

NOTA TECNICA

PROMPTUARI DE DERIVADES PARCIALS TERMODINÀMIQUES

J.M.Salla i R.M.O'Callaghan

Hi ha algunes derivades parcials termodinàmiques que són conegeudes i utilitzades tant en el camp científic com en els càlculs tècnics, com són:

La capacitat calorífica a pressió constant, $c_p = (\partial H / \partial T)_p$

El coeficient de dilatació isobara $\beta = (\partial V / \partial T)_p$

El coeficient de compressibilitat isotèrmica $k = -(\partial V / \partial P)_T$

Les derivades parcials esmentades relacionen les variables entalpia (H), pressió (p), volum (V) i temperatura (T). Hi ha altres variables tan importants com aquestes i relacions entre elles prou conegeudes i utilitzades.

Gairebé tots els llibres de Termodinàmica parlen de la importància d'aquestes derivades i de les seves relacions (per exemple les conegeudes relacions de Maxwell), però són molt pocs els que estudien d'una manera sistemàtica la seva obtenció.

P.W. Bridgman (1) publicà l'any 1914 una col·lecció condensada de fòrmules termodinàmiques, allí donà els mètodes de les derivades parcials. En els llibres de text poca referència es fa a aquest treball o s'esmenta de tal manera condensat que es fa gairebé inintelligible. Tan sols el volum II del conegut llibre de Hougen, Watson i Ragatz (2) tracta el tema quelcom més extensament.

Hem tingut interès en deduir les expressions de totes les derivades parcials termodinàmiques pels sistemes p - V - T (setcentes vint en total) i en aquest treball s'explica la seva obtenció i les observacions a que donen lloc tot mostrant-ne un recull.

Hi ha vuit variables termodinàmiques força utilitzades que són: pressió (p), temperatura (T), volum (V), entropia (S), energia interna (U), entalpia (H), funció de Gibbs (G) i funció de Helmholtz (A). Si afegim les variables de treball (W) i calor (Q) encara que aquestes últimes son funcions en un sentit no exactament igual a les altres car necessitem definir el procés per la seva determinació (no són funcions d'estat), fan un total de deu variables i com que cada derivada fa intervenir a tres diferents entre si, es poden formar 720 derivades parcials ($10 \times 9 \times 8$).

Cada una de les derivades pot posar-se en funció de tres paràmetres. Els tres elegits per Bridgman foren c_p , β i k , derivades parcials definides al començar l'article.

En conseqüència, coneguts els valors d'aquests tres paràmetres en un estat concret, podem trobar-se els valors de totes les derivades parcials en funció de la llei dels estats corresponents amb tres paràmetres (pressió reduïda (p_r), temperatura reduïda (T_r) i factor acèntric (w)) i W.C. Edmister (4) convertí les taules de Reid i Valbert en gràfics més fàcils i ràpids d'utilitzar. Sigui amb les taules o amb els gràfics, poden estimar-se els valors de les derivades parcials a partir de c_p , p_r , T_r i w .

En la pàgina següent es dóna la relació de les derivades numerades de 1 a 720 i en les pàgines següents es dóna una mostra del treball realitzat, concretament el valor de les derivades de les variables termodinàmiques dels processos a pressió, temperatura, volum i entropia constants. En la primera columna estan les fòrmules de cada derivada en funció de c_p , β i k i en la segona columna estan les fòrmules d'estimació corresponents on s'utilitzen les variables auxiliars $z_T = z + T_r (\partial z / \partial T_r) p_r$ i $z_p = z - p_r (\partial z / \partial p_r) T_r$ estimades a partir de p_r , T_r i w (5).

De la lectura sistemàtica de les fòrmules obtingudes es poden treure conclusions prou interessants que justifiquen el laboriós treball de la seva obtenció. Així, es pot veure quines de les derivades depenen de tres paràmetres, de dos, d'un i de cap, i el que és més important, es pot fer una exploració sistemàtica de les relacions entre derivades parcials. En efecte, si cada una de les 720 derivades, com a màxim, és funció de tres paràmetres (c_p , β , k), quatre derivades qualssevol constitueixen un sistema d'equacions que permeten

eliminar c_p , β i k i escriure una relació entre les quatre derivades parcials.

No considerant les dependències de les variables de partida es pot pensar que existeixen més d'onze mil milions de les tals relacions, xifra que ens dóna les combinacions sense repetició de les 720 derivades preses de quatre en quatre.

Les relacions de Maxwell i més concretament l'equació de Clausius-Clapeyron (descoberta l'any 1834) fou la primera aplicació físic-química del segon principi, esmentada en tantíssims llibres i d'una importància cabdal en l'estudi del canvi de fases, és una de tan tes relacions i es pot trobar fàcilment pel fet de que $(\partial S/\partial V)_T$ (nº 90) i $(\partial p/\partial T)_V$ (nº 145) són ambdues iguals a β/k .

Ens preguntem si entre la gran quantitat de relacions n'existirà alguna altra de la importància i la vigència de l'equació de Clausius-Clapeyron. En aquest camp continuem treballant.

Per acabar, cal pensar que el treball efectuat tan sols fa referència als sistemes coneguts com a sistemes p-V-T, però la sistemàtica de l'estudi seria la mateixa si el sistema considerat fos una pila electroquímica, una pel·lícula de líquid, les deformacions de les vagues, els sistemes magnètics, etc., sistemes on a partir de l'equació fonamental es defineixen unes variables i variacions seves molt semblants a les dels sistemes p-V-T.

Per altra banda, malgrat l'esdeveniment de la termodinàmica racional i la dels processos irreversibles, l'estudi que ens hem proposat ens fa creure que la termodinàmica de l'equilibri encara té quelcom a dir.

