

UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

→ **UPCPOSTGRAU**

Generació, transport i distribució d'energia. Problemes →

Santiago Bogarra Rodríguez



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



iniciativa
digital politècnica
Publicacions Acadèmiques UPC

→ **UPCPOSTGRAU**

Generació, transport i distribució d'energia. Problemes →

Santiago Bogarra Rodríguez

Amb el suport de la Factoria de Recursos Docents de la UPC



Primera edició: gener de 2012

Disseny i dibuix de la coberta: Jordi Soldevila

Disseny maqueta interior: Jordi Soldevila

- © Santiago Bogarra Rodríguez, 2012
- © Iniciativa Digital Politècnica, 2012
Oficina de Publicacions Acadèmiques Digitals de la UPC
Jordi Girona Salgado 31,
Edifici Torre Girona, D-203, 08034 Barcelona
Tel.: 934 015 885 Fax: 934 054 101
www.upc.edu/idp
E-mail: info.idp@upc.edu

ISBN: 978-84-7653-894-4

Qualsevol forma de reproducció, distribució, comunicació pública o transformació d'aquesta obra només es pot fer amb l'autorització dels seus titulars, llevat de l'excepció prevista a la llei.



Pròleg

El llibre que es presenta és un compendi de problemes resolts dels principals elements dels sistemes elèctrics, com ara el transformador i la màquina síncrona, i l'anàlisi d'instal·lacions elèctriques en què hi ha diferents components connectats.

La resolució de problemes és fonamental en l'ensenyament d'una disciplina científicotècnica. Els càlculs matemàtics dificulten molt sovint que l'estudiant pugui assolir la capacitació adequada per afrontar l'anàlisi i el disseny de sistemes d'energia elèctrica. Per aquest motiu, en aquest treball, a part d'oferir un conjunt de problemes completament resolts, es proporcionen dues eines matemàtiques —MATLAB i Excel— per tal de facilitar el càlcul i ajudar l'estudiant a centrar-se en els coneixements dels sistemes d'energia elèctrica.

Aquest treball té per objectiu principal donar a conèixer als estudiants i familiaritzar-los en aquells conceptes de sistemes d'energia elèctrica que es trobaran en l'anàlisi i el disseny d'instal·lacions elèctriques. La presentació es fa mitjançant una col·lecció extensa de problemes, que fomenten l'autoaprenentatge dels fonaments i dels principis bàsics dels sistemes elèctrics. Els problemes estan completament resolts i igualment se'n pot obtenir la resolució a través de MATLAB i, en alguns casos, també d'Excel.

El llibre s'ha estructurat en deu temes en els quals s'analitzen els elements principals dels sistemes elèctrics individualment i també com a part de sistemes elèctrics de potència i instal·lacions elèctriques de baixa tensió.

La segona part del llibre tracta, en nou annexos, problemes bàsics dels sistemes trifàsics i el mètode per unitat, i inclou una recopilació de taules dels elements dels sistemes elèctrics i d'instal·lacions elèctriques, de manera que l'estudiant pugui treballar amb dades obtingudes de les taules per tal d'analitzar amb més profunditat el funcionament del sistemes elèctrics.

La participació de Xavier Rubión i Antoni Font ha facilitat l'assoliment dels objectius proposats.

Santiago Bogarra Rodríguez
Professor del Departament d'Enginyeria Elèctrica de la UPC





Índex

Pròleg	5
Índex	7
1. Centrals elèctriques	11
Problema 1	11
Problema 2	12
Problema 3	13
Problema 4	13
2. Transformadors de potència	17
Problema 1	17
Problema 2	20
Problema 3	22
Problema 4	26
Problema 5	27
3. Màquines asíncrones	33
Problema 1	33
Problema 2	36
4. Màquines síncrones	43
Problema 1	43
Problema 2	44
Problema 3	46
Problema 4	48
Problema 5	51
Problema 6	54
Problema 7	58
Problema 8	60



5. Línies.....	67
Problema 1.....	67
Problema 2.....	68
Problema 3.....	70
Problema 4.....	71
Problema 5.....	74
Problema 6.....	77
Problema 7.....	81
6. Sistemes elèctrics.....	85
Problema 1.....	85
Problema 2.....	87
Problema 3.....	89
Problema 4.....	91
Problema 5.....	94
Problema 6.....	97
Problema 7.....	100
Problema 8.....	104
Problema 9.....	110
7. Instal·lacions elèctriques	115
Problema 1.....	115
Problema 2.....	116
Problema 3.....	117
Problema 4.....	121
Problema 5.....	123
Problema 6.....	125
Problema 7.....	127
Problema 8.....	131
Problema 9.....	133
8. Curtcircuits	137
Problema 1.....	137
Problema 2.....	140
Problema 3.....	146
9. Aparellatge	157
Problema 1.....	157
Problema 2.....	165
10. Ampliació de sistemes elèctrics	175
Problema 1.....	175
Problema 2.....	182
Problema 3.....	187
Annex I: Sistemes trifàsics	193
Problema 1.....	193
Problema 2.....	196
Problema 3.....	198
Problema 4.....	201

Annex II: Mètode per unitat.....	207
Problema 1	207
Annex III: Taules de centrals elèctriques.....	209
Annex IV: Taules de transformadors	215
Annex V: Taules de màquines asíncrones	219
Annex VI: Taules de màquines síncrones.....	223
Annex VII: Taules de línies	225
Annex VIII: Taules d'instal·lacions elèctriques.....	229
Annex IX: Taules d'aparellatge	237
Bibliografia	239

→ 1



Centrals elèctriques

Problema 1

Una central hidroelèctrica a peu de presa té un salt net d'aigua de 27,15 m i el rendiment total de la instal·lació (turbina–generador–transformador) és del 90 %. Calculeu:

- a) La potència que se'n pot obtenir per metre cúbic d'aigua turbinat.
- b) El cabal d'aigua necessari per generar 333 MW.

Una central hidroelèctrica de derivació d'aigua té un salt net d'aigua de 9,7 m, un cabal de 5 m³/s, el rendiment de la turbina és del 90 % i el del generador de baixa tensió és del 95 %. Calculeu:

- c) La potència generada.

Solució

a)

DADES		
Central a peu de presa	H (m)	27,15
	η (pu)	0,90
	Q (m ³ /s)	1

La potència generada per una central hidroelèctrica es pot determinar mitjançant l'expressió:

$$P = 9,81 \cdot 10^3 \cdot Q \cdot H \cdot \eta = 239,71 \text{ kW}$$



b)

DADES		
Central a peu de presa	H (m)	27,15
	η (pu)	0,90
	P (W)	$333 \cdot 10^6$

c)

$$Q = \frac{P}{9,81 \cdot 10^3 \cdot H \cdot \eta} = 1.389,2 \text{ m}^3 / \text{s}$$

DADES		
Central de derivació	Q (m ³ /s)	5
	H (m)	9,7
	η_T (pu)	0,90
	η_G (pu)	0,95

$$P = 9,81 \cdot 10^3 \cdot Q \cdot H \cdot \eta_T \cdot \eta_G = 406,8 \text{ kW}$$

Problema 2

Una central tèrmica consumeix 4.512 t de carbó per dia. Si el carbó té un poder calorífic de 5.040 kcal/kg, quina és la potència generada si el rendiment total és del 30 %?

Solució

DADES		
Central tèrmica	Q' (t/dia)	4.512
	P'_c (kcal/kg)	5.040
	η (pu)	0,30

La conversió d'unitats de les dades és la següent:

$$Q = Q' \cdot \frac{1.000 \text{ kg}}{1 \text{ t}} \cdot \frac{1 \text{ dia}}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 52,22 \text{ kg / s}$$

$$P_c = P'_c \cdot \frac{10^3 \text{ cal}}{1 \text{ kcal}} \cdot \frac{4,186 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 21,10 \cdot 10^6 \text{ J / kg}$$

La potència generada per la central tèrmica es pot determinar mitjançant l'expressió:

$$P = Q \cdot P_c \cdot \eta = 330,53 \cdot 10^6 \text{ W} = 330,53 \text{ MW}$$

Problema 3

Un aerogenerador té 55 kW de potència nominal a una velocitat nominal de 12 m/s. Calculeu el diàmetre de les pales. Si el rang de velocitats del vent dintre del qual opera l'aerogenerador és de 16,56 a 80,64 km/h, determineu l'interval de variació teòric de la potència generada que se n'obté sense cap control del sistema, considerant que la potència generada es determina per a qualsevol velocitat del vent mitjançant l'expressió:

$$P = 0,1415 \cdot D^2 \cdot v^3$$

Solució

DADES		
Aerogenerador	P_n (kW)	55
	v_N (m/s)	12
	v_{min} (km/h)	16,56
	v_{max} (km/h)	80,64

El diàmetre de les pales és:

$$D = \sqrt{\frac{P_n}{0,1415 \cdot v_N^3}} = 15,0 \text{ m}$$

Troblem les velocitats en m/s i, tot seguit, podem calcular la potència que l'aerogenerador ens dona per a cada velocitat.

$$P_{min} = 0,1415 \cdot D^2 \cdot v_{min}^3 = 3,10 \text{ kW}$$

$$P_{max} = 0,1415 \cdot D^2 \cdot v_{max}^3 = 357,7 \text{ kW}$$

Problema 4

Una instal·lació solar fotovoltaica aïllada permet alimentar a 230 V ca les càrregues següents:

- Dues làmpades de 60 W cadascuna, connectades 5 h/dia.

- Un tub fluorescent de 18 W, connectat 5 h/dia.
- Un equip elèctric de 500 W, connectat 12 h/dia.

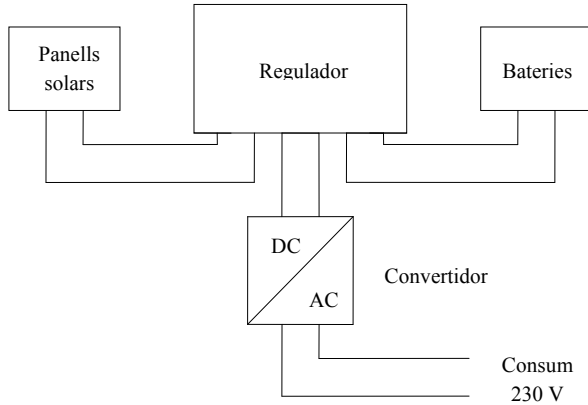
El panell solar seleccionat té un voltatge a potència màxima de 17,9 V i un corrent a potència màxima de 7,26 A.

Aquesta instal·lació està ubicada a Barcelona i el seu nivell de radiació solar és de 5,13 HPS.

El convertidor cc/ca té un rendiment del 92 % i el regulador de voltatge ajusta el nivell de tensió contínua a 24 V. La instal·lació disposa de bateries per emmagatzemar-hi l'energia generada que les càrregues no consumeixen.

Calculeu, de forma aproximada, quants mòduls solars són necessaris per alimentar les càrregues elèctriques.

Figura 1.1.
Esquema de la instal·lació solar fotovoltaica



Solució

DADES		
Làmpades	n_L (unitats)	2
	p_L (W)	60
	t_L (h/dia)	5
Fluorescent	p_F (W)	18
	t_F (h/dia)	5
Equip elèctric	p_E (W)	500
	t_E (h/dia)	12
Panell	I_P (A)	7,26
	V_P (V)	17,9
Radiació solar	HPS	5,13
Convertidor	η_C (%)	92
	V_C (V)	24

Càlcul del consum total de la instal·lació:

$$P_L = n_L p_L t_L = 600 \text{ W} \cdot \text{h}/\text{dia}$$

$$P_F = p_F t_F = 90 \text{ W} \cdot \text{h}/\text{dia}$$

$$P_E = p_E t_E = 6.000 \text{ W} \cdot \text{h}/\text{dia}$$

$$P_T = P_L + P_F + P_E = 6.690 \text{ W} \cdot \text{h}/\text{dia}$$

Tenint amb compte el rendiment del convertidor, la potència total que els mòduls solars han de subministrar és:

$$P = \frac{P_T}{\eta_c} = 7.271,7 \text{ W} \cdot \text{h}/\text{dia}$$

A partir de la potència total que els mòduls solars han de subministrar i de la tensió d'entrada en corrent continu del convertidor, s'obté el corrent a l'entrada del convertidor:

$$I_C = \frac{P}{V_C} = 303,0 \text{ A} \cdot \text{h}/\text{dia}$$

Per tal de garantir-ne el subministrament, s'han de satisfer les necessitats de tensió i de corrent del convertidor mitjançant la instal·lació de panells en sèrie i en paral·lel.

$$N_{\text{sèrie}} = \frac{V_C}{V_P} = 1,34 \rightarrow 2 \text{ panells}$$

$$N_{\text{paral·lel}} = \frac{1,2 \cdot I_C}{HPS \cdot I_P} = 9,76 \rightarrow 10 \text{ panells}$$

$$N_{\text{panells}} = N_{\text{sèrie}} \cdot N_{\text{paral·lel}} = 20 \text{ panells}$$

→2

Transformadors de potència

Problema 1

Un transformador monofàsic té les característiques següents:

- Tensió nominal de primari: 230 V
- Tensió nominal de secundari: 24 V
- Potència nominal: 1.000 VA
- Corrent de buit en valor relatiu: 5 %
- Pèrdues de buit: 16 W

A partir dels mesuraments realitzats, se sap que, si el transformador alimenta una càrrega de 521 VA amb factor de potència 0,96 inductiu a 23 V, aquest absorbeix 521 W i 208 var de la xarxa. Calculeu:

- La resistència i la reactància de curtcircuit relatives.
- La tensió d'alimentació del primari del transformador.

Solució

DADES					
Transformador monofàsic	V_{n1} (V)	230	Càrrega	S_2 (VA)	521
	V_{n2} (V)	24		$\cos \varphi_2$	0,96 (i)
	S_n (VA)	1.000	V_2 (V)	23	
	i_0 (%)	5			
	P_0 (W)	16			
	P_l (W)	521			
	Q_l (VAr)	208			

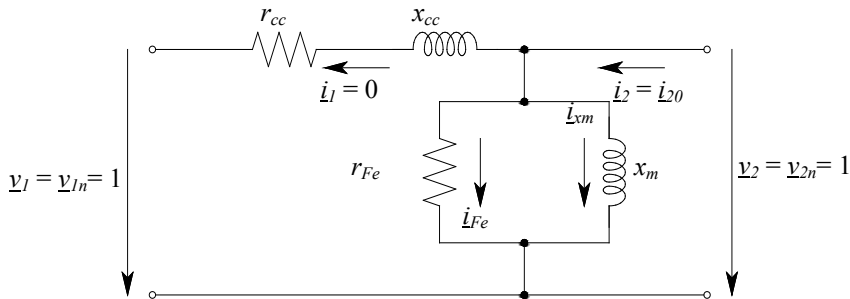
Primer s'ha realitzat el càlcul dels valors de base:

$$S_b = 1.000 \text{ VA} \quad V_{b1} = 230 \text{ V} \quad V_{b2} = 24 \text{ V}$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{V_{b1}} = 4,35 \text{ A} \quad I_{b2} = \frac{S_b}{V_{b2}} = 41,67 \text{ A}$$

A l'assaig de buit, la tensió nominal s'aplica a un debanat del transformador i l'altre debanat es troba en circuit obert. Com que, a l'assaig de buit, les pèrdues en els debanats són negligibles respecte a la potència absorbida, que pràcticament coincideix amb les pèrdues en el ferro, s'ha utilitzat el circuit equivalent, aproximat amb la branca en paral·lel traslladada als borns del secundari. Per tant, a partir de les dades de l'assaig de buit, s'ha realitzat el càlcul de la resistència de pèrdues en el ferro i de la reactància de magnetització.

Figura 2.1
Circuit equivalent del transformador per l'assaig de buit, en per unitat



$$v_0 = \frac{V_0}{V_{b2}} = \frac{V_{n2}}{V_{b2}} = 1 \quad p_0 = \frac{P_0}{S_b} = 0,0160$$

$$p_{Fe} \approx p_0 = \frac{v_0^2}{r_{Fe}} \Rightarrow r_{Fe} = \frac{v_0^2}{p_0} = 62,5$$

$$i_{0R_{Fe}} = \frac{v_0}{r_{Fe}} = 0,0160$$

$$i_{0X_m} = \sqrt{i_0^2 - i_{R_{Fe}}^2} = 0,0474$$

$$v_0 \approx v_m = i_m \cdot x_m \Rightarrow x_m = \frac{v_0}{i_m} = 21,11$$

Una vegada s'han obtingut els paràmetres de la branca en paral·lel del circuit equivalent, s'ha calculat el corrent entregat a la càrrega a partir de les dades de voltatge i consum de potència al secundari del transformador en aquestes noves condicions. Per realitzar els càlculs, s'ha fixat el voltatge en borns de la càrrega com a origen d'arguments.

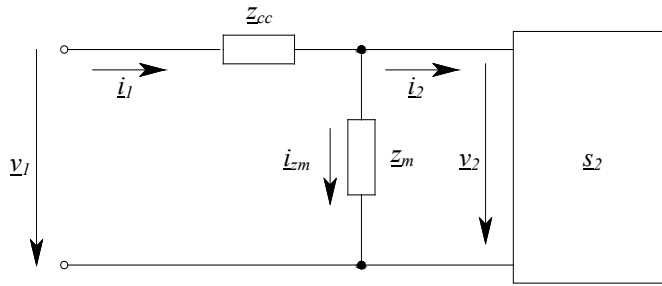


Figura 2.2
Circuit equivalent del transformador amb càrrega, en per unitat

$$\underline{v}_2 = \frac{V_2}{V_{b2}} = 0,9583 \angle 0^\circ$$

$$\underline{S}_2 = \frac{S_2 [\cos \varphi_2 + j \cdot \sin(\arccos(\cos \varphi_2))]}{S_b} = 0,5002 + j \cdot 0,1459$$

$$\underline{i}_2 = \left(\frac{\underline{S}_2}{\underline{v}_2} \right)^* = 0,5219 - j \cdot 0,1522$$

$$\underline{i}_{X_m} = \frac{\underline{v}_2}{j \cdot X_m} = -j \cdot 0,0454$$

$$\underline{i}_{R_{Fe}} = \frac{\underline{v}_2}{r_{Fe}} = 0,0153$$

$$\underline{i}_m = \underline{i}_{X_m} + \underline{i}_{R_{Fe}} = 0,0153 - j \cdot 0,0454$$

$$\underline{i}_1 = \underline{i}_m + \underline{i}_2 = 0,5372 - j \cdot 0,1976$$

$$\underline{v}_1 = \frac{\underline{S}_1}{\underline{i}_1^*} = \frac{P_1 + j \cdot Q_1}{S_b \cdot \underline{i}_1^*} = 0,9796 + j \cdot 0,0268$$

$$\underline{\mathcal{E}}_{cc} = \underline{Z}_{cc} = \frac{\underline{v}_1 - \underline{v}_2}{\underline{i}_1} = 0,0188 + j \cdot 0,0568$$

$$R_{CC} = 0,0188 \quad X_{CC} = 0,0568$$

b) Càlcul del voltatge al primari del transformador en càrrega:

$$V_1 = |\underline{v}_1| \cdot V_{b1} = 225,4 \text{ V}$$



Problema 2

Un transformador trifàsic amb grup de connexió Yy0 té una relació entre la impedància primària i secundària de 20. S'ha sotmès als assaigs següents:

1. Assaig de buit: alimentant el transformador pel primari, s'obté una relació de tensions de 20.000/400 V, un corrent de 0,4 A i una potència absorbida de 1.500 W.
2. Assaig de curtcircuit: alimentant el transformador pel primari a 1.200 V, el corrent al primari és de 14,4 A i la potència absorbida és de 7.000 W.

Trobeu el circuit equivalent del transformador en per unitat.

Solució

DADES		
Transformador trifàsic	Z_1 / Z_2	20
	r_t	20.000/400
	I_0 (A)	0,4
	P_0 (W)	1.500
	V_{cc} (V)	1.200
	I_{n1} (A)	14,4
	P_{cc} (W)	7.000

Càlcul dels valors de base:

$$V_{b1} = 20.000 \text{ V}$$

$$V_{b2} = 400 \text{ V}$$

$$I_{b1} = I_{n1} = 14,4 \text{ A}$$

$$S_b = \sqrt{3} \cdot V_{b1} \cdot I_{b1} = 500 \cdot 10^3 \text{ VA} = 520 \text{ kVA}$$

Càlcul de la resistència de pèrdues en el ferro i la reactància de magnetització a partir de les dades de l'assaig de buit:

$$i_0 = \frac{I_0}{I_{b1}} = 0,0278 \quad p_0 = \frac{P_0}{S_n} = 0,0030 \quad v_1 = \frac{V_{n1}}{V_{b1}} = 1,00$$

$$p_{Fe} \approx p_0 = \frac{v_1^2}{r_{Fe}} \Rightarrow r_{Fe} = \frac{v_1^2}{p_0} = 332,55$$

$$v_1 \approx v_m = r_{Fe} \cdot i_{Fe} \Rightarrow i_{Fe} = \frac{v_1}{r_{Fe}} = 0,0030$$

$$i_m = \sqrt{i_0^2 - i_{Fe}^2} = 0,0276$$

$$v_1 \approx v_m = i_m \cdot x_m \Rightarrow x_m = \frac{v_1}{i_m} = 36,21$$

Càlcul de les resistències i de les reactàncies de dispersió dels debanats a partir de les dades de l'assaig de curtcircuit:

$$i_{cc} = \frac{I_{cc}}{I_{b1}} = 1 \quad p_{cc} = \frac{P_{cc}}{S_b} = 0,0140 \quad v_{cc1} = \frac{V_{cc1}}{V_{b1}} = 0,06$$

$$p_{cc} = r_{cc} \cdot i_{cc}^2 \Rightarrow r_{cc} = \frac{p_{cc}}{i_{cc}^2} = 0,0140$$

$$r'_2 = \frac{r_2}{r_i^2} = \frac{r_1}{Z_1/Z_2} \frac{1}{r_i^2}$$

$$r_{cc} = r_1 + r'_2 \Rightarrow r_1 = \frac{r_{cc}}{1 + 1/(Z_1/Z_2)} = 0,0134$$

$$r'_2 = \frac{r_1}{Z_1/Z_2} = 6,68 \cdot 10^{-4}$$

$$z_{cc} = \frac{v_{cc}}{i_{cc}} = 0,06$$

$$x_{cc} = \sqrt{z_{cc}^2 - r_{cc}^2} = 0,0583$$

$$x_{cc} = x_1 + x'_2 \Rightarrow x_1 = \frac{x_{cc}}{1 + 1/(Z_1/Z_2)} = 0,0556$$

$$x'_2 = \frac{x_1}{Z_1/Z_2} = 0,0028$$

Problema 3

El transformador elevador d'una central hidroelèctrica té les característiques següents:

- Potència nominal: 18 MVA
- Voltatges nominals: 13,2/110 kV
- Corrent de buit en valor relatiu: 0,9 %
- Pèrdues de buit: 18 kW
- Tensió relativa de curtcircuit: 9 %
- Pèrdues de curtcircuit: 54 kW

Determineu:

a) El model en per unitat del transformador.

b) La caiguda de tensió al transformador i el rendiment d'aquest quan subministra 18 MW a 110 kV amb factor de potència la unitat.

