

ESTUDI DE LA VELOCITAT LÍMIT D'EROSIÓ-SEDIMENTACIÓ EN UN TRANSPORT DE SÒLIDS MITJANÇANT FLUIDS COMPRESSIBLES.

per Marc Barracó i Serra.

Professor Adjunt de Mecànica de Fluids ETSEIB

RESUM

L'objecte del treball consisteix en estudiar els problemes de sedimentació en els transports de sòlids arrossegats per fluids, resolent el cas concret d'un sòlid de partícules de petit diàmetre (polís de ciment) i un fluid compressible (aire).

S'ha fet un recull de teories i experiències fetes fins ara i es proposa un model matemàtic de comportament de barreges bifàsiques sòlid-fluid comprovant posteriorment la seva validesa.

El procés sistemàtic seguit ha estat:

- Introducció al problema del transport de barreges.
- Establiment de conceptes fonamentals, promordialment els que fan referència a definicions i classificacions de barreges.
- Estudi de les fòrmules fonamentals de la Mecànica de fluids únics i llur generalització al cas de barreges bifàsiques (especialment determinació de pèrdues de càrrega, tensions crítiques i cabals transportats, afegint-hi resultats teòrics o empírics d'altres autors).
- Recull d'expressions teòriques i experimentals referents a la velocitat de sedimentació de barreges i suspensions.
- Determinació, per mesures experimentals de les pèrdues de càrrega i tensions de fricció de barreges, especialment en els llocs de contacte de les dues fases.
- Elaboració, amb les dades anteriors, d'un model matemàtic arribant a plantejar i resoldre l'equació que permet determinar la velocitat límit de sedimentació-erosió per a les barreges i conduccions assajades.
- Exposició d'un model simplificat de l'anterior per a una aplicació pràctica i ràpida.
- Estimació dels errors dels models teòrics i comprovació de la seva acceptabilitat per a les hipòtesis establertes i d'acord amb les necessitats d'utilització industrial.
- Conclusions i comentaris finals.

SUMMARY

Problems of sedimentation of solids carried by fluids are studied, and the case of a solid of a very small diameter (cement dust) carried by a compressible fluid (air), is solved.

A series of experiments and theories are presented as well as a new mathematical model of behaviour for biphasic mixtures solidfluid proving the validity of this model.

The systematic course has been as follows:

- Presentation of the problem of the transport of mixtures.
- Establishment of the fundamental principles which refer mainly to the determination and classification of the mixtures.
- Study of the basic expressions of the Mechanics of Fluids and the application to biphasic mixtures (determination of load losses, critical tensions and transported flows). The conclusions arrived at by other authors, empirical or theoretical are also mentioned.
- Data collection of speed of sedimentation of mixtures and suspensions.
- Experimental measure of load losses and tensions due to the friction of the components of the mixture particularly where both phases come into contact.
- Elaboration, with the data thus collected, of a mathematical schema which determines and solves the equation which determines the speed limit of sedimentation and erosions of the mixtures studied as well as their transport.
- We have exhibited a reduced model of the above schema for its ready use.
- A critical survey of the theoretical model has been made and their practicability as to their application in industry has been studied.
- Conclusions and final commentaries.

INTRODUCCIÓ

Es crea un transport sòlid quan partícules de les característiques que siguin, son posades en moviment mitjançant un soport fluid.

Aquests fenòmens, en els estadis d'erosió, transport i sedimentació, son prou coneguts a nivell natural, però la importància dels estudis realitzats deriva del l'aprofitament que la indústria en pot fer, exponent del qual és l'evolució en les dimensions i despeses econòmiques de les instal.lacions d'aquest tipus.

Avantatges del transport sòlid.

Les principals són:

- Senzillesa de la instal.lació, que es redueix a un element de càrrega o sitja, una conducció i els elements de control corresponents.
- Reducció de l'espai emprat en comparació amb altres sistemes.
- Facilitat de donar forma i dimensions apropiades a la instal.lació, tot utilitzant moltes vegades elements elàstics i lleugers.
- No produeix contaminació, ja que és un fenomen de tipus tancat.
- Necesitat mínima de ma d'obra tant en instal.lació com per el manteniment.
- Gran seguretat i risc mínim d'accidents per la llunyania de les parts mòbils respecte als elements de control i al personal.
- En molts casos i com a conseqüència, es pot tenir un estalvi econòmic considerable.

Limitacions del transport sòlid.