BIBLIOGRAFIA

- (1) P.W. Bridgman "Condensed Collection of Thermodynamic formulas" Phys. Rev. (2) 3 273 (1914)
- (2) D.A. Hougen, K.M. Watson i R.A. Ragatz, "Principios de los procesos químicos" V-II pp 46-47 Reverté 1964.
- (3) R.C. Reid i J.R. Valbert "Derivative compressibility factors" Indus. and Engin. Chem. Fundam., 4 pp 292-298 Nov. 1962. (En la taula V de l'article hi ha tres equacions equivalentes: on diu $RT/p(-c_p z_p + Rz_T^2)$ ha de dir $RT/p(-c_p z_p + Rz_T^2 + Sz_T - Sz_p)$, $(\partial F)_H$ té Sz com a primer terme dintre del parèntesi i ha de ser $-Sz$ i finalment $(\partial A)_H$ té $-z_p$ com a últim terme dintre del parèntesi i ha de ser $-z_p c_p$).
- (4) W.C. Edmister "Applied Hydrocarbon Thermodynamics" V-II pp 1-8 Gulf Publishing Company, 1974.
- (5) Les fòrmules de les 720 derivades les poden facilitar J.M. Salla i R.M.O'Callaghan a la Càtedra de Termodinàmica i Físico-Química E.T.S.E.I. de la Universitat Politècnica de Barcelona.

001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	011	012	013	014	015
0T														
0W	0T	0T	0T	0T	0T	0T	0W	0T						
0T	0W	0T												
018	017	016	019	020	021	022	023	024	025	026	027	028	029	030
0A	0W	0S	0W	0A	0W	0A	0E	0W	0H	0W	0G	0W	0A	0T
0T	0P	0W	0A	0F	0S	0W	0V	0E	0P	0H	0W	0A	0P	0T
031	032	033	034	035	036	037	026	039	040	041	042	043	044	045
0S	0A	0S	0W	0S	0E	0S	0A	0S	0G	0S	0A	0W	0S	0T
09	0S	0W	0S	0P	0E	0S	0H	0S	0G	0S	0A	0W	0S	0T
046	047	048	049	050	051	052	053	055	056	057	058	059	059	059
0E	0S	0H	0A	0G	0S	0A	0W	0E	0W	0H	0G	0W	0A	0T
09	0P	0H	0G	0P	0F	0A	0F	0W	0H	0P	0W	0A	0W	0T
061	062	063	064	065	066	067	068	069	070	071	072	073	074	075
0E	0H	0E	0G	0S	0W	0E	0H	0G	0A	0G	0S	0A	0W	0T
0H	0P	0G	0E	0P	0A	0P	0G	0H	0A	0P	0G	0U	0P	0S
076	077	078	079	080	081	082	083	084	085	086	087	088	089	090
0S	0P	0A	0P	0W	0P	0E	0P	0H	0P	0G	0P	0A	0T	0S
0P	0A	0P	0W	0P	0E	0P	0H	0P	0G	0P	0A	0P	0T	0S
091	092	093	094	095	096	097	098	099	100	101	102	103	104	105
0V	0A	0W	0U	0E	0V	0U	0H	0G	0V	0A	0S	0A	0W	0T
09	0T	0V	0U	0T	0U	0V	0H	0U	0A	0T	0S	0T	0W	0T
106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
0W	0S	0E	0S	0H	0S	0G	0S	0A	0W	0E	0S	0A	0H	0T
0S	0T	0E	0H	0T	0G	0S	0A	0V	0T	0S	0D	0A	0T	0T
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
23	0G	0S	0A	0W	0E	0W	0H	0G	0W	0A	0S	0A	0W	0T
0G	0Q	0A	0S	0T	0E	0W	0H	0G	0W	0A	0S	0A	0W	0T
136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
0G	0E	0A	0H	0G	0S	0A	0P	0D	0P	0A	0G	0S	0A	0T
0E	0T	0A	0Z	0G	0T	0H	0A	0P	0T	0S	0P	0A	0P	0T
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
0P	0W	0P	0E	0P	0H	0P	0G	0P	0A	0T	0S	0A	0T	0T
0W	0U	0P	0V	0H	0M	0G	0P	0N	0P	0S	0T	0W	0U	0T
156	157	158	159	160	161	171	172	173	174	175	176	177	178	179
0W	0T	0E	0T	0H	0T	0G	0T	0A	0S	0G	0W	0S	0E	0T
0T	0E	0T	0H	0U	0T	0V	0T	0A	0U	0V	0W	0S	0E	0T