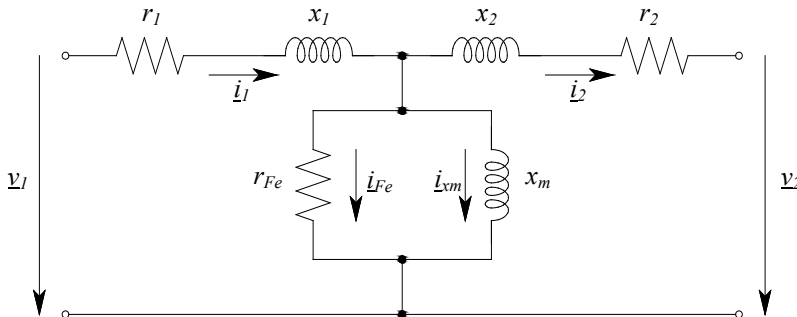
Solució

a)

DADES		
Transformador trifàsic	S_n (VA)	$18 \cdot 10^6$
	V_{n1} (V)	$13,2 \cdot 10^3$
	V_{n2} (V)	$110 \cdot 10^3$
	i_0 (%)	0,9
	P_0 (W)	$18 \cdot 10^3$
	ε_{cc} (%)	9
	P_{cc} (W)	$54 \cdot 10^3$

A continuació, es mostra el circuit equivalent del transformador en per unitat:

Figura 2.3
Circuit equivalent del transformador en per unitat



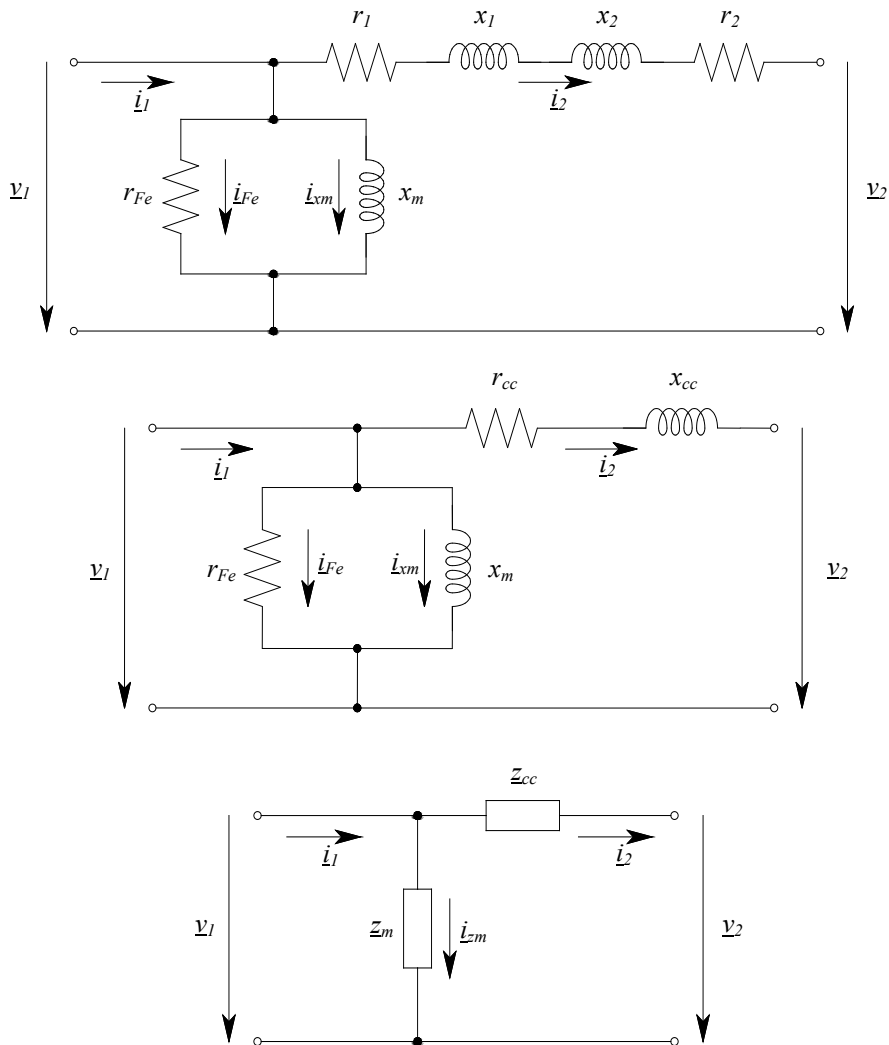


Figura 2.4
Circuit equivalent
aproximat del
transformador en per
unitat

Càlcul dels valors de base:

$$V_{b1} = V_{n1} \quad 13,2 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_{b2} = V_{n2} \quad 110 \cdot 10^3 \text{ V}$$

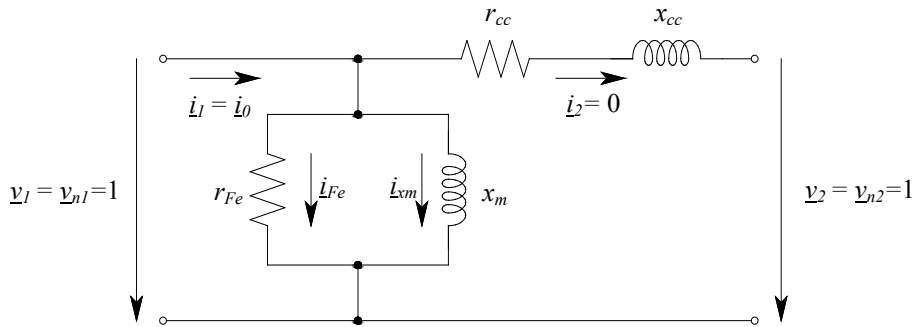
$$S_b = S_n \quad 18 \cdot 10^6 \text{ VA}$$

$$I_{b1} = I_{n1} = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot V_{b1}} = 787,3 \text{ A}$$

$$I_{b2} = I_{n2} = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot V_{b2}} = 94,5 \text{ A}$$

Càlcul de la resistència de pèrdues en el ferro i la reactància de magnetització a partir de les dades de l'assaig de buit:

Figura 2.5
Circuit equivalent del transformador per l'assaig de buit, en per unitat



$$p_0 = \frac{P_0}{S_b} = 1 \cdot 10^{-3} \quad i_0 = 9 \cdot 10^{-3}$$

$$p_{Fe} \approx p_0 = \frac{v_1^2}{r_{Fe}} \Rightarrow r_{Fe} = \frac{v_1^2}{p_0} = 1.000$$

$$v_1 \approx v_m = r_{Fe} \cdot i_{Fe} \Rightarrow i_{Fe} = \frac{v_1}{r_{Fe}} = 1 \cdot 10^{-3}$$

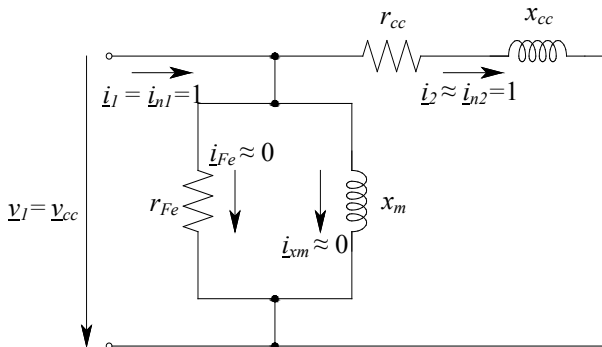
$$i_{X_m} = \sqrt{i_0^2 - i_{Fe}^2} = 8,9 \cdot 10^{-3}$$

$$v_1 \approx v_m = i_{X_m} \cdot x_m \Rightarrow x_m = \frac{v_1}{i_{X_m}} = 111,80$$

$$\underline{y}_m = \frac{1}{r_{Fe}} + \frac{1}{j \cdot x_m} \Rightarrow \underline{z}_m = \frac{1}{\underline{y}_m} = 12,35 + j110,42$$

Càlcul de la resistència i de la reactància de curtcircuit a partir de les dades de l'assaig de curtcircuit amb el circuit aproximat, negligint el corrent que circula per la branca en paral·lel:

Figura 2.6
Circuit equivalent del transformador per l'assaig de curtcircuit, en per unitat



$$i_{cc} = \frac{I_{cc}}{I_{b1}} = 1 \quad p_{cc} = \frac{P_{cc}}{S_n} = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$v_1 = v_{cc} = \frac{V_{cc}}{V_{b1}} = \varepsilon_{cc} = 0,09$$

$$p_{cc} = r_{cc} \cdot i_{cc}^2 \Rightarrow r_{cc} = \frac{P_{cc}}{i_{cc}^2} = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$z_{cc} = \frac{v_{cc}}{i_{cc}} = 0,09 \quad x_{cc} = \sqrt{z_{cc}^2 - r_{cc}^2} = 89,9 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{z}_{cc} = r_{cc} + j \cdot x_{cc} = 3 \cdot 10^{-3} + j \cdot 89,9 \cdot 10^{-3} = 0,09 \angle 88,09^\circ$$

b)

DADES		
Transformador trifàsic	S_n (VA)	18 · 106
	V_{n1} (V)	13,2 · 10 ³
	V_{n2} (V)	110 · 10 ³
	i_0 (%)	0,9
	P_0 (W)	18 · 10 ³
	ε_{cc} (%)	9
	P_{cc} (W)	54 · 10 ³
Càrrega	P_q (W)	18 · 10 ⁶
	$\cos \varphi_q$	1,00
	V_q (V)	110 · 10 ³

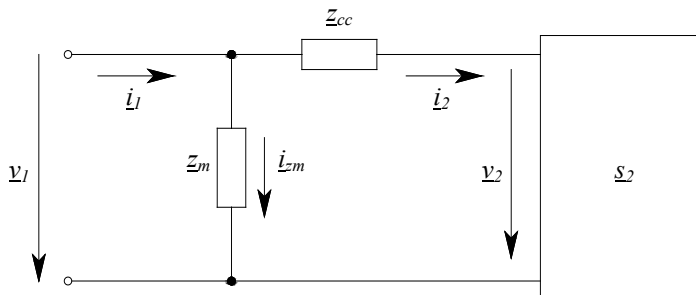


Figura 2.7
Circuit equivalent del transformador amb càrrega, en per unitat

$$v_2 = \frac{V_2}{V_{b2}} = 1 \angle 0^\circ \quad s_2 = \frac{S_2}{S_b} = 1 \angle 0^\circ \quad i_2 = \left(\frac{s_2}{v_2} \right)^* = 1 \angle 0^\circ$$



$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 + \underline{z}_{cc} \cdot \underline{i}_2 = 1,0030 + j \cdot 0,0899 = 1,0070 \angle 5,12^\circ$$

$$\Delta v = v_1 - v_2 = 0,7025 \Rightarrow \Delta v_{\%} = \Delta v \cdot 100 = 0,70 \%$$

$$\underline{i}_m = \frac{\underline{v}_2}{\underline{z}_m} = 9,1 \cdot 10^{-3} \angle -78,5^\circ$$

$$\underline{i}_1 = \underline{i}_2 + \underline{i}_m = 1,0018 - j \cdot 0,0089 = 1,0018 \angle -0,51^\circ$$

$$\underline{s}_1 = \underline{v}_1 \cdot \underline{i}_1^* = 1,004 + j \cdot 0,099 = 1,004 \angle 5,14^\circ$$

$$\eta_{\%} = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 99,60 \%$$

Realització dels mateixos càlculs negligint la resistència de curtcircuit i la branca en paral·lel del transformador:

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 + \underline{x}_{cc} \cdot \underline{i}_2 = 1,000 + j \cdot 0,0899 = 1,004 \angle 5,14^\circ$$

$$\Delta v = v_1 - v_2 = 4,04 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta v_{\%} = \Delta v \cdot 100 = 0,40 \%$$

$$\underline{i}_1 = \underline{i}_2 = 1,00 \angle 0^\circ$$

$$\underline{s}_1 = \underline{v}_1 \cdot \underline{i}_1^* = 1,0000 + j \cdot 0,0899 = 1,0040 \angle 5,14^\circ$$

$$\eta_{\%} = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = 100 \%$$

Problema 4

Un transformador de distribució 20/0,4 kV i 1 MVA té un voltatge de curtcircuit del 6 %. El transformador alimenta una càrrega trifàsica que consumeix una potència de 800 kVA, amb un factor de potència de 0,9 inductiu. Si el voltatge mesurat al secundari del transformador és de 420 V, calculeu-ne el voltatge al primari.

Solució

DADES		
Transformador trifàsic	V_{n1} (V)	$20 \cdot 10^3$
	V_{n2} (V)	400
	S_n (VA)	$1 \cdot 10^6$
	ε_{cc} (%)	6
Càrrega	S_c (VA)	$800 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi_c$	0,9 (i)
	V_2 (V)	420

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_n = 1 \cdot 10^6 \text{ VA} \quad V_{b1} = V_{n1} = 20 \cdot 10^3 \text{ V} \quad V_{b2} = V_{n2} = 400 \text{ V}$$

Càlcul de la potència consumida per la càrrega:

$$\underline{s}_c = \frac{S_c [\cos \varphi_c + j \cdot \sin(\arccos(\cos \varphi_c))]}{S_b} = 0,7200 + j \cdot 0,3487$$

Càlcul del corrent a la càrrega fixant com a origen d'arguments el voltatge en borns de la càrrega.

$$\underline{v}_2 = \frac{V_2}{V_{b2}} = 1,05 \angle 0^\circ \quad \underline{i}_2 = \left(\frac{\underline{s}_c}{\underline{v}_2} \right)^* = 0,6857 - j \cdot 0,3321$$

Càlcul del voltatge al primari:

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 + j \cdot \varepsilon_{cc} \cdot \underline{i}_2 = 1,0699 + j \cdot 0,0411$$

$$V_{\underline{1}} = \underline{v}_1 \cdot V_{b1} = 21,41 \angle 2,20^\circ \text{ kV}$$

$$V_{1s} = |V_{\underline{1}}| = \frac{|V_{\underline{1}}|}{\sqrt{3}} = 12,36 \text{ kV}$$

Problema 5

El voltatge al nus 1 de la xarxa de la figura 2.8 es manté constant a 220 kV. Les característiques dels diferents components de la xarxa són les següents:

Transformador TR1:

- Potència nominal: 65 MVA
- Voltatge nominal de secundari: 110 kV
- Voltatge de curtcircuit: 12 %

Transformador TR2:

- Relacions de voltatges nominals: 110/66/11 kV
- Potència base per a l'assaig de curtcircuit entre primari i secundari: 50 MVA
- Voltatge de curtcircuit entre primari i secundari: 11 %

- Potència base per a l'assaig de curtcircuit entre primari i terciari: 10 MVA
- Voltatge de curtcircuit entre primari i terciari: 10 %
- Potència base per a l'assaig de curtcircuit entre secundari i terciari: 10 MVA
- Voltatge de curtcircuit entre secundari i terciari: 9 %
-

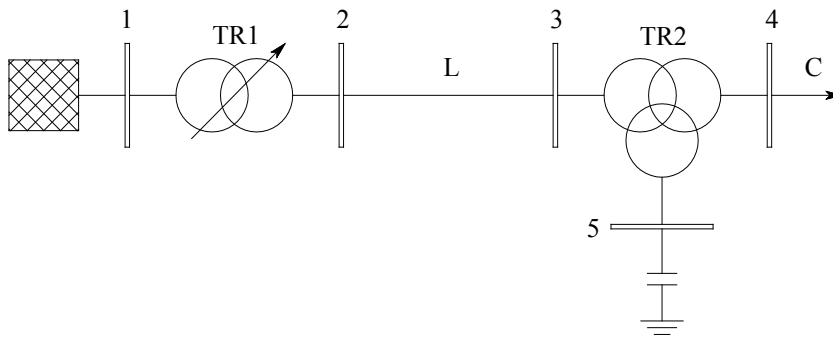
Línia L:

- Longitud: 20 km
- Impedància: $0,1078 + j \cdot 0,3930 \Omega/\text{km}$

Bateria de condensadors:

- Potència nominal: 10 Mvar
- Voltatge nominal: 11 kV

Figura 2.8
Esquema unifilar de
la xarxa



Determineu el voltatge nominal ajustat al primari del transformador regulable per tal d'aconseguir un voltatge de 66 kV al nus 4 des del qual s'alimenta una càrrega de 50 MVA, amb un factor de potència de 0,8 inductiu. Preneu 50 MVA com a potència de base.

Solució

DADES		
Transformador trifàsic regulable TR1	S_n (VA)	$65 \cdot 10^6$
	V_{n2} (V)	$110 \cdot 10^3$
	ε_{cc1} (%)	12
Transformador trifàsic amb tres debanats TR2	V_{np} (V)	$110 \cdot 10^3$
	V_{ns} (V)	$66 \cdot 10^3$
	V_{nt} (V)	$11 \cdot 10^3$

DADES		
	S_{nps} (VA)	$50 \cdot 10^6$
	ε_{ps} (%)	11
	S_{npt} (VA)	$10 \cdot 10^6$
	ε_{pt} (%)	10
	S_{nst} (VA)	$10 \cdot 10^6$
	ε_{st} (%)	9
Línia	l (km)	20
	\underline{Z}_l (Ω /km)	$0,1078 + j \cdot 0,3930$
Bateria de condensadors	$V_{n,cond}$ (V)	$11 \cdot 10^3$
	Q_n (var)	$10 \cdot 10^6$
Càrrega	S_c (VA)	$50 \cdot 10^6$
	$\cos \varphi_q$	0,80 (i)
	$V_c = V_4$ (V)	$66 \cdot 10^3$
Base	S_b (VA)	$50 \cdot 10^6$

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = 50 \cdot 10^6 \text{ VA} \qquad V_{b1} = V_{n1}$$

$$V_{b2} = 110 \cdot 10^3 \text{ V} \qquad V_{b3} = 66 \cdot 10^3 \text{ V} \qquad V_{b4} = 11 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 242 \ \Omega \qquad Z_{b3} = \frac{V_{b3}^2}{S_b} = 87,12 \ \Omega \qquad Z_{b4} = \frac{V_{b4}^2}{S_b} = 2,42 \ \Omega$$

Per tal d'obtenir la impedància de curtcircuit en per unitat del transformador regulable s'ha de fer un canvi de base, ja que la potència aparent de base és diferent de la potència nominal del transformador.

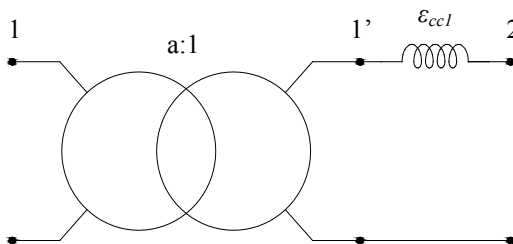


Figura 2.9
Circuit equivalent del transformador regulable TR1 reduït al secundari en pu

$$\underline{z}_{1'2} = j \cdot x_{ccl} = j \cdot \varepsilon_{ccl} \left(\frac{V_{n2}}{V_{b2}} \right)^2 \frac{S_b}{S_n} = j \cdot 0,0923$$

Impedància en per unitat de la línia:

Transformador de tres debanats:

Figura 2.10 (izq.)
Impedància en per unitat de la línia

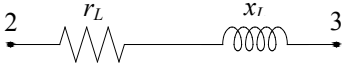
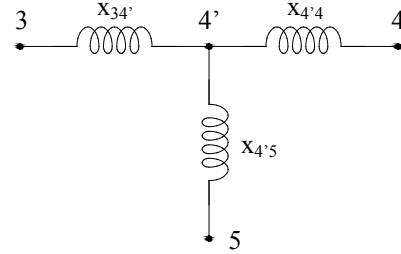


Figura 2.11 (der.)
Circuit equivalent en per unitat del transformador de tres debanats TR2



$$\underline{z}_{23} = \underline{z}_L = \frac{Z_L \cdot l}{Z_{b2}} = 0,0089 + j \cdot 0,0325$$

A partir dels voltatges de curtcircuit, tenint en compte que cadascun dels assaigs de curtcircuit als transformadors de tres debanats s'ha realitzat aplicant un voltatge en un debanat de forma que el corrent que hi circuli sigui el nominal, curtcircuitant un altre debanat i deixant en circuit obert el tercer debanat, s'obté:

$$x_{ps} = 0,11$$

$$x_{pt} = \varepsilon_{pt} \cdot \frac{S_b}{S_{n_{pt}}} = 0,50$$

$$x_{st} = \varepsilon_{st} \cdot \frac{S_b}{S_{n_{st}}} = 0,45$$

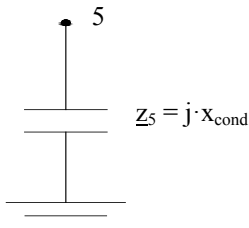
$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot [x_{ps} + x_{pt} - x_{st}] = 0,08 \Rightarrow \underline{z}_{34'} = \underline{x}_{34'} = j \cdot 0,08$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \cdot [x_{ps} + x_{st} - x_{pt}] = 0,03 \Rightarrow \underline{z}_{4'4} = \underline{x}_{4'4} = j \cdot 0,03$$

$$x_3 = \frac{1}{2} \cdot [x_{pt} + x_{st} - x_{ps}] = 0,42 \Rightarrow \underline{z}_{4'5} = \underline{x}_{4'5} = j \cdot 0,42$$

Banc de condensadors:

Figura 2.12
Banc de condensadors



$$X_{cond} = \frac{V_{n,cond}^2}{Q_n}$$

$$x_{cond} = \frac{X_{cond}}{Z_{b4}} = 5,0 \Rightarrow \underline{z}_5 = -j \cdot 5,0$$

Esquema de la xarxa en per unitat:

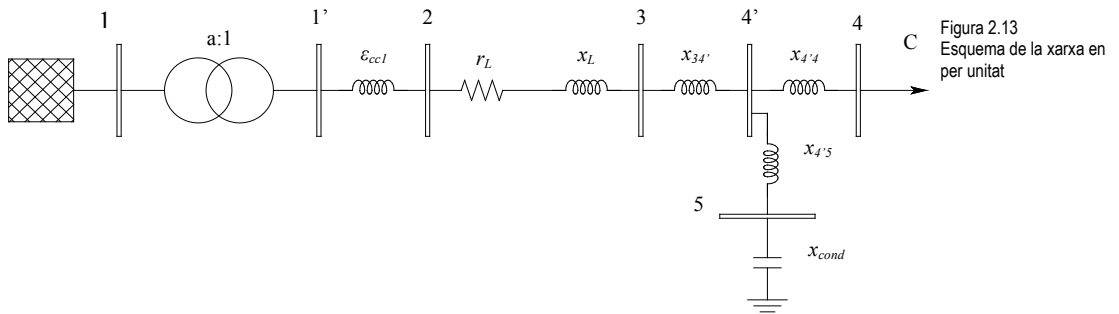


Figura 2.13
Esquema de la xarxa en per unitat

Condicions d'operació conegudes. Es pren com a origen d'arguments el voltatge al nus 4.

$$\underline{v}_4 = \frac{V_4}{V_{b3}} = 1,0 \angle 0^\circ$$

$$\underline{s}_4 = \frac{S_4 [\cos \varphi_4 + j \cdot \sin(\arccos(\cos \varphi_4))]}{S_b} = 0,80 + j \cdot 0,60$$

$$\underline{i}_4 = \left(\frac{\underline{s}_4}{\underline{v}_4} \right)^* = 0,80 - j \cdot 0,60$$

$$\underline{v}_{4'} = \underline{v}_4 + \underline{z}_{4'4} \cdot \underline{i}_4 = 1,0180 + j \cdot 0,0240$$

$$\underline{i}_{cond} = \frac{\underline{v}_{4'}}{\underline{z}_{4'5} + \underline{z}_5} = -0,0052 + j \cdot 0,2223$$

$$\underline{i}_l = \underline{i}_4 + \underline{i}_{cond} = 0,7948 - j \cdot 0,3777$$

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_{4'} + (\underline{z}_{1'2} + \underline{z}_{23} + \underline{z}_{34'}) \cdot \underline{i}_l = 1,1024 + j \cdot 0,1834 = 1,1176 \angle 9,44^\circ$$

$$V_{1'} = |\underline{V}_{1'}| = |\underline{v}_{1'}| \cdot V_{b1} = 122,93 \text{ kV}$$

$$\frac{V_{n1}}{V_{n1'}} = \frac{V_1}{V_{1'}} \Rightarrow V_{n1} = \frac{V_1}{V_{1'}} \cdot V_{n1'} = 196,85 \text{ kV}$$

→ 3



Màquines asíncrones

Problema 1

Un motor d'inducció amb els debanats connectats en estrella té les característiques següents:

- Potència: 5,5 kW
- Voltatges: 230/400 V
- Velocitat: 1.440 rpm
- Factor de potència: 0,75
- Corrents: 21,2/12,2 A
- Rendiment: 86,5 %
- Freqüència: 50 Hz

Determineu:

- El parell mecànic desenvolupat funcionant com a motor.
- Si el voltatge de la xarxa és de 420 V, suposant que el parell mecànic, la velocitat, el factor de potència i el rendiment són els nominals, quin serà el corrent al motor?
- Si es volen generar 4,5 kW aplicant-hi un parell mecànic de 32 N·m, connectat a la xarxa amb un voltatge de 420 V, suposant que el factor de potència i el rendiment són els nominals, quina serà la velocitat de gir?