Són dues principalment:

- Naturalesa del material a transportar, o sia la seva contextura, que potser no resisteixi mecànicament els xocs amb les singularitats de la conducció, i
- Grau d'humitat, que pot formar grumolls de grandària excessiva, dipositar-se a les parets, o tenir d'altres inconvenients.

Tipus d'instal.lacions de transport pneumàtic.

La composició més convencional d'una instal.lació de transport pneumàtic és:

- Un element per a introduir o treure material amb dosificador en el primer dels casos
- Elements pneumàtics d'impulsió o d'aspiració, consistint en un sistema de bombes amb rodet especial contra erosions.
- Elements adicionals (valvules, separadors...).

El tipus d'instal.lació depèn fonamentalment de la relació entre el volum d'aire i el pes de sòlid transportat. Si aquesta relació es gran es dirà d'eliminació de pols, i si es petita serà un moviment en lílit fluidificat.

Les formes d'aconseguir el transport poden ésser:

- Per impulsió, quan es tracta de concentrar l'element transportat des de diferents llocs fins a un mateix destí.
- Per aspiració o ambdós sistemes, en els demés casos.

Anàlogament, segons la pressió de servei utilitzada, es pot parlar de:

- Instal.lacions de baixa pressió o buid, utilitzades en el cas de sòlids de gran grandària i que necessiten un gran cabal d'aire. L'equip impulsor ha d'ésser robust i s'han de collocar filtres i ciclons de separació, produint-se un desgast excessiu.

- Instal.lacions de gran buid, son interessants en el cas de pèrdues de càrrega molt importants. Utilitzen bombes de buid, rotatives o d'anell líquid.

- Instal.lacions de pressió elevada. Els ventiladors no són utilitzables i s'ha de recorrer a dotar a la instal.lació de compressors. Si la pressió fos més gran s'haurien d'empregar mètodes discontinus de transport.

CARACTERISTIQUES DE LES PARTICULES.

La forma i les dimensions de les partícules sòlides a transportar són molt variables en grandària i característiques geomètriques, influint aquests factors notablement en la manera d'ésser transportats.

Cap procés doncs, natural o artificial, proporciona característiques uniformes, no podent fer, per tant, una descripció partícula per partícula, sino que s'haura de fer en conjunt i per via estadística.

La primera classificació és la representació del percentatge de grans que es situen entre dos límits determinats. Aquesta classificació és la corba granulomètrica, que, prenent intervals diferencials, pot donar lloc a distribucions estadístiques acumulatives de probabilitat. (Wilks, Krumbein, Rores).

Parametres mitjans.

- Diametre mitjà aritmètic, d_a : $d_a = \frac{\sum d_i}{N_p}$
- Diametre mitjà geomètric, d_g : $d_g = \sqrt[n]{\prod d_i}$
- Diametre mitjà logarítmic-geomètric, d_{lg} : $d_{lg} = \ln d_g = \frac{\sum \ln d_i}{N_p}$
- Diametre mitjà harmònic, d_h : $d_h = N / \sum (1/d_i)$

Aquesta definició té la particularitat de poder-se relacionar amb la superfície de la partícula per unitat de pes, ja que:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Superficie de les partícules: } \pi \cdot N_p \cdot d_h^2 \\ \text{Massa de les partícules: } \frac{1}{6} \rho \cdot N_p \cdot h^3 \end{array} \right\} \quad \frac{\text{superficie}}{\text{massa}} = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{1}{d_h}$$

- Diametre mitjà, d_m :

Es el que ocupa la posició central a la taula acumulativa corresponent.

- Diametre nominal, d_n :

Es el diametre de l'esfera d'igual volum que la partícula: $d_n = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_p}{\pi}}$

Distribució estadística.

S'ha demostrat que, prenent com a referència de diametres els logarítmic-geomètrics es pot obtenir una distribució estadística normal simètrica: (Hatch, Choate)

$$\frac{n_i}{N_p} = \frac{1}{\sqrt{2 \pi} \cdot \ln \sigma_g} \cdot e^{-\frac{(\ln d_i - \ln d_{lg})^2}{2 \ln^2 \sigma_g}}$$

on: σ_g es la desviació-típus geomètrica.

La desviació-típus logarítmic-geomètrica es:

$$\sigma_{lg} = \ln \sigma_g = \sqrt{\frac{\sum (\ln d_i - \ln d_{lg})^2}{N_p}}$$

Aquesta desviació es pot obtenir també directament, acceptant els valors:

$$\ln \sigma_g = \ln \frac{\text{ordenada del } 84\%}{\text{ordenada del } 50\%}, \text{ o bé : } \ln \sigma_g = \ln \frac{\text{ordenada del } 50\%}{\text{ordenada del } 16\%}$$

Teoria del sedassat.

