IDENTIFICACION DE GENERADORES COHERENTES EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

Quaderns d'enginyeria

5 (1984) 1 p. 133-144

J.A. Martínez Velasco (*)

RESUMEN

La identificación de generadores coherentes es un paso importante en la construcción de equivalentes dinámicos de zonas en un sistema eléctrico de potencia perturbado. En este trabajo se analizan las condiciones de coherencia utilizando un modelo no lineal y un modelo lineal desacoplado de un sistema de potencia. El método empleado en ambos casos es el mismo y fue utilizado originalmente con el modelo no lineal, ver (6), (7). La principal aportación de este trabajo consiste en la aplicación del método al modelo linealizado, lo que permitirá obtener condiciones de coherencia, algunas ya conocidas, de forma muy sencilla; una posterior simplificación dará lugar a un resultado interesante.

SUMMARY

The identification of coherent generators is an important step in the construction of dinamic equivalents of aereas in a perturbated electric power system. In this paper the conditions of coherency are analyzed using a non linear model and a decoupled linear model of a power system. The employed method is the same in both cases and it was used originally with the non linear model, see (6), (7). The main contribution of the paper is the application of the method to the linear model, it will allow to obtain coherency conditions, some of them already known, in a very simple way; a later simplification will deliver an interesting result.

* Cátedra de Electrotecnia de la E.T.S.E.I.B./ Universidad Politécnica de Barcelona.

1.- INTRODUCCION

El aumento de la complejidad de grandes redes de potencia y la interconexión entre ellas, por motivo de seguridad, hace cada vez más dificil la tarea de simular fenómenos transitorios empleando el modelo completo del sistema. Normalmente el interés del análisis dinámico de un sistema está centrado en un área muy específica, próxima al punto donde se origina una perturbación, este área es conocida como sistema en estudio y el resto se denomina sistema externo.

La forma más utilizada para simplificar la tarea de análisis consiste en establecer uno o varios equivalentes dinámicos del sistema externo agrupando generadores de tal forma que se reduzca el orden del sistema original.

Uno de los fenómenos observados en la simulación de un sistema de potencia en gran escala que haya sufrido una perturbación es la existencia de uno o varios grupos de generadores que oscilan con una velocidad y un ángulo de fase muy próximos entre sí. Dos generadores se dice que son coherentes para una determinada perturbación si mantienen la diferencia de sus ángulos de fase constante.

La reducción del orden de un sistema se puede realizar identificando grupos de generadores coherentes, el siguiente paso consistirá en la adición de los generadores y el establecimiento de equivalentes dinámicos.

La identificación de coherencia en sistemas de potencia ha sido objeto de varios trabajos en los últimos años, ver (1), (2), (3), (4), (5), y aunque no se dispone todavía de métodos rápidos y sencillos que permitan abordar la tarea bajo cualquier circunstancia si se han obtenido resultados importantes.

El objetivo de este trabajo es establecer condiciones de coherencia aplicando el método seguido por Di Caprio y Marconato , ver (6). Este método fue empleado originalmente con un modelo no lineal de un sistema de potencia, ver (6), (7); en este trabajo se aplicará a un modelo simplificado linealizado, que es utilizado en la mayoría de trabajos, ver (2), (3), (4). Las condiciones de coherencia que se obtendrán son similares a las ya obtenidas, sin embargo su demostración será más sencilla. Inicialmente se estudiará el modelo no lineal, esto permitirá comparar la diferencia de condiciones exigibles para la identificación de generadores coherentes en uno u otro caso.

2.- CONDICIONES DE COHERENCIA. MODELO NO LINEAL

2.1.- Ecuaciones del sistema

Se considerará un sistema eléctrico de potencia con n buses, de los cuales p serán buses de generador y q buses de carga, $(n = p + q)$.

Ordenando los buses de generador y los buses de carga en forma correlativa, las magnitudes eléctricas de la red se pueden relacionar mediante la matriz Y_{BUS} y se pueden descomponer en la siguiente forma

$$\begin{pmatrix} Y_{GG} & Y_{GC} \\ Y_{CG} & Y_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_G \\ V_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_G \\ I_C \end{pmatrix} \qquad (2.1)$$

siendo Y_{GG} $(p \times p)$ matriz de admitancias entre buses de generador, los elementos de esta matriz se anotarán $\underline{Y}_{ij}^{gg}$; $i,j = 1,\ldots,p$

Y_{GC} $(p \times q)$ matriz de admitancias entre buses de generador y buses de carga, sus elementos se anotarán $\underline{Y}_{ij}^{gc}$; $i = 1,\ldots,p$; $j = 1,\ldots,q$