Solució

a)

DADES		
Motor d'inducció	P_m (W)	$5,5 \cdot 10^3$
	n_m (rpm)	1.440

La conversió d'unitats de les dades a unitats del sistema internacional és la següent:

$$\omega_m = n_m \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ revolució}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 150,80 \text{ rad/s}$$

El parell mecànic que desenvolupa el motor en condicions nominals és el següent:

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_m} = 36,47 \text{ N}\cdot\text{m}$$

b)

DADES		
Motor d'inducció	V (V)	420
	n_m (rpm)	1.440
	f (Hz)	50
	η (%)	86,5
	$\cos \varphi$	0,75 (i)

A partir de la velocitat mecànica en condicions nominals n_m , es dedueixen el nombre de parells de pols p i la velocitat de sincronisme n_s . La velocitat de sincronisme es determina amb l'expressió següent:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{3.000}{p}, \text{ essent } p = 1, 2, 3, \dots$$

Per a diferents valors de p , s'obté:

$$n_{s,p=1} = 3.000 \text{ rpm}$$

$$n_{s,p=2} = 1.500 \text{ rpm}$$

$$n_{s,p=3} = 1.000 \text{ rpm}$$

En condicions nominals de càrrega, es té $n_m = 1.440$ rpm. El valor que s'hi acostava més és $n_s = 1.500$ rpm, és a dir, $p = 2$. A continuació, es calcula el lliscament (si la màquina es comporta com a motor, el lliscament és positiu).

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = 0,04 \text{ (4 \%)}$$

Es considera que el parell mecànic, la velocitat angular, el factor de potència i el rendiment són els mateixos que en condicions nominals; per tant, la potència mecànica, la velocitat angular i el parell mecànic són els que s'han obtingut a l'apartat anterior.

$$P_m = 5.500 \text{ W}$$

$$\omega_m = 150,80 \text{ rad/s}$$

$$M_m = 36,47 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Llavors, la potència elèctrica consumida en aquestes condicions és:

$$P = \frac{P_m}{\eta} = 6.358,4 \text{ W}$$

Segons els voltatges nominals del motor (230/400 V), cada debanat pot suportar 230 V (o voltatges lleugerament superiors). Si la xarxa és de 230 V, el motor es connectarà en triangle, mentre que, si la xarxa és de 400 V, el motor es connectarà en estrella. Com que el motor es connecta a una xarxa de 400 V de voltatge nominal, que opera a un voltatge de 420 V, la connexió dels debanats ha de ser en estrella (v, figures 3.1 i 3.2).

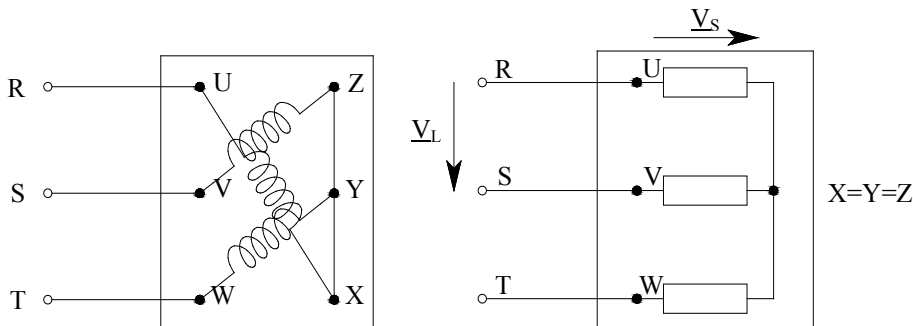


Figura 3.1
Caixa de borns amb els debanats connectats en estrella

Figura 3.2
Tensió aplicada als debanats del motor

Per tant, operant en aquestes condicions, el corrent al motor és:



$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi} = 11,65 \text{ A}$$

c)

DADES		
Motor d'inducció	V (V)	420
	P_g (W)	$4,5 \cdot 10^3$
	N_m (N·m)	32
	η (%)	86,5
	$\cos \varphi$	0,75 (i)

La potència mecànica subministrada a l'eix de la màquina és:

$$P_m = \frac{P_g}{\eta} = 5.202,3 \text{ W}$$

Per tant, la velocitat del rotor és:

$$\omega_m = \frac{P_m}{M_m} = 162,57 \text{ rad/s}$$

$$n_m = \omega_m \cdot \frac{1 \text{ revolució}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1.552,5 \text{ rpm}$$

A continuació, se'n calcula el lliscament (si la màquina es comporta com a generador, el lliscament és negatiu):

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = -0,035 \text{ (-3,5 \%)}$$

Problema 2

Una màquina d'inducció de rotor bobinat té les característiques següents:

- Voltatge nominal: 400 V
- Freqüència: 50 Hz
- Nombre de pols: 4
- Resistència del debanat de l'estator: $0,10 \Omega$

- Resistència del debanat del rotor: $0,12 \Omega$
- Reactància de dispersió de l'estator: $0,29 \Omega$
- Reactància de dispersió del rotor: $0,32 \Omega$
- Reactància de magnetització: $12,70 \Omega$

Si s'alimenta l'estator a voltatge i freqüència nominal, el voltatge entre anells a circuit obert és de 452 V .

Es pretén recuperar energia d'un procés industrial acoblant una turbina de vapor a l'eix de la màquina d'inducció. Aquesta arrossega la màquina d'inducció dintre del rang de velocitats $1.532\text{-}1.548 \text{ rpm}$.

Les pèrdues mecàniques en aquestes condicions són 440 W .

Es demana:

- a) Potències actives i reactives en borns de la màquina per als dos règims de velocitats límit.
- b) Parell de sortida de la turbina en ambdós casos.
- c) Capacitat per fase de la bateria de condensadors col·locada en triangle per tal d'aconseguir un factor de potència de $0,95$.

Solució

a)

DADES		
Motor d'inducció	$V_e \text{ (V)}$	400
	$V_r \text{ (V)}$	452
	$f \text{ (Hz)}$	50
	$2p$	4
	$R_e \text{ (}\Omega\text{)}$	0,10
	$R_r \text{ (}\Omega\text{)}$	0,12
	$X_e \text{ (}\Omega\text{)}$	0,29
	$X_r \text{ (}\Omega\text{)}$	0,32
	$X_m \text{ (}\Omega\text{)}$	12,70
	$n_1 \text{ (rpm)}$	1.532
	$n_2 \text{ (rpm)}$	1.548



En primer lloc, s'ha calculat la relació de transformació entre les forces electromotrius de l'estator i del rotor. Per tal de simplificar els càlculs, igual com s'ha fet per al cas dels transformadors, s'ha traslladat la branca en paral·lel als borns de l'estator de la màquina (v. figura 3.3).

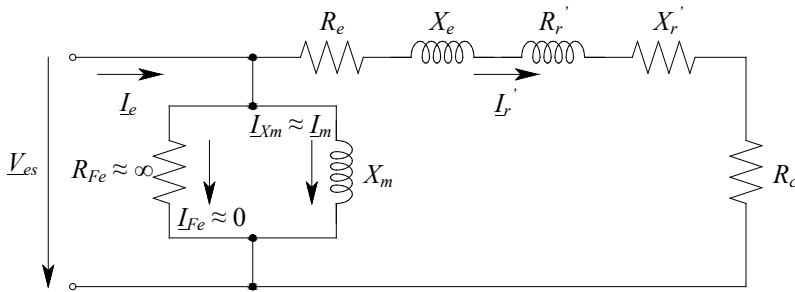
$$r = \frac{E_e}{E_r} \approx \frac{V_e}{V_r} = 0,8850$$

Per tal de treballar amb el circuit equivalent per fase de la màquina, s'han referit a l'estator les impedàncies del rotor.

$$R_r' = R_r \cdot r^2 = 0,0940 \Omega$$

$$X_r' = X_r \cdot r^2 = 0,2506 \Omega$$

Figura 3.3
Circuit equivalent per fase d'un motor d'inducció



El càlcul de la resistència de càrrega R_c' per als dos règims de velocitats donats es realitza a partir de l'expressió següent:

$$R_c' = R_r' \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right)$$

on s és el lliscament, que s'obté a partir de l'expressió següent:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s}$$

n_m és la velocitat de gir del rotor i n_s és la velocitat de sincronisme.

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = 1.500 \text{ rpm}$$

Per tant:

$$s_1 = \frac{n_s - n_1}{n_s} = -0,0213 \Rightarrow R'_{c1} = R'_r \cdot \left(\frac{1}{s_1} - 1 \right) = -4,4992 \Omega$$

$$s_2 = \frac{n_s - n_2}{n_s} = -0,0320 \Rightarrow R'_{c2} = R'_r \cdot \left(\frac{1}{s_2} - 1 \right) = -3,0308 \Omega$$

Els valors negatius de resistència de càrrega indiquen que, en comptes de consumir potència, se'n genera.

A continuació, es calculen les impedàncies equivalents referides a l'estator per als dos règims de velocitat:

$$\underline{Z}_1 = (R_e + R'_r + R'_{c1}) + j \cdot (X_e + X'_r) = -4,3052 + j \cdot 0,5406 \Omega = 4,3390 \angle 172,84^\circ \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = (R_e + R'_r + R'_{c2}) + j \cdot (X_e + X'_r) = -2,8368 + j \cdot 0,5406 \Omega = 2,8879 \angle 169,21^\circ \Omega$$

S'ha fixat com a origen d'arguments el voltatge de fase en borns de l'estator.

$$\underline{V}_{es} = \frac{V_e}{\sqrt{3}} = 230,94 \angle 0,00^\circ \text{ V}$$

La intensitat que circula pels debanats del rotor referida a l'estator per a cada règim de velocitat és:

$$\underline{I}'_{r1} = \frac{V_{es}}{\underline{Z}_1} = -52,81 - j \cdot 6,63 \text{ A} = 53,22 \angle -172,84^\circ \text{ A}$$

$$\underline{I}'_{r2} = \frac{V_{es}}{\underline{Z}_2} = -78,56 - j \cdot 14,97 \text{ A} = 79,97 \angle -169,21^\circ \text{ A}$$

El corrent de magnetització és:

$$\underline{I}_m = \frac{V_{es}}{j \cdot X_m} = -j \cdot 18,18 \text{ A} = 18,18 \angle -90,00^\circ \text{ A}$$

Per tant, el corrent a la màquina per a cada règim de velocitats és:

$$\underline{I}_{e1} = \underline{I}'_{r1} + \underline{I}_m = -52,81 - j \cdot 24,82 \text{ A} = 58,35 \angle -154,83^\circ \text{ A}$$

$$\underline{I}_{e2} = \underline{I}'_{r2} + \underline{I}_m = -78,56 - j \cdot 33,15 \text{ A} = 85,27 \angle -157,12^\circ \text{ A}$$



Càlcul de les potències actives i reactives en borns de la màquina per als dos règims de velocitats límit.

$$P_1 = 3 \cdot V_{es} \cdot I_{e1} \cdot \cos \varphi_1 = -36,59 \cdot 10^3 \text{ W} = -36,59 \text{ kW}$$

$$P_2 = 3 \cdot V_{es} \cdot I_{e2} \cdot \cos \varphi_2 = -54,42 \cdot 10^3 \text{ W} = -54,42 \text{ kW}$$

$$Q_1 = 3 \cdot V_{es} \cdot I_{e1} \cdot \sin \varphi_1 = 17,19 \cdot 10^3 \text{ var} = 17,19 \text{ kvar}$$

$$Q_2 = 3 \cdot V_{es} \cdot I_{e2} \cdot \sin \varphi_2 = 22,97 \cdot 10^3 \text{ var} = 22,97 \text{ kvar}$$

b)

DADES		
Motor d'inducció	P_{pm} (W)	440
	n_1 (rpm)	1.532
	n_2 (rpm)	1.548

Primer, es calcula la potència mecànica interna P_{mi} de la màquina per a cada règim de funcionament.

$$P_{mi1} = 3 \cdot R'_{c1} \cdot I_{r1}^2 = -38,24 \cdot 10^3 \text{ W} = -38,24 \text{ kW}$$

$$P_{mi2} = 3 \cdot R'_{c2} \cdot I_{r2}^2 = -747,95 \cdot 10^3 \text{ W} = -58,15 \text{ kW}$$

La potència mecànica a l'eix P_m s'obté a partir de la potència mecànica interna P_{mi} i de les pèrdues mecàniques per fregament i ventilació P_{pm} .

$$P_{m1} = P_{mi1} - P_{pm} = -38,68 \cdot 10^3 \text{ W} = -38,68 \text{ kW}$$

$$P_{m2} = P_{mi2} - P_{pm} = -58,59 \cdot 10^3 \text{ W} = -58,59 \text{ kW}$$

El parell que ha de subministrar la turbina al generador per als dos règims de velocitat és el següent:

$$M_1 = \frac{P_{m1}}{\omega_1} = \frac{P_{m1}}{n_1 \cdot 2\pi/60} = -241,08 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_2 = \frac{P_{m2}}{\omega_2} = \frac{P_{m2}}{n_2 \cdot 2\pi/60} = -361,41 \text{ N}\cdot\text{m}$$

c)

DADES		
Motor d'inducció	V_e (V)	400
	f (Hz)	50
	$\cos \varphi$	0,95 (i)

S'ha dimensionat la bateria de condensadors per al segon cas de règim de velocitat, perquè és el cas que necessita més potència reactiva.

Abans de començar a calcular, cal recordar que el circuit equivalent de la màquina d'inducció es determina considerant aquesta com a motor, tot i que, en el cas sotmès a estudi, la màquina opera com a generador. El criteri de signes considerat per un receptor fa que les potències activa i reactiva siguin:

- $P > 0$ quan la potència activa és absorbida, mentre que $P < 0$ si és generada.
- $Q > 0$ quan la potència reactiva és absorbida, mentre que $Q < 0$ si és generada.

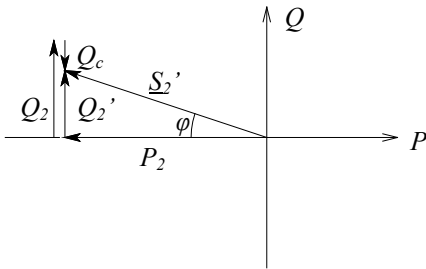


Figura 3.4
Triangle de potències per al cas del generador seguint el criteri de signes d'un receptor

En afegir una bateria de condensadors en paral·lel, la potència reactiva del conjunt Q_2' ve determinada per l'expressió següent:

$$Q_2' = Q_2 + Q_c$$

on Q_c és la potència reactiva de compensació. Llavors, la potència reactiva de compensació és:

$$Q_c = Q_2' - Q_2 = P_2 \tan(\varphi_{V_{es}} - \varphi'_{I_{e2}}) - P_2 \tan(\varphi_{V_{es}} - \varphi_{I_{e2}})$$

Com abans, s'ha pres V_{es} com a origen de fases ($\varphi_{V_{es}} = 0$).

$$Q_c = P_2 \left(\tan(-\varphi'_{I_{e2}}) - \tan(-\varphi_{I_{e2}}) \right) = -5,08 \cdot 10^3 \text{ var}$$

Com que el criteri de signes aplicat és el del receptor, $Q_c < 0$ indica que la potència reactiva de compensació és de naturalesa capacitiva. Com que la bateria de condensadors s'ha de connectar en triangle, la capacitat de cada condensador és:

$$C_{\Delta} = \frac{|Q_c|}{3 \cdot \omega \cdot V_e^2} = 33,70 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 33,70 \text{ } \mu\text{F}$$

→ 4



Màquines síncrones

Problema 1

Un motor síncron trifàsic es connecta a una xarxa de 400 V. La reactància síncrona del motor és de $3,5 \Omega$. En una condició d'operació determinada, el corrent de línia al motor és de 16 A. Calculeu la força electromotriu del motor síncron si el factor de potència és 0,9 capacitiu.

Solució

DADES		
Motor síncron	V (V)	400
	X_s (Ω)	3,5
	I (A)	16
	$\cos \varphi$ (c)	0,9

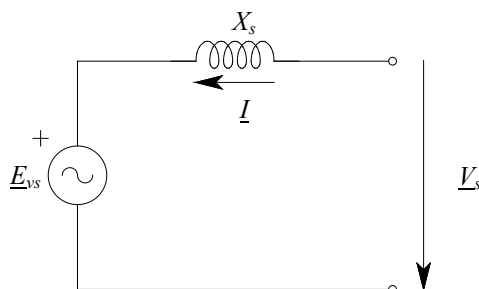


Figura 4.1
Circuit equivalent per fase del motor síncron

El voltatge de fase de la xarxa és:



$$V_s = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

Càlcul de l'angle de desfasament entre el corrent per fase del motor i el voltatge de fase en borns de la màquina:

$$\varphi = \arccos(\cos \varphi) = 25,84^\circ$$

Càlcul de la força electromotriu del motor síncron, prenent el voltatge en borns de la màquina com a origen d'arguments:

$$\begin{aligned} \underline{E}_{vs} &= \underline{V}_s - j \cdot X_s \cdot \underline{I} = \underline{V}_s - j \cdot X_s \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = 255,35 - j \cdot 50,40 \text{ V} = \\ &= 260,28 \angle -11,17^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Problema 2

Un grup d'alimentació d'emergència consta d'un motor dièsel i un alternador. L'alternador és una màquina síncrona que té les característiques següents:

- Parell de pols: 2
- Voltatge en borns de la màquina: 400 V
- Resistència d'induit: 1Ω
- Reactància síncrona: 20Ω
- Potència nominal: 12 kVA
- Rendiment: 85,5 %
- Característica d'excitació: $k = 30 \text{ V/A}$

La càrrega que alimenta l'alternador presenta les característiques següents:

- Potència activa: 7,65 kW
- Potència reactiva: 4,74 kvar

Es demana:

- a) Intensitat a la càrrega
- b) Intensitat d'excitació
- c) Regulació
- d) Potència mecànica que el motor dièsel ha de subministrar
- e) Velocitat de la màquina

Solució

a)

DADES		
Alternador	V (V)	400
Càrrega	P_c (W)	$7,65 \cdot 10^3$
	Q_c (var)	$4,74 \cdot 10^3$

El corrent a la càrrega és el següent:

$$\underline{I} = \left(\frac{P_c + j \cdot Q_c}{\sqrt{3} \cdot V} \right)^* = 11,04 - j \cdot 6,84 = 12,99 \angle -31,78^\circ \text{ A}$$

b)

DADES		
Alternador	V (V)	400
	R_i (Ω)	1
	X_s (Ω)	10
	k (V/A)	30

Primer, es calcula la força electromotriu de la màquina E_v a partir del circuit equivalent per fase (v. figura 4.2).

$$\underline{V}_s = \frac{V}{\sqrt{3}} = 230,94 \angle 0,00^\circ \text{ V}$$

$$\underline{E}_v = \underline{V}_s + (R_i + j \cdot X_s) \cdot \underline{I} = 310,40 + j \cdot 103,58 = 327,22 \angle 18,45^\circ \text{ V}$$

Una vegada s'ha calculat la força electromotriu E_v , a partir de la característica d'excitació k es troba el corrent d'excitació I_e :

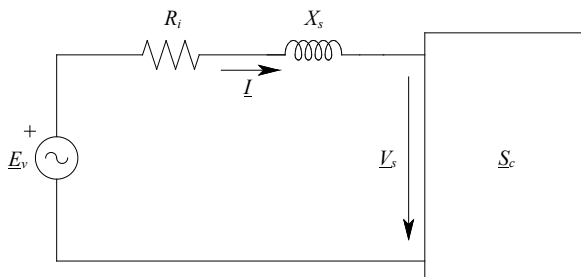


Figura 4.2
Circuit equivalent
per fase

$$I_e = \frac{E_v}{k} = 10,91 \text{ A}$$



c)

Es defineix la regulació de la màquina com:

d)

$$\Delta V = \frac{E_v - V_s}{V_s} \cdot 100 = 41,69\%$$

DADES		
Alternador	η (%)	85,5
Càrrega	P_c (W)	$7,65 \cdot 10^3$

La potència mecànica que el motor dièsel ha de subministrar és la següent:

$$P_m = \frac{P_c}{\eta} = 8,95 \cdot 10^3 \text{ W} = 8,95 \text{ kW}$$

e)

DADES		
Alternador	f (Hz)	50
	p	2

La velocitat de la màquina, en tractar-se d'una màquina síncrona, coincideix amb la de sincronisme.

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = 1.500 \text{ rpm}$$

Problema 3

Un alternador trifàsic es connecta a una xarxa que es considera de potència infinita. Les característiques de l'alternador són:

- Voltatge en borns de la màquina: 13,8 kV
- Reactància síncrona: 12Ω
- Resistència d'induït: negligible
- Angle de parell: 36°

Es demana:

a) La força electromotriu induïda si la potència activa entregada a la xarxa és la mateixa que la potència reactiva entregada.

b) La potència activa si la potència reactiva és 0.

Solució

a)

DADES		
Alternador trifàsic	V (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	R_i (Ω)	0
	X_s (Ω)	12
	δ ($^\circ$)	36

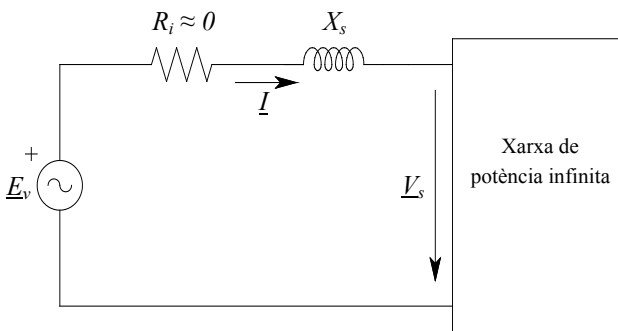


Figura 4.3. Circuit equivalent per fase

El voltatge de fase en borns de la màquina:

$$V_s = \frac{V}{\sqrt{3}} = 7,97 \text{ kV}$$

S'imposa que la potència activa entregada a la xarxa coincideixi amb la potència reactiva entregada i s'aïlla la força electromotriu induïda E_v .