Es la forma més senzilla de trobar el diàmetre de partícules, definint mitjançant unes normes adequades, la condició de pas estre dos sedassos consecutius.

Diametres mitjans per sedassat.

- Diàmetre mitjà per sedassat, $d_a : d_{\bar{a}} = \frac{L' \text{ sup} + L' \text{ inf}}{2}$

Es la mitjana aritmètica dels conjunts definits per el pas per dos sedassos consecutius:

- Diàmetre mitjà aritmètic per sedassat, $d_a : d_{\bar{a}} = \frac{\sum n_i \cdot d_{ai}}{N_p}$

- Diàmetre mitjà geomètric per sedassat, $d_g : d_g = \sqrt[N]{\prod d_{ai}^{n_i}}$

- Diàmetre logarítmic-geomètric per sedassat, $d_{lg} : d_{lg} = \frac{1}{N_p} \sum n_i \cdot \ln d_{ai}$

- Diàmetre mitjà harmònic per sedassat, $d_h : d_h = \frac{N_p}{\sum \frac{n_i}{d_{ai}}}$

- Diàmetre superficial mitjà, $d_s : d_s = \sqrt{\frac{s_t}{\alpha_s \cdot N}}$

- Diàmetre volumètric mitjà, $d_v : d_v = \sqrt{\frac{V_t}{\alpha_v \cdot N}}$

Superfícies i esfericitats.

- Superficie esfèrica, ζ_p :

Es defineix com l'àrea superficial per unitat de massa:

Per a una partícula:

$$\zeta_p = \frac{d^2}{\frac{\pi}{6} \cdot d^3} = \frac{6}{\rho \cdot d}$$

Per a un conjunt de partícules:

$$\zeta_m = \frac{\Omega_T}{M}$$

Per a valors petitis de d_a hi ha una relació entre aquests i les superfícies específiques:

$$\zeta = \zeta_0 + \ln d_a$$

Esfericitat.

Dóna idea de l'aproximació de la forma de la partícula a la forma esfèrica.

El factor d'esfericitat és la relació entre l'àrea de l'esfera d'igual volum que la partícula i l'àrea de la partícula: (Waddell, Pettyjohn, Christiansen)

$$\Phi_s = \frac{\Omega_{\text{esfera}}}{\Omega_{\text{partícula}}}$$

D'altres definicions han estat donades per observació directa en funció de les tres dimensions principals màximes dels grans

- $\Phi_s = \frac{K}{(\frac{a}{d}) \cdot (\frac{b}{c})}$ (HEYWOOD) - $\Phi_s = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{c}{b}\right)$ (KRUMBEIN) - $\Phi_s = \frac{c}{\sqrt{b \cdot a}}$ (COREY)

Factor de circularitat, f_c :

Es el diàmetre del cercle de igual àrea màxima projectada par cada partícula dividit per l'àrea del cercle mínim circumscrit en aquesta projecció.

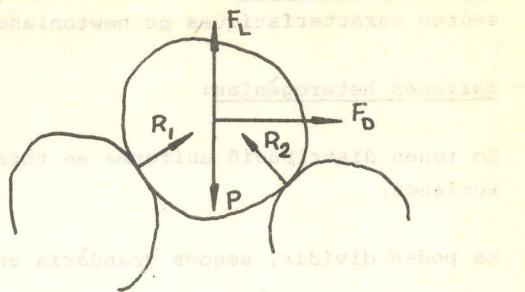
Es demostra: $\phi_s = f_c$

De fet l'esfericitat s'ha de prendre per a un conjunt estadístic de partícules.

FORMES DE TRANSPORT

N'existeixen tres de diferents:

- Per salts.
- Per arrossegament.
- Per suspensió.



Condicions per a cada tipus de transport.

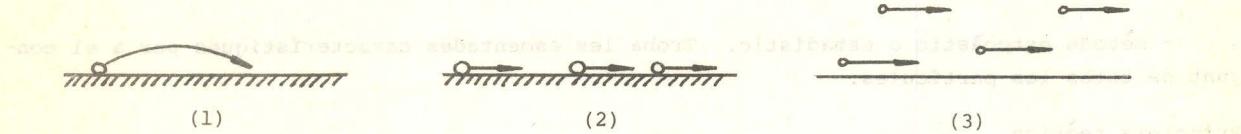
Les accions que s'exerceixen sobre cada partícula es redueixen a:

- pes.
- força de sustentació.
- força de resistència a l'avanc.
- reaccions d'altres partícules.