181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
0S	0H	0S	0V	0E	0S	0H	0S	0V	0E	0S	0H	0S	0V	0E
0H	0V	0E	0S	0H	0S	0V	0E	0S	0H	0S	0V	0E	0S	0H
376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390
0A	0T	0V	0T	0S	0T	0Q	0T	0E	0T	0G	0T	0A	0T	0S
0P	0T	0S	0V	0T	0W	0T	0E	0T	0H	0T	0Q	0T	0A	0T
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405
0P	0S	0E	0Q	0T	0V	0A	0R	0G	0S	0V	0A	0S	0E	0T
0S	0V	0H	0P	0W	0M	0G	0V	0W	0H	0U	0S	0V	0H	0T
406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
0E	0S	0H	0S	0G	0S	0A	0Q	0E	0S	0H	0Q	0A	0S	0A
0S	0W	0H	0S	0G	0S	0V	0H	0Q	0W	0H	0U	0S	0V	0H
421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435
0E	0H	0E	0G	0E	0H	0A	0G	0H	0A	0G	0P	0T	0P	0E
0H	0G	0E	0W	0H	0G	0V	0H	0U	0G	0V	0H	0P	0Q	0E
436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450
0T	0S	0S	0P	0Q	0P	0W	0H	0P	0G	0P	0A	0T	0T	0T
0P	0E	0H	0E	0P	0E	0P	0H	0E	0P	0E	0P	0T	0T	0G
451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465
0T	0S	0T	0Q	0T	0W	0T	0H	0T	0G	0T	0A	0V	0T	0T
0S	0E	0Q	0T	0E	0W	0T	0H	0S	0G	0T	0A	0V	0T	0T
466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
0Q	0V	0W	0V	0U	0S	0V	0A	0S	0Q	0V	0S	0W	0S	0T
0T	0E	0H	0E	0G	0U	0E	0V	0E	0P	0U	0E	0P	0T	0G
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
0S	0E	0S	0A	0S	0W	0Q	0H	0S	0G	0A	0V	0H	0S	0E
0E	0A	0S	0V	0E	0H	0S	0G	0E	0P	0V	0E	0H	0S	0A
541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555
0S	0E	0V	0G	0S	0A	0Q	0D	0S	0W	0S	0E	0S	0G	0S
0H	0V	0H	0E	0H	0A	0V	0H	0S	0H	0E	0S	0H	0G	0H
556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570
0A	0Q	0W	0Q	0A	0E	0Q	0G	0A	0W	0S	0G	0A	0W	0A
0E	0H	0G	0E	0A	0D	0A	0G	0H	0E	0W	0S	0E	0G	0S
571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585
0E	0G	0E	0A	0D	0A	0G	0A	0D	0P	0S	0P	0S	0P	0D
0G	0E	0A	0E	0H	0A	0G	0H	0P	0D	0P	0G	0P	0E	0G
588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	599	599	599
0W	0P	0E	0P	0H	0P	0D	0U	0T	0S	0T	0Q	0S	0W	0T
0P	0G	0E	0G	0A	0P	0V	0H	0P	0T	0G	0P	0T	0G	0P
601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615
0T	0E	0T	0H	0T	0A	0V	0S	0Q	0U	0W	0U	0Z	0E	0T
0E	0G	0T	0H	0T	0A	0V	0S	0Q	0U	0W	0U	0Z	0E	0T
616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630
0H	0U	0A	0S	0Q	0S	0W	0S	0E	0S	0H	0A	0S	0W	0T
0H	0G	0H	0E	0G	0H	0P	0H	0G	0P	0A	0G	0H	0E	0G
631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645
0Q	0E	0Q	0H	0Q	0A	0W	0H	0P	0Q	0E	0H	0E	0H	0T
0E	0G	0T	0H	0T	0A	0V	0H	0P	0Q	0E	0H	0E	0H	0T
648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	659	659	659
0A	0H	0A	0P	0T	0P	0U	0S	0P	0Q	0D	0P	0W	0P	0E
0E	0G	0H	0P	0V	0P	0A	0G	0P	0Q	0D	0P	0W	0P	0E
661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675
0P	0H	0P	0G	0T	0U	0T	0S	0P	0Q	0D	0T	0E	0T	0T
0H	0A	0P	0G	0T	0U	0A	0P	0H	0T	0D	0W	0T	0H	0T
676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690
0H	0T	0G	0V	0Q	0U	0P	0S	0P	0Q	0D	0P	0W	0P	0E
0H	0A	0T	0G	0V	0P	0A	0H	0P	0Q	0D	0P	0W	0P	0E
691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705
0S	0A	0S	0W	0S	0E	0S	0H	0S	0G	0S	0D	0S	0W</	

001		$\frac{P}{RZ_r}$
	$\frac{1}{\beta}$	
002		$\frac{RZ_r}{P}$
	β	
003		
	$\frac{T}{C_p}$	
004		
	$\frac{C_p}{T}$	
005		
	$\frac{1}{C_p}$	
006		
	C_p	
007		
	$-\frac{1}{P\beta}$	$-\frac{1}{RZ_r}$
008		
	$-P\beta$	$-RZ_r$

009		$\frac{1}{C_p - P\beta}$
		$\frac{1}{C_p - RZ_r}$
010		$C_p - P\beta$
		$C_p - RZ_r$
011		
	$\frac{1}{C_p}$	
012		
	C_p	
013		
	$-\frac{1}{S}$	
014		
	$-S$	
015		
	$-\frac{1}{S + P\beta}$	$-\frac{1}{S + RZ_r}$
016		
	$-S - P\beta$	$-S - RZ_r$

017		$\frac{RZ_r}{PC_p}$
	$\frac{\beta T}{C_p}$	
018		
	$\frac{C_p}{\beta T}$	$\frac{PC_p}{RZ_r}$
019		
	$\frac{\beta}{C_p}$	$\frac{RZ_r}{PC_p}$
020		
	$\frac{C_p}{\beta}$	$\frac{PC_p}{RZ_r}$
021		
	$-\frac{1}{P}$	
022		
	$-P$	
023		
	$\frac{\beta}{C_p - P\beta}$	$\frac{RZ_r}{P(C_p - RZ_r)}$
024		
	$\frac{C_p - P}{\beta}$	$\frac{P(C_p - RZ_r)}{RZ_r}$

025		$\frac{\beta}{C_p}$
		$\frac{RZ_r}{PC_p}$
026		$\frac{C_p}{\beta}$
		$\frac{PC_p}{RZ_r}$
027		
	$-\frac{\beta}{S}$	$-\frac{RZ_r}{PS}$
028		
	$-\frac{S}{\beta}$	$-\frac{PS}{RZ_r}$
029		
	$-\frac{\beta}{S + P\beta}$	$-\frac{RZ_r}{P(S + RZ_r)}$
030		
	$-\frac{S}{\beta} - P$	$-\frac{P(S + RZ_r)}{RZ_r}$
031		
	$\frac{1}{T}$	
032		
	T	