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{3 \cdot V_s}{X_s} E_v \cdot \sin \delta \\ Q &= \frac{3 \cdot V_s}{X_s} (E_v \cdot \cos \delta - V) \\ P &= Q \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_v \cdot \sin \delta = E_v \cdot \cos \delta - V_s$$

$$E_v = \frac{V_s}{\cos \delta - \sin \delta} = 36,01 \text{ kV}$$



b)

DADES		
Alternador trifàsic	V (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	R_i (Ω)	0
	X_s (Ω)	12
	Q (var)	0
	δ ($^\circ$)	36

En aquest cas, s'imposa que la potència reactiva sigui 0 i, posteriorment, s'aïlla la potència activa entregada a la xarxa.

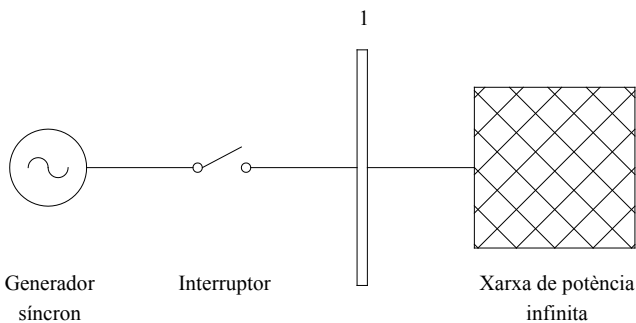
$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{3 \cdot V_s}{X_s} (E_v \cdot \cos \delta - V_s) \\ Q &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_v \cdot \cos \delta = V_s \Rightarrow E_v = \frac{V_s}{\cos \delta}$$
$$P = \frac{3 \cdot V_s}{X_s} E_v \cdot \sin \delta = \frac{3 \cdot V_s^2}{X_s} \tan \delta = 11,53 \cdot 10^6 \text{ W} = 11,53 \text{ MW}$$

Problema 4

El sistema de la figura 4.4 presenta les característiques següents:

- Generador síncron:
- Reactància síncrona: 1,60 p.u.
- Xarxa de potència infinita:
- Voltatge: 1,00 p.u.

Figura 4.4
Sistema elèctric



Calculeu:

a) El corrent d'induït si la potència activa generada s'ajusta a 0,5 p.u. i el corrent d'excitació s'ha mantingut al mateix valor que en la sincronització del generador (interruptor obert i voltatge nominal en borns).

b) El corrent d'induït si la potència activa generada es manté constant i el corrent d'excitació s'augmenta un 50%.

Solució

a)

DADES		
Alternador trifàsic	v_l (p.u.)	1,00
	e_v (p.u.)	1,00
	x_s (p.u.)	1,60
	p_g (p.u.)	0,5

De l'expressió de la potència activa del generador síncron en per unitat, s'obté l'angle de parell δ quan el generador entrega una potència activa de 0,5 p.u.

$$p_g = \frac{v_l}{x_s} e_v \cdot \sin \delta \Rightarrow \delta = \arcsin \left(\frac{p_g \cdot x_s}{v_l \cdot e_v} \right) = 53,13^\circ$$

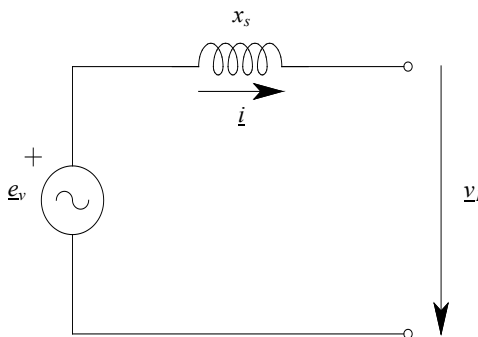


Figura 4.5
Circuit equivalent del generador síncron en per unitat

Llavors:

$$\underline{v}_l = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

$$\underline{e}_v = 1,00 \angle 53,13^\circ$$



Per tant, es pot calcular la intensitat que circula per l'induït del generador, que és la mateixa que el generador aporta al sistema elèctric de potència.

$$\underline{i} = \frac{e_v - v_l}{j \cdot x_s} = 0,50 + j \cdot 0,25 = 0,559 \angle 26,57^\circ$$

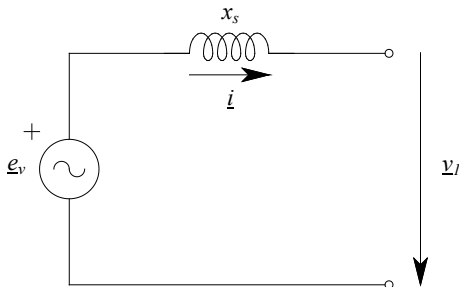
b)

DADES		
Alternador trifàsic	v_l (p.u.)	1,00
	Δi_e (%)	50
	x_s (p.u.)	1,60
	p_g (p.u.)	0,5

En aquest cas, com que el corrent d'excitació s'augmenta un 50%, això implica que, considerant que no hi ha saturació, la força electromotriu augmentarà també en la mateixa proporció; per tant, $e_v = 1,50$. De l'expressió de la potència activa del generador síncron s'obté l'angle de parell δ .

$$p_g = \frac{v_l}{x_s} e_v \cdot \sin \delta \Rightarrow \delta = \arcsin \left(\frac{p_g \cdot x_s}{v_l \cdot e_v} \right) = 32,23^\circ$$

Figura 4.6
Circuit equivalent del
generador síncron en per
unitat



Llavors:

$$\underline{v}_l = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

$$\underline{e}_v = 1,50 \angle 32,23^\circ$$

Per tant, el corrent d'induït és:

$$\underline{i} = \frac{e_v - v_l}{j \cdot x_s} = 0,5000 - j \cdot 0,1680 = 0,5275 \angle -18,58^\circ$$

Problema 5

El sistema de la figura 4.7 té les característiques següents:

Generador síncron:

- Potència nominal: 12,5 MVA
- Voltatge nominal: 13,8 kV
- Reactància síncrona: 12Ω

Càrrega resistiva:

- Potència nominal: 10 MW
- Voltatge nominal: 13,8 kV

Xarxa de potència infinita:

- Tensió al punt de connexió: 13,8 kV

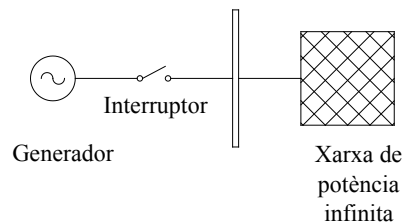
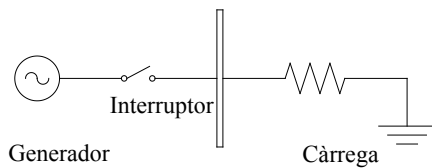


Figura 4.7
Sistema elèctric

Calculeu:

- a) El corrent d'induït i el voltatge en borns de la màquina si el generador que gira en buit amb una tensió de 13,8 kV es connecta a la càrrega.
- b) El corrent d'induït i la força electromotriu si el generador es connecta a la càrrega resistiva i es regula la força electromotriu per aconseguir que el voltatge en borns de la màquina sigui el nominal.
- c) El corrent d'induït si el generador que gira en buit amb una tensió de 13,8 kV es connecta a una xarxa de potència infinita i la potència generada és 10 MW.

Solució

a)

DADES		
Generador síncron	S_n (VA)	$12,5 \cdot 10^6$
	V_n (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	X_s (Ω)	12



DADES		
	E_v (V)	$13,8 \cdot 10^3$
Càrrega permanent resistiva	V_{nc} (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	P_{nc} (W)	$10 \cdot 10^6$

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = 12,5 \cdot 10^6 \text{ VA} \quad V_b = 13,8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 15,24 \Omega \quad I_b = \frac{V_b}{Z_b} = 905,80 \text{ A}$$

Càlcul de la resistència equivalent de la càrrega:

$$R_c = \frac{V_{nc}^2}{P_{nc}} = 19,04 \Omega$$

Conversió dels paràmetres a valors p.u.:

$$x_s = \frac{X_s}{Z_b} = 0,7876 \quad r_c = \frac{R_c}{Z_b} = 1,2500 \quad e_v = \frac{E_v}{V_b} = 1,0000$$

El corrent d'induït en per unitat és el següent:

$$\underline{i}_i = \frac{e_v}{j \cdot x_s + r_c} = 0,5726 - j \cdot 0,3608 = 0,6768 \angle -32,22^\circ$$

El voltatge en borns de la màquina en per unitat és:

$$\underline{v}_1 = r_c \cdot \underline{i}_i = 0,7158 - j \cdot 0,4510 = 0,8460 \angle -32,22^\circ$$

El corrent d'induït i el voltatge en borns de la màquina en unitats del sistema internacional:

$$\underline{I}_i = \underline{i}_i \cdot I_b = 613,08 \angle -32,22^\circ \text{ A}$$

$$\underline{V}_1 = \underline{v}_1 \cdot V_b = 11,68 \angle -32,22^\circ \text{ kV}$$

b)

DADES		
Generador síncron	S_n (VA)	$12,5 \cdot 10^6$
	V_n (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	X_s (Ω)	12
	V_l (V)	$13,8 \cdot 10^3$
Càrrega permanent resistiva	V_{nc} (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	P_{nc} (W)	$10 \cdot 10^6$

Conversió dels paràmetres a p.u.:

$$v_1 = \frac{V_1}{V_b} = 1,00$$

El corrent d'induït en per unitat és el següent:

$$\underline{i}_i = \frac{v_1}{r_c} = 0,80 \angle 0^\circ$$

La força electromotriu en per unitat és:

$$\underline{e}_v = \underline{v}_1 + j \cdot x_s \cdot \underline{i}_i = 1,0000 + j \cdot 0,6301 = 1,1820 \angle 32,22^\circ$$

El corrent d'induït i la força electromotriu en unitats del sistema internacional:

$$\underline{I}_i = \underline{i}_i \cdot I_b = 724,64 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\underline{E}_v = \underline{e}_v \cdot V_b = 16,31 \angle 32,22^\circ \text{ kV}$$

c)

DADES		
Generador síncron	E_v (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	P_g (W)	$10 \cdot 10^6$
Xarxa de potència infinita	V_l (V)	$13,8 \cdot 10^3$

Conversió dels paràmetres a valors p.u.:

$$v_1 = \frac{V_1}{V_b} = 1,00 \quad e_v = \frac{E_v}{V_b} = 1,00 \quad p_g = \frac{P_g}{S_b} = 0,80$$



L'expressió de la potència activa generada és:

$$P_g = \frac{v_1 \cdot e_v}{x_s} \cdot \sin \delta$$

Per tant, l'angle de parell és:

$$\delta = \arcsin\left(\frac{P_g \cdot x_s}{e_v \cdot v_1}\right) = 39,06^\circ$$

El valor de la potència reactiva generada en per unitat és:

$$q_g = \frac{v}{x_s} \cdot [e_v \cdot \cos \delta - v] = 0,2838$$

El corrent d'induït en per unitat és:

$$\underline{i}_i = \left(\frac{P_g + j \cdot q_g}{v_1}\right)^* = 0,8000 + j \cdot 0,2838 = 0,8488 \angle 19,53^\circ$$

El corrent d'induït en unitats del sistema internacional és:

$$\underline{I}_i = \underline{i}_i \cdot I_b = 768,87 \angle 19,53^\circ \text{ A}$$

Problema 6

Una central hidroelèctrica de bombeig té instal·lada una màquina síncrona, connectada en estrella, amb les característiques següents:

- Voltatge nominal: 6 kV
- Reactància síncrona: 10Ω
- Resistència d'induït: negligible
- Característica d'excitació: 150 V/A

Si es connecta a una xarxa de potència infinita de 6 kV a través d'un conductor amb una resistència negligible i amb una inductància de 2Ω , determineu:

a) El corrent estatòric, la força electromotriu i el corrent d'excitació si la consigna de generació és de 5 MW i 2 Mvar.

b) La potència reactiva i el corrent d'excitació quan la màquina treballa de nit de forma que en el bombeig s'absorbeix una potència de 5 MW, el corrent estatòric és de 500 A i la màquina es troba sobreexcitada.

Solució

a)

DADES		
Màquina síncrona	V (V)	$6 \cdot 10^3$
	R_i (Ω)	0
	X_s (Ω)	10
	k (V/A)	150
Conductor	R_l (Ω)	0
	X_l (Ω)	2
Consigna de generació	P (W)	$5 \cdot 10^6$
	Q (var)	$2 \cdot 10^6$

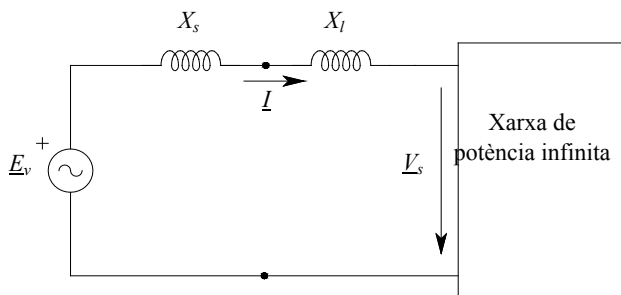


Figura 4.8
Circuit equivalent per fase

El corrent estatòric del generador es determina mitjançant l'expressió següent:

$$I = \frac{P}{3 \cdot V_s \cdot \cos \varphi}$$

on:

$$V_s = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

Càlcul de l'angle de desfasament entre el corrent i la tensió φ a partir de les dades de potència activa i reactiva.



$$P = 3 \cdot V_s \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q = 3 \cdot V_s \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Per tant:

$$\frac{Q}{P} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi \Rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = 21,80^\circ$$

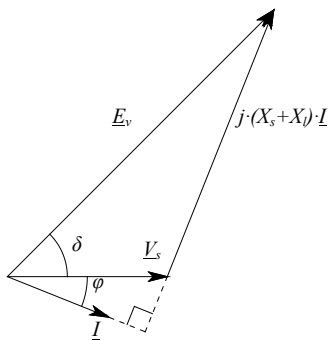
Llavors, el corrent estatòric del generador és:

$$I = \frac{P}{3 \cdot V_s \cdot \cos \varphi} = 518,19 \text{ A}$$

El càlcul de la força electromotriu es fa a partir de la suma vectorial del voltatge en borns del generador i de la caiguda de voltatge interna (figura 4.9), prenent V_s com a origen d'arguments.

$$\underline{E}_v = \underline{V}_s + j \cdot (X_s + X_l) \cdot \underline{I} = 8,165 \angle 45,00^\circ \text{ kV}$$

Mitjançant la característica d'excitació, s'obté el corrent d'excitació:



$$E_v = k \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{E_v}{k} = 54,43 \text{ A}$$

b)

DADES		
Màquina síncrona	V (V)	$6 \cdot 10^3$
	R_i (Ω)	0
	X_s (Ω)	10
	k (V/A)	150
Conductor	R_l (Ω)	0
	X_l (Ω)	2
Funcionament com a bomba	P_m (W)	$5 \cdot 10^6$
	I_m (A)	500

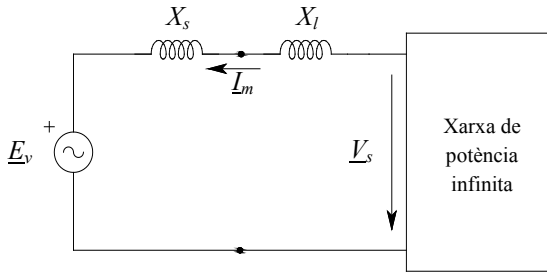


Figura 4.10
Circuit equivalent per fase

Com que es tracta d'un motor sobreexcitat, aquest cedeix potència reactiva a la xarxa.
Per tant:

on:

$$Q_m = 3 \cdot V_s \cdot I_m \cdot \sin \varphi_m \quad V_s = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

L'angle de desfasament entre la tensió i el corrent φ_m és:

$$P_m = 3 \cdot V_s \cdot I_m \cdot \cos \varphi_m \Rightarrow \cos \varphi_m = \frac{P_m}{3 \cdot V_s \cdot I_m} \Rightarrow \varphi_m = \arccos\left(\frac{P_m}{3 \cdot V_s \cdot I_m}\right) = 15,79^\circ$$

Substituint φ_m a l'expressió de la potència reactiva, s'obté:

$$Q_m = 3 \cdot V_s \cdot I_m \cdot \sin \varphi_m = 1,414 \text{ Mvar}$$

La força electromotriu és:

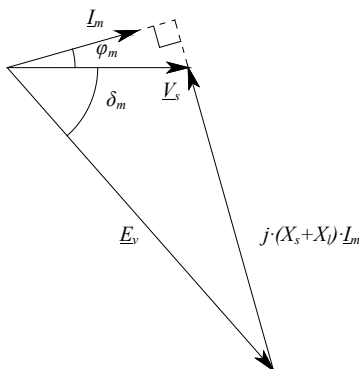


Figura 4.11
Diagrama fasorial

$$\underline{E}_v = \underline{V}_s - j \cdot (X_s + X_l) \cdot \underline{I}_m = 7.702 \angle -48,56^\circ \text{ V}$$

Mitjançant la característica d'excitació, s'obté el corrent de excitació:

$$E_v = k \cdot I_e \Rightarrow I_e = \frac{E_v}{k} = 51.34 \text{ A}$$



Problema 7

Dues màquines síncrones trifàsiques amb connexió en estrella s'acoblen en paral·lel. Una funciona com a generador i alimenta l'altra, que funciona com a motor. La reactància síncrona del generador és de $6,5 \Omega$ i la del motor és de 5Ω , i les resistències d'induit es consideren negligibles.

El motor en càrrega s'alimenta a $6,3 \text{ kV}$ consumint 300 A , amb un factor de potència de $0,9$ inductiu.

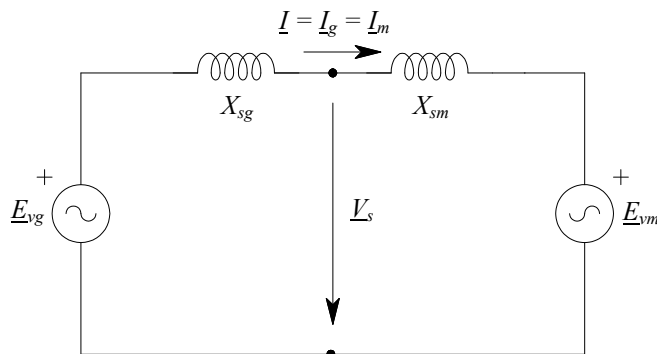
Considerant que les pèrdues són negligibles, determineu l'increment d'excitació del generador per tal de mantenir constant el voltatge si la càrrega mecànica és constant i l'excitació del motor disminueix un 10% .

Solució

DADES		
Generador síncron	$V \text{ (V)}$	$6,3 \cdot 10^3$
	$X_{sg} \text{ (}\Omega\text{)}$	$6,5$
	$R_{ig} \text{ (}\Omega\text{)}$	0
Motor síncron	$V \text{ (V)}$	$6,3 \cdot 10^3$
	$X_{sm} \text{ (}\Omega\text{)}$	5
	$R_{im} \text{ (}\Omega\text{)}$	0
	$I_m \text{ (A)}$	300
	$\cos \varphi \text{ (ind.)}$	$0,9$

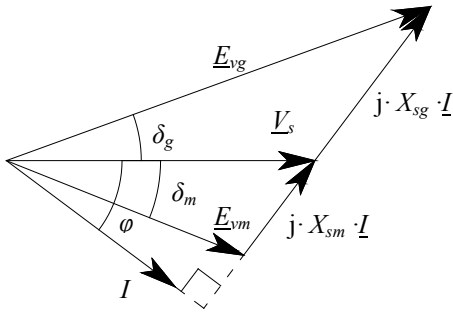
A la figura 4.12, es mostra el circuit equivalent per fase i s'observa que el corrent generat pel generador és el que absorbeix el motor.

Figura 4.12
Circuit equivalent per fase



El voltatge simple és: $V_s = \frac{V}{\sqrt{3}}$

Figura 4.13
Diagrama fasorial



A continuació, es calculen les forces electromotrius prenent V_s com a origen d'arguments.

$$\underline{E}_{vg} = \underline{V}_s + j \cdot X_{sg} \cdot \underline{I} = 4,818 \angle 21,36^\circ \text{ kV}$$

$$\underline{E}_{vm} = \underline{V}_s - j \cdot X_{sm} \cdot \underline{I} = 3,275 \angle -24,35^\circ \text{ kV}$$

Si l'excitació del motor es disminueix un 10 %, la força electromotriu ho farà en la mateixa proporció.

$$E'_{vm} = 0,9 \cdot E_{vm} = 2,947 \text{ kV}$$

Com que la càrrega mecànica és constant i es considera que les pèrdues són negligibles, la potència elèctrica consumida pel motor és la mateixa que en les condicions anteriors. Per tant:

$$P'_m = P_m$$

$$\frac{3 \cdot V_s}{X_{sm}} E'_{vm} \sin \delta'_m = \frac{3 \cdot V_s}{X_{sm}} E_{vm} \sin \delta_m \Rightarrow E'_{vm} \sin \delta'_m = E_{vm} \sin \delta_m$$

$$\delta'_m = \arcsin\left(\frac{E_{vm} \sin \delta_m}{E'_{vm}}\right) = -27,26^\circ$$

$$\underline{I}' = \frac{\underline{V}_s - \underline{E}'_{vm}}{j \cdot X_{sm}} = 338,10 \angle -37,00^\circ \text{ A}$$

$$\underline{E}'_{vg} = \underline{V}_s + j \cdot X_{sg} \cdot \underline{I}' = 5,261 \angle 19,49^\circ \text{ kV}$$

$$\frac{E'_{vg}}{E_{vg}} = \frac{k \cdot I'_{eg}}{k \cdot I_{eg}} = \frac{I'_{eg}}{I_{eg}} = 1,092$$



$$\Delta I_{eg\%} = \frac{I'_{eg} - I_{eg}}{I_{eg}} 100 = \left(\frac{I'_{eg}}{I_{eg}} - 1 \right) 100 = 9,195 \%$$

Problema 8

Un turbogenerador d'una central tèrmica presenta les característiques següents:

- Potència nominal: 50 MVA
- Voltatge nominal: 13,8 kV
- Freqüència nominal: 50 Hz
- Reactància síncrona: 1,2 p.u.

Determineu els punts límit de potència activa i reactiva generada tenint en compte els límits d'operació següents:

- Límits de potència que pot transmetre la turbina de vapor: 12,5-42,5 MW
- Límit de la força electromotriu: 1,95 p.u.
- Límit de l'angle de parell: 70°
- Límit del corrent: corrent nominal

Es considera que el voltatge en borns de la màquina és el voltatge nominal que està fixat per la xarxa a la qual es connecta el generador.

Solució

DADES		
Turbogenerador	S_n (MVA)	50
	V_n (kV)	13,8
	f_n (Hz)	50
	x_s (p.u.)	1,2
Límits d'operació	$P_{t,\min}$ (MW)	12,5
	$P_{t,\max}$ (MW)	42,5
	$e_{v,\max}$ (p.u.)	1,95
	δ_{\max} (°)	70
	I_{\max} (A)	I_n

La figura 4.14 representa els límits de potència activa i reactiva generada tenint en compte els límits de la potència tramesa per la turbina de vapor, el límit de la força electromotriu fixada per la saturació del circuit magnètic, el límit d'angle de parell fixat per l'estabilitat de la màquina i el límit tèrmic en funció del corrent estatòric.

A continuació, es determinen els límits de potència marcats a la figura 4.14 com a punts *A*, *B*, *C*, *D* i *E*.