Si: $m_0 [(\vec{F}_L + \vec{F}_D + \vec{R}_1)] > m_0 (\vec{P})$, es produeix un gir al voltant d'O que produeix un moviment de salt. (1)

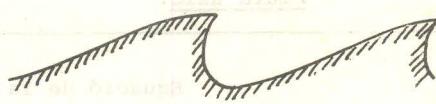
Si: $\vec{F}_D > [f (\vec{P} + \vec{F}_L)]$, es provoca un lliscament i en conjunt un arrossegament. (2)

Si: les partícules es reparteixen de manera uniforme dins del fluid i el seu moviment no depén de la capa límit, s'obté un transport per suspensió. (3)



Deformació de fons.

En els transports en que es produeix sedimentació, el pòsit no té en general forma plana, sino que es formen monticles localitzats en forma de dunes que augmenten la rugositat del fons i la tensió interfase.



CLASSIFICACIÓ DE BARREGES.

Malgrat la diversitat de factors que influeixen en les propietats de cada barreja, es pot parlar de:

- Barreges homogènies:

Son les que tenen una distribució de grans uniforme a tota la conducció.

A concentracions baixes presenten un comportament newtonià, essent clarament no newtonianes a concentracions elevades.

Segons la grandària de gra les barreges homogènies es poden subdividir en:

1-Barreges col.loïdals, no sedimenten ni en repos, l'homogeneïtat es manifesta degut a la dispersió de les partícules i no depèn de la velocitat.

2-Barreges plàstiques, necessiten una velocitat més gran per a assegurar l'homogeneïtat i presenten característiques no newtonianes per a concentracions elevades.

- Barreges heterogènies:

No tenen distribució uniforme en tota la conducció i no presenten característiques no-newtonianes.

Es poden dividir, segons grandària en:

1-Suspensions dinàmiques, es comporten com fluids molt viscosos i d'elevada densitat.

2-Dispersions amb moviment a salts, tenen grandària de gra més gran que les anteriors, presentant gran heterogeneïtat.

3-Barreges no disperses amb moviment a salts, son les de diàmetre de gra més gran

En tots els casos la velocitat de deposició es el factor més decisiu, per a coneixer el comportament de cada barreja.

ESTUDI TEòRIC DEL TRANSPORT DE SÒLIDS.

L'estudi rigorós del transport de sòlids es fa difícil per la insuficiència de dades, - la multitud de variables que intervenen i per tractar-se de fenòmens de variació tridimensional i contínua.

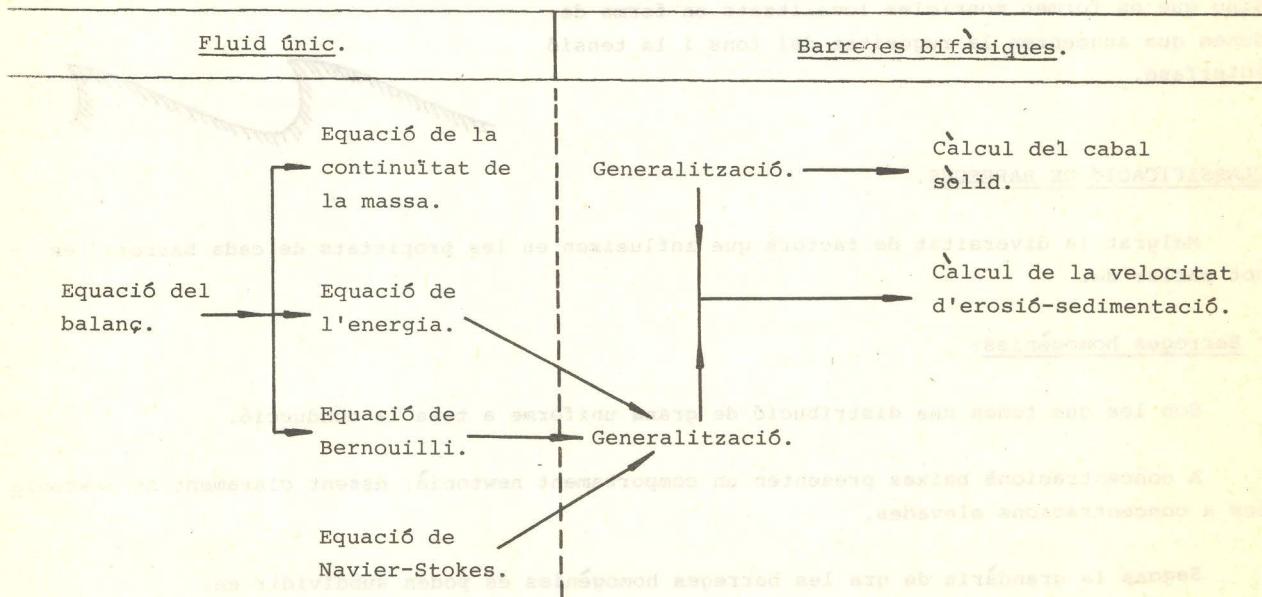
Es pot fer l'estudi des de dos punts de vista:

- Mètode determinista. Tracta de trobar les característiques de cada partícula d'un transport en funció de les forces exteriors a ella.

- Mètode estocàstic o estadístic. Troba les esmentades característiques per a el conjunt de totes les partícules.

Principis teòrics.

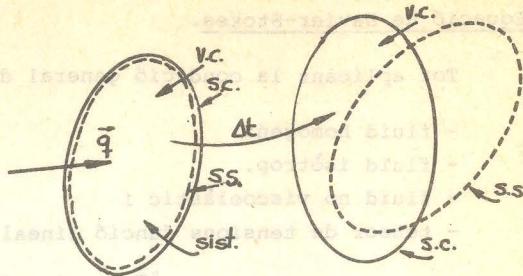
Son les equacions fonamentals de la Mecànica de Fluids, les quals, amb posterior generalització, ens proporcionaran una valuació del cabal solid i uns criteris de sedimentació.



Equació general del balanç.

En considerar l'evolució d'un sistema sotmès a un camp de velocitats \vec{q} (x, y, z, t) prenen com a referència un determinat volum de control,

$$\left(\frac{DN}{Dt} \right)_{\text{sist.}} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_{V.C.} \xi \cdot \rho \cdot dV + \iint_{S.C.} \rho \cdot \xi \cdot (\vec{q} \cdot d\vec{s})$$



La variació total d'una propietat N d'un sistema equival a la variació de la dita propietat en el volum de control més el flux de la mateixa propietat a través de la superfície de control.

Equació de la continuïtat de la massa.

Preneent com a propietat extensiva la massa, l'equació del balanç ens dóna

$$\iint_{V.C.} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{q} \right) dV = 0 \quad ; \text{ o bé: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \nabla \cdot \vec{q} + \vec{q} \cdot \nabla \rho = 0$$

En cas de flux permanent:

$$\iint_{S.C.} \rho \vec{q} \cdot d\vec{s} = 0 \quad ; \text{ o bé: } \nabla(\rho \vec{q}) = 0$$

En cas de fluid incompressible i homogeni: $\iint_{S.C.} \vec{q} \cdot d\vec{s} = 0; \nabla \vec{q} = 0 \Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} = 0$

que aplicat a un tub de corrent: $q_i \cdot S_i = \text{ct.}$

Per a fluids compressibles: $\rho_i \cdot q_i \cdot S_i = \text{ct.}$

La quantitat de massa que entra en un determinat volum de referència es la mateixa que surt d'ell. No hi ha, doncs acumulació de massa en el sistema.

Equació de l'energia.

Aplicant l'equació del balanç a l'energia i tenint en compte la primera llei de la Termodinàmica: $\frac{DE}{Dt} = \frac{DQ}{Dt} + \frac{DF}{Dt}$, resulta:

$$\iint_{V.C.} \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV + \iint_{S.C.} \rho \cdot \dot{e} \cdot \vec{q} \cdot d\vec{s} = \iint_{V.C.} \rho Q_{V.C.} dV + \iint_{S.C.} Q_{S.C.} d\vec{s} + \iint_{V.C.} W_{S.C.} dV +$$

$$+ \iint_{V.C.} \rho \cdot \vec{F} \cdot \vec{q} \cdot dV + \iint_{S.C.} (\tau \cdot \vec{q}) d\vec{s}$$

Es a dir la quantitat d'energia d'un sistema, equival a les variacions en el volum de control i el flux per la superfície de control del treball realitzat i del calor produït.

Equació de Bernouilli.

Per simplificació de l'equació de l'energia amb les hipòtesis:

- flux permanent.
- absència de focus calorífics i
- Forces de volum rebutjables,

s'obté:

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{q_1^2}{2g} + H_m = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{q_2^2}{2g} + \Delta h.$$

Les perdudes d'energia de pressió, potencial i cinètica es la suma del calor transmès per les parets, del treball mecànic, del treball de les forces de viscositat i del increment d'energia interna.

