons que le conflit entre les approches "synthétique" et "analytique" du design peut être résolu par une application adéquate des mathématiques. Toutes les différentes propriétés et les vastes problèmes qui se rattachent à nos trois thèmes principaux —les polyhèdres, les juxtapositions et la rigidité— peuvent être traités dans le cadre dans l'une ou de plusieurs des géométries suivantes: la topologie, la géométrie projective, ou affine, ou métrique, ou combinatoire. Pour résoudre ce conflit, il faut donc appliquer la géométrie adéquate au moment opportun dans le processus de la conception. En regardant de près les domaines de ces cinq géométries que nous décrivons brièvement, on peut alors voir que les quatre premières géométries apparaissent dans le processus de conception d'une manière séquentielle, mais aussi dans un ordre hiérarchique; la dernière, la géométrie combinatoire, est impliquée simultanément, contrôlant chaque niveau du processus séquentiel.

La Topologie

Branche très récente de la géométrie moderne, développée par Poincaré et ses disciples au début du siècle. Souvent appelée "géométrie des membranes élastiques" la topologie étudie les propriétés fondamentales et intrinsèques des configurations, tel que connexité, contours, régions et trous. La topologie est la première étape conceptuelle du design morphologique.

La Géométrie Projective

C'est la deuxième étape de la conception d'une structure, et elle est en quelque sorte plus spécifique que la topologie, étudiant les propriétés des faces planes, les lignes droites et les incidences entre points, droites et plans. La géométrie projective fut d'abord étudiée à la Renaissance par certains architectes, plus tard restructurée par les mathématiciens et elle est pratiquement ignorée dans l'enseignement des mathématiques d'aujourd'hui. Néanmoins, c'est la branche de la géométrie la plus importante dans notre travail et elle joue un rôle de premier plan dans la solution des problèmes de rigidité.

La Géométrie Affine

La troisième étape dans la conception d'une structure est l'introduction de considérations affines: parallélisme des droites et des plans. Cette géométrie est plus spécifique que la géométrie projective, mais ne traite pas des angles et des dimensions. Elle régit les aspects morphologiques (architecturaux) les plus importants du problème d'empilage dans l'espace. Elle prend naissance au 19e siècle, bien que la géométrie descriptive de Monge précède la mise en forme mathématique exacte de la géométrie affine.

La Géométrie Métrique

Enfin, nous arrivons à cette branche de la géométrie, la seule enseignée dans les écoles, qui nous permet de décider des angles et dimensions d'une structure déjà conçue et définie par sa configuration affine.

La Théorie Combinatoire

Dans chacune des géométries mentionnées plus haut, certaines propriétés des formes peuvent être déterminées aisément par énumération (i.e. énumération des panneaux, contreventements, cellules, valence des noeuds). Ces propriétés font l'objet de la théorie combinatoire et une compréhension de ces propriétés est essentielle dans le cadre d'une synthèse du sujet. Ainsi, comprise dans chacune des géométries: topologie, projective, affine et métrique, nous distinguons une géométrie combinatoire libérée de toute information spécifique concernant coordonnées ou positions exactes. Datant seulement de 1930, la géométrie combinatoire est une nouvelle venue sur la scène des mathématiques.

Pendant les quatre années suivantes, (1968-1972) le contenu du cours fut augmenté et réorganisé à chaque année, et il fut publié pour la première fois en 1973 sous forme de recueil de figures. Le titre des chapitres et leur ordre pourraient clarifier le but de ce recueil :

1. Topologie des variétés
2. Graphes sur les variétés
3. Polyèdres topologiques
4. Polyèdres projectifs
5. Polyèdres affines
6. Polyèdres métriques
7. Juxtapositions
8. Rigidité des réseaux plans
9. Rigidité des réseaux spatiaux
10. Rigidité des réseaux polyédriques.

Certains de ces domaines ont été étudiés en détail par des mathématiciens, et ma seule préoccupation était de trier l'information et de la traduire en un langage simple. Cependant, j'ai été bien surpris de trouver très peu de choses sur les chapîtres 7, 8 et 9*, et rien du tout sur les chapîtres 4 et 10. Durant ces quatre années, je concentrai mon propre travail ainsi que les projets de mes étudiants dans ces domaines. Et en dépit de notre maigre bagage mathématique, nous sommes parvenus à certaines méthodes, à des conjectures et à des relations utiles. Nous comptions plus sur une reconnaissance visuelle, intuitive de certaines formes que sur une analyse adroite et sur des preuves rigoureuses. Deux des résultats les plus importants de cette période sont: une nouvelle construction projective du polyèdre et sa relation aux problèmes de rigidité, et une approche synthétique de la construction de structures spatiales à panneaux rigides (réseaux polyédriques) ayant une morphologie arbitraire.