Els càlculs es realitzen en per unitat fixant com a valors de base els valors nominals de la màquina:

$$S_b = S_n = 50 \text{ MVA}$$

$$V_b = V_n = 13,8 \text{ kV}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 3,8088 \ \Omega$$

$$I_b = I_n$$

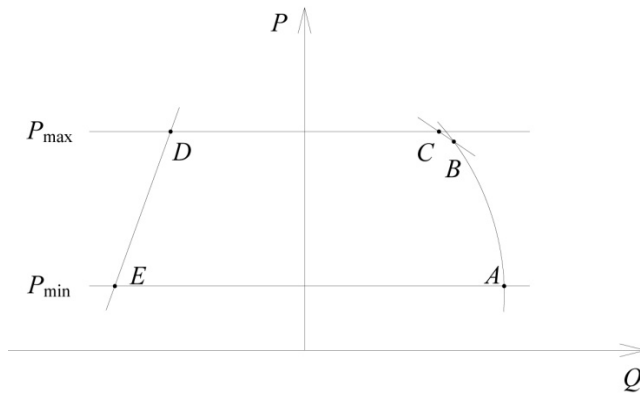


Figura 4.14
Límits de potència
activa i reactiva
generada

Els límits de potència activa generada els fixa la potència tramesa per la turbina en per unitat i, negligint qualsevol pèrdua de potència, són:

$$p_{\min} = \frac{P_{t,\min}}{S_b} = 0,250$$

$$p_{\max} = \frac{P_{t,\max}}{S_b} = 0,850$$

El punt d'operació *A* es determina a partir de la potència activa mínima i de l'excitació màxima.

$$v = \frac{V_n}{V_b} = 1$$



$$p_A = p_{\min} = \frac{v \cdot e_{v\max}}{x_s} \cdot \sin \delta_A = 0,250 \Rightarrow \delta_A = \arcsin \left[\frac{p_A \cdot x_s}{v \cdot e_{v\max}} \right] = 8,85^\circ$$

$$q_A = \frac{v}{x_s} \cdot [e_{v\max} \cdot \cos \delta_A - v] = 0,772$$

El punt d'operació B es determina a partir de l'excitació màxima i del corrent màxim. El límit de corrent d'induit obtingut a partir del límit tèrmic fixat és:

$$i_{\max} = \frac{I_n}{I_b} = 1$$

La potència aparent màxima generada tenint en compte que el voltatge és el nominal és:

$$s_{\max} = v \cdot i_{\max} = 1$$

$$s_{\max}^2 = p_B^2 + q_B^2$$

Tenint en compte que p_B i q_B vénen donades per les expressions següents:

$$p_B = \frac{v \cdot e_{v\max}}{x_s} \cdot \sin \delta_B$$

$$q_B = \frac{v}{x_s} \cdot [e_{v\max} \cdot \cos \delta_B - v]$$

I, substituint-les a l'expressió de la potència aparent, s'obté:

$$s_{\max}^2 = \left(\frac{v \cdot e_{v\max}}{x_s} \cdot \sin \delta_B \right)^2 + \left(\frac{v \cdot e_{v\max}}{x_s} \cdot \cos \delta_B \right)^2 + \left(\frac{v^2}{x_s} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{v^3 \cdot e_{v\max}}{x_s^2} \cdot \cos \delta_B \right)$$

Aïllant l'angle de parell:

$$\delta_B = \arccos \left(\frac{\left(\frac{v \cdot e_{v\max}}{x_s} \right)^2 + \left(\frac{v^2}{x_s} \right)^2 - s_{\max}^2}{2 \cdot \frac{v^3 \cdot e_{v\max}}{x_s^2}} \right) = 30,44^\circ$$

Substituint a les equacions de la potència activa i reactiva, s'obté:

$$p_B = \frac{v \cdot e_{v\max}}{x_s} \cdot \sin \delta_B = 0,823$$

$$q_B = \frac{v}{x_s} \cdot [e_{v\max} \cdot \cos \delta_B - v] = 0,568$$

El punt d'operació C es determina a partir de la potència activa màxima i el corrent màxim.

$$p_C = p_{\max} = 0,850$$

$$i_C = i_{\max} \Rightarrow s_C = s_{\max} = v \cdot i_{\max} \Rightarrow q_C = \sqrt{s_{\max}^2 - p_C^2} = 0,527$$

$$p_C = \frac{v \cdot e_{vC}}{x_s} \cdot \sin \delta_C$$

$$q_C = \frac{v}{x_s} \cdot [e_{vC} \cdot \cos \delta_C - v]$$

Aïllant l'angle de parell:

$$\delta_C = \arctan \left(\frac{p_C}{q_C + \frac{v^2}{x_s}} \right) = 32,00^\circ$$

La força electromotriu de buit en aquestes condicions és:

$$e_{vC} = \frac{p_C \cdot x_s}{v \cdot \sin \delta_C} = 1,925$$

El punt d'operació D es determina a partir de la potència activa màxima i l'angle de parell màxim.

$$p_D = p_{\max} = 0,850$$

$$\delta_D = \delta_{\max} = 70^\circ$$

$$p_D = p_{\max} = \frac{v \cdot e_{vD}}{x_s} \cdot \sin \delta_D \Rightarrow e_{vD} = \frac{p_D \cdot x_s}{v \cdot \sin \delta_D} = 1,086 < e_{v\max}$$



$$q_D = \frac{v}{x_s} \cdot [e_{vD} \cdot \cos \delta_D - v] = -0,524$$

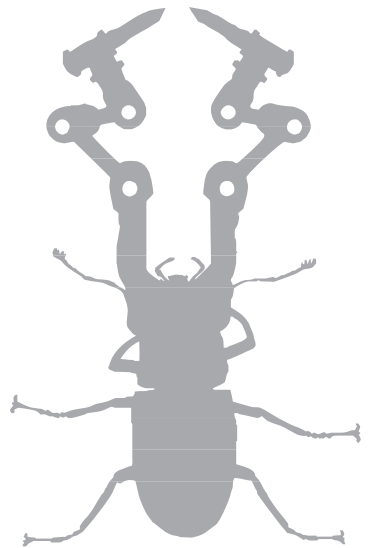
El punt d'operació E es determina a partir de la potència activa mínima i l'angle de parell màxim.

$$p_E = p_{\min} = 0,250$$

$$\delta_E = \delta_{\max} = 70^\circ$$

$$p_E = p_{\min} = \frac{v \cdot e_{vE}}{x_s} \cdot \sin \delta_E \Rightarrow e_{vE} = \frac{p_E \cdot x_s}{v \cdot \sin \delta_E} = 0,319 < e_{v\max}$$

$$q_E = \frac{v}{x_s} \cdot [e_{vE} \cdot \cos \delta_E - v] = -0,742$$



→ 5



Línies

Problema 1

Calculeu la resistència i la inductància unitària per fase de les línies que es descriuen a continuació:

a) Línia L1. Les tres fases es distribueixen en un mateix pla horitzontal, amb una distància entre fases contigües d'1,5 m. Cada fase de la línia es troba formada per un conductor 47-AL1/8-ST1A (LA-56).

b) Línia L2. Les tres fases es distribueixen en un mateix pla horitzontal, amb una distància entre fases contigües de 2,5 m. Cada fase de la línia es troba formada per un conductor 337-AL1/44-ST1A (LA-380).

Solució

a)

DADES		
Línia L1	$d_{i,i+1}$ (m)	1,5
	D (mm)	9,45
	Fils d'alumini	6
	Fils d'acer	1
	k_g	0,811
	R_{L1} (Ω/km)	0,6136

Càlcul de la resistència de la línia L1 per fase i unitat de longitud:

$$R_{L1} = 0,6136 \Omega/\text{km}$$



Càlcul de la inductància de la línia L1 per fase i unitat de longitud:

$$L_{L1} = 0,2 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}}{k_g \cdot \frac{D}{2} \cdot 10^{-3}} \right) = 1,240 \text{ mH/km}$$

b)

DADES		
Línia L2	$d_{i,i+1}$ (m)	2,5
	D (mm)	25,38
	Fils d'alumini	54
	Fils d'acer	7
	k_g	0,809
	R_{L2} (Ω /km)	0,0857

Càlcul de la resistència de la línia L2 per fase i unitat de longitud:

$$R_{L2} = 0,0857 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Càlcul de la inductància de la línia L2 per fase i unitat de longitud:

$$L_{L2} = 0,2 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}}{k_g \cdot \frac{D}{2} \cdot 10^{-3}} \right) = 1,145 \text{ mH/km}$$

Problema 2

Calculeu els paràmetres elèctrics d'una línia aèria trifàsica de 220 kV i una longitud de 80 km, amb els conductors col·locats paral·lelament en el mateix pla horitzontal i amb els conductors contigus separats 4,5 m entre si. El conductor utilitzat és 242-AL1/39-ST1A.

Solució

DADES		
Línia aèria	V_n (kV)	220
	l (km)	80

DADES		
	$d_{i,i+1}$ (m)	4,5
	Fils d'alumini	26
	Fils d'acer	7
	D (mm)	21,8
	R (Ω /km)	0,1195

A continuació, es mostra la distribució dels diferents conductors:

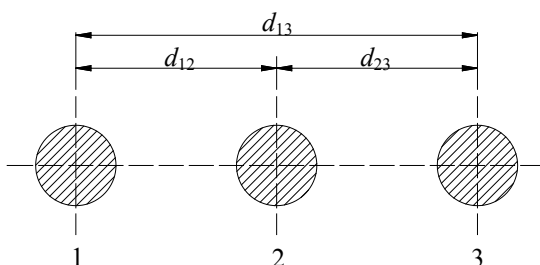


Figura 5.1
Distribució dels conductors

Càlcul de la resistència de la línia per fase i unitat de longitud:

$$R = 0,1195 \Omega/\text{km}$$

En tractar-se d'un conductor amb 26 fils d'alumini i 7 fils d'acer, el factor de cablatge és $k_g = 0,811$.

Càlcul de la inductància de la línia per fase i unitat de longitud:

$$L = 0,2 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}}{k_g \cdot \frac{D}{2} \cdot 10^{-3}} \right) = 1,293 \text{ mH/km}$$

Càlcul de la capacitat de la línia per fase i unitat de longitud:

$$C = \frac{1.000}{18 \cdot \ln \left(\frac{DMG}{r} \right)} = \frac{1.000}{18 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}}}{\frac{D}{2} \cdot 10^{-3}} \right)} = 8,883 \text{ nF/km}$$



Problema 3

Calculeu la secció mínima que han d'adoptar els conductors d'una línia aèria trifàsica de 20 kV de voltatge nominal i 1 km de longitud perquè el rendiment de la transmissió no sigui inferior al 97%. Aquesta línia alimenta, en el seu extrem final, una càrrega de 10 MVA, amb un factor de potència de 0,8 inductiu. La conductivitat del conductor d'alumini-acer és de $27,6 \text{ m}/(\Omega \cdot \text{mm}^2)$.

Solució

DADES					
Línia aèria	V_n (V)	$20 \cdot 10^3$	Càrrega	S (VA)	$10 \cdot 10^6$
	l (m)	$1 \cdot 10^3$		$\cos \varphi$ (i)	0,8
	σ (m/Ω/mm ²)	27,6			
	$\eta\%$ (%)	97			

Càlcul de la pèrdua de potència activa a la línia:

$$\Delta P = P_i - P_f = \frac{S \cdot \cos \varphi}{\eta} - S \cdot \cos \varphi = \frac{1}{\eta} S \cdot \cos \varphi \cdot (1 - \eta) = 0,2474 \text{ MW}$$

Càlcul del corrent que circula per la línia:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot V_n} = 288,68 \text{ A}$$

Càlcul de la resistència total per fase:

$$R_t = \frac{\Delta P}{3 \cdot I^2} = 0,9897 \Omega$$

Càlcul de la secció mínima del conductor:

$$A = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{R_t} = 36,61 \text{ mm}^2$$

El conductor seleccionat per complir amb el rendiment especificat seria el 47-AL1/8-ST1A (LA-56); no obstant això, el corrent admissible és inferior al corrent a la càrrega, per la qual cosa seria necessari el conductor 94-AL1/22-ST1A (LA-110), amb un corrent màxim admissible de 316 A, que és superior al corrent a la càrrega de 288,7 A.

Problema 4

Una línia trifàsica tríplex, amb una longitud de 100 km i la distribució de fases que es mostra a la figura 5.2, es troba formada per conductors 402-AL1/52-ST1A (LA-455 Condor). La distància entre fases contigües és de 5,5 m i la distància entre conductors d'una mateixa fase és de 30 cm.

Es demana:

- d) Els paràmetres elèctrics de la línia, considerant que la conductància és negligible.
- e) La impedància i l'admitància de la línia per fase i unitat de longitud.
- f) La impedància i l'admitància total de la línia per fase.
- g) La constant de propagació, la impedància característica i l'angle característic de la línia.
- h) Els coeficients de transmissió.

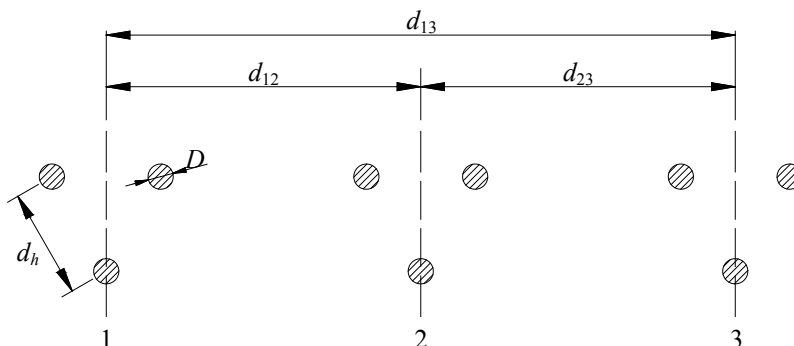


Figura 5.2
Distribució dels conductors

Solució

DADES		
Línia	$d_{i,i+1}$ (m)	5,5
	D (mm)	27,72
	l (km)	100
	Fils d'alumini	54
	Fils d'acer	7
	k_g	0,809
	R_L (Ω /km)	0,0719
	d_h (cm)	30
	n	3



a)

Per fer el càlcul dels paràmetres elèctrics de la línia, primer es determinen una sèrie de paràmetres geomètrics.

Càlcul del radi del feix:

$$r_h = \frac{d_h}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} = 173,21 \text{ mm}$$

Càlcul de la distància mitjana geomètrica:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}} = 6.929,6 \text{ mm}$$

Càlcul del radi mitjà geomètric modificat:

$$RMGm = \sqrt[n]{n \cdot k_g \cdot r \cdot r_h^{n-1}} = 100,3 \text{ mm}$$

$$RMG = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_h^{n-1}} = 107,6 \text{ mm}$$

A continuació, es calculen els paràmetres elèctrics de la línia per fase i unitat de longitud:

Càlcul de la resistència unitària de la línia per fase:

$$R = \frac{R_{cond}}{n} = 0,0240 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Càlcul de la inductància unitària de la línia per fase:

$$L = 0,2 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMGm}\right) = 0,8471 \text{ mH/km}$$

Càlcul de la capacitat unitària de la línia per fase:

$$C = \frac{1.000}{18 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right)} = 13,34 \text{ nF/km}$$

La conductància s'ha considerat negligible:

$$G \approx 0 \text{ S/km}$$

b)

Es considera la freqüència $f = 50 \text{ Hz}$; per tant, la impedància i l'admitància de la línia per fase i unitat de longitud són:

$$\underline{Z} = R + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot 10^{-3} = 0,0240 + j \cdot 0,2661 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$\underline{Y} = G + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot 10^{-9} = j \cdot 4,191 \cdot 10^{-6} \text{ S/km}$$

c)

La impedància i l'admitància total de la línia per fase són:

$$\underline{Z}_t = \underline{Z} \cdot l = 2,40 + j \cdot 26,61 \text{ } \Omega$$

$$\underline{Y}_t = \underline{Y} \cdot l = j \cdot 4,191 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

d)

Càlcul de la constant de propagació:

$$\underline{\beta} = \sqrt{\underline{Z} \cdot \underline{Y}} = 4,751 \cdot 10^{-5} + j \cdot 1,057 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

Càlcul de l'angle característic:

$$\underline{\theta} = \underline{\beta} \cdot l = 4,751 \cdot 10^{-3} + j \cdot 1,057 \cdot 10^{-1} \text{ rad}$$

Càlcul de la impedància característica:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}/\underline{Y}} = 252,25 - j \cdot 11,34 \text{ } \Omega$$

e)

A continuació, es calculen els coeficients de transmissió de la línia:

$$\underline{A}_{11} = \cosh \underline{\theta} = 0,9944 + j \cdot 0,0005$$

$$\underline{A}_{22} = \underline{A}_{11} = 0,9944 + j \cdot 0,0005$$

$$\underline{A}_{12} = \underline{Z}_c \sinh \underline{\theta} = 2,39 + j \cdot 26,56$$

$$\underline{A}_{21} = \frac{\sinh \underline{\theta}}{\underline{Z}_c} = -7,01 \cdot 10^{-8} + j \cdot 4,18 \cdot 10^{-4}$$



Problema 5

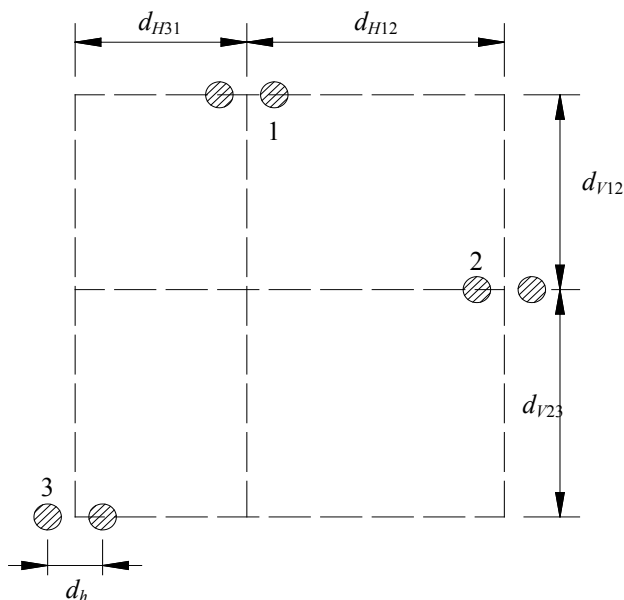
Una línia trifàsica dúplex amb una longitud de 80 km està formada per conductors 242-AL1/39-ST1A (LA-280 Hawk). De la distribució de conductors que es mostra a la figura 5.3, es coneix la distància de separació entre conductors d'una mateixa fase, que és de 40 cm, com també les distàncies de separació següents entre centres de fases:

- d_{H12} : 8,2 m
- d_{H31} : 0,2 m
- d_{V12} : 3,3 m
- d_{V23} : 3,3 m

Es demana:

- els paràmetres elèctrics de la línia considerant que la conductància és negligible.
- la impedància i l'admitància de la línia per fase i unitat de longitud.
- la impedància i l'admitància total de la línia per fase.
- la constant de propagació, la impedància característica i l'angle característic de la línia.
- els coeficients de transmissió.

Figura 5.3
Distribució dels
conductors de la línia



Solució

DADES				
Línia aèria	D (mm)	21,8	d_{H31} (m)	0,2
	l (km)	80	d_{H12} (m)	8,2
	Fils d'alumini	26	d_{V12} (m)	3,3
	Fils d'acer	7	d_{V23} (m)	3,3
	k_g	0,811	d_h (cm)	40
	R_L (Ω /km)	0,1195	n	2

a)

Per fer el càlcul dels paràmetres elèctrics de la línia, primer es determinen una sèrie de paràmetres geomètrics. En primer lloc, es calculen les distàncies entre els centres de cada dues fases:

$$d_{12} = \sqrt{d_{H12}^2 + d_{V12}^2} = 8.839,1 \text{ mm}$$

$$d_{23} = \sqrt{(d_{H12} + d_{H31})^2 + d_{V23}^2} = 9.025,0 \text{ mm}$$

$$d_{31} = \sqrt{d_{H31}^2 + (d_{V12} + d_{V23})^2} = 6.603,0 \text{ mm}$$

Càlcul del radi del feix:

$$r_h = \frac{d_h}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} = 200 \text{ mm}$$

Càlcul de la distància mitjana geomètrica:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}} = 8.076,1 \text{ mm}$$

Càlcul del radi mitjà geomètric modificat:

$$RMGm = \sqrt[n]{n \cdot k_g \cdot r \cdot r_h^{n-1}} = 59,46 \text{ mm} \quad RMG = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_h^{n-1}} = 66,03 \text{ mm}$$

A continuació, es calculen els paràmetres elèctrics de la línia per fase i unitat de longitud:

Càlcul de la resistència unitària de la línia per fase:

$$R = \frac{R_{cond}}{n} = 0,0597 \text{ } \Omega/\text{km}$$



Càlcul de la inductància unitària de la línia per fase:

$$L = 0,2 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right) = 0,9823 \text{ mH/km}$$

Càlcul de la capacitat unitària de la línia per fase:

$$C = \frac{1.000}{18 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMG'}\right)} = 11,56 \text{ nF/km}$$

La conductància s'ha considerat negligible:

$$G \approx 0 \text{ S/km}$$

b)

Considerant una freqüència $f = 50$ Hz, es calculen la impedància i l'admitància de la línia per fase i unitat de longitud:

$$\underline{Z} = R + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot 10^{-3} = 0,0597 + j \cdot 0,3086 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$\underline{Y} = G + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot 10^{-9} = j \cdot 3,63 \cdot 10^{-6} \text{ S/km}$$

c)

La impedància i l'admitància total de la línia per fase són:

$$\underline{Z}_l = \underline{Z} \cdot l = 4,78 + j \cdot 24,69 \text{ } \Omega$$

$$\underline{Y}_l = \underline{Y} \cdot l = j \cdot 2,90 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

d)

Càlcul de la constant de propagació:

$$\underline{\beta} = \sqrt{\underline{Z} \cdot \underline{Y}} = 1,02 \cdot 10^{-4} + j \cdot 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ km}^{-1}$$

Càlcul de l'angle característic:

$$\underline{\theta} = \underline{\beta} \cdot l = 8,16 \cdot 10^{-3} + j \cdot 8,51 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$$

Càlcul de la impedància característica:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}/\underline{Y}} = 292,9 - j \cdot 28,09 \Omega$$

e)

A continuació, es calculen els coeficients de transmissió de la línia:

$$A_{11} = \cosh \underline{\theta} = 0,9964 + j \cdot 0,0007$$

$$A_{22} = A_{11} = 0,9964 + j \cdot 0,0007$$

$$A_{12} = \underline{Z}_c \sinh \underline{\theta} = 4,77 + j \cdot 24,66$$

$$A_{21} = \frac{\sinh \underline{\theta}}{\underline{Z}_c} = -6,72 \cdot 10^{-8} + j \cdot 2,90 \cdot 10^{-4}$$

Problema 6

Calculeu els paràmetres elèctrics d'una línia aèria de 20 kV de voltatge nominal i 1 km de longitud, situada a nivell del mar, i amb un únic conductor 94-AL1/22-ST1A (LA-110) per fase. Justifiqueu si aquesta línia és adequada per alimentar una càrrega que consumeixi una potència de 8 MVA, amb un factor de potència inductiu de 0,8, tenint en compte que la caiguda de voltatge no ha d'excedir el 5%. Es considera que els conductors es distribueixen sobre un mateix pla horitzontal (v. figura 5.4) i que les distàncies de separació entre conductors contigus són d'1,5 m. Preneu com a temperatura ambient i pressió atmosfèrica els valors de referència.