$Y_{CG} = (Y_{GC})^T$ $(q \times p)$ matriz, transpuesta de la matriz Y_{CG}

Y_{CC} $(q \times q)$ matriz de admitancias entre buses de carga, anotando sus elementos $\underline{Y}_{ij}^{cc}$; $i,j = 1,\ldots,q$

V_G p - vector de tensiones de buses conectados a un generador (se supone un solo generador conectado a un bus), de elementos $\underline{V}_i$; $i = 1,\ldots,p$

V_C q - vector de tensiones de buses de carga, de elementos $\underline{V}_j$; $j = 1,\ldots,q$

I_G p - vector de intensidades inyectadas en los buses de generador, de elementos $\underline{I}_i$; $i = 1,\ldots,p$

I_C q - vector de intensidades inyectadas en los buses de carga, de elementos $\underline{I}_j$; $j = 1,\ldots,q$

El modelo de generador que se utiliza normalmente en el estudio de transitorios es el de una fuente de tensión detrás de su admitancia síncrona transitoria, ver figura 2.1.

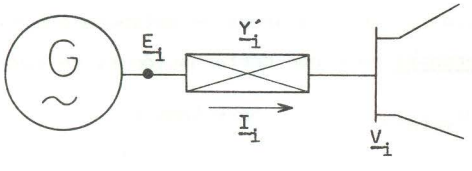

Figura 2.1

Las ecuaciones del movimiento de un generador síncrono son

$$\left.\begin{aligned} PM - PG &= M\,\frac{d\omega}{dt} + D\omega \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

siendo PM la potencia mecánica de entrada, aplicada en el eje del generador

PG la potencia eléctrica activa de salida en bornes del generador

M la constante de inercia de la máquina

D la constante de amortiguamiento

ω la velocidad de giro

δ el ángulo de posición del rotor

Todas las magnitudes que aparecen en (2.1) y en (2.2) vienen dadas en valores en tanto por uno, p.u.

La potencia eléctrica activa de salida de un generador se puede obtener mediante la expresión

$$PG_i = Re(\underline{E}_i \, \underline{I}_i^*) \qquad (2.3)$$

con $\underline{E}_i = E_i \, e^{j\delta_i}$

siendo E_i el módulo de la f.e.m. interna del generador i

δ_i el ángulo de fase

I_i la corriente que el generador inyecta en el bus donde está conectado

De la relación (2.1) se tiene

$$\underline{I}_i = \sum_{k=1}^{p} \underline{Y}_{ik}^{gg} \, \underline{V}_k + \sum_{m=1}^{q} \underline{Y}_{im}^{gc} \, \underline{V}_m$$

con lo cual

$$PG_i = Re\left\{ \underline{E}_i \left(\sum_{k=1}^{p} \underline{Y}_{ik}^{gg} \, \underline{V}_k + \sum_{m=1}^{q} \underline{Y}_{im}^{gc} \, \underline{V}_m \right)^* \right\} \qquad (2.4)$$

Para simplificar la notación se hará

$$PG_i = Re\left\{ \underline{E}_i \left(\sum_{m=1}^{n} \underline{Y}_{im} \, \underline{V}_m \right)^* \right\} \qquad (2.5)$$

pudiendo ser $\underline{Y}_{im}$ un elemento de Y_{GG} o de Y_{GC}.

2.2.- Identificación de coherencia

<u>Definición</u> Dos generadores, i y k ($i,k \in \{1,\ldots,p\}$), de un sistema de potencia que haya sufrido una perturbación, simple o múltiple, serán <u>coherentes</u> para esa perturbación si se cumple que

$$\delta_{ik} = \delta_i(t) - \delta_k(t) = \delta_{ik(0^-)} \qquad \text{para todo } t \qquad (2.6)$$

siendo $\delta_{ik(0^-)}$ la diferencia de fases antes de producirse la perturbación.

Este concepto de coherencia es conocido tambien como coherencia teórica o coherencia estricta.

Si δ_{ik} se mantiene constante se cumplirá tambien que

$$\omega_{ik} = \omega_i - \omega_k = 0$$

$$\Delta\delta_{ik} = 0$$

siendo $\Delta\delta_i(t) = \delta_i(t) - \delta_{i(0^-)}$, $\Delta\delta_k(t) = \delta_k(t) - \delta_{k(0^-)}$.

En todo lo que sigue de análisis se supondrá que la potencia mecánica de entrada y la f.e.m. interna en todos los generadores se mantienen constantes y con el mismo valor que tenian antes de producirse la perturbación; es decir no actuarán ni el regulador de la turbina ni el de excitación.