Dans toutes nos études, nous avons utilisé des modèles physiques. Nous avons passé un temps considérable à acquérir des techniques de construction de modèles qui soient rapides et précises, et ceci s'est avéré être un bon investissement. Ces

(*) Note:
Certains livres de références de renom en génie structural contiennent des erreurs spectaculaires sur la rigidité, qui est traitée un peu à la légère.

modèles étaient utilisés non seulement à titre d'exemples, mais pour identifier les problèmes et pour "confirmer" des solutions. Nous n'avions réellement pas le choix: sans de bonnes connaissances dans plusieurs branches avancées des mathématiques, nous devions compter sur notre intuition de l'espace, qui était beaucoup plus développée.*

En fait, ces modèles ainsi que des diagrammes ont été utilisés pour établir la communication, la première fois que j'ai parlé de ces travaux à des mathématiciens. A cette époque, je sentais que nous étions dans un cul-de-sac: il était devenu évident que pour progresser, nous avions besoin de l'aide des mathématiciens.

En 1974, suite à une rencontre fortuite entre Janos Baracs et Anatole Joffe, directeur du Centre de Recherches Mathématiques à l'Université de Montréal, plusieurs mathématiciens furent impliqués et essayèrent d'établir une liste croissante de problèmes bien énoncés, mais pas encore résolus, qui étaient soulevés par la recherche dans le domaine des structures. Parmi ces mathématiciens, Henry Crapo, chercheur faisant autorité en géométrie combinatoire, amorça une collaboration très suivie avec notre petit groupe et établit des contacts importants dans les milieux mathématiques.

La période allant de 1974 à 1978, fut marquée par la publication d'un grand nombre d'articles scientifiques sur des problèmes dont nous avions amorcé l'étude par l'implication des mathématiciens de plusieurs universités et centres de recherches et par la réaction enthousiaste de ces personnes face aux nouveaux développements et aux problèmes non résolus de la Topologie Structurale.

En septembre 1974, une collaboration des plus précieuses se développa avec Walter Whiteley, spécialiste en géométrie projective et professeur au Collège Régional de Champlain à Montréal. En 1974, avec la participation de Nabil Macarios et Luong Thien Tai, alors étudiants à l'Ecole d'Architecture, le noyau de notre groupe de recherche était formé, et les activités de recherche dans les différents domaines prenaient de l'ampleur.

Durant cette période, nous avions découvert certains articles écrits par Clerk Maxwell et Luigi Cremona au 19e siècle et oubliés depuis lors, et qui énonçaient et prouvaient partiellement l'une de nos conjectures préférées. Ce genre de découverte est très fréquent dans notre travail, et il ne diminue en rien notre enthousiasme.

En 1977, nous avons réalisé que le travail serait grandement avantagé si nous pouvions rassembler sous un même toit les personnes les plus impliquées et les responsables du développement de la Topologie Structurale. Nous présentions donc en juin 1977, notre demande officielle en vue d'établir un groupe de recherche qui serait sous les auspices du Centre de Recherches Mathématiques et de la Faculté de l'Aménagement. Messieurs Joffe et Davidson (doyen de la Faculté de l'Aménagement de l'Université de Montréal) nous encouragèrent, et à leur tour, contactèrent le Vice-recteur, Monsieur L'Abbé, (en charge de la Recherche à l'Université de Montréal) lui proposant l'engagement de Henry Crapo comme professeur invité à l'Université pour une période prolongée. Cette entente nous aida sur le plan matériel et accorda une reconnaissance tacite à notre projet; celui-ci devint réalité au mois de janvier de cette année. Notre équipe se mit immédiatement au travail, suivant les grandes lignes de notre proposition originale.

J'ai la conviction que dans notre univers scientifique compartimenté, seules des équipes multidisplinaires peuvent arriver à des résultats en recherche créative. Cela vaudrait la peine de faire ici quelques remarques sur notre récente expérience dans ce domaine.