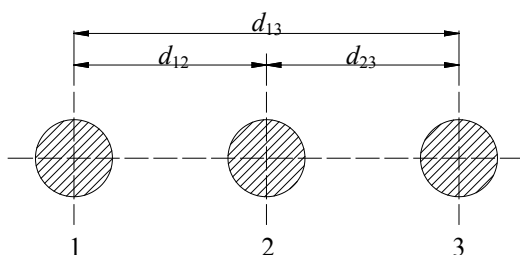


Figura 5.4
Distribució dels conductors

Solució

DADES		
Línia aèria	V_n (V)	$20 \cdot 10^3$
	l (km)	1
	D (mm)	14,0
	R_{cond} (Ω /km)	0,3067
	$I_{m\grave{a}x}$ (A)	316



DADES		
	d_{12} (m)	1,5
	d_{23} (m)	1,5
	d_{13} (m)	3
	k_g	0,826
	N	1
	$\Delta V_{\text{màx}}$ (%)	5
Càrrega	S_c (VA)	$8 \cdot 10^6$
	$\cos \varphi_c$	0,8 (i)

Es considera que, al final de la línia, el voltatge és el nominal, i es pren el voltatge de fase al final de la línia com l'origen d'arguments:

$$\underline{V}_{-sf} = \frac{V_n}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 11.547 \angle 0^\circ \text{ V}$$

El corrent al final de la línia és:

$$\underline{I}_f = \left(\frac{S_c \cdot (\cos \varphi_c + j \cdot \sin \varphi_c)}{3 \cdot \underline{V}_{-sf}} \right)^* = 184,75 - j \cdot 138,56 \text{ A} = 230,94 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

Aquest corrent és inferior al corrent màxim admissible en règim permanent del conductor 94-AL1/22-ST1A (LA-110).

$$I_{\text{màx}} = 316 \text{ A} > I_f$$

Per fer el càlcul de la caiguda del voltatge màxim a la línia, primer s'han de determinar els paràmetres elèctrics de la línia a partir d'una sèrie de paràmetres geomètrics.

Càlcul de la distància mitjana geomètrica:

$$DMG = \sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{23} \cdot d_{31}} = 1.889,9 \text{ mm}$$

Càlcul del radi del conductor:

$$r = \frac{D}{2} = 7,0 \text{ mm}$$

Càlcul del radi mitjà geomètric modificat:

$$RMGm = k_g \cdot r = 5,78 \text{ mm}$$

A continuació, es calculen els paràmetres elèctrics de la línia per fase i unitat de longitud.

Càlcul de la resistència unitària de la línia per fase:

$$R = \frac{R_{cond}}{n} = 0,3067 \text{ } \Omega/\text{km}$$

Càlcul de la inductància unitària de la línia per fase:

$$L = 0,2 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMGm}\right) = 1,16 \text{ mH/km}$$

Càlcul de la capacitat unitària de la línia per fase:

$$C = \frac{1.000}{18 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{r}\right)} = 9,92 \text{ nF/km}$$

A continuació, s'avalua si es produeix efecte corona. El factor corrector en funció de la densitat relativa de l'aire δ , suposant que la temperatura ambient T_{amb} és de 20°C i la pressió atmosfèrica p , de 760 mmHg, és unitari:

$$\delta = \frac{273 + 20}{273 + T_{amb}} \cdot \frac{p}{760} = 1$$

S'han considerat valors desfavorables pels factors de rugositat k_r i meteorològic k_m ; concretament, els valors que s'han pres són:

$$k_r = 0,93 \quad k_m = 0,80$$

Càlcul del voltatge crític disruptiu:

$$V_c = 21,2 \cdot \delta \cdot r_{cm} \cdot \ln\left(\frac{DMG}{r}\right) \cdot n \cdot k_r \cdot k_m \cdot k_g = 51,06 \text{ kV}$$

on r_{cm} és el radi del conductor en centímetres.



Com que el voltatge crític disruptiu V_c és més gran que el voltatge de fase de la línia V_s , no es produeix efecte corona i, per tant, no hi ha conductància per efecte corona. Es considera negligible la conductància deguda als corrents de fuga als aïlladors.

$$G = 0 \text{ S/km}$$

Considerant una freqüència $f = 50 \text{ Hz}$, es calculen la impedància i l'admitància de la línia per fase i unitat de longitud:

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= R + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \cdot 10^{-3} = 0,3067 + j \cdot 0,3638 \text{ } \Omega/\text{km} \\ \underline{Y} &= G + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot 10^{-9} = j \cdot 3,12 \cdot 10^{-6} \text{ S/km}\end{aligned}$$

La impedància i l'admitància total de la línia per fase són:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_t &= \underline{Z} \cdot l = 0,3067 + j \cdot 0,3638 \text{ } \Omega \\ \underline{Y}_t &= \underline{Y} \cdot l = j \cdot 3,12 \cdot 10^{-6} \text{ S}\end{aligned}$$

L'admitància total, en tractar-se d'una línia curta ($l \leq 100 \text{ km}$), és negligible. A continuació, es calculen els coeficients de transmissió de la línia fent aquesta aproximació:

$$\begin{aligned}\underline{A}_{11} &= 1 \\ \underline{A}_{22} &= \underline{A}_{11} = 1 \\ \underline{A}_{12} &= \underline{Z}_t = 0,3067 + j \cdot 0,3638 \text{ } \Omega \\ \underline{A}_{21} &= 0\end{aligned}$$

Càlcul del voltatge de fase a l'origen de la línia (extrem emissor):

$$\underline{V}_{s0} = \underline{A}_{11} \cdot \underline{V}_{sf} + \underline{A}_{12} \cdot \underline{I}_f = 11,654 + j \cdot 24,7 \text{ V} = 11,65 \angle 0,12^\circ \text{ kV}$$

Càlcul de la caiguda de voltatge a la línia:

$$\Delta V = \frac{V_{s0} - V_{sf}}{V_{s0}} \cdot 100 = 0,92 \% \Rightarrow \Delta V < \Delta V_{\max} = 5\%$$

Com que la caiguda de voltatge és inferior a la màxima admissible, el conductor 94-AL1/22-ST1A (LA-110) és adequat per a aquesta línia trifàsica i es compleixen els criteris de corrent màxim admissible i caiguda del voltatge màxim admissible.

Problema 7

La línia trifàsica doble analitzada presenta la disposició geomètrica dels conductors que es mostra a la figura 5.5, de la qual es coneixen les distàncies següents de separació entre conductors:

- $d_{H13'}$: 2,0 m
- $d_{H22'}$: 2,5 m
- $d_{H31'}$: 2,0 m
- d_{V12} : 2,4 m
- d_{V23} : 2,4 m

Els conductors seleccionats són 147-AL1/34-ST1A (LA-180).

Calculeu els paràmetres elèctrics unitaris de la línia per fase considerant que la conductància és negligible.

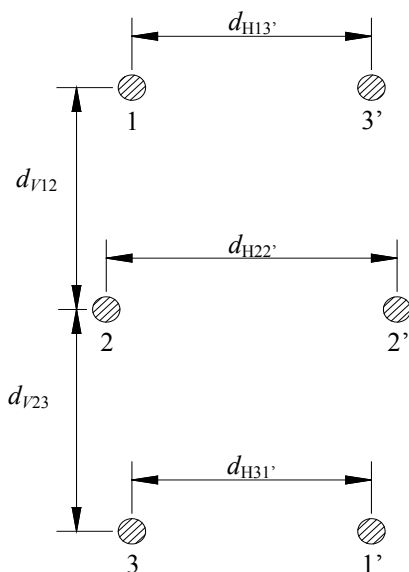


Figura 5.5
Distribució dels conductors

Solució

DADES		
Línia aèria	D (mm)	17,5
	Fils d'alumini	30
	Fils d'acer	7
	k_g	0,826



DADES		
	R_L (Ω/km)	0,1963
	$d_{H13'}$ (m)	2,0
	$d_{H22'}$ (m)	2,5
	$d_{H31'}$ (m)	2,0
	d_{V12} (m)	2,4
	d_{V23} (m)	2,4
	n	2

Càlcul de la resistència unitària per fase:

$$R = \frac{R_{cond}}{n} = 0,0982 \Omega/\text{km}$$

La inductància de la línia unitària per fase es determina mitjançant l'expressió següent:

$$L = 0,2 \cdot \ln \left(\frac{DMG}{RMGm} \right)$$

Per calcular la inductància de línia, abans s'han de determinar la distància mitjana geomètrica (DMG) i el radi mitjà geomètric modificat ($RMGm$).

$$DMG = \sqrt[3]{DMG_{12} \cdot DMG_{23} \cdot DMG_{31}}$$

$$RMGm = \sqrt[3]{RMGm_1 \cdot RMGm_2 \cdot RMGm_3}$$

on:

$$DMG_{12} = \sqrt[4]{d_{12} \cdot d_{12'} \cdot d_{1'2} \cdot d_{1'2'}} = 2,817 \text{ m}$$

$$DMG_{23} = \sqrt[4]{d_{23} \cdot d_{23'} \cdot d_{2'3} \cdot d_{2'3'}} = 2,817 \text{ m}$$

$$DMG_{31} = \sqrt[4]{d_{31} \cdot d_{31'} \cdot d_{3'1} \cdot d_{3'1'}} = 3,098 \text{ m}$$

$$RMGm_1 = \sqrt{k_g \cdot \frac{D}{2} \cdot d_{11'}} = 0,194 \text{ m}$$

$$RMGm_2 = \sqrt{k_g \cdot \frac{D}{2} \cdot d_{22'}} = 0,134 \text{ m}$$

$$RMGm_3 = \sqrt{k_g \cdot \frac{D}{2} \cdot d_{33'}} = 0,194 \text{ m}$$

Substituint, s'obté:

$$DMG = \sqrt[3]{DMG_{12} \cdot DMG_{23} \cdot DMG_{31}} = 2,908 \text{ m}$$

$$RMGm = \sqrt[3]{RMGm_1 \cdot RMGm_2 \cdot RMGm_3} = 0,172 \text{ m}$$

$$L = 0,2 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMGm}\right) = 0,566 \text{ mH/km}$$

La capacitat de la línia unitària per fase es determina mitjançant l'expressió següent:

$$C = \frac{1.000}{18 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right)}$$

Per calcular la capacitat de línia, abans s'ha de determinar el radi mitjà geomètric (RMG).

$$RMG = \sqrt[3]{RMG_1 \cdot RMG_2 \cdot RMG_3}$$

on:

$$RMG_1 = \sqrt{\frac{D}{2} \cdot d_{11'}} = 0,213 \text{ m}$$

$$RMG_2 = \sqrt{\frac{D}{2} \cdot d_{22'}} = 0,148 \text{ m}$$

$$RMG_3 = \sqrt{\frac{D}{2} \cdot d_{33'}} = 0,213 \text{ m}$$

Substituint, s'obté:

$$RMG = \sqrt[3]{RMG_1 \cdot RMG_2 \cdot RMG_3} = 0,189 \text{ m}$$

$$C = \frac{1.000}{18 \cdot \ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right)} = 20,32 \text{ nF/km}$$

→ 6



Sistemes elèctrics

Problema 1

Del sistema elèctric de la figura 6.1, es disposa de les dades següents:

- Impedància total de la línia: $4,605 + j \cdot 5,773 \Omega$
- Voltatge mesurat al final de la línia: 20 kV
- Potència aparent entregada al final de la línia: $2,0 + j \cdot 1,5 \text{ MVA}$

Considerant que la línia trifàsica és una línia curta, es demana:

- El corrent entregat al final de la línia.
- Els coeficients de transmissió de la línia en per unitat.
- El voltatge a l'origen de la línia i la caiguda relativa de voltatge de la línia.
- El corrent i la potència aparent a l'origen de la línia.

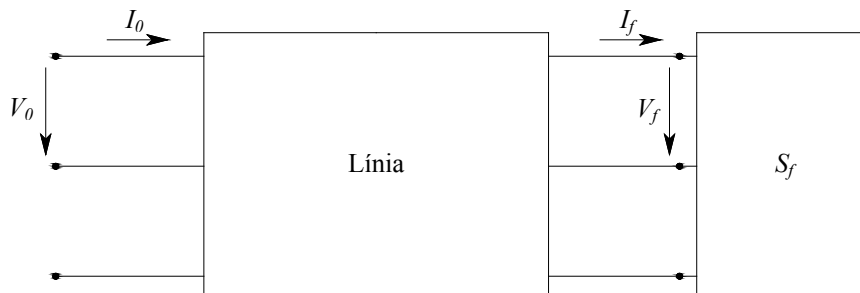


Figura 6.1
Sistema elèctric



Solució

DADES		
Línia trifàsica curta	V_f (V)	$20 \cdot 10^3$
	Z_l (Ω)	$4,605 + j \cdot 5,773$
Càrrega	S_f (VA)	$(2,0 + j \cdot 1,5) \cdot 10^6$

a) Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_f = 2,5 \cdot 10^6 \text{ VA} \quad V_b = V_f = 20 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 160 \text{ } \Omega \quad I_b = \frac{V_b}{Z_b} = 72,17 \text{ A}$$

Conversió dels paràmetres a valors per unitat fixant el voltatge al final de la línia com a origen d'arguments:

$$\underline{z}_l = \frac{Z_l}{Z_b} = 0,0288 + j \cdot 0,0361$$

$$\underline{v}_f = \frac{V_f}{V_b} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

$$\underline{s}_f = \frac{S_f}{S_b} = 0,80 + j \cdot 0,60 = 1,00 \angle 36,87^\circ$$

Càlcul del corrent al final de la línia:

$$\underline{i}_f = \left(\frac{\underline{s}_f}{\underline{v}_f} \right)^* = 0,80 - j \cdot 0,60 = 1,00 \angle -36,87^\circ$$

$$\underline{I}_f = \underline{i}_f \cdot I_b = 57,74 - j \cdot 43,30 \text{ A} = 72,17 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

b) Càlcul dels coeficients de transmissió de la línia en per unitat, tenint en compte que es tracta d'una línia curta:

$$\underline{a}_{11} = 1,00 \quad \underline{a}_{22} = \underline{a}_{11} = 1,00$$

$$\underline{a}_{12} = \underline{z}_f = 0,0288 + j \cdot 0,0361 \quad \underline{a}_{21} = 0,00$$

c) Càlcul del voltatge a l'origen de la línia:

$$\underline{v}_0 = \underline{a}_{11} \cdot \underline{v}_f + \underline{a}_{12} \cdot \underline{i}_f = 1,045 + j \cdot 0,012 = 1,045 \angle 0,64^\circ$$

$$\underline{V}_0 = \underline{v}_0 \cdot V_b = 20,895 \angle 0,64^\circ \text{ kV}$$

Càlcul de la caiguda relativa de voltatge a la línia:

$$\Delta v = \left| v_0 - v_f \right| \cdot 100 = 4,47 \%$$

d)

Càlcul del corrent a l'origen de la línia:

$$\underline{i}_0 = \underline{a}_{21} \cdot \underline{v}_f + \underline{a}_{22} \cdot \underline{i}_f = 0,80 - j \cdot 0,60 = 1,00 \angle -36,87^\circ$$

$$\underline{I}_0 = \underline{i}_0 \cdot I_b = 57,74 - j \cdot 43,30 \text{ A} = 72,17 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

S'observa que el corrent a l'origen i al final de la línia coincideixen exactament, ja que el model amb paràmetres concentrats de línia curta negligeix els paràmetres transversals.

Càlcul de la potència aparent a l'origen de la línia:

$$\underline{s}_0 = \underline{v}_0 \cdot \underline{i}_0^* = 0,829 + j \cdot 0,636 = 1,045 \angle 37,51^\circ$$

$$\underline{S}_0 = \underline{s}_0 \cdot S_b = 2,072 \cdot 10^6 + j \cdot 1,590 \cdot 10^6 \text{ VA} = 2,612 \angle 37,51^\circ \text{ MVA}$$

Problema 2

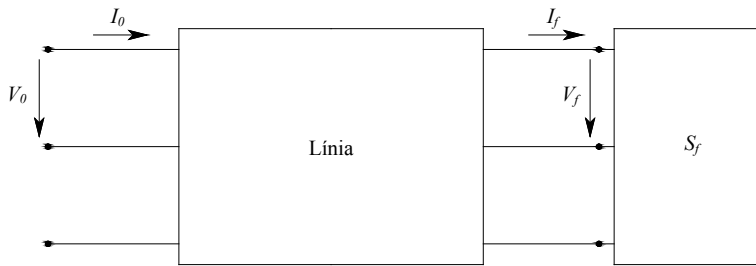
Del sistema elèctric de la figura 6.2, es disposa de les dades següents:

- Impedància de la línia: $4,605 + j \cdot 5,773 \Omega$
- Voltatge mesurat a l'origen de la línia: 20 kV
- Potència aparent entregada al final de la línia: $2,0 + j \cdot 1,5 \text{ MVA}$



Considerant que la línia trifàsica és una línia curta, calculeu el voltatge a l'origen i la caiguda relativa de voltatge a la línia.

Figura 6.2
Sistema elèctric



Solució

DADES		
Línia trifàsica curta	V_f (V)	$20 \cdot 10^3$
	Z_t (Ω)	$4,605 + j \cdot 5,773$
Càrrega	S_f (VA)	$(2,0 + j \cdot 1,5) \cdot 10^6$

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_f = 2,5 \cdot 10^6 \text{ VA} \quad V_b = V_0 = 20 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 160 \text{ } \Omega$$

$$I_b = \frac{V_b}{Z_b} = 72,17 \text{ A}$$

Conversió dels paràmetres a valors en per unitat:

$$v_0 = \frac{V_0}{V_b} = 1,00$$

$$\underline{z}_t = \frac{Z_t}{Z_b} = r_t + j \cdot x_t = 0,0288 + j \cdot 0,0361$$

$$\underline{s}_f = \frac{S_f}{S_b} = p_f + j \cdot q_f = 0,80 + j \cdot 0,60 = 1,00 \angle 36,87^\circ$$

Com que es tracta d'una línia curta de la qual es coneix el voltatge a l'origen i la potència aparent consumida al final, per calcular el voltatge al final de la línia s'ha utilitzat l'expressió biquadràtica següent:

$$v_f^4 + [2 \cdot (r_t \cdot p_t + x_t \cdot q_t) - v_0^4] \cdot v_f^2 + (z_t \cdot s_t)^2 = 0$$

Si se substitueixen els paràmetres i es resol l'equació, s'obté:

$$v_f = \begin{cases} -0,9531 \\ 0,9531 \\ -0,0484 \\ 0,0484 \end{cases}$$

Es descarten les solucions negatives, atès que no tenen significat físic perquè es tracta del mòdul d'un voltatge, i s'adopta la solució que té el valor més proper al del voltatge a l'origen de la línia.

$$v_f = 0,9531$$

El voltatge al final de la línia en unitats del sistema internacional és:

$$V_f = v_f \cdot V_b = 19,06 \text{ kV}$$

Càlcul de la caiguda relativa de voltatge a la línia:

$$\Delta v = |v_0 - v_f| \cdot 100 = 4,69 \%$$

Problema 3

Del sistema elèctric de la figura 6.3, es disposa de les dades següents:

- Impedància de la línia: $4,605 + j \cdot 5,773 \ \Omega$
- Voltatge mesurat a l'origen de la línia: 20,6 kV
- Voltatge mesurat al final de la línia: 20 kV
- Potència aparent entregada al final de la línia: $2,0 + j \cdot 1,5 \text{ MVA}$

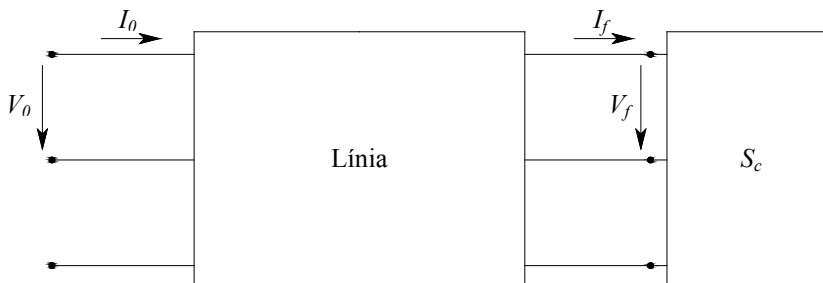


Figura 6.3
Sistema elèctric



Considerant que la línia trifàsica és una línia curta, calculeu els coeficients de transmissió de la línia i la potència reactiva del dispositiu de compensació, si aquest es connecta en paral·lel amb la càrrega.

Solució

DADES		
Línia trifàsica curta	V_0 (V)	$20,6 \cdot 10^3$
	V_f (V)	$20 \cdot 10^3$
	Z (Ω)	$4,605 + j \cdot 5,773$
Càrrega	S_f (VA)	$(2,0 + j \cdot 1,5) \cdot 10^6$

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_c = 2,5 \cdot 10^6 \text{ VA} \quad V_b = V_f = 20 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 160 \Omega$$

$$I_b = \frac{V_b}{Z_b} = 72,17 \text{ A}$$

Conversió dels paràmetres a valors en per unitat fixant el voltatge al final de la línia com a origen d'arguments:

$$\underline{z}_t = \frac{Z_t}{Z_b} = r_t + j \cdot x_t = 0,0288 + j0,0361$$

$$\underline{v}_0 = \frac{V_0}{V_b} = 1,03$$

$$\underline{v}_f = \frac{V_f}{V_b} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

$$\underline{s}_c = \frac{S_c}{S_b} = p_c + j \cdot q_c = 0,80 + j0,60 = 1,00 \angle 36,87^\circ$$

Càlcul dels coeficients de transmissió de la línia en per unitat, tenint en compte que es tracta d'una línia curta:

$$\underline{a}_{11} = 1,00 \quad \underline{a}_{22} = \underline{a}_{11} = 1,00$$

$$\underline{a}_{12} = \underline{z}_t = 0,0288 + j0,0361$$

$$\underline{a}_{21} = 0,00$$



El càlcul de la potència reactiva en borns de la càrrega es fa mitjançant l'expressió següent:

$$q_f = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (p_f + k_p)^2}$$

on:

$$p_f = p_c = 0,80 \quad k = \frac{v_0 \cdot v_f}{a_{12}} = 22,317$$

Substituint, s'obté:

$$k_p = \frac{a_{11} \cdot v_f^2}{a_{12}} \cdot \cos(\alpha_{12} - \alpha_{11}) = 13,511$$

$$k_q = \frac{a_{11} \cdot v_f^2}{a_{12}} \cdot \sin(\alpha_{12} - \alpha_{11}) = 16,938$$

$$q_f = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (p_f + k_p)^2} = \begin{cases} 0,1859 \\ -34,06 \end{cases}$$

Com que els càlculs s'han fet en per unitat, l'única solució que té sentit és:

$$q_f = 0,1859$$

Fent el balanç de potència reactiva al final de la línia, s'obté:

$$q_f = q_c + q_{comp} \Rightarrow q_{comp} = q_f - q_c = -0,4141$$

Per tant, la potència reactiva del dispositiu de compensació és:

$$Q_{comp} = q_{comp} \cdot S_b = -1,035 \text{ Mvar}$$

El signe negatiu indica que el dispositiu fa una compensació capacitiva.