Antes de producirse la perturbación todos los generadores giran a velocidad síncrona ω_o, por tanto

$$PM_i - PG_{i(0^-)} = D_i \, \omega_o \qquad i = 1,\ldots,p \qquad (2.7)$$

siendo $PG_{i(0^-)}$ la potencia eléctrica que entrega el generador i antes de producirse la perturbación.

Puesto que PG_i se puede expresar según (2.5) se tiene

$$PM_i = Re\left\{ \underline{E}_{i(0^-)} \sum_{m=1}^{n} \underline{Y}^*_{im(0^-)} \underline{V}^*_{m(0^-)} \right\} + D_i \omega_o \qquad (2.8)$$

$\underline{Y}_{im(0^-)}$ es el valor del término im de la matriz Y_{BUS} antes de producirse la perturbación; es necesario distinguirlo así ya que el sistema puede cambiar su estructura con una determinada perturbación, p.e. la desconexión de una línea.

Sustituyendo la expresión (2.7) en (2.2) se obtiene

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{PG_{i(0^-)} - PG_i}{M_i} + \frac{D_i}{M_i}(\omega_o - \omega_i) \qquad (2.9)$$

La diferencia de aceleraciones entre los generadores i y k será

$$\frac{d\omega_{ik}}{dt} = \frac{d\omega_i}{dt} - \frac{d\omega_k}{dt} =$$

$$= \left[\frac{PG_{i(0^-)}}{M_i} - \frac{PG_{k(0^-)}}{M_k}\right] - \left[\frac{PG_i}{M_i} - \frac{PG_k}{M_k}\right] + \left[\frac{D_i}{M_i} - \frac{D_k}{M_k}\right]\omega_o - \left[\frac{D_i}{M_i}\omega_i - \frac{D_k}{M_k}\omega_k\right] \qquad (2.10)$$

Finalmente, si se sustituyen los términos PG por sus expresiones según (2.5) y se tiene en cuenta que $\underline{E} = E\, e^{j\delta}$ se obtiene

$$\frac{d\omega_{ik}}{dt} = Re\left\{ \sum_{m=1}^{n} \left[\frac{E_i}{M_i} e^{j\delta_{i(0^-)}} \underline{Y}^*_{im(0^-)} - \frac{E_k}{M_k} e^{j\delta_{k(0^-)}} \underline{Y}^*_{km(0^-)}\right] \underline{V}^*_{m(0^-)} \right\} -$$

$$- Re\left\{ \sum_{m=1}^{n} \left[\frac{E_i}{M_i} e^{j\delta_i} \underline{Y}^*_{im} - \frac{E_k}{M_k} e^{j\delta_k} \underline{Y}^*_{km}\right] \underline{V}^*_m \right\} + \left[\frac{D_i}{M_i} - \frac{D_k}{M_k}\right]\omega_o - \left[\frac{D_i}{M_i}\omega_i - \frac{D_k}{M_k}\omega_k\right] \qquad (2.11)$$

<u>Teorema 2.1</u> Para que los generadores i y k sean coherentes después de una determinada perturbación es necesario y suficiente que se cumplan las siguientes condiciones

$$\left.\begin{aligned} & D_i/M_i = D_k/M_k \\ & \frac{E_{i(0^-)}}{M_i} \underline{Y}^*_{im} = \frac{E_{k(0^-)}}{M_k} \underline{Y}^*_{km} \qquad m = 1,\ldots,n \end{aligned}\right\} \qquad (2.12)$$

debiendo considerar los términos $\underline{Y}_{im}$, $\underline{Y}_{km}$ tanto antes como después de la perturbación.

<u>Demostración</u> (Ver (6),(7)): La expresión (2.11) se puede poner en la siguiente forma

$$\frac{d\omega_{ik}}{dt} = Re\left\{ \sum_{m=1}^{n} \left[\frac{E_i}{M_i} e^{j\delta_{i(0^-)}} \underline{Y}^*_{im(0^-)} - \frac{E_k}{M_k} e^{j\delta_{k(0^-)}} \underline{Y}^*_{km(0^-)}\right] \underline{V}^*_{m(0^-)} \right\} -$$

$$- Re\left\{ \sum_{m=1}^{n} \left[\frac{E_i}{M_i} e^{j\delta_{i(0^-)}} e^{j\Delta\delta_{ik}} \underline{Y}^*_{im} - \frac{E_k}{M_k} e^{j\delta_{k(0^-)}} \underline{Y}^*_{km}\right] e^{j\Delta\delta_k} \underline{V}^*_m \right\} +$$

$$+ \left[\frac{D_i}{M_i} - \frac{D_k}{M_k}\right]\omega_o - \left[\frac{D_i}{M_i}\omega_i - \frac{D_k}{M_k}\omega_k\right] \qquad (2.13)$$

Si $\Delta\delta_{ik} = 0$, $\omega_{ik} = 0$ y $d\omega_{ik}/dt = 0$, se deduce inmediatamente de la expresión (2.13) la necesidad de las condiciones (2.12)

Justo antes y después de producida la perturbación se tiene

$$\delta_{i(0^+)} = \delta_{i(0^-)} \;;\; \delta_{k(0^+)} = \delta_{k(0^-)} \;;\; \delta_{ik(0^+)} = \delta_{ik(0^-)}$$

$$\omega_{i(0^+)} = \omega_{i(0^-)} = \omega_{k(0^+)} = \omega_{k(0^-)} = \omega_o \;;\; \omega_{ik(0^+)} = \omega_{ik(0^-)} = 0$$

$$\frac{d\omega_{ik}(0^+)}{dt} = \left[\frac{PG_i(0^-)}{M_i} - \frac{PG_k(0^-)}{M_k}\right] - \left[\frac{PG_i(0^+)}{M_i} - \frac{PG_k(0^+)}{M_k}\right] +$$

$$+ \left[\frac{D_i}{M_i} - \frac{D_k}{M_k}\right]\omega_o - \left[\frac{D_i}{M_i}\,\omega_{i(0^+)} - \frac{D_k}{M_k}\,\omega_{k(0^+)}\right] =$$

$$= \mathrm{Re}\left\{\sum_{m=1}^{n}\left[\frac{E_i}{M_i}\,e^{j\delta_i(0^-)}\,\underline{Y}^*_{im(0^-)} - \frac{E_k}{M_k}\,e^{j\delta_k(0^-)}\,\underline{Y}^*_{km(0^-)}\right]\underline{V}^*_{m(0^-)}\right\} -$$

$$- \mathrm{Re}\left\{\sum_{m=1}^{n}\left[\frac{E_i}{M_i}\,e^{j\delta_i(0^+)}\,\underline{Y}^*_{im(0^+)} - \frac{E_k}{M_k}\,e^{j\delta_k(0^+)}\,\underline{Y}^*_{km(0^+)}\right]\underline{V}^*_{m(0^+)}\right\} +$$

$$\left[\frac{D_i}{M_i} - \frac{D_k}{M_k}\right]\omega_o - \left[\frac{D_i}{M_i} - \frac{D_k}{M_k}\right]\omega_o \qquad (2.14)$$

Para que $d\omega_{ik}/dt)_{0^+}$ sea nulo es suficiente que se cumpla la segunda condición en (2.12). Si $d\omega_{ik}/dt)_{0^+} = 0$ será $\omega_{ik(0^+)} = 0$ y $\delta_{ik(0^+)} = 0$. Para que se cumpla a cualquier velocidad, $\omega_i = \omega_k \neq \omega_o$ será suficiente que se cumpla también la primera condición de (2.12).

2.3.- Conclusiones

Del exámen de la expresión (2.12) se pueden extraer las siguientes conclusiones:

a) la coherencia entre dos generadores dependerá del estado inicial de la red, E_i, $\delta_{i(0^-)}$, E_k, $\delta_{k(0^-)}$

b) la coherencia no depende de la magnitud de las perturbaciones pero si de los posibles cambios que se puedan introducir en la estructura de la red

c) las condiciones (2.12) son muy rigurosas y prácticamente imposibles de cumplir, basta con que las razones D/M no sean exactamente iguales o que para algún m (m = 1,...,n) $Y_{im} = 0$ y $Y_{km} \neq 0$, por e - jemplo.

Es evidente que el concepto de coherencia (estricta) es puramente teórico y que la reducción del orden de un sistema de potencia debe basarse en condiciones menos estrictas. Para solventar este inconveniente se ha introducido el concepto de coherencia práctica o ε - coherencia, ver (3), (4), (6), (9), donde se acepta que la variación entre ángulos de fase sea menor o igual que una cantidad preestablecida, ε, en un determinado intervalo de tiempo

$$|\Delta\delta_{ik}(t)| \leqslant \varepsilon \qquad \text{para } t \in (0,T)$$

Uno de los inconvenientes que presenta la aplicación de este concepto está en saber que valor de ε es suficientemente grande para que el equivalente dinámico que se obtenga sea válido en el análisis del sistema original. Por otra parte existe una diversidad de criterios al establecer la condición de ε - coherencia, ya que algún autor añade al incremento entre ángulos de fase la diferencia de velocidades

$$|\Delta\delta_{ik}(t)| \leqslant \varepsilon \quad ; \quad |\omega_{ik}(t)| \leqslant \varepsilon$$

Ello no impide que sea un criterio más realista para la construcción práctica del equivalente dinámico de un grupo de generadores.

3.- CONDICIONES DE COHERENCIA. MODELO LINEAL

3.1.- Ecuaciones del sistema

Las ecuaciones del movimiento de un generador síncrono serán las siguientes

$$\left.\begin{aligned} M\,\frac{d\Delta\omega}{dt} &= (\Delta PM - \Delta PG) + D\Delta\omega \\ \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta\omega \end{aligned}\right\} \qquad (3.1)$$

Las anotaciones son las mismas que se emplearon en el apartado 2.

Utilizando el mismo modelo simplificado de generador que en el anterior apartado, ver figura 2.1, los buses de generador serán ahora los buses de f.e.m. interna. En un sistema con p generadores y q buses de carga, los buses de generador serán p, debiendo incluir en q los buses donde se conectan los generadores a través de su admitancia síncrona transitoria. La nueva matriz Y_{BUS} del sistema tendrá la siguiente composición, ver (8),

$$Y_{BUS} = \begin{array}{c} \\ p \\ p \\ q-p \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & p & q-p \end{array} \\ \left(\begin{array}{c|cc} y & -y & 0 \\ \hline -y & Y_1+y & Y_2 \\ 0 & Y_3 & Y_4 \end{array}\right) \end{array} = \begin{pmatrix} Y_{GG} & Y_{GC} \\ Y_{CG} & Y_{CC} \end{pmatrix} \qquad (3.2)$$

con $y = \mathrm{diag}(\underline{y}_1', \underline{y}_2', \ldots, \underline{y}_p')$, siendo $\underline{y}_i'$, $i = 1,\ldots,p$, las admitancias síncronas transitorias de los p generadores.

Los cambios de potencia activa y reactiva en cualquier bus de una red pueden ser expresados en función de las variaciones de los ángulos de fase y de las tensiones de los buses

$$\begin{pmatrix} \Delta PG \\ \Delta PC \\ \Delta QG \\ \Delta QC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial PG}{\partial \delta} & \frac{\partial PG}{\partial \theta} & \frac{\partial PG}{\partial E} & \frac{\partial PG}{\partial V} \\ \frac{\partial PC}{\partial \delta} & \frac{\partial PC}{\partial \theta} & \frac{\partial PC}{\partial E} & \frac{\partial PC}{\partial V} \\ \frac{\partial QG}{\partial \delta} & \frac{\partial QG}{\partial \theta} & \frac{\partial QG}{\partial E} & \frac{\partial QG}{\partial V} \\ \frac{\partial QC}{\partial \delta} & \frac{\partial QC}{\partial \theta} & \frac{\partial QC}{\partial E} & \frac{\partial QC}{\partial V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\theta \\ \Delta E \\ \Delta V \end{pmatrix} \qquad (3.3)$$

siendo PG, QG p - vectores de potencia activa y reactiva que inyectan los generadores

PC, QC q - vectores de potencia activa y reactiva en los buses de carga

E, δ p - vectores de módulo y fase de la f.e.m. interna de los generadores

V, θ q - vectores de módulo y fase de las tensiones de buses de carga

En cualquier sistema de potencia existe una gran interdependencia entre potencias activas y ángulos de fase, y entre potencias reactivas y módulos de tensión. Si se supone que las f.e.m. internas de los generadores son constantes, $\Delta E = 0$, y que la dependencia de PG y PC respecto de V es nula, quedará la siguiente relación

$$\begin{bmatrix} \Delta PG \\ \\ \Delta PC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial PG}{\partial \delta} & \frac{\partial PG}{\partial \theta} \\ \\ \frac{\partial PC}{\partial \delta} & \frac{\partial PC}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

que se anotará de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \Delta PG \\ \\ \Delta PC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{gg} & H_{gc} \\ \\ H_{cg} & H_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = (H) \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Esta expresión es particularmente válida para redes cuyas líneas tengan una relación alta entre sus parámetros X y R, ver (10).

Anotando los términos de la matriz Y_{BUS} mediante $\underline{Y}_{ij} = Y_{ij}\, e^{-j\varphi_{ij}}$, los componentes de la matriz H vendrán dados por las siguientes relaciones, ver (11),

$$\left.\begin{aligned} H_{ii} &= - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{p+q} V_i\, V_k\, Y_{ik}\, \mathrm{sen}(\theta_i - \theta_k + \varphi_{ik}) \\ H_{ij} &= V_i\, V_j\, Y_{ij}\, \mathrm{sen}(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} & i,j = 1,\ldots,p+q \\ & \left[\begin{matrix} V_i \equiv E_i \;;\; \theta_i \equiv \delta_i \\ i = 1,\ldots,p \end{matrix}\right] \end{aligned} \tag{3.6}$$

Las perturbaciones que pueden afectar a un sistema de potencia se pueden modelar mediante variaciones de potencia activa en los buses de carga y cambios en la estructura del sistema, ver (3), (5).

3.2.- Identificación de coherencia

El modelo incremental de la ecuación del movimiento de un generador, expresión (3.1), y las ecuaciones desacopladas del flujo de cargas, expresión (3.5), darán lugar a un sistema de ecuaciones con variables $\Delta\omega$ e $\Delta\delta$ y cuya excitación será el vector ΔPC.

Si la potencia mecánica de entrada parmanece constante durante el proceso transitorio, $\Delta PM_i = 0$, $i = 1,\ldots,p$, se deduce de (3.1) la siguiente relación

$$\frac{d\Delta\omega_i}{dt} = - \frac{\Delta PG_i}{M_i} - \frac{D_i}{M_i}\Delta\omega_i \qquad i = 1,\ldots,p \tag{3.7}$$

Despejando $\Delta\theta$ en (3.5) y sustituyendolo en la expresión de ΔPG se obtiene

$$\Delta PG = (H_{gg} - H_{gc}\,(H_{cc})^{-1}\, H_{cg})\Delta\delta + H_{gc}\,(H_{cc})^{-1}\,\Delta PC \tag{3.8}$$

Para simolificar la notación se hará

$$\tilde{H}_{gg} = H_{gg} - H_{gc}\,(H_{cc})^{-1}\, H_{cg} \quad ; \quad \tilde{H}_{gc} = H_{gc}\,(H_{cc})^{-1} \tag{3.9}$$

quedando finalmente

$$\Delta PG = \tilde{H}_{gg}\,\Delta\delta + \tilde{H}_{gc}\,\Delta PC \tag{3.10}$$

La variación en el incremento de velocidad entre dos generadores será

$$\frac{d\Delta\omega_{ij}}{dt} = \frac{d\Delta\omega_i}{dt} - \frac{d\Delta\omega_j}{dt} = - \left[\frac{\Delta PG_i}{M_i} - \frac{\Delta PG_j}{M_j}\right] - \left[\frac{D_i}{M_i}\Delta\omega_i - \frac{D_j}{M_j}\Delta\omega_j\right] \tag{3.11}$$

Si se sustituye ΔPG_i e ΔPG_j por la expresión deducida en (3.10) se obtiene

$$\frac{d\Delta\omega_{ij}}{dt} = -\left\{ \sum_{k=1}^{p} \left[\frac{\tilde{H}_{ik}^{gg}}{M_i} - \frac{\tilde{H}_{jk}^{gg}}{M_j} \right] \Delta\delta_k + \sum_{m=1}^{q} \left[\frac{\tilde{H}_{im}^{gc}}{M_i} - \frac{\tilde{H}_{jm}^{gc}}{M_j} \right] \Delta PC_m \right\} - \left[\frac{D_i}{M_i} \Delta\omega_i - \frac{D_j}{M_j} \Delta\omega_j \right] \qquad (3.12)$$

siendo $\tilde{H}_{ik}^{gg}$, $\tilde{H}_{jk}^{gg}$ elementos de la matriz $\tilde{H}_{gg}$ y $\tilde{H}_{im}^{gc}$, $\tilde{H}_{jm}^{gc}$ elementos de la matriz $\tilde{H}_{gc}$.

La identificación de coherencia vendrá dada por el siguiente teorema.

<u>Teorema 3.1</u> Dos generadores i y j serán coherentes frente a cualquier tipo de perturbación si y solo si se cumplen las siguientes condiciones

$$\left.\begin{array}{ll} D_i/M_i = D_j/M_j & \\ \dfrac{\tilde{H}_{ik}^{gg}}{M_i} = \dfrac{\tilde{H}_{jk}^{gg}}{M_j} & k = 1,\ldots,p \\ \dfrac{\tilde{H}_{im}^{gc}}{M_i} = \dfrac{\tilde{H}_{jm}^{gc}}{M_j} & m = 1,\ldots,q \end{array}\right\} \qquad (3.13)$$

debiendo considerar los términos $\tilde{H}_{ik}^{gg}$, $\tilde{H}_{jk}^{gg}$, $\tilde{H}_{im}^{gc}$, $\tilde{H}_{jm}^{gc}$ tanto antes como después de producida la perturbación.

<u>Demostración</u> La necesidad de las condiciones (3.13) es trivial y se deduce inmediatamente de (3.12) si tiene que ser $d\Delta\omega_{ij}/dt = 0$ cuando $\Delta\omega_{ij} = 0$.

La suficiencia se demostrará empleando el mismo método que en el apartado 2. Se tiene

$$\Delta\delta_{i(0^-)} = \Delta\delta_{j(0^-)} = 0$$

$$\Delta\omega_{i(0^-)} = \Delta\omega_{j(0^-)} = 0$$

Por tanto

$$\left.\frac{d\Delta\omega_{ij}}{dt}\right)_{0^-} = - \sum_{m=1}^{q} \left[\frac{\tilde{H}_{im}^{gc}}{M_i} - \frac{\tilde{H}_{jm}^{gc}}{M_j} \right] \Delta PC_m \qquad (3.14)$$

Si se cumple la tercera de las condiciones en (3.13) será $d\Delta\omega_{ij}/dt)_{0^-} = 0$ con lo cual

$$\Delta\omega_{i(0^+)} = \Delta\omega_{j(0^+)}$$

y por tanto

$$\Delta\delta_{i(0^+)} = \Delta\delta_{j(0^+)}$$

Para que $d\Delta\omega_{ij}/dt$ siga siendo nula es suficiente que se cumplan las dos primeras condiciones de (3.13)

Las condiciones de coherencia se pueden relajar en caso de que una perturbación sea simple, es decir no afecte más que a un solo bus de carga, y no origine ningún cambio en la estructura de la red.

<u>Corolario</u> Los generadores i y j serán coherentes para una determinada perturbación simple que no origine ningún cambio de estructura si se cumplen las condiciones (3.13) pero extendiendo el índice m solo a aquel bus donde se produzca la variación de potencia activa.

Estas condiciones coinciden con las obtenidas por Sastry y Varaiya, ver (3).

La comprobación de las condiciones (3.13) implica la inversión de la matriz H_{cc}, tarea que puede ser excesivamente pesada en grandes sistemas. En muchos casos es posible añadir nuevas simplificaciones.

Si se considera que las líneas de la red y las impedancias síncronas transitorias de los generadores son puramente inductivas ($\underline{Y}_{ij} = Y_{ij}\, e^{-j\pi/2}$) y se acepta la aproximación

$$V_i\, V_k\, \mathrm{sen}(\theta_i - \theta_k + \pi/2) \approx 1 \qquad i,k = 1,\ldots,p+q \tag{3.15}$$

las expresiones (3.6) quedarán

$$\left.\begin{aligned} H_{ii} &= -\sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{p+q} Y_{ik} \\ H_{ij} &= Y_{ij} \end{aligned}\right\} \qquad i,j = 1,\ldots,p+q \tag{3.16}$$

La matriz H tendrá la siguiente estructura

$$H = \left[\begin{array}{c|cc} -\tilde{y} & \tilde{y} & 0 \\ \hline \tilde{y} & & \\ 0 & & -\tilde{Y}_{BUS} \end{array}\right] \tag{3.17}$$

siendo $\tilde{y}$ (p x p) matriz diagonal cuyos elementos son los módulos de las admitancias síncronas transitorias de los generadores

$\tilde{Y}_{BUS}$ (q x q) matriz cuyos elementos son los módulos de los elementos de la matriz Y_{BUS} de la red original, que incluye las admitancias síncronas de los generadores pero que no tiene en cuenta los buses de f.e.m. interna

De (3.17) se deduce que

$$\left.\begin{aligned} \tilde{H}_{gg} &= -\tilde{y} - (\tilde{y}\ \ 0)\,(-\tilde{Y}_{BUS})^{-1}\begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{H}_{gc} &= (\tilde{y}\ \ 0)\,(-\tilde{Y}_{BUS})^{-1} \end{aligned}\right\} \tag{3.18}$$

Puesto que la inversa de $\tilde{Y}_{BUS}$ será la matriz $\tilde{Z}_{BUS}$ de la red considerada, quedará finalmente

$$\left.\begin{aligned} \tilde{H}_{gg} &= -\tilde{y} + \tilde{y}\,\tilde{Z}_{BUS(p,p)}\,\tilde{y} \\ \tilde{H}_{gc} &= -\tilde{y}\,\tilde{Z}_{BUS(p,q)} \end{aligned}\right\} \tag{3.19}$$

donde $\tilde{Z}_{BUS(p,p)}$ denota la parte de la matriz formada por sus p primeras filas y sus p primeras columnas, mientras que $\tilde{Z}_{BUS(p,q)}$ será la parte formada por sus p primeras filas y todas sus columnas.

La ventaja de la nueva formulación de las condiciones de coherencia, bajo la aceptación de (3.15), está en que la formación de la matriz $\tilde{Z}_{BUS}$ no exige la inversión de ninguna matriz y se puede realizar mediante un conocido algoritmo, ver (11).

Si la simplificación introducida se considera en el modelo no lineal, estudiado en el apartado 2, entonces las condiciones de coherencia entre los generadores i y j se reduce a lo siguiente

$$\left.\begin{aligned} D_i/M_i &= D_j/M_j \\ \frac{Y_{im}}{M_i} &= \frac{Y_{jm}}{M_j} \qquad m = 1,\ldots,n \end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

siendo Y_{im} , Y_{jm} los módulos de los elementos de la matriz Y_{BUS} tal como se considera en el apartado

2. La segunda condición de (3.20) es necesario extenderla a los elementos de la matriz Y_{BUS} antes y después de producida la perturbación.

Las condiciones de coherencia (3.20) son semejantes a las obtenidas por Gallai y Thomas, ver (4), quienes las dedujeron a partir de un modelo linealizado. Esto viene a corroborar, en alguna manera, su conjetura según la cual para la identificación de coherencia (no así para el análisis transitorio de la red) es suficiente con analizar el modelo lineal, aunque en este caso es necesario que sea aceptable la aproximación (3.15).

3.3.- Conclusiones

De las condiciones obtenidas para la identificación de generadores coherentes en el modelo lineal se deduce que

- la coherencia entre dos generadores no depende de la magnitud de la perturbación, lo que resulta lógico tratandose de un modelo lineal, sin embargo si depende las condiciones iniciales de la red, ver expresiones (3.6)
- dos generadores que sean coherentes bajo una perturbación que no origine un cambio en la estructura de la red lo seguirán siendo bajo cualquier otra perturbación que no altere la estructura de la red
- la identificación de coherencia en el modelo lineal impone condiciones muy exigentes, por lo que sigue siendo válido lo dicho en el punto 2.3 respecto a la necesidad de introducir el concepto de ε - coherencia
- el modelo más simplificado añade alguna ventaja al proceso de identificación de coherencia, especialmente si se parte del modelo no lineal, es decir bajo las condiciones (3.20).

4.- REFERENCIAS

(1) S. T. Lee y F. C. Schweppe, "Distance measures and coherency recognition for transient stability equivalents", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS - 91, no. 5, pp. 1550 - 1557, Sept./Oct. 1973.

(2) R. Podmore, "Identification of coherent generators for dinamic equivalents", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS - 97, no. 4, pp. 1344 - 1354, Julio/Agosto 1978.

(3) S. Sastry y P. Varaiya, "Coherency for interconnected power systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC - 26, no. 1, pp. 218 - 225, Febrero 1981.

(4) A. Gallai y R. Thomas, "Coherency identification for large electric power systems", IEEE Trans. Circuit and Systems, vol. CAS - 29, no. 11, pp. 777 - 782, Nov. 1982.

(5) F. Wu y N. Narasimhamurthi, "Coherency identification for power system dinamic equivalents", IEEE Trans. Circuit and Systems, vol. CAS - 30, no. 3, pp. 140 - 147, Marzo 1983.

(6) U. Di Caprio y R. Marconato, "Structural coherency conditions in multimachine power systems", VII IFAC World Congress, Helsinki 1978.

(7) U. Di Caprio, "Conditions for theoretical coherency in multimachine power systems", Automatica, vol. 17, no. 5, pp. 687 - 701, 1981.

(8) M. A. Pai, Computer Techniques in Power System Analysis, Tata McGraw - Hill, New Delhi, 1980.

(9) F. Wu y N. Narasimhamurthi, "Identification of groups of ε - coherent generators", IEEE Trans. Circuit and Systems, vol. CAS - 30, no. 4, pp. 234 - 241, Abril 1983.

(10) B. Stott y O. Alsac, "Fast decoupled load flow", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS - 93, no. 3, pp. 859 - 869, Mayo/Junio 1974.

(11) G. W. Stagg y A. H. El - Abiad, Computer Methods in Power System Analysis, McGraw - Hill, 1968.