033	$-\frac{C_p}{T p \beta}$	$-\frac{C_p}{R T z_r}$
034	$-\frac{T p \beta}{C_p}$	$-\frac{R T z_r}{C_p}$
035	$\frac{C_p}{T(C_p - p\beta)}$	$\frac{C_p}{T(C_p - R z_r)}$
036	$T - \frac{T p \beta}{C_p}$	$\frac{T(C_p - R z_r)}{C_p}$
037	$\frac{1}{T}$	
038	T	
039	$-\frac{C_p}{s T}$	
040	$-\frac{s T}{C_p}$	
041	$-\frac{C_p}{T(s + p\beta)}$	$-\frac{C_p}{T(s + R z_r)}$
042	$-\frac{T(s + p\beta)}{C_p}$	$-\frac{T(s + R z_r)}{C_p}$
043	$-\frac{C_p}{p \beta}$	$-\frac{C_p}{R z_r}$
044	$-\frac{p \beta}{C_p}$	$-\frac{R z_r}{C_p}$
045	$\frac{C_p}{C_p - p \beta}$	$\frac{C_p}{C_p - R z_r}$
046	$1 - \frac{p \beta}{C_p}$	$\frac{C_p - R z_r}{C_p}$
047	1	
048	1	

049	$-\frac{C_p}{s}$	
050	$-\frac{s}{C_p}$	
051	$-\frac{C_p}{s + p\beta}$	$-\frac{C_p}{s + R z_r}$
052	$-\frac{s + p\beta}{C_p}$	$-\frac{s + R z_r}{C_p}$
053	$-\frac{p \beta}{C_p - p \beta}$	$-\frac{R z_r}{C_p - R z_r}$
054	$-\frac{C_p}{p \beta} + 1$	$-\frac{C_p - R z_r}{R z_r}$
055	$\frac{p \beta}{C_p}$	$\frac{R z_r}{C_p}$
056	$\frac{C_p}{p \beta}$	$\frac{C_p}{R z_r}$
057	$\frac{p \beta}{s}$	$\frac{R z_r}{s}$
058	$\frac{s}{p \beta}$	$\frac{s}{R z_r}$
059	$\frac{p \beta}{s + p \beta}$	$\frac{R z_r}{s + R z_r}$
060	$\frac{s}{p \beta} + 1$	$\frac{s + R z_r}{R z_r}$
061	$1 - \frac{p \beta}{C_p}$	$1 - \frac{R z_r}{C_p}$
062	$\frac{C_p}{C_p - p \beta}$	$\frac{C_p}{C_p - R z_r}$
063	$\frac{p \beta - C_p}{s}$	$\frac{R z_r - C_p}{s}$
064	$\frac{s}{p \beta - C_p}$	$\frac{s}{R z_r - C_p}$

065	$\left(\frac{\partial E}{\partial A}\right)_P$	$\frac{P\beta - C_p}{S + P\beta}$	$\frac{Rz_T - C_p}{S + Rz_T}$
066	$\left(\frac{\partial A}{\partial E}\right)_P$	$\frac{S + P\beta}{P\beta - C_p}$	$\frac{S + Rz_T}{Rz_T - C_p}$
067	$\left(\frac{\partial H}{\partial G}\right)_P$	$-\frac{C_p}{S}$	
068	$\left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_P$	$-\frac{S}{C_p}$	
069	$\left(\frac{\partial H}{\partial A}\right)_P$	$-\frac{C_p}{S + P\beta}$	$-\frac{C_p}{S + Rz_T}$
070	$\left(\frac{\partial A}{\partial H}\right)_P$	$-\frac{S + P\beta}{C_p}$	$-\frac{S + Rz_T}{C_p}$
071	$\left(\frac{\partial G}{\partial A}\right)_P$	$\frac{S}{S + P\beta}$	$\frac{S}{S + Rz_T}$
072	$\left(\frac{\partial A}{\partial G}\right)_P$	$1 + \frac{P\beta}{S}$	$\frac{S + Rz_T}{S}$

073		$-\frac{1}{K}$	$-\frac{P^2}{RTz_T}$
074	$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T$	$-K$	$-\frac{RTz_T}{P^2}$
075	$\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T$	$-\frac{1}{\beta}$	$-\frac{P}{Rz_T}$
076	$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$	$-\beta$	$-\frac{Rz_T}{P}$
077	$\left(\frac{\partial P}{\partial q}\right)_T$	$-\frac{1}{T\beta}$	$-\frac{P}{RTz_T}$
078	$\left(\frac{\partial q}{\partial P}\right)_T$	$-T\beta$	$-\frac{RTz_T}{P}$
079	$\left(\frac{\partial P}{\partial W}\right)_T$	$\frac{1}{PK}$	$\frac{P}{RTz_T}$
080	$\left(\frac{\partial W}{\partial P}\right)_T$	PK	$\frac{RTz_T}{P}$

081	$\left(\frac{\partial P}{\partial E}\right)_T$	$\frac{1}{PK - T\beta}$	$\frac{P}{RT(z_p - z_r)}$
082	$\left(\frac{\partial E}{\partial P}\right)_T$	$PK - T\beta$	$\frac{RT(z_p - z_r)}{P}$
083	$\left(\frac{\partial P}{\partial H}\right)_T$	$\frac{1}{ur - T\beta}$	$\frac{P}{RT(z - z_r)}$
084	$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$	$ur - T\beta$	$\frac{RT(z - z_r)}{P}$
085	$\left(\frac{\partial P}{\partial G}\right)_T$	$\frac{1}{ur}$	$\frac{P}{RT}$
086	$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T$	ur	$\frac{z_r RT}{P}$
087	$\left(\frac{\partial P}{\partial A}\right)_T$	$\frac{1}{PK}$	$\frac{P}{RTz_p}$
088	$\left(\frac{\partial A}{\partial P}\right)_T$	PK	$\frac{RTz_p}{P}$