Problema 4

Del sistema elèctric de la figura 6.4, es disposa de les dades següents:

Generador síncron:

- Tensió mesurada en borns del generador: 13,8 kV



Transformador TR1:

- Voltatges nominals: 13,8/132 kV
- Potència nominal: 12,5 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 11 %

Transformador TR2:

- Voltatges nominals: 138/66 kV
- Potència nominal: 12,5 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 10 %

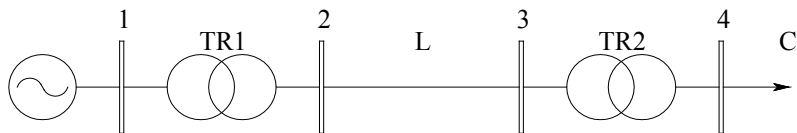
Línia curta:

- Resistència total: 4,2 Ω
- Reactància total: 14,7 Ω

Càrrega:

- Resistència: 360 Ω

Figura 6.4
Sistema elèctric



Tenint en compte que es considera que la línia trifàsica és curta, calculeu el voltatge en borns de la càrrega.

Solució

DADES		
Generador síncron	V_1 (kV)	13,8
Transformador trifàsic TR1	V_{np1} (kV)	13,8
	V_{ns1} (kV)	132
	S_{n1} (MVA)	12,5
	ε_{cc1} (%)	11
Transformador trifàsic TR2	V_{np2} (kV)	138
	V_{ns2} (kV)	66
	S_{n2} (MVA)	12,5
	ε_{cc2} (%)	10
Línia curta	R_l (Ω)	4,2
	X_l (Ω)	14,7
Càrrega	R_c (Ω)	360

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_{n1} = 12,5 \text{ MVA}$$

$$V_{b1} = V_{np1} = 13,8 \text{ kV}$$

$$V_{b2} = \frac{V_{b1}}{r_{t1}} = \frac{V_{b1}}{V_{np1}} \cdot V_{ns1} = 132 \text{ kV}$$

$$V_{b3} = \frac{V_{b2}}{r_{t2}} = \frac{V_{b2}}{V_{np2}} \cdot V_{ns2} = 63,13 \text{ kV}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 15,24 \ \Omega$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 1.393,9 \ \Omega$$

$$Z_{b3} = \frac{V_{b3}^2}{S_b} = 318,84 \ \Omega$$

A la figura 6.5, es representa el circuit equivalent en per unitat.

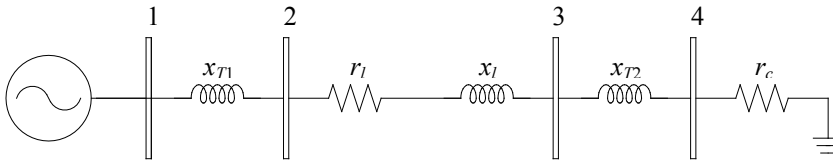


Figura 6.5
Circuit equivalent en per unitat

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en per unitat:

$$x_{T1} = \epsilon_{cc1} \cdot \frac{Z_{nsT1}}{Z_{b2}} = \epsilon_{cc1} \cdot \frac{\left(\frac{V_{ns1}^2}{S_{n1}}\right)}{\left(\frac{V_{b2}^2}{S_b}\right)} = 0,1100$$

$$\underline{z}_l = r_l + j \cdot x_l = \frac{R_l + j \cdot X_l}{Z_{b2}} = 0,0030 + j \cdot 0,0105$$

$$x_{T2} = \epsilon_{cc2} \cdot \frac{Z_{npT2}}{Z_{b2}} = \epsilon_{cc2} \cdot \frac{\left(\frac{V_{np2}^2}{S_{n2}}\right)}{\left(\frac{V_{b2}^2}{S_b}\right)} = 0,1093$$

$$r_c = \frac{R_c}{Z_{b3}} = 1,1291$$



Es fixa el voltatge en borns del generador com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_1 = \frac{V_1}{V_{b1}} = 1 \angle 0^\circ$$

Càlcul del corrent a la càrrega:

$$\underline{i} = \frac{\underline{v}_1}{j \cdot x_{T1} + \underline{z}_l + j \cdot x_{T2} + r_c} = 0,8483 - j \cdot 0,1722 = 0,8656 \angle -11,48^\circ$$

Càlcul del voltatge en borns de la càrrega:

$$\underline{v}_4 = r_c \cdot \underline{i} = 0,9579 - j \cdot 0,1945 = 0,9774 \angle -11,48^\circ$$

$$V_4 = v_4 \cdot V_{b3} = 61,70 \text{ kV}$$

Problema 5

Del sistema elèctric de la figura 6.6, es disposa de les dades següents:

Línia 1-2:

- Resistència unitària: $0,31 \Omega/\text{km}$
- Reactància unitària: $0,37 \Omega/\text{km}$
- Longitud: 3 km

Línia 2-3:

- Resistència unitària: $0,31 \Omega/\text{km}$
- Reactància unitària: $0,37 \Omega/\text{km}$
- Longitud: 1,5 km

Càrrega connectada al nus 2:

- Potència consumida: 1 MVA
- Factor de potència: 0,8 (i)

Càrrega connectada al nus 3:

- Potència consumida: 2 MVA
- Factor de potència: 0,8 (i)
- Voltatge mesurat al nus 3: 20 kV

Considerant que les línies trifàsiques són línies curtes, calculeu el voltatge al nus 1.

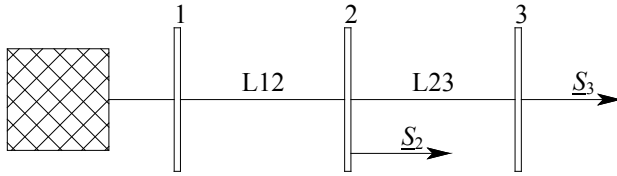


Figura 6. 6
Sistema elèctric

Solució

DADES		
Línia 1-2	R_{12} (Ω/km)	0,31
	X_{12} (Ω/km)	0,37
	L_{12} (km)	3
Línia 2-3	R_{23} (Ω/km)	0,31
	X_{23} (Ω/km)	0,37
	l_{23} (km)	1,5
Càrrega connectada al nus 2	$\cos \varphi_2$	0,8 (i)
	S_2 (MVA)	1
Càrrega connectada al nus 3	$\cos \varphi_3$	0,8 (i)
	S_3 (MVA)	2
Nus 3	V_3 (kV)	20

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_3 = 2 \text{ MVA} \quad V_b = V_3 = 20 \text{ kV}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 200 \Omega$$

$$I_b = \frac{S_b}{V_b \cdot \sqrt{3}} = 57,74 \text{ A}$$

A la Figura 6.7 es representa el circuit equivalent en per unitat.

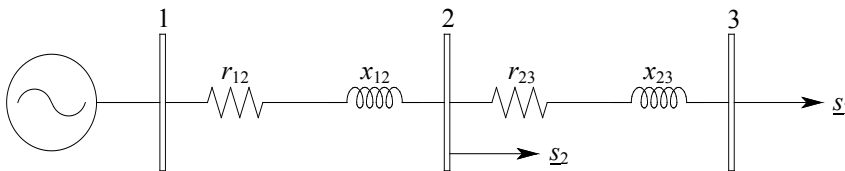


Figura 6. 7
Circuit equivalent en per unitat.

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en per unitat:



$$\underline{z}_{12} = r_{12} + j \cdot x_{12} = \frac{(R_{12} + j \cdot X_{12}) \cdot I_{12}}{Z_b} = 0,0046 + j \cdot 0,0055$$
$$\underline{z}_{23} = r_{23} + j \cdot x_{23} = \frac{(R_{23} + j \cdot X_{23}) \cdot I_{23}}{Z_b} = 0,0023 + j \cdot 0,0028$$

S'ha fixat el voltatge al nus 3 com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_3 = \frac{V_3}{V_b} = 1 \angle 0^\circ$$

Càlcul de la potència aparent en per unitat consumida per les càrregues connectades als nusos 2 i 3:

$$\underline{s}_2 = \frac{S_2}{S_b} \cdot (\cos \varphi_2 + j \cdot \sin \varphi_2) = 0,400 + j \cdot 0,300 = 0,500 \angle 36,87^\circ$$

$$\underline{s}_3 = \frac{S_3}{S_b} \cdot (\cos \varphi_3 + j \cdot \sin \varphi_3) = 0,800 + j \cdot 0,600 = 1,000 \angle 36,87^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia 2-3:

$$\underline{i}_{23} = \left(\frac{\underline{s}_3}{\underline{v}_3} \right)^* = 0,800 - j \cdot 0,600 = 1,000 \angle -36,87^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus 2:

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_3 + \underline{z}_{23} \cdot \underline{i}_{23} = 1,0035 + j \cdot 0,0008 = 1,0035 \angle 0,047^\circ$$

Càlcul del corrent a la càrrega 2:

$$\underline{i}_2 = \left(\frac{\underline{s}_2}{\underline{v}_2} \right)^* = 0,3988 - j \cdot 0,2986 = 0,4982 \angle -36,82^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia 1-2:

$$\underline{i}_{12} = \underline{i}_2 + \underline{i}_{23} = 1,1988 - j \cdot 0,8986 = 1,4982 \angle -36,85^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus 1:

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 + \underline{z}_{12} \cdot \underline{i}_{12} = 1,0141 + j \cdot 0,0033 = 1,0141 \angle 0,19^\circ$$

$$V_1 = v_1 \cdot V_b = 20,28 \text{ kV}$$

Problema 6

Del sistema elèctric de la figura 6.8, es disposa de les dades següents:

Voltatge mesurat al nus 1: 20 kV

Línia 1-2:

- Resistència unitària: 0,31 Ω /km
- Reactància unitària: 0,37 Ω /km
- Longitud: 3 km

Línia 2-3:

- Resistència unitària: 0,31 Ω /km
- Reactància unitària: 0,37 Ω /km
- Longitud: 1,5 km

Línia 1-3:

- Resistència unitària: 0,31 Ω /km
- Reactància unitària: 0,37 Ω /km
- Longitud: 1,5 km

Càrrega connectada al nus 2:

- Potència consumida: 1 MVA
- Factor de potència: 0,8 (i)

Càrrega connectada al nus 3:

- Potència consumida: 2 MVA
- Factor de potència: 0,8 (i)

Considerant que les línies trifàsiques són línies curtes, calculeu el voltatge als nusos 2 i 3.

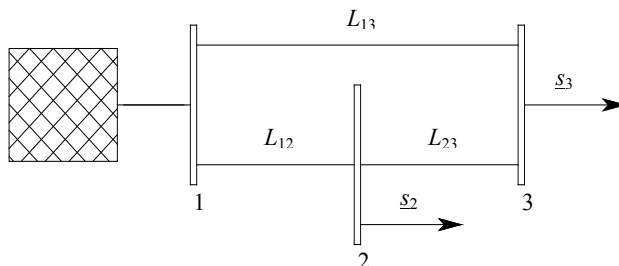


Figura 6.8
Sistema elèctric



Solució

DADES		
Nus 1	V_1 (kV)	20
Línia 1-2	R_{12} (Ω/km)	0,31
	X_{12} (Ω/km)	0,37
	l_{12} (km)	3
Línia 2-3	R_{23} (Ω/km)	0,31
	X_{23} (Ω/km)	0,37
	l_{23} (km)	1,5
Línia 1-3	R_{13} (Ω/km)	0,31
	X_{13} (Ω/km)	0,37
	l_{13} (km)	1,5
Càrrega connectada al nus 2	$\cos \varphi_2$	0,8 (i)
	S_2 (MVA)	1
Càrrega connectada al nus 3	$\cos \varphi_3$	0,8 (i)
	S_3 (MVA)	2

Càlcul dels valors de base:

$$V_b = V_1 = 20 \text{ kV}$$

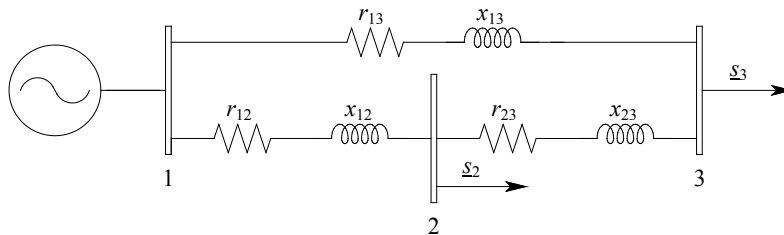
$$S_b = S_3 = 2 \text{ MVA}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 200 \Omega$$

$$I_b = \frac{S_b}{V_b \cdot \sqrt{3}} = 57,74 \text{ A}$$

A la figura 6.9, es representa el circuit equivalent en per unitat.

Figura 6.9
Circuit equivalent en per unitat



Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en per unitat:

$$\underline{z}_{12} = r_{12} + j \cdot x_{12} = \frac{(R_{12} + j \cdot X_{12}) \cdot I_{12}}{Z_b} = 0,0046 + j \cdot 0,0055$$

$$\underline{z}_{23} = r_{23} + j \cdot x_{23} = \frac{(R_{23} + j \cdot X_{23}) \cdot I_{23}}{Z_b} = 0,0023 + j \cdot 0,0028$$

$$\underline{z}_{13} = r_{13} + j \cdot x_{13} = \frac{(R_{13} + j \cdot X_{13}) \cdot I_{13}}{Z_b} = 0,0023 + j \cdot 0,0028$$

Es fixa el voltatge al nus 1 com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_1 = \frac{V_1}{V_b} = 1 \angle 0^\circ$$

Càlcul de la potència aparent en per unitat consumida per les càrregues connectades als nusos 2 i 3:

$$\underline{s}_2 = \frac{S_2}{S_b} \cdot (\cos \varphi_2 + j \cdot \sin \varphi_2) = 0,400 + j \cdot 0,300 = 0,500 \angle 36,87^\circ$$

$$\underline{s}_3 = \frac{S_3}{S_b} \cdot (\cos \varphi_3 + j \cdot \sin \varphi_3) = 0,800 + j \cdot 0,600 = 1,000 \angle 36,87^\circ$$

El càlcul dels voltatges als nusos 2 i 3 es farà mitjançant un procés iteratiu (v. taula 6.1), utilitzant les expressions següents:

$$\underline{i}_2 = \left(\frac{\underline{s}_2}{\underline{v}_2} \right)^* \quad \underline{i}_3 = \left(\frac{\underline{s}_3}{\underline{v}_3} \right)^*$$

$$\underline{i}_{12} = \frac{\underline{i}_2 \cdot (\underline{z}_{23} + \underline{z}_{13}) + \underline{i}_3 \cdot \underline{z}_{13}}{\underline{z}_{12} + \underline{z}_{23} + \underline{z}_{13}}$$

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_1 - \underline{z}_{12} \cdot \underline{i}_{12} \quad \underline{v}_3 = \underline{v}_2 - \underline{z}_{23} \cdot (\underline{i}_{12} - \underline{i}_2)$$

El càlcul s'inicia suposant $\underline{v}_2 = \underline{v}_3 = 1$ i es finalitza quan la diferència entre dos resultats consecutius és menor que $1 \cdot 10^{-4}$ en per unitat.

Iteració	\underline{i}_2	\underline{i}_3	\underline{i}_{12}
0	-	-	-
1	0,4000 - j·0,3000	0,8000 - j·0,6000	0,4000 - j·0,3000
2	0,4012 - j·0,3014	0,8023 - j·0,6028	0,4012 - j·0,3014
3	0,4012 - j·0,3014	0,8023 - j·0,6028	0,4012 - j·0,3014

Taula 6.1
Procés iteratiu de càlcul



Iteració	\underline{v}_2	\underline{v}_3
0	1	1
1	$0,9965 - j \cdot 0,0008$	$0,9965 - j \cdot 0,0008$
2	$0,9965 - j \cdot 0,0008$	$0,9965 - j \cdot 0,0008$
3	$0,9965 - j \cdot 0,0008$	$0,9965 - j \cdot 0,0008$

Llavors:

$$\underline{i}_2 = 0,4012 - j \cdot 0,3014$$

$$\underline{i}_3 = 0,8023 - j \cdot 0,6028$$

$$\underline{i}_{12} = 0,4012 - j \cdot 0,3014$$

$$\underline{v}_2 = 0,9965 - j \cdot 0,0008$$

$$\underline{v}_3 = 0,9965 - j \cdot 0,0008$$

Càlcul del voltatge als nusos 2 i 3 en unitats del sistema internacional:

$$V_2 = v_2 \cdot V_b = 19,93 \text{ kV} \quad V_3 = v_3 \cdot V_b = 19,93 \text{ kV}$$

Problema 7

Del sistema elèctric de la figura 6.10, es disposa de les dades següents:

Transformador TR1:

- Voltatges nominals: 220/20 kV
- Potència nominal: 20 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 8 %
- Pèrdues de potència negligibles.

Línia 1-2:

- Resistència unitària: 0,31 Ω /km
- Reactància unitària: 0,37 Ω /km
- Longitud: 3 km

Línia 2-3:

- Resistència unitària: 0,31 Ω/km
- Reactància unitària: 0,37 Ω/km
- Longitud: 2 km

Càrrega connectada al nus 2:

- Potència consumida: 2 MVA
- Factor de potència: 0,8 (i)

Càrrega connectada al nus 3:

- Potència consumida: 4 MVA
- Factor de potència: 0,8 (i)
- Voltatge mesurat al nus 3: 20 kV

Considerant que les línies trifàsiques són línies curtes, calculeu el voltatge als nusos 0, 1 i 2.

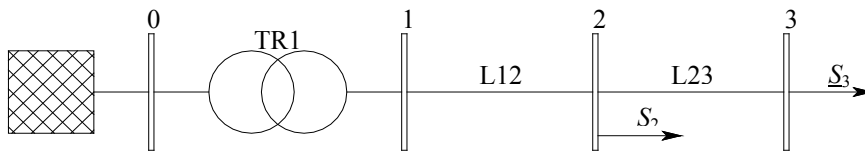


Figura 6.10
Sistema elèctric

Solució

DADES		
Transformador TR1	V_{np} (kV)	220
	V_{ns} (kV)	20
	S_n (MVA)	20
	ε_{cc} (%)	8
Línia 1-2	R_{12} (Ω/km)	0,31
	X_{12} (Ω/km)	0,37
	l_{12} (km)	3
Línia 2-3	R_{23} (Ω/km)	0,31
	X_{23} (Ω/km)	0,37
	l_{23} (km)	2
Càrrega connectada al nus 2	$\cos \varphi_2$	0,8 (i)
	S_2 (MVA)	2
Càrrega connectada al nus 3	$\cos \varphi_3$	0,8 (i)
	S_3 (MVA)	4
Nus 3	V_3 (kV)	20



Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_n = 20 \text{ MVA} \quad V_{b1} = V_{np} = 220 \text{ kV}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 2.420 \Omega$$

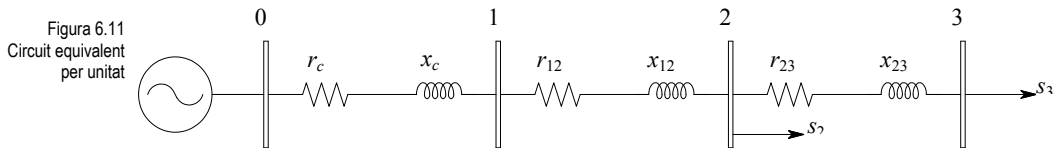
$$I_{b1} = \frac{S_b}{V_{b1} \cdot \sqrt{3}} = 52,49 \text{ A}$$

$$V_{b2} = V_{ns} = 20 \text{ kV}$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 20 \Omega$$

$$I_{b2} = \frac{S_b}{V_{b2} \cdot \sqrt{3}} = 577,35 \text{ A}$$

A la figura 6.11, es representa el circuit equivalent en per unitat.



Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en per unitat:

$$\underline{z}_{12} = r_{12} + j \cdot x_{12} = \frac{(R_{12} + j \cdot X_{12}) \cdot I_{12}}{Z_{b2}} = 0,0465 + j \cdot 0,0555$$

$$\underline{z}_{23} = r_{23} + j \cdot x_{23} = \frac{(R_{23} + j \cdot X_{23}) \cdot I_{23}}{Z_{b2}} = 0,0310 + j \cdot 0,0370$$

Com que les pèrdues de potència al transformador es consideren negligibles, la caiguda de voltatge relativa de curtcircuit és:

$$\underline{\varepsilon}_{cc} = \varepsilon_{R_{cc}} + j \cdot \varepsilon_{X_{cc}} = j \cdot 0,04$$

Càlcul de la impedància de curtcircuit del transformador a la base de càlcul fixada:

$$\underline{z}_{cc} = \underline{\varepsilon}_{cc} \cdot \left(\frac{V_{ns}^2}{S_n} \right) = j \cdot 0,04$$

Es fixa el voltatge al nus 3 com a origen d'arguments:

$$v_3 = \frac{V_3}{V_{b2}} = 1 \angle 0^\circ$$

Càlcul de la potència aparent en per unitat consumida per les càrregues connectades als nusos 2 i 3:

$$\underline{s}_2 = \frac{S_2}{S_b} \cdot (\cos \varphi_2 + j \cdot \sin \varphi_2) = 0,0800 + j \cdot 0,0600 = 0,1000 \angle 36,87^\circ$$

$$\underline{s}_3 = \frac{S_3}{S_b} \cdot (\cos \varphi_3 + j \cdot \sin \varphi_3) = 0,1600 + j \cdot 0,1200 = 0,2000 \angle 36,87^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia 2-3:

$$\underline{i}_{23} = \left(\frac{S_3}{v_3} \right)^* = 0,1600 + j \cdot 0,1200 = 0,2000 \angle 36,87^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus 2:

$$\underline{v}_2 = v_3 + \underline{z}_{23} \cdot \underline{i}_{23} = 1,0094 + j \cdot 0,0022 = 1,0094 \angle 0,12^\circ$$

$$V_2 = v_2 \cdot V_{b2} = 20,19 \text{ kV}$$

Càlcul del corrent a la càrrega 2:

$$\underline{i}_2 = \left(\frac{S_2}{v_2} \right)^* = 0,0794 - j \cdot 0,0593 = 0,0991 \angle -36,75^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia 1-2:

$$\underline{i}_{12} = \underline{i}_2 + \underline{i}_{23} = 0,2394 - j \cdot 0,1793 = 0,2991 \angle -36,83^\circ$$



Càlcul del voltatge al nus 1:

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 + \underline{z}_{12} \cdot \underline{i}_{12} = 1,0305 + j \cdot 0,0071 = 1,0305 \angle 0,40^\circ$$

$$V_1 = v_1 \cdot V_{b2} = 20,61 \text{ kV}$$

Càlcul del voltatge al nus 0:

$$\underline{v}_0 = \underline{v}_1 + \underline{z}_{cc} \cdot \underline{i}_{12} = 1,0448 + j \cdot 0,0263 = 1,0452 \angle 1,44^\circ$$

$$V_0 = v_0 \cdot V_{b1} = 22,99 \text{ kV}$$

Problema 8

Del sistema elèctric de la figura 6.12, es disposa de les dades següents:

Transformador TR1:

- Voltatges nominals: 220/20 kV
- Potència nominal: 20 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 8 %
- Pèrdues de potència negligibles.

Transformadors TR2 i TR3:

- Voltatges nominals: 20/0,4 kV
- Potència nominal: 2,5 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 6 %
- Potència activa de curtcircuit relativa: 0,2 %

Línia 2-3:

- Resistència unitària: 0,31 Ω/km
- Reactància unitària: 0,37 Ω/km
- Longitud: 3 km

Línia 3-4:

- Resistència unitària: 0,31 Ω/km
- Reactància unitària: 0,37 Ω/km
- Longitud: 1,5 km

Línia 3-6:

- Resistència unitària: $0,31 \Omega/\text{km}$
- Reactància unitària: $0,37 \Omega/\text{km}$
- Longitud: $1,5 \text{ km}$

Càrrega connectada al nus 5:

- Potència consumida: $2,5 \text{ MVA}$
- Factor de potència: $0,8 \text{ (i)}$

Càrrega connectada al nus 7:

- Potència consumida: 2 MVA
- Factor de potència: $0,8 \text{ (i)}$

Voltatge mesurat al nus 5: 400 V

Considerant que les línies trifàsiques són línies curtes, calculeu el voltatge a tots els nusos.