Notre groupe de recherche a attiré plusieurs mathématiciens, quelques architectes, mais pas d'ingénieurs en dépit de nos efforts pour en recruter. Les mathématiciens voient dans la topologie structurale une application pratique qu'ils semblent apprécier, tandis que les ingénieurs y voient un exercice théorique pur qui les irrite. Nous aimerions trouver quelques ingénieurs intéressés afin d'équilibrer notre équipe.

Nous avons aussi quelques problèmes de communication à résoudre. Chose surprenante, le problème n'existe pas seulement entre les mathématiciens et les architectes, mais aussi entre les mathématiciens eux-mêmes. Notre expérience a démontré, cependant, qu'avec un peu d'efforts et de la bonne volonté, les mathématiques peuvent être plus humaines et démystifiées: les problèmes simples mènent en général à des solutions qui peuvent être exprimées en des termes simples.

Nous devons accepter le fait de la surspécialisation du goût et des préoccupations des mathématiciens. Il n'est pas rare de voir que les réponses à trois questions apparentées proviennent de trois mathématiciens différents, chacun étant expert dans son domaine respectif.

Nous devons accepter, et même exploiter, le conflit omniprésent entre les motivations fondamentalement différentes des mathématiciens, des architectes et des ingénieurs. La société les récompense pour des actes très différents: les mathématiciens pour avoir donné des conférences et avoir publié des articles, les architectes (et les ingénieurs) pour avoir fait des plans et avoir construit. Nous vivons le conflit qu'il y a entre des activités opposées: analyse/synthèse, raison/intuition, et abstrait/concret.

En dépit de ces obstacles — ou peut-être à cause d'eux — nous nous sentons stimulés, enthousiastes, et joyeux de travailler ensemble.

A présent, nous voulons

Rechercher les problèmes morphologiques et structuraux non résolus

Enoncer ces problèmes en termes mathématiques clairs

Résoudre ces problèmes avec les outils mathématiques existants, et s'il n'existe pas d'outils adéquats, développer de nouvelles méthodes et prouver de nouveaux théorèmes.

En termes pratiques, nous voulons

Aider les architectes, dans leurs processus

Note:
(*) Durant cette période, mes seuls collaborateurs étaient des étudiants talentueux et dévoués de l'Ecole d'Architecture. Je suis grandement reconnaissant à plusieurs d'entre eux, pour ne nommer que quelques-uns: C. Diacon, M. Lessard, C. Dubuc, N. Macarios, T.T. Luong, B. Léopold, J. Maurice et J. Couturier.

créatifs à identifier et à énoncer les problèmes qui peuvent être résolus à l'aide des mathématiques

Aider les mathématiciens à reconnaître dans leurs processus analytiques, les méthodes et les solutions qui peuvent être utilisées dans la pratique créative de l'architecture

Contribuer à établir un lien entre ces deux activités.

Afin d'atteindre ces objectifs, il sera nécessaire

pour les architectes, d'acquérir une connaissance globale du champ de base des diverses disciplines mathématiques,

et pour les mathématiciens, d'acquérir la capacité de communiquer avec ceux qui ne partagent pas leurs connaissances, et le désir de rattacher leurs recherches abstraites à des applications pratiques.

Ce bulletin, qui devrait paraître au moins trois fois l'an, sera le lien qui unit notre groupe à des membres affiliés. Il servira aussi à établir une communication rapide et informelle avec ceux qui travaillent déjà dans ce domaine. Nous espérons recruter de nouveaux chercheurs, spécialement parmi les étudiants en mathématiques, en architecture, et en génie. Nous sommes vivement intéressés à trouver et à exposer des problèmes non-résolus — nous promettons d'accorder autant d'espace aux discussions dans les domaines où nous sommes compétents, qu'aux domaines où nous sommes ignorants.

Ce numéro contient quatre articles, et de l'information à propos de gens, d'articles et de livres. L'essai sur la Géométrie et l'Architecture est une tentative modeste de démontrer la nécessité de rétablir le lien historique entre les mathématiques et l'architecture.

Les trois articles suivants résument "l'état de la question" en ce qui concerne nos trois thèmes principaux: les polyèdres, les juxtapositions et la rigidité. Enfin, nous publions une liste de nos membres réguliers ou affiliés, nos publications, ainsi qu'une bibliographie analytique.