089		$\frac{K}{P^2}$	$\frac{Tz_p}{Pz_r}$
090	$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_T$	$\frac{P}{K}$	$\frac{Pz_r}{Tz_p}$
091	$\left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T$	$\frac{K}{T\beta}$	$\frac{z_p}{Pz_r}$
092	$\left(\frac{\partial q}{\partial U}\right)_T$	$\frac{T\beta}{K}$	$\frac{Pz_r}{z_p}$
093	$\left(\frac{\partial U}{\partial W}\right)_T$	$\frac{1}{P}$	
094	$\left(\frac{\partial W}{\partial U}\right)_T$	P	
095	$\left(\frac{\partial U}{\partial E}\right)_T$	$\frac{K}{T\beta - PK}$	$\frac{z_p}{P(z_r - z_p)}$
096	$\left(\frac{\partial E}{\partial U}\right)_T$	$\frac{T\beta}{K} - P$	$\frac{P(z_r - z_p)}{z_p}$

097		
$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T$	$\frac{\kappa}{T\beta - \nu}$	$\frac{z_p}{\rho(z_r - z)}$
098		
$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T$	$\frac{T\beta - \nu}{\kappa}$	$\frac{\rho(z_r - z)}{z_p}$
099		
$\left(\frac{\partial V}{\partial G}\right)_T$	$-\frac{\kappa}{\nu}$	$-\frac{z_p}{\rho^2}$
100		
$\left(\frac{\partial G}{\partial V}\right)_T$	$-\frac{\nu}{\kappa}$	$-\frac{\rho z}{z_p^2}$
101		
$\left(\frac{\partial V}{\partial A}\right)_T$	$-\frac{1}{\rho}$	
102		
$\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T$	$-P$	
103		
$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T$	$\frac{1}{T}$	
104		
$\left(\frac{\partial q}{\partial S}\right)_T$	T	

105		
$\left(\frac{\partial S}{\partial w}\right)_T$	$-\frac{\beta}{\rho K}$	$-\frac{z_r}{T z_p}$
106		
$\left(\frac{\partial w}{\partial S}\right)_T$	$-\frac{\rho K}{\beta}$	$-\frac{T z_p}{z_r}$
107		
$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_T$	$\frac{\beta}{T\beta - \rho K}$	$\frac{z_r}{T(z_r - z_p)}$
108		
$\left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_T$	$T - \frac{\rho K}{\beta}$	$\frac{T(z_r - z_p)}{z_r}$
109		
$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T$	$\frac{\beta}{T\beta - \nu}$	$\frac{z_r}{T(z_r - z)}$
110		
$\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_T$	$T - \frac{\nu}{\beta}$	$\frac{T(z_r - z)}{z_r}$
111		
$\left(\frac{\partial S}{\partial G}\right)_T$	$-\frac{\beta}{\nu}$	$-\frac{z_r}{T z_p}$
112		
$\left(\frac{\partial G}{\partial S}\right)_T$	$-\frac{\nu}{\beta}$	$-\frac{T z_p}{z_r}$

113		
$\left(\frac{\partial g}{\partial A}\right)_T$	$-\frac{\beta}{\rho K}$	$-\frac{z_r}{T z_p}$
114		
$\left(\frac{\partial A}{\partial g}\right)_T$	$-\frac{\rho K}{\beta}$	$-\frac{T z_p}{z_r}$
115		
$\left(\frac{\partial g}{\partial w}\right)_T$	$-\frac{T\beta}{\rho K}$	$-\frac{z_r}{z_p}$
116		
$\left(\frac{\partial w}{\partial g}\right)_T$	$-\frac{\rho K}{T\beta}$	$-\frac{z_p}{z_r}$
117		
$\left(\frac{\partial g}{\partial E}\right)_T$	$\frac{T\beta}{T\beta - \rho K}$	$\frac{z_r}{z_r - z_p}$
118		
$\left(\frac{\partial E}{\partial g}\right)_T$	$1 - \frac{\rho K}{T\beta}$	$\frac{z_r - z_p}{z_r}$
119		
$\left(\frac{\partial g}{\partial H}\right)_T$	$\frac{T\beta}{T\beta - \nu}$	$\frac{z_r}{z_r - z}$
120		
$\left(\frac{\partial H}{\partial g}\right)_T$	$1 - \frac{\nu}{T\beta}$	$\frac{z_r - z}{z_r}$

121		
$\left(\frac{\partial g}{\partial G}\right)_T$	$-\frac{T\beta}{\nu}$	$-\frac{z_r}{z}$
122		
$\left(\frac{\partial G}{\partial g}\right)_T$	$-\frac{\nu}{T\beta}$	$-\frac{z}{z_r}$
123		
$\left(\frac{\partial g}{\partial A}\right)_T$	$-\frac{T\beta}{\rho K}$	$-\frac{z_r}{z_p}$
124		
$\left(\frac{\partial A}{\partial g}\right)_T$	$-\frac{\rho K}{T\beta}$	$-\frac{z_p}{z_r}$
125		
$\left(\frac{\partial w}{\partial E}\right)_T$	$-\frac{\rho K}{T\beta - \rho K}$	$-\frac{z_r}{z_r - z_p}$
126		
$\left(\frac{\partial E}{\partial w}\right)_T$	$-\frac{T\beta - \rho K}{\rho K}$	$-\frac{z_r - z_p}{z_p}$
127		
$\left(\frac{\partial w}{\partial H}\right)_T$	$-\frac{\rho K}{T\beta - \nu}$	$-\frac{z_r}{z_r - z}$
128		
$\left(\frac{\partial H}{\partial w}\right)_T$	$-\frac{T\beta - \nu}{\rho K}$	$-\frac{z_r - z}{z_p}$