Equació de Navier-Stokes.

Tot aplicant la condició general d'equilibri: $\rho \frac{D\vec{q}}{Dt} = \rho \vec{F} + \nabla \tau$, i amb les hipòtesis:

- fluid homogeni.
- fluid isotrop.
- fluid no viscoelàstic i
- tensor de tensions funció lineal del tensor de velocitat de deformació, s'arriba a:

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial t} + 2 \vec{v} \wedge \vec{q} + \frac{1}{2} \vec{\nabla} q^2 = \vec{F}_v - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \frac{v}{3} \vec{\nabla} \theta + v \Delta \vec{q}$$

- Un cas particular d'aquesta equació es l'equació de Bernouilli per a gasos perfectes, que en flux isotèrmic té la forma:

$$\frac{P_1}{\rho_1} \ln \frac{P_2}{\rho_1} + \frac{q_2^2 - q_1^2}{2} = 0$$

i per a flux isoentròpic:

$$\frac{P_1}{\rho_1} \cdot \frac{P_1}{2} + \frac{q_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho_2} \cdot \frac{P_2}{2} + \frac{q_2^2}{2} \quad (\text{SAINT-VENANT})$$

Tensió tangencial a les parets.

Analitzant les pèrdues de pressions entre dues seccions d'una conducció i relacionant-la amb la força de freqüència a les parets es té:

$$\frac{\tau_o}{\rho} = \frac{\lambda}{8} q^2 = q_*^2 \rightarrow \tau_o = \rho \frac{\lambda}{8} q^2 = \rho q_*^2$$

En el cas de flux turbulent l'expressió es complica doncs s'ha d'afegir el concepte de viscositat de remolí, conseqüència de les tensions produïdes per les fluctuacions de velocitat:

$$\tau = (\mu + n_t) \cdot \frac{dq}{dy}$$

Pèrdues de càrrega.

-Cas de flux laminar:

S'estableixen com a condició d'equilibri entre les forces de pressió i la tensió tangencial:

$$\Delta h_f = \frac{32 \mu \cdot q_f \cdot L}{\rho \cdot g \cdot D^2} = \frac{32 \cdot v \cdot q_f \cdot L}{g \cdot D^2}$$

- Cas de flux turbulent:

Es planteja la igualtat entre la resistència per freqüència i la variació de l'esforç de pressió:

$$\Delta h_f = \frac{8 \tau_o}{\rho q_f} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{q_f^2}{2g}$$

Comparant ambdues expressions s'arriba a la fórmula universal de Darcy-Weisbach:

$$\Delta h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{q_f^2}{2g}$$

on, λ val $64/Re$ en el cas de flux laminar, i es determina empíricament en el turbulent.

GENERALITZACIÓ DE LES EQUACIONS FONAMENTALS.

Definicions.

- Concentració local: Es defineix com: $S_e = n \cdot V_p$, essent: $n = \frac{N_p}{dV}$, o siga el nombre de partícules situades en el interior d'un determinat dV en un instant.

- Velocitat de partícules: $q_p = \frac{q_i}{N_p}$
- Velocitat de fluid: La velocitat d'un fluid en el element dV s'expressa, dividint el volum, $dV' = (1-S_e) dV$ ocupat realment per ell en elements dV , com:

$$q_f = \frac{1}{dV'} \iint_{dV} q_f dV,$$

Equació de la continuitat de la massa.

1-Cas de partícules homogènies.

Preneent com a propietat intensiva la concentració en cada estat:

- a) Fase sòlida: Aplicant l'equació general del balanç:

$$\frac{\partial S_e}{\partial t} + \nabla \cdot (S_e \cdot \vec{q}_p) = 0$$

- b) Fase fluida: Anàlogament:

$$\frac{\partial (1-S_e)}{\partial t} + \nabla \cdot ((1-S_e) \cdot \vec{q}_f) = 0$$

- c) Bifase: Per combinació de les equacions anteriors i anomenant

$$\left. \begin{array}{l} \rho_s \cdot S_e + \rho_f (1-S_e) = \rho_d \\ \rho_s \cdot S_e \cdot q_p + \rho_f (1-S_e) \cdot q_f = q_d \end{array} \right\}$$

resulta:

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_d \cdot q_d) = 0$$

Equació que formalment és igual a la del fluid únic homogeni de massa específica ρ_d i velocitat q_d .

2-Cas de partícules no homogènies.