Les prochains numéros seront plus spécifiques, et contiendront des discussions détaillées de problèmes résolus et non résolus. Nous espérons recevoir des articles: ils seront soit publiés, soit revus et commentés, et dans ce cas, le groupe assurera leur distribution séparément.

Nous espérons que vous vous joindrez à nous: nous voulons partager notre enthousiasme pour la topologie structurale!

Introduction

by Janos Baracs

Structural Topology (1) 1979

Abstract

This bulletin is addressed to structural engineers, architects and mathematicians who are potentially interested in fundamental problems concerning 3-dimensional space and its use for architectural purposes. In order to introduce this bulletin to our readers, and to clarify its purpose, this article will deal with the origins of our present work, its subsequent development as a research project, and now the formation of a research group on that theme.

Structural topology has not existed as an organized intellectual discipline nor as a subject for formal instruction, and will thus not be familiar to a majority of our readers. Rather, it is a subject which in the course of time certain individuals have attempted to organize for themselves, and on which they have often placed their personal stamp. My own experience in professional practice, teaching and research is one such effort. I ask the indulgence of the reader as I sketch the history of these developments: the problems we were trying to solve and the ways we have tried to solve them.

I came to Canada in 1957 with a degree in architectural engineering, followed by a few years of simultaneous practice and teaching in both fields. While looking for my first employment in Canada, I was told I had to decide which of the two distinct professions I wished to pursue, architecture or structural engineering. I opted for engineering, with some hope that I could also contribute to the conception of architectural projects.

It took a few years of this imposed one-sided practice fully to recognize the basic conflict between the architect's creative approach and the engineer's analytical attitude. In my view, this conflict is quite a recent development, and is due to specialization in the professions. Throughout history many architects were mathematicians, geometers and engineers. Geometry appeared as a synthetic tool to organize form and structure, to impose discipline and harmony on architecture. (See the following article, which deals with this history.) While this trend toward specialization was developing in the last century, architects and engineers were also losing interest in geometry. These tendencies had a crippling effect on the morphology of our architecture and environment: our cityscapes are now composed of monotonous right-angled prisms scattered along rectangular grid lines. The truly 3-dimensional quality of architecture has disappeared. It has been replaced by a simplistic, flat, 2-dimensional approach. Right-angled prisms predominate because they are simple enough to be described by perpendicular planes section plans and elevations, which can be treated separately on the paper without regard for their inherent unity in space. Structural textbooks reinforce this approach: they contain a chapter on "plane" structures, intended probably for the inhabitants of Flatland.

This single-minded cubic approach to architecture also has a paralyzing effect on building technology. While other technologies have progressed rapidly during the last few decades under the pressure of sophisticated social needs, building technology is now in a period of stagnation, and is not likely to be challenged by the simplistic, unimaginative geometric concepts currently in command. Those who argue that buildings with more complicated shapes will cost more are only partly right: if we apply today's technology to tomorrow's forms, they may be more expensive than conventional structures built with those same methods, but they will be less costly when the technology has caught up. This phenomenon is well proven in other industries, notably in the computer industry. The tendency today is to conceive of structures which are simple to draw and to calculate, with little or no regard to how difficult they are to built. We should look for systems which are complicated to draw and to analyze, but simple to produce. Compare for instance the Crystal Palace and the Geodesic Dome.

Our three dimensional space is a precious natural resource and should be treated with due respect. To do so, architects and engineers must possess a basic ability to comprehend, to visualize, to control and manipulate space. There are rules to obey, and methods to follow. Do we know them? Our buildings are presently conceived by architects who may know little about geometry. Would they in turn agree to be operated upon by surgeons who know little about anatomy?

The situation is not as bleak as one might expect. While architects and engineers did give up on geometry during the last century, this branch of mathematics has continued to progress. The rigid axiomatic approach of the classical Greek school of Euclidean and metric geometry was successfully challenged after roughly 2000 years of uncritical acceptance, and attractive new geometries appeared in rapid succession. We mention a few of these in the order of their birth: projective geometry, affine geometry, topology, the theory of graphs, and combinatorial geometry.

These new geometries have already gained full respect in mathematical circles, and some of them have been widely applied to practical problems in many fields of science, yet none of them are taught in elementary or secondary schools, despite the fact that their visual and intuitive content can be readily enjoyed at any age. The only geometry talked about in schools is metric geometry. This is not to say that metric geometry is not valid or not useful, but rather that to teach only metric geometry is to promote a brand of intellectual stagnation which has beset us for too long already. Architecture in particular should now be able to take advantage of advances already made in geometry.