129	$\frac{P_K}{v}$	$\frac{z_p}{z_r}$
130	$\frac{v}{P_K}$	$\frac{z_r}{z_p}$
131	1	
132	1	
133	$\frac{T\beta - P_K}{T\beta - v}$	$\frac{z_r - z_p}{z_r - z}$
134	$\frac{T\beta - v}{T\beta - P_K}$	$\frac{z_r - z}{z_p - z_r}$
135	$\frac{P_K - T\beta}{v}$	$\frac{z_p - z_r}{z}$
136	$\frac{v}{P_K - T\beta}$	$\frac{z}{z_p - z_r}$

137	$1 - \frac{T\beta}{P_K}$	$\frac{z_p - z_r}{z_p}$
138	$\frac{P_K}{P_K - T\beta}$	$\frac{z_p}{z_p - z_r}$
139	$1 - \frac{T\beta}{v}$	$\frac{z - z_r}{z}$
140	$\frac{v}{v - T\beta}$	$\frac{z}{z - z_r}$
141	$\frac{v - T\beta}{P_K}$	$\frac{z - z_r}{z_p}$
142	$\frac{P_K}{v - T\beta}$	$\frac{z_p}{z - z_r}$
143	$\frac{v}{P_K}$	$\frac{z}{z_p}$
144	$\frac{P_K}{v}$	$\frac{z_p}{z}$

145	$\frac{\beta}{K}$	$\frac{P z_r}{T z_p}$
146	$\frac{K}{\beta}$	$\frac{T z_p}{P z_r}$
147	$\frac{T\beta}{-T\beta^2 + C_p K}$	$\frac{P z_r}{-R z_r^2 + C_p z_p}$
148	$\frac{C_p K - \beta}{T\beta}$	$\frac{-R z_r^2 + C_p z_p}{P z_r}$
149	$\frac{\beta}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{P z_r}{T(C_p z_p - R z_r^2)}$
150	$\frac{C_p K}{\beta} - T\beta$	$\frac{T(C_p z_r - R z_r^2)}{P z_r}$
151	∞	
152	0	

153	$\frac{\beta}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{P z_r}{T(C_p z_p - R z_r^2)}$
154	$\frac{C_p K}{\beta} - T\beta$	$\frac{T(C_p z_p - R z_r^2)}{P z_r}$
155	$\frac{\beta}{C_p K - T\beta^2 + v\beta}$	$\frac{P z_r}{T(C_p z_p - R z_r^2 + R z z_r)}$
156	$\frac{C_p K}{\beta} - T\beta + v$	$\frac{T(C_p z_p - R z_r^2 + R z z_r)}{P z_r}$
157	$\frac{\beta}{v\beta - S_K}$	$\frac{P z_r}{T(R z_r - S z_p)}$
158	$v - \frac{S_K}{\beta}$	$\frac{T(R z_r - S z_p)}{P z_r}$
159	$-\frac{\beta}{S_K}$	$-\frac{P z_r}{S T z_p}$
160	$-\frac{S_K}{\beta}$	$-\frac{S T z_p}{P z_r}$

161	$\frac{T}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{Tz_p}{C_p z_p - Rz_r^2}$
162	$\frac{C_p - \beta^2}{T}$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2}{Tz_p}$
163	$\frac{K}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{z_p}{C_p z_p - Rz_r^2}$
164	$C_p - \frac{T\beta^2}{K}$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2}{z_p}$
165	∞	
166	0	
167	$\frac{K}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{z_p}{C_p z_p - Rz_r^2}$
168	$C_p - \frac{T\beta^2}{K}$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2}{z_p}$

169	$\frac{K}{C_p K - T\beta^2 + v\beta}$	$\frac{z_p}{C_p z_p - Rz_r^2 + Rz_r v}$
170	$C_p - \frac{T\beta^2}{K} + \frac{v\beta}{K^2}$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2 + Rz_r v}{z_p}$
171	$\frac{K}{v\beta - SK}$	$\frac{z_p}{Rz_r v - Sz_p}$
172	$\frac{v\beta}{K} - S$	$\frac{Rz_r v - Sz_p}{z_p}$
173	$-\frac{1}{S}$	
174	$-S$	
175	$\frac{1}{T}$	
176	T	

177	∞	
178	0	
179	$\frac{1}{T}$	
180	T	
181	$\frac{T\beta^2 - C_p K}{T(T\beta^2 - C_p K) - v\beta T}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{T(Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r v)}$
182	$T - \frac{T v \beta}{T \beta^2 - C_p K}$	$\frac{T(Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r v)}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
183	$\frac{T\beta^2 - C_p K}{T(SK - v\beta)}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{T(SK - v\beta) - Rz_r v}$
184	$\frac{T(SK - v\beta)}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{T(Sz_p - Rz_r v)}{Rz_r^2 - C_p z_p}$

185	$\frac{\beta^2}{SK - Ts}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{ST z_p}$
186	$\frac{TsK}{T\beta^2 - KC_p}$	$\frac{ST z_p}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
187	∞	
188	0	
189	1	
190	1	
191	$\frac{T\beta^2 - C_p K}{T\beta^2 - C_p K - v\beta}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r v}$
192	$1 - \frac{v\beta}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r v}{Rz_r^2 - C_p z_p}$