El raonament es el mateix tenint tant sols en compte la variabilitat de molts paràmetres i la necessitat de treballar amb valors mitjans:

- a) Fase fluida: $\frac{\partial (1-S_{ei})}{\partial t} + \nabla \cdot (1-\sum S_{ei}) q_f = 0$

- b) Fase sòlida: $\frac{\partial (\rho_{si} S_{ei})}{\partial t} + \nabla \cdot (S_{ei} \cdot \rho_{si} \cdot q_{pi}) = 0$

- c) Barreja: $\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_d \cdot V_d) = 0$

Expressió vàlida per a distribucions contínues de diàmetre.

Distribució de velocitats.

Experimentalment es dedueix: $\frac{\bar{q}}{q_*} = g_1 \left(\frac{y \cdot q_*}{v}, Re \right)$ que pren els valors següents:

- Valors de Re petits.

- a) Zona propera a les parets: El valor: $\frac{y \cdot q_*}{v} \rightarrow g_1 \rightarrow g_1$, i es pot escriure:

$$\frac{\bar{q}}{q_*} = g_1 \left(\frac{y \cdot q_*}{v} \right)$$

- b) Zona llunyanera de les parets: Es relaciona la velocitat amb la velocitat màxima, en la forma:

$$\frac{\bar{q}-q_{max}}{q_*} = g_2 \left(\frac{y}{e} \right)$$

- Valors de Re grans.

Les funcions anteriors son aplicables simultaniament:

$$g_1 \left(\frac{y \cdot q_*}{v} \right) = \frac{q_{max}}{q_*} + g_2 \left(\frac{y}{e} \right) = G_3 (Re) + g_2 \left(\frac{y}{e} \right), \text{ i com: } \frac{y \cdot q_*}{v} = \frac{y}{e} \cdot Re, \text{ les funcions: } g_1, g_2 \text{ i } G_3 \text{ son del tipus:}$$

$$\bar{q}/q_* = A \cdot \ln \frac{Y \cdot q_*}{v} + B$$

$$\frac{\bar{q} - q_{\max}}{q_*} = A \cdot \ln \frac{Y}{e} + C$$

$$q_{\max}/q_* = A \cdot \ln Re + B - C$$

Determinant A, B, i C, queda:

$$\bar{q}/q_* = 5,65 \log \frac{Y \cdot q_*}{v} + 4,9$$

$$\frac{\bar{q} - q_{\max}}{q_*} = 5,65 \log \frac{Y}{e} - 0,75$$

$$q_{\max}/q_* = 5,65 \log Re + 5,65$$

Per a valors grans de Re s'estudia el repartiment de velocitats en tres zones distintes:

$$0 < \frac{Y \cdot q_*}{v} < 30 \rightarrow \bar{q}/q_* = q_3 \left(\frac{Y \cdot q_*}{v} \right)$$

$$30 < \frac{Y \cdot q_*}{v} < \frac{Re}{5} \rightarrow \bar{q}/q_* = 5,65 \log \frac{Y \cdot q_*}{v} + 4,9$$

$$\frac{2}{10} < \frac{Y}{e} < 1 \rightarrow \frac{\bar{q} - q_{\max}}{q_*} = q_4 \left(\frac{Y}{e} \right) = -6 \left(1 - \frac{Y}{e} \right)^2$$

Les condicions de particularització es defineixen experimentalment.

Pèrdues de càrrega. Cas general.

Es distingeixen tres casos:

- Cas de partícules molt petites: Es el cas en que es compleix:

$$\frac{d}{D_h} \sqrt{\rho_s/\rho_f - 1} \sqrt{Re} \leq 0,2$$

Les pèrdues de càrrega, suposant diàmetres mitjans de partícules i la barreja com si fos homogènia seran:

$$\Delta p^* = \rho_m \cdot \lambda \cdot \frac{L}{D_h} \cdot \frac{q_m^2}{2}, \text{ essent: } p^* \text{ les pressions motrius: } p^* = p + \text{g.z. } \rho_m$$

El coeficient λ es determina normalment per l'expressió:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log Re \sqrt{\frac{1}{\lambda}} - 0,8$$

on: $\rho_m = \rho_s \cdot S_\epsilon + \rho_f \cdot (1 - S_\epsilon)$ es la massa volumètrica i $Re = \frac{\rho_m q_m D}{\mu_m}$ el nombre de Reynolds per a la barreja.