I began to teach descriptive geometry and spatial structures in 1964 at the School of Architecture at the Université de Montréal. The content of the descriptive geometry course was easily assembled. I extended the classical basic chapters on points, lines and planes to include a detailed study of polyhedra. The course on spatial structures, however, soon became a problem. The first two years I talked about shells, folded plates, space frames and domes. I showed some methods of approximation for structural analysis, and discussed examples of existing buildings, and technological details. I felt secure in my teaching of the subject because of my private practice in which I had designed quite a number of these structures. But the course quickly became a bore, equally to my students and to myself. What I was doing was to repeat the mistakes of my teachers, passing on a catalogue of built examples, along with a few superficial recipes and methods of analysis. Ironically, at the same time I was expecting my students to exercise some creative thinking and inventiveness in design. It didn't take me long to realize that if architecture students are fed only with this type of course, they will be fitted only for catalogue shopping, and ill-equipped for creative design.

This recognition led me to search for a new type of course which would equip students with tools and methods for a creative approach to morphological and structural design in space. I put aside the priority of analyzing structures, and introduced instead the priority of gaining a grasp of morphology in some generality, and on developing the ability to conceive what is structurally feasible in rough outline. This phase of architecture should and will be carried out by the architect without dependence on a specialized consultant. The subsequent task of analyzing the structure to conform to loading requirements and building codes can be carried out by the engineer in confidence that the building as conceived is feasible.

With these objectives in mind, the new course emerged in 1968 with the newly-coined title: Structural Topology. The adjective "structural" needs no explanation, but why the term "topology"? During my two-year search for tools and methods with which to pursue studies of form and structure, I encountered some fascinating geometric notions which, although they appeared consistent and systematic, did not belong to the domain of Euclidean geometry. After some digging in some famous books on geometry (Hilbert 1952, Coxeter 1963, Grunbaum 1967), it was exciting to recognize that these notions were simple applications of the several modern branches of geometry. Among these, topology was the most surprising in its contrast to metric geometry, in its controlling role over the other geometries, and its preoccupation with intrinsic properties and generalities. Thus topology became the obvious choice as a tool for the first step in the process of conception, and also became the title of the course.

The principal themes of the structural topology course emerged from a simplified geometric model of the process of conception of the built environment. There are three steps in this process. The first step is to define spaces, usually limited by plane faces, leading to a study of **polyhedra**. The second step is to find a convenient arrangement of the polyhedra, with some of their plane faces in common, from which we are led to a study of **juxtapositions**. Finally, the conceived system has to be structurally feasible, that is at least geometrically stable, so its **rigidity** must be confirmed. (The work of our research group on these three points is the subject of subsequent articles in this issue.)

I don't mean to suggest that this three-step process can be carried out in a sequential fashion. For one thing, arbitrary polyhedra do not necessarily juxtapose with themselves to fill a portion of space. And even if a system of polyhedra does fit together, there is no guarantee they will result in a grid which can easily be made rigid. For reasons such as this, I find that the synthetic reasoning necessary for conception of forms must be carried out in a parallel and simultaneous rather than in a sequential mode, more like the operation of an analogue rather than a digital computer. Studies indicate that there is a dichotomy along these lines in the structure of the human brain: that the left hemisphere of the brain processes information sequentially, the right simultaneously, accessing several inputs at once. This means that analytical thinking (in series) is centered in the left hemisphere, while synthetic, creative thinking is centered in the right. It is my experience that the synthesis of form is a parallel process, so architecture students must be trained on projects which are clearly synthetic rather than analytic in nature. I regard it as utterly naive to suggest that any sequential flow-chart methodology can lead to creative design.

We feel that the conflict between synthetic and analytic approaches to design may be solved by a careful application of mathematics. All the different properties and wide-ranging problems related to our three principal themes —polyhedra, juxtapositions and rigidity— can be expressed within the framework of one or several of the different geometries. To resolve this conflict we apply the right geometry at the right time in the process of design. We will now give a brief outline of the scope of each of these geometries. The reader will see that while the first four geometries come to control the conceptual process in a sequential and clearly hierarchical order, the last one, combinatorial geometry, has to be simultaneously engaged in a parallel fashion, controlling every level of the sequential process.