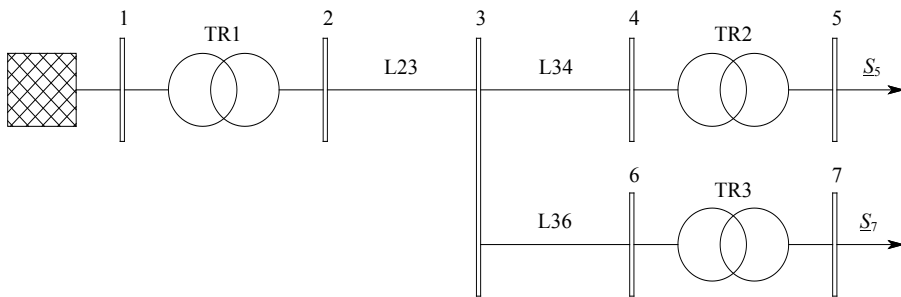


Figura 6.12
Esquema del sistema elèctric

Solució

DADES		
Transformador TR1	V_{np1} (kV)	220
	V_{ns1} (kV)	20
	S_{n1} (MVA)	20
	ϵ_{cc1} (%)	8
	ϵ_{Rcc1} (%)	0
Transformador TR2	V_{np2} (kV)	20
	V_{ns2} (kV)	0,4
	S_{n2} (MVA)	2,5
	ϵ_{cc2} (%)	6
	ϵ_{Rcc2} (%)	0,2
Transformador TR3	V_{np3} (kV)	20
	V_{ns3} (kV)	0,4
	S_{n3} (MVA)	2,5
	ϵ_{cc3} (%)	6
	ϵ_{Rcc3} (%)	0,2



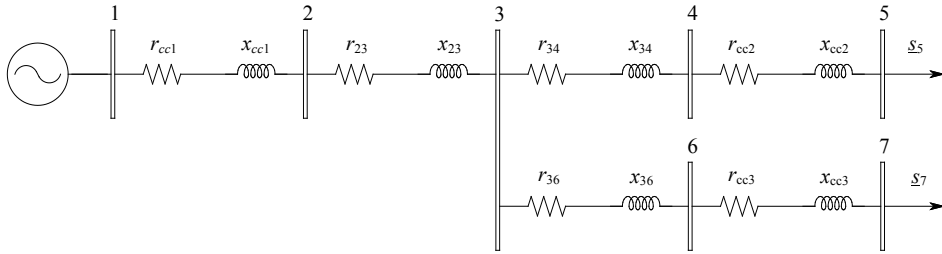
DADES		
Línia 2-3	R_{23} (Ω/km)	0,31
	X_{23} (Ω/km)	0,37
	l_{23} (km)	3
Línia 3-4	R_{34} (Ω/km)	0,31
	X_{34} (Ω/km)	0,37
	l_{34} (km)	1,5
Línia 3-6	R_{36} (Ω/km)	0,31
	X_{36} (Ω/km)	0,37
	l_{36} (km)	1,5
Càrrega connectada al nus 5	$\cos \varphi_5$	0,8 (i)
	S_5 (MVA)	2,5
	V_5 (V)	400
Càrrega connectada al nus 7	$\cos \varphi_7$	0,8 (i)
	S_7 (MVA)	2,0

Càlcul dels valors de base:

$$\begin{aligned}
 V_{b3} &= V_{ns2} = 400 \text{ V} \\
 S_b &= S_{n1} = 20 \text{ MVA} \\
 V_{b2} &= V_{b3} \cdot \frac{V_{np2}}{V_{ns2}} = 20 \text{ kV} \\
 V_{b1} &= V_{b3} \cdot \frac{V_{np2}}{V_{ns2}} \cdot \frac{V_{np1}}{V_{ns1}} = 220 \text{ kV} \\
 Z_{b2} &= \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 20 \Omega
 \end{aligned}$$

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en per unitat (v. figura 6.13):

$$\begin{aligned}
 \underline{z}_{23} &= r_{23} + j \cdot x_{23} = \frac{(R_{23} + j \cdot X_{23}) \cdot l_{23}}{Z_{b2}} = 0,0465 + j \cdot 0,0555 \\
 \underline{z}_{34} &= r_{34} + j \cdot x_{34} = \frac{(R_{34} + j \cdot X_{34}) \cdot l_{34}}{Z_{b2}} = 0,0233 + j \cdot 0,0277 \\
 \underline{z}_{36} &= r_{36} + j \cdot x_{36} = \frac{(R_{36} + j \cdot X_{36}) \cdot l_{36}}{Z_{b2}} = 0,0233 + j \cdot 0,0277
 \end{aligned}$$


 Figura 6.13
Circuit equivalent en
per unitat

Càlcul de les reactàncies de curt circuit relatives dels transformadors referida cadascuna als valors nominals del transformador corresponent:

$$\varepsilon_{X_{cc1}} = \sqrt{\varepsilon_{cc1}^2 - \varepsilon_{R_{cc1}}^2} = 0,0800$$

$$\varepsilon_{X_{cc2}} = \sqrt{\varepsilon_{cc2}^2 - \varepsilon_{R_{cc2}}^2} = 0,0600$$

$$\varepsilon_{X_{cc3}} = \sqrt{\varepsilon_{cc3}^2 - \varepsilon_{R_{cc3}}^2} = 0,0600$$

Llavors, les impedàncies de curtcircuit relatives són:

$$\underline{\varepsilon}_{cc1} = \varepsilon_{R_{cc1}} + j \cdot \varepsilon_{X_{cc1}} = j \cdot 8,00 \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{\varepsilon}_{cc2} = \varepsilon_{R_{cc2}} + j \cdot \varepsilon_{X_{cc2}} = 2,00 \cdot 10^{-3} + j \cdot 5,997 \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{\varepsilon}_{cc3} = \varepsilon_{R_{cc3}} + j \cdot \varepsilon_{X_{cc3}} = 2,00 \cdot 10^{-3} + j \cdot 5,997 \cdot 10^{-2}$$

Càlcul de les impedàncies de curtcircuit relatives dels transformadors referides a la base de càlcul fixada:

$$\underline{z}_{cc1} = \underline{\varepsilon}_{cc1} \cdot \left(\frac{\frac{V_{ns1}^2}{S_{n1}}}{Z_{b2}} \right) = j \cdot 8,00 \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{z}_{cc2} = \underline{\varepsilon}_{cc2} \cdot \left(\frac{\frac{V_{np2}^2}{S_{n2}}}{Z_{b2}} \right) = 1,60 \cdot 10^{-2} + j \cdot 4,797 \cdot 10^{-1}$$



$$\underline{z}_{cc3} = \underline{\varepsilon}_{cc3} \cdot \left(\frac{V_{np3}^2}{S_{n3}} \right) = 1,60 \cdot 10^{-2} + j \cdot 4,797 \cdot 10^{-1}$$

Càlcul de la potència aparent en per unitat consumida per les càrregues connectades als nusos 5 i 7:

$$\underline{s}_5 = \frac{S_5}{S_b} \cdot (\cos \varphi_5 + j \cdot \sin \varphi_5) = 0,1000 + j \cdot 0,0750 = 0,1250 \angle 36,87^\circ$$

$$\underline{s}_7 = \frac{S_7}{S_b} \cdot (\cos \varphi_7 + j \cdot \sin \varphi_7) = 0,0800 + j \cdot 0,0600 = 0,1000 \angle 36,87^\circ$$

Es fixa el voltatge al nus 5 com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_5 = \frac{V_5}{V_{b3}} = 1 \angle 0^\circ$$

Càlcul del corrent a la càrrega connectada al nus 5:

$$\underline{i}_5 = \left(\frac{S_5}{\underline{v}_5} \right)^* = 0,1000 - j \cdot 0,0750 = 0,1250 \angle -36,87^\circ$$

Càlcul dels voltatges als nusos 3 i 4:

$$\underline{v}_4 = \underline{v}_5 + \underline{z}_{cc2} \cdot \underline{i}_5 = 1,0376 + j \cdot 0,0468 = 1,0386 \angle 2,58^\circ$$

$$\underline{v}_3 = \underline{v}_5 + (\underline{z}_{cc2} + \underline{z}_{34}) \cdot \underline{i}_5 = 1,0420 + j \cdot 0,0478 = 1,0431 \angle 2,63^\circ$$

El càlcul voltatge al nus 7 es realitza mitjançant un procés iteratiu (v. taula 6.2) utilitzant les expressions següents:

$$\underline{i}_7 = \left(\frac{S_7}{\underline{v}_7} \right)^*$$

$$\underline{v}_7 = \underline{v}_3 - \underline{i}_7 \cdot (\underline{z}_{36} + \underline{z}_{cc3})$$

El càlcul s'inicia suposant $\underline{v}_7 = \underline{v}_3$ i es finalitza quan la diferència entre dos resultats consecutius és menor que $1 \cdot 10^{-4}$ en per unitat.

Iteració	\underline{i}_7	\underline{v}_7
0	$0,0793 - j \cdot 0,0539$	$1,0420 + j \cdot 0,0478$
1	$0,0793 - j \cdot 0,0539$	$1,0115 + j \cdot 0,0097$
2	$0,0797 - j \cdot 0,0586$	$1,0091 + j \cdot 0,0097$
3	$0,0798 - j \cdot 0,0587$	$1,0091 + j \cdot 0,0096$
4	$0,0798 - j \cdot 0,0587$	$1,0091 + j \cdot 0,0096$

Taula 6.2
Procés iteratiu de
càlcul

$$\underline{i}_7 = 0,0798 - j \cdot 0,0587 = 0,0991 \angle -36,33^\circ$$

Llavors:

$$\underline{v}_7 = 1,0091 + j \cdot 0,0096 = 1,0091 \angle 0,54^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus 6:

$$\underline{v}_6 = \underline{v}_7 + \underline{z}_{cc3} \cdot \underline{i}_7 = 1,0385 + j \cdot 0,0470 = 1,0396 \angle 2,59^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia 2-3:

$$\underline{i}_{23} = \underline{i}_7 + \underline{i}_5 = 0,1798 - j \cdot 0,1337 = 0,2241 \angle -36,63^\circ$$

Càlcul del voltatge als nusos 1 i 2:

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_3 + \underline{z}_{23} \cdot \underline{i}_{23} = 1,0578 + j \cdot 0,0516 = 1,0590 \angle 2,79^\circ$$

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2 + \underline{z}_{ce1} \cdot \underline{i}_{23} = 1,0685 + j \cdot 0,0660 = 1,0705 \angle 3,53^\circ$$

Càlcul del voltatge a tots els nusos en unitats del sistema internacional:

$$V_1 = v_1 \cdot V_{b1} = 235,5 \text{ kV}$$

$$V_2 = v_2 \cdot V_{b2} = 21,18 \text{ kV}$$

$$V_3 = v_3 \cdot V_{b2} = 20,86 \text{ kV}$$

$$V_4 = v_4 \cdot V_{b2} = 20,77 \text{ kV}$$



$$V_5 = v_5 \cdot V_{b3} = 400,0 \text{ V}$$

$$V_6 = v_6 \cdot V_{b2} = 20,79 \text{ kV}$$

$$V_7 = v_7 \cdot V_{b3} = 403,6 \text{ V}$$

Problema 9

Una minicentral té instal·lada una màquina síncrona trifàsica amb les característiques següents:

- Connexió: en estrella
- Voltatge nominal: 6 kV
- Potència nominal: 2,5 MVA
- Reactància síncrona: 10,5 Ω
- Resistència d'induït negligible

Per elevar el nivell de voltatge, s'utilitza un transformador amb les característiques següents:

- Voltatges nominals: 6/30 kV
- Potència nominal: 2,5 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 5 %

Al secundari del transformador, es connecta una línia amb els paràmetres següents:

- Resistència total: 0,2 Ω
- Reactància inductiva total: 0,4 Ω

Si la línia alimenta una càrrega que consumeix una potència de 2 MW, amb un factor de potència de 0,8 inductiu, i el voltatge de línia a la càrrega és de 30 kV, calculeu la força electromotriu de la màquina síncrona, com també la potència aparent complexa que el generador entrega.

Solució

DADES		
Màquina síncrona	V_{ng} (kV)	6
	S_{ng} (MVA)	2,5
	R_i (Ω)	0,0
	X_s (Ω)	10,5
Transformador	V_{np} (kV)	6



DADES		
	V_{ns} (kV)	30
	S_{nt} (MVA)	2,5
	ε_{cc} (%)	5
Línia	R_l (Ω)	0,2
	X_l (Ω)	0,4
Càrrega	P_c (MW)	2
	$\cos \varphi_c$	0,8 (i)
	V_c (kV)	30

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_{nt} = 2,5 \text{ MVA}$$

$$V_{b1} = V_{np} = 6 \text{ kV}$$

$$V_{b2} = V_{ns} = 30 \text{ kV}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 14,4 \Omega$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 360,0 \Omega$$

A la figura 6.14, es representa el circuit equivalent en per unitat.

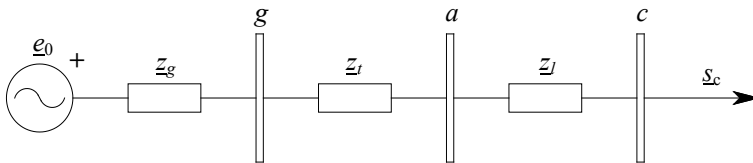


Figura 6.14
Circuit equivalent en
per unitat

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en per unitat:

$$\underline{z}_g = r_i + j \cdot x_s = \frac{R_i + j \cdot X_s}{Z_{b1}} = j \cdot 7,29 \cdot 10^{-1}$$

$$\underline{z}_l = j \cdot \varepsilon_{cc} = j \cdot 5,00 \cdot 10^{-2}$$



$$\underline{z}_l = r_l + j \cdot x_l = \frac{R_l + j \cdot X_l}{Z_{b2}} = 5,56 \cdot 10^{-4} + j \cdot 11,11 \cdot 10^{-4}$$

Càlcul de la potència aparent en per unitat consumida per la càrrega:

$$\underline{s}_c = \frac{P_c}{S_b} \cdot (1 + j \cdot \tan \varphi_c) = 0,80 + j \cdot 0,60 = 1,00 \angle 36,87^\circ$$

Es fixa el voltatge en borns de la càrrega com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_c = \frac{V_c}{V_{b2}} = 1 \angle 0^\circ$$

Càlcul del corrent a la càrrega:

$$\underline{i}_c = \left(\frac{\underline{s}_c}{\underline{v}_c} \right)^* = 0,80 - j \cdot 0,60 = 1,00 \angle -36,87^\circ$$

Càlcul de la força electromotriu:

$$\underline{e}_0 = \underline{v}_c + (\underline{z}_g + \underline{z}_l + \underline{z}_l) \cdot \underline{i}_c = 1,469 + j \cdot 0,624 = 1,596 \angle 23,02^\circ$$

$$E_{0s} = e_0 \cdot \frac{V_{b1}}{\sqrt{3}} = 5,527 \text{ kV}$$

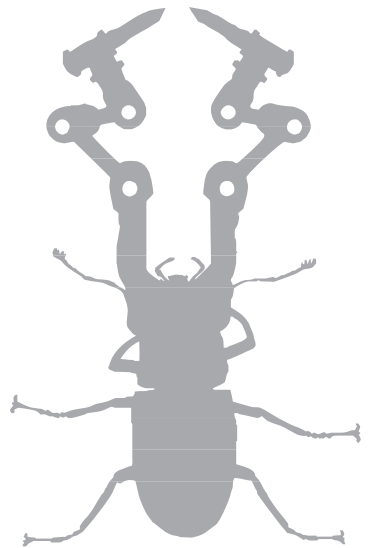
Càlcul del voltatge en borns de la màquina:

$$\underline{v}_g = \underline{v}_c + (\underline{z}_l + \underline{z}_l) \cdot \underline{i}_c = 1,031 + j \cdot 4,056 \cdot 10^{-2} = 1,032 \angle 2,25^\circ$$

Càlcul de la potència generada per la màquina síncrona:

$$\underline{s}_g = \underline{v}_g \cdot \underline{i}_c^* = 0,801 + j \cdot 0,651 = 1,032 \angle 39,12^\circ$$

$$\underline{S}_g = \underline{s}_g \cdot S_b = 2,001 \cdot 10^6 + j \cdot 1,628 \cdot 10^6 \text{ VA} = 2,580 \angle 39,12^\circ \text{ MVA}$$



→7



Instal·lacions elèctriques

Problema 1

Un edifici d'habitatges disposa d'una centralització de comptadors a la planta baixa amb les característiques que es descriuen a continuació:

- Potència en la centralització dels comptadors: 30 kW
- Voltatge de subministrament: 400 V
- Longitud de la línia general d'alimentació: 15 m
- Conductors de coure (conductivitat: 44 m/Ω mm²)
- Factor de potència: 0,90 (i)
- Conductors RZ1-K instal·lats en un tub encastat a la paret d'obra

Calculeu la mínima secció normalitzada de la línia general d'alimentació.

Solució

DADES		
Instal·lació	P (W)	$30 \cdot 10^3$
	V (V)	400
	l (m)	15
	σ_{Cu} (m/Ω mm ²)	44
	$\cos \varphi$	0,9 (i)
	Δv_{\max} (%)	0,5

Càlcul de la mínima secció aplicant el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible:



$$A'_{\Delta v} = \frac{l \cdot P}{\sigma_{Cu} \cdot \Delta v_{\max} \cdot V^2} \cdot 100 = 12,78 \text{ mm}^2$$

La secció mínima normalitzada adoptada aplicant el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible és:

$$A_{\Delta v} = 16 \text{ mm}^2$$

A continuació, s'avalua el criteri de la intensitat màxima admissible. Per un conductor amb una secció nominal de 16 mm^2 , el corrent màxim admissible és:

$$I_{\text{adm},16} = 80 \text{ A}$$

El corrent que circula per la línia general d'alimentació:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi} = 48,11 \text{ A}$$

Com que el corrent que circula per la línia general d'alimentació és inferior al corrent màxim admissible, la secció mínima normalitzada del conductor de la línia general d'alimentació és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$

Problema 2

Un edifici d'habitatges disposa d'una centralització dels comptadors a la planta baixa. Una derivació individual instal·lada en un tub de 24 m de longitud alimenta una potència de 4,4 kW a un voltatge de 230 V. Els conductors RZ1-K són de coure i el valor de la conductivitat és de $44 \text{ m}/\Omega \cdot \text{mm}^2$.

Considerant el factor de potència la unitat, calculeu-ne la secció mínima normalitzada.

Solució

DADES		
Instal·lació	P (W)	4.400
	V (V)	230
	l (m)	24
	σ_{Cu} (m/ $\Omega \text{ mm}^2$)	44
	$\cos \varphi$	1,00
	Δv_{\max} (%)	1

Càlcul de la mínima secció aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible:

$$A'_{\Delta v} = \frac{2 \cdot l \cdot P}{\sigma_{Cu} \cdot \Delta v_{m\grave{a}x} \cdot V^2} \cdot 100 = 9,07 \text{ mm}^2$$

La secció mínima normalitzada adoptada, aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge, és:

$$A_{\Delta v} = 10 \text{ mm}^2$$

A continuació, s'avalua el criteri de la intensitat màxima admissible. Per un conductor amb una secció nominal de 10 mm², el corrent màxim admissible és:

$$I_{adm,10} = 68 \text{ A}$$

El corrent que circula per la derivació individual:

$$I = \frac{P}{V \cdot \cos \varphi} = 19,13 \text{ A}$$

Com que el corrent que circula per la derivació individual és inferior al corrent màxim admissible, la secció mínima normalitzada del conductor de la línia general d'alimentació és:

$$A = 10 \text{ mm}^2$$

Problema 3

Una línia trifàsica de baixa tensió, amb voltatge nominal de 400 V, alimenta un consum de 48,5 kVA. Calculeu-ne la secció mínima normalitzada considerant que els conductors són de coure, per als casos següents:

- Línia aèria amb el conductor sense aïllar.
- Línia aèria amb el conductor amb aïllament XLPE i posada sobre la façana.



c) Línia aèria tenint en compte que el conductor opera a una temperatura ambient de 30°C i que hi ha un agrupament en feix de tres línies.

d) La línia té una longitud de 20 m i es vol alimentar una instal·lació amb un factor de potència de 0,8 inductiu, amb una màxima caiguda de voltatge de l'1 %.

La conductivitat del coure a 90°C és de 44 m/Ω·mm².

Solució

DADES		
Línia trifàsica de baixa tensió	<i>V</i> (V)	400
	<i>S</i> (VA)	48,5·10 ³

Càlcul del corrent que circula per la instal·lació:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot V} = 70,00 \text{ A}$$

a)

A partir de la taula 7.1 (taula 10 de l'ITC-BT-06), s'obté que, per a un conductor de coure i una secció *A* de 10 mm², la densitat de corrent admissible *J_{adm}* en règim permanent és de 8,75 A/mm². Per tant, el corrent admissible en règim permanent per a aquesta secció és:

$$I_{adm} = J_{adm} \cdot A = 87,50 \text{ A}$$

Taula 7.1
Densitat de corrent en
A/mm² per a conductors nus
(taula 10 de l'ITC-BT-06)

Secció nominal [mm²]	Densitat de corrent [A/mm²]	
	Coure	Alumini
10	8,75	-
16	7,60	6,00
25	6,35	5,00
35	5,75	4,55
50	5,10	4,00
70	4,50	3,55
95	4,05	3,20
120	-	2,90
150	-	2,70

Com que el corrent admissible és superior al corrent que circula per la instal·lació, la secció mínima normalitzada d'aquest conductor és:

$$A = 10 \text{ mm}^2$$

b)

Nombre de conductors per secció [mm ²]	Intensitat màxima [A]	
	Posada sobre façana	Estesa amb fiador d'acer
2 x 10 Cu	77	85
4 x 10 Cu	65	72
4 x 16 Cu	86	95

Taula 7.2
Intensitat màxima admissible, en amperis, a temperatura ambient de 40°C (taula 5 de l'ITC-BT-06)

A partir de la taula 7.2 (taula 5 de l'ITC-BT-06), s'opta per instal·lar quatre conductors de coure amb una secció A de 16 mm² i aïllament XLPE en feix, a espiral visible, posats sobre la façana. Com que el corrent admissible I_{adm} en règim permanent és de 86 A i és superior al corrent I que circula per la instal·lació en règim permanent, la secció normalitzada del conductor és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$

c)

DADES		
Línia trifàsica de baixa tensió	V (V)	400
	S (VA)	$48,5 \cdot 10^3$
	T (°C)	30
	Nº línies	3

Segons la taula 7.3 (taula 7 de l'ITC-BT-06), per a una temperatura ambient de 30°C s'aplica el següent factor de correcció del corrent màxim admissible:

$$F_t = 1,10$$

Temperatura [°C]	20	25	30	35	40	45	50
Aïllats amb polietilè reticulat	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00	0,95	0,90

Taula 7.3
Factors de correcció del corrent màxim admissible per a cables aïllats en feix