193	$\left(\frac{\partial g}{\partial G}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - C_p K}{SK - v\beta}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{S^2 p - Rz_r^2}$
194	$\left(\frac{\partial G}{\partial g}\right)_V$	$\frac{SK - v\beta}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{S^2 p - Rz_r^2}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
195	$\left(\frac{\partial g}{\partial A}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - C_p}{SK}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{S^2 p}$
196	$\left(\frac{\partial A}{\partial g}\right)_V$	$\frac{SK}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{S^2 p}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
197	$\left(\frac{\partial W}{\partial E}\right)_V$	0	
198	$\left(\frac{\partial E}{\partial W}\right)_V$	∞	
199	$\left(\frac{\partial W}{\partial G}\right)_V$	0	
200	$\left(\frac{\partial H}{\partial W}\right)_V$	∞	

201	$\left(\frac{\partial W}{\partial G}\right)_V$	0	
202	$\left(\frac{\partial G}{\partial W}\right)_V$	∞	
203	$\left(\frac{\partial W}{\partial A}\right)_V$	0	
204	$\left(\frac{\partial A}{\partial W}\right)_V$	∞	
205	$\left(\frac{\partial E}{\partial H}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - C_p K}{T\beta^2 - C_p K - v\beta}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r^2}$
206	$\left(\frac{\partial H}{\partial E}\right)_V$	$1 - \frac{v\beta}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r^2}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
207	$\left(\frac{\partial E}{\partial G}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - C_p K}{SK - v\beta}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{S^2 p - Rz_r^2}$
208	$\left(\frac{\partial G}{\partial E}\right)_V$	$\frac{SK - v\beta}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{S^2 p - Rz_r^2}{Rz_r^2 - C_p z_p}$

209	$\left(\frac{\partial E}{\partial A}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - C_p}{SK}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{S^2 p}$
210	$\left(\frac{\partial A}{\partial E}\right)_V$	$\frac{SK}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{S^2 p}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
211	$\left(\frac{\partial H}{\partial G}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - C_p K - v\beta}{SK - v\beta}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r^2}{S^2 p - Rz_r^2}$
212	$\left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_V$	$\frac{SK - v\beta}{T\beta^2 - C_p K - v\beta}$	$\frac{S^2 p - Rz_r^2}{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r^2}$
213	$\left(\frac{\partial H}{\partial A}\right)_V$	$\frac{T\beta^2 - v\beta}{SK} - \frac{C_p}{S}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r^2}{S^2 p}$
214	$\left(\frac{\partial A}{\partial H}\right)_V$	$\frac{SK}{T\beta^2 - C_p K - v\beta}$	$\frac{S^2 p - Rz_r^2}{Rz_r^2 - C_p z_p - Rz_r^2}$
215	$\left(\frac{\partial G}{\partial A}\right)_V$	$1 - \frac{v\beta}{SK}$	$\frac{S^2 p - Rz_r^2}{S^2 p}$
216	$\left(\frac{\partial A}{\partial G}\right)_V$	$\frac{SK}{SK - v\beta}$	$\frac{S^2 p}{S^2 p - Rz_r^2}$

217	$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_S$	$\frac{C_p}{\beta T}$	$\frac{\rho C_p}{RT z_r}$
218	$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S$	$\frac{\beta T}{C_p}$	$\frac{RT z_r}{\rho C_p}$
219	$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S$	$\frac{C_p}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{\rho^2 C_p}{RT(Rz_r^2 - C_p z_p)}$
220	$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S$	$\frac{T\beta^2}{C_p} - K$	$\frac{RT(Rz_r^2 - C_p z_p)}{\rho^2 C_p}$
221	$\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)_S$	∞	
222	$\left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right)_S$	0	
223	$\left(\frac{\partial P}{\partial W}\right)_S$	$\frac{C_p}{\rho(T\beta^2 - C_p K)}$	$-\frac{\rho C_p}{RT(Rz_r^2 - C_p z_p)}$
224	$\left(\frac{\partial W}{\partial P}\right)_S$	$-\frac{\rho(T\beta^2 - C_p K)}{C_p}$	$-\frac{RT(Rz_r^2 - C_p z_p)}{\rho C_p}$

225	$\frac{C_p}{P(C_p K - T\beta^2)}$	$\frac{PC_p}{RT(C_p z_p - Rz_r^2)}$
226	$PK - \frac{PT\beta^2}{C_p}$	$\frac{RT(C_p z_p - Rz_r^2)}{PC_p}$
227	$\frac{1}{v}$	$\frac{P}{2RT}$
228	v	$\frac{sRT}{P}$
229	$\frac{C_p}{vC_p - sT\beta}$	$\frac{PC_p}{RT(C_p z - Sz_r)}$
230	$v = \frac{sT\beta}{C_p}$	$\frac{RT(C_p z - Sz_r)}{PC_p}$
231	$\frac{C_p}{P(C_p K - T\beta^2) - sT\beta}$	$\frac{PC_p}{RT(C_p z_p - Rz_r^2 - Sz_r)}$
232	$PK - \frac{PT\beta^2 - sT\beta}{C_p}$	$\frac{RT(C_p z_p - Rz_r^2 - Sz_r)}{PC_p}$

233	$\frac{TP}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{Pz_r}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
234	$\beta - \frac{C_p K}{T\beta}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{Pz_r}$
235	∞	
236	0	
237	$- \frac{TA}{P(T\beta^2 - C_p K)}$	$- \frac{z_r}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
238	$- P\beta + \frac{PC_p K}{T\beta}$	$- \frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{z_r}$
239	$\frac{TA}{P(C_p K - T\beta^2)}$	$\frac{z_r}{C_p z_p - Rz_r^2}$
240	$\frac{P}{T\beta} - P\beta$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2}{z_r}$