Topology

This is a fairly recent branch of modern geometry, developed by Poincaré and his followers at the turn of the century. Often characterized as "rubber-sheet geometry", topology studies the most fundamental and intrinsic properties of configurations, such as connectivity, sides, boundaries and holes. Topology is the first conceptual state in morphological design.

Projective Geometry

Projective geometry is the second stage in the conception of a structure, somehow more specific than topology, dealing with properties of plane faces, straight lines and incidences among points, lines and planes. Projective geometry was first developed in the Renaissance by architects, was later reorganized by mathematicians, and has come to be largely ignored in the mathematical curriculum of today's universities. However, it is the branch of geometry most central to our work, and plays a crucial role in questions of rigidity.

Affine Geometry

The third natural stage in the conception of a structure is to introduce affine considerations: the parallelism of lines and of planes. Affine geometry is more specific than projective geometry, but still does not deal with angles and distances. This geometry controls the most important morphological (architectural) aspects of space-filling. Affine geometry was largely a creation of the 19th century, although Monge's descriptive geometry predates the mathematical formalization of affine geometry.

Metric Geometry

Finally we arrive at the branch of geometry, practically the only one taught in schools, which permits us to make final decisions about angles and lengths in a structure which we have already conceived and defined as an affine configuration.

Combinatorial Theory

Within each of the geometries sketched above, certain properties of forms may be determined quite simply by counting (by counting the number of panels, braces or cells, the valency of nodes, for example). These properties are the subject matter of combinatorial theory, and a grasp of these properties is essential for a synthetic approach to the subject. Thus within topology, projective, affine and metric geometry, we distinguish a combinatorial geometry unencumbered by all the specific information about coordinates and exact position. Combinatorial geometry is quite new on the mathematical scene, having been introduced as recently as the 1930s.

In the four following years (1968-1972), the course was extended and reorganised yearly and was first reproduced as a picture book in 1973. The titles of the chapters and their order might help to clarify further its purpose:

1. Topology of manifolds
2. Graphs on manifolds
3. Topological polyhedra
4. Projective polyhedra
5. Affine polyhedra
6. Metric polyhedra
7. Juxtapositions
8. Rigidity of plane grids
9. Rigidity of spatial grids
10. Rigidity of polyhedral grids.

The subject matter of some of these chapters has been studied by mathematicians in great detail, and my only concern was to sift and translate the information into a simple language. However, I was surprised to find very little on the topics of chapters 7, 8, and 9*, and nothing at all on chapters 4 and 10. During this four year period, I concentrated my own work and my students' projects in these areas, and it proved to be very rewarding. We came about some useful relations, methods and conjectures in spite of our meagre mathematical background. We relied more on visual, intuitive pattern recognition than on skillful analysis and rigorous proofs. Two of the most important results of this period were: a new projective construction of the polyhedron and its relation to rigidity, and a synthetic approach to building rigid spatial panel structures (polyhedral grids) with an arbitrary morphology.

We used physical models in all our studies. Accordingly we spent a considerable amount of time on the single task of mastering fast and precise model-building techniques, which proved to be a good investment. Models were built not so much to illustrate, but rather to identify problems and to find and "confirm" solutions. We really had no choices: without a good knowledge of many branches of higher mathematics, we had to rely on our more developed spatial intuition. During this period, my only collaborators were talented and dedicated architectural students: I am greatly indebted to many of them for their valuable cooperation. To mention just a few, special thanks are to to C. Diacon, M. Lessard, C. Dubuc, N. Macarios, T.T. Luong, B. Léopold, J. Maurice and J. Couturier.

In fact, models and drawings were used to bridge the communication gap when I first presented our work to mathematicians in 1974. At that time I felt that I was reaching a dead end. It was evident that to progress further in the subject we needed the help of mathematicians.

As a result of my fortuitous encounter with Anatole Joffe, director of the Centre de Recherches Mathématiques at the Université de Montréal, a number of mathematicians became involved in trying to settle a growing list of well-formulated but unsolved problems arising from the research on structures. In particular, Henry Crapo, a leading researcher in combinatorial geometry, began a close collaboration with our little group, and proceeded to develop substantial contacts for our group with the mathematical community.

(*) Footnote:
Prestigious engineering textbooks contained some spectacular errors on the lightly treated subject of rigidity.

The period 1974-78 was characterized by the completion and publication of a large amount of scientific work previously initiated by us, by the involvement of mathematicians at a number of different universities and centres, and by the enthusiastic response of these people to the new developments and unsolved problems of Structural Topology.