Per a concentracions baixes, la barreja es comporta com a newtoniana, i la seva tensió tangencial es: $\tau = \mu \cdot \frac{dq}{dy}$

Per a concentracions altes ja no passa el mateix, obtenint-se:

$$\tau = \tau_o + \mu \cdot \frac{dq}{dy}, \text{ amb: } \tau_o = f(Re, S_\epsilon)$$

- Cas de partícules petites: Es el cas més usual. S'aplicarà quan:

$$\frac{0,2}{(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1)^{1/2} Re^{1/2}} < \frac{d}{D_h} \leq \frac{10}{[\frac{\rho_s}{\rho_f}]^{1/3} Re^{2/3}}$$

La repartició de concentracions depèn dels nombres de Reynolds i Froude i per un sistema de velocitats: $\frac{q_m}{q_*} = A \cdot \log Re + B$ s'accepta:

$$\frac{1}{s} \frac{ds}{dy} = -K \sqrt{\frac{Re}{D_h}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_D}} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot D_h}{q_m \cdot d^4}}$$

Les pèrdues de càrrega es calculen segons la formula universal de Darcy-Weisbach:

$$\Delta p^* = \rho_m \cdot \lambda \cdot \frac{L}{D_h} \cdot \frac{q_m^2}{2}, \text{ amb la massa específica de la barreja com en el cas anterior.}$$

Si el nombre de Froude es elevat, λ es funció de: $\lambda = f(S_\epsilon, \frac{\rho_s}{\rho_f}, \frac{d}{D_h}, Re)$

Si el nombre de froude es petit λ s'ha de deduir per anàlisi dimensional, doncs la barreja es comporta cada cop més com heterogènia.

- Cas de partícules grans. Es presenta si: $\frac{d}{D_h} > \frac{10}{(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1)^{1/3} Re^{2/3}}$

El coeficient de la barreja es compara amb el corresponent a la barreja homogènia, resultant $\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 = K \cdot S_\epsilon$, on K depèn del nombre de Froude i, per a partícules molt grans, també del nombre de Reynolds.

Pèrdues de càrrega i tensions tangencials de barreges homogenies.

Les pèrdues de càrrega son del tipus, $\Delta h = f \left[\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right] (FOLSOM, O'BRIEN)$

o bé: $\Delta h = \Delta h \cdot (1 + C_o \cdot \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \cdot S) (SMOLDYRIEV)$

La determinació de la llei: $\lambda = f(Re)$, s'estudia en tres zones:

- zona laminar: es pren: $\lambda = K/Re$, i en general: $\lambda = 64/Re$

- zona de transició: s'utilitza: $\lambda = f(Re, \epsilon_c/D)$

- zona trubulenta: $\lambda = f(\epsilon_c)$.

1-) Barreges newtonianes: tenen com a tensió tangencial: $\tau = \mu \cdot G_d$, prenent el valor de: $\lambda = 64/Re$, per a flux laminar, $\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$, per a flux de transició i: $\lambda = f(\epsilon_c)$, pel turbulent.

2-) Barreges de Bingham: en variar la viscositat amb la velocitat, s'obté:

$$\tau = \tau_0 + \mu_p G_d$$

El coeficient de pèrdues de càrrega es: $\lambda = \frac{64}{Re}$ per a un flux laminar, $\lambda = 0,316 \cdot R_e^{-0,25}$, pel de transició, i: $\lambda = f(\epsilon_c)$ pel turbulent.

Hi ha vegades que en lloc de prendre: $\lambda = f(Re)$ es considera: $\lambda = f(Re, He)$ expressió, aquesta última, que reflecteix la influència del diàmetre i tensió de freq.

3-) Barreges d'Ostwald: la tensió tangencial resulta ésser: $\tau = K_r \cdot G_d^n$.

El coeficient de fricció és: $\lambda = 16/Re$, en els casos de flux laminar i de transició, i pren la forma

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = E \cdot \log Re \cdot \lambda^{1/2} + F, \text{ en el cas de flux turbulent.}$$

Perdudes de carrega en barreges heterogenies.

Es dedueixen empíricament, degut a la multitud de factors característics de la fífase.

En general: $\Delta h_m - \Delta h_f = \phi (S_\epsilon, \Delta h_f)$, dependent ϕ de la concentració, del nombre de Froude i de la resistència a l'avanc. En cas de sedimentació es válida:

$$\phi = K \left[\frac{q^2}{4 \cdot g \cdot R_h} \cdot \sqrt{C_D} \right]^{-3/2}$$

$$\phi = K \left[\frac{q^2}{g \cdot d} \cdot \sqrt{C_D} \right]^{-3/2}$$

essent correcta si no hi ha deposició:

Finalitza el proper número.