241	$\frac{TP}{vC_p}$	$\frac{z_r}{zC_p}$
242	$\frac{vC_p}{T\beta}$	$\frac{zC_p}{z_r}$
243	$\frac{TP}{vC_p - sT\beta}$	$\frac{z_r}{C_p z - Sz_r}$
244	$\frac{vC_p - s}{T\beta}$	$\frac{C_p z - Sz_r}{z_r}$
245	$\frac{TP}{P(C_p K - T\beta^2) - sT\beta}$	$\frac{z_r}{C_p z_p - Rz_r^2 - Sz_r}$
246	$\frac{P}{T\beta} - PK - s$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2 - Sz_r}{z_r}$
247	∞	
248	0	
249	$\frac{1}{P}$	
250	$-P$	
251	$-\frac{1}{P}$	
252	$-P$	
253	$\frac{TP^2}{vC_p} - \frac{K}{v}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{PC_p z}$
254	$\frac{vC_p}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{PC_p z}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
255	$\frac{C_p K - T\beta^2}{sT\beta - vC_p}$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2}{P(Sz_r - C_p z)}$
256	$\frac{sT\beta - vC_p}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{P(Sz_r - C_p z)}{C_p z_p - Rz_r^2}$

249	$\frac{1}{P}$	
250	$-P$	
251	$-\frac{1}{P}$	
252	$-P$	
253	$\frac{TP^2}{vC_p} - \frac{K}{v}$	$\frac{Rz_r^2 - C_p z_p}{PC_p z}$
254	$\frac{vC_p}{T\beta^2 - C_p K}$	$\frac{PC_p z}{Rz_r^2 - C_p z_p}$
255	$\frac{C_p K - T\beta^2}{sT\beta - vC_p}$	$\frac{C_p z_p - Rz_r^2}{P(Sz_r - C_p z)}$
256	$\frac{sT\beta - vC_p}{C_p K - T\beta^2}$	$\frac{P(Sz_r - C_p z)}{C_p z_p - Rz_r^2}$

257	$\frac{C_p K - T \beta^2}{s T \beta - p(C_p K - T \beta^2)}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2}{p(s z_r - C_p z_p + R z_r^2)}$
258	$\frac{s T \beta}{C_p K - T \beta^2} - p$	$\frac{p(s z_r - C_p z_p + R z_r^2)}{C_p z_p - R z_r^2}$
259	0	
260	∞	
261	0	
262	∞	
263	0	
264	∞	

265	0	
($\frac{\partial g}{\partial G}$) _S	∞	
266	∞	
($\frac{\partial G}{\partial g}$) _S	0	
267	0	
($\frac{\partial g}{\partial A}$) _S	∞	
268	∞	
($\frac{\partial A}{\partial g}$) _S	1	
269	1	
($\frac{\partial W}{\partial E}$) _S	$\frac{p T \alpha^2}{v C_p} + \frac{p x}{v}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2}{z z_p}$
270	1	
($\frac{\partial E}{\partial W}$) _S		
271		
($\frac{\partial W}{\partial H}$) _S		
272		
($\frac{\partial H}{\partial g}$) _S	$\frac{z C_p}{p(T \beta^2 - C_p K)}$	$\frac{z z_p}{-p z_p - R z_r^2}$

273	$\frac{p(T \beta^2 - C_p K)}{v C_p - s T \beta}$	$\frac{-p z_p - R z_r^2}{C_p z - s z_r}$
274	$\frac{v C_p - s T \beta}{p(T \beta^2 - C_p K)}$	$\frac{C_p z - s z_r}{C_p z_p - R z_r^2}$
275	$\frac{p(C_p K - T \beta^2)}{s T \beta - p(C_p K - T \beta^2)}$	$\frac{R z_r^2 - C_p z_p}{s z_r - C_p z_p + R z_r^2}$
276	$\frac{s T \beta}{p(C_p K - T \beta^2)} + 1$	$\frac{s z_r - C_p z_p + R z_r^2}{R z_r^2 - C_p z_p}$
277	$\frac{p(C_p K - T \beta^2)}{v C_p}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2}{C_p z - R z_r^2}$
278	$\frac{v C_p}{p(C_p K - T \beta^2)}$	$\frac{C_p z}{C_p z_p - R z_r^2}$
279	$\frac{p(C_p K - T \beta^2)}{v C_p - s T \beta}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2}{C_p z - s z_r}$
280	$\frac{v C_p - s T \beta}{p(C_p K - T \beta^2)}$	$\frac{C_p z - s z_r}{C_p z_p - R z_r^2}$

281	$\frac{p(C_p K - T \beta^2)}{p(C_p K - T \beta^2) - s T \beta^2}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2}{C_p z_p - R z_r^2 - s z_r}$
282	$1 - \frac{s T \beta}{p(C_p K - T \beta^2)}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2 - s z_r}{C_p z_p - R z_r^2}$
283	$\frac{v C_p}{v C_p - s T \beta}$	$\frac{C_p z}{C_p z - s z_r}$
284	$1 - \frac{s T \beta}{v C_p}$	$\frac{C_p z - s z_r}{C_p z}$
285	$\frac{v C_p}{p(C_p K - T \beta^2) - s T \beta^2}$	$\frac{C_p z}{C_p z_p - R z_r^2 - s z_r}$
286	$\frac{p K}{v} - \frac{p T \beta^2 + s T \beta}{v C_p}$	$\frac{C_p z_p - R z_r^2 - s z_r}{C_p z}$
287	$\frac{s T \beta - v C_p}{s T \beta + p(T \beta^2 - C_p K)}$	$\frac{s z_r - C_p z}{s z_r + R z_r^2 - C_p z_p}$
288	$\frac{s T \beta - p(T \beta^2 - C_p K)}{s T \beta - v C_p}$	$\frac{s z_r + R z_r^2 - C_p z_p}{s z_r - C_p z}$