A most valuable collaboration also developed in September 1974 with Walter Whiteley, a specialist in projective geometry who was teaching at Champlain Regional College in Montreal. Thus with the inclusion of Nabil Macarios and Luong Thien Tai, who at the time were enrolled as students in the School of Architecture, the core of our present research group was already complete in 1974, and research activity on a number of fronts was already acquiring momentum. During that period, some forgotten papers written by Clerk Maxwell and Luigi Cremona in the 19th century were found, stating one of our cherished conjectures on rigidity and giving portions of the proof. These kinds of rediscoveries are quite frequent in our work and they do not temper our enthusiasm.

By 1977, we realized the work would benefit greatly if we could bring together under one roof those most intimately involved in and responsible for the development of structural topology. In June 1977, we therefore presented our formal request to establish a research group under the auspices of the Centre de Recherches Mathématiques and the Faculté de l'Aménagement. Mr. Joffe and Mr. Davidson (Dean of the Faculté de l'Aménagement at the Université de Montréal) encouraged us in our request and in turn approached Vice-recteur L'Abbé who was in charge of research at the Université de Montréal, with the proposal to hire Henry Crapo on an extended term as visitor to the University. This arrangement, which aided us materially and gave tacit recognition to our project, became a reality in January of this year, and we immediately began joint work within our group on a day-to-day basis.

I believe that in our segregated scientific world, only interdisciplinary teams can produce results in creative research. It may be worthwhile to offer a few comments about our recent experience.

Our research group has attracted many mathematicians, few architects, and despite our repeated efforts, no engineer. Mathematicians find that structural topology is a practical application of mathematics which they seem to enjoy, while engineers consider it as a pure theoretical exercise and resent it. We would like to balance our team and to find some interested engineers.

We also have to solve some communication problems. Surprisingly, the gap appears not only between mathematicians and architects, but also among mathematicians themselves. However, our experience proved that with some effort and good will, mathematics can be humanised and demystified: simple problems usually lead to simple solutions which can be expressed in simple terms.

We have to live with the fact of the highly specialised taste and preoccupations of mathematicians. It is not unusual that the answer to three related questions come from three different mathematicians, each expert in his respective field.

We have to accept and even exploit the ever present conflict between the fundamentally different motivations of mathematicians, architects and engineers. Society rewards them for very different accomplishments: mathematicians for talks and publications, architects (and engineers) for designs and buildings. We experience the conflict of linking opposing activities: analytic vs synthetic, rational vs intuitive and abstract vs practical.

Despite these obstacles — or maybe because of them — we feel stimulated, joyful and enthusiastic working together.

Now a few words about our objectives.

In general they are

to search out unsolved morphological and structural problems

to state these problems in clear mathematical terms

to solve these problems with existing tools, and if appropriate tools do not exist, to develop new methods and to prove new theorems.

In practical terms they are

to help architects in their creative process to recognise and state problems which can be solved with the help of mathematics

to help mathematicians in their analytical process to recognise methods and solutions which can be used in the creative architectural practice

to help bridge the gap between the two activities.

To attain these objectives, it is necessary

for architects to acquire some overall knowledge of the basic scope of different branches of mathematics

for mathematicians to acquire the ability to communicate with those who do not share their knowledge, and the desire to link their abstract investigations to practical applications.

This bulletin, to be published at least three times annually, should serve as a link between our group and its affiliated members. It should also establish a fast, informal communication with those already working in this field. We hope to recruit new researchers, particularly among students of mathematics, architecture and engineering. We are very keen to find and expose unsolved problems — we promise to give equal space to discussions in the areas of our competence as well as in the areas of our ignorance.

This issue of the bulletin contains four articles and some information about people, papers, and books. The essay on Geometry and Architecture is a modest attempt to prove the necessity to reestablish the historic link between mathematics and architecture. The next three articles are summary reports on the state of the art in our three principal themes: polyhedra, juxtapositions, and rigidity. Finally, we list our own regular and affiliated members, various publications available from our research group and annotated bibliographies.

Future issues will be more specific, with more detailed discussions on solved and unsolved problems. We hope to receive contributions from outside: they will be either published or reviewed, and if reviewed, their separate distribution will be handled by the group.

We hope you join us: let us share our enthusiasm in Structural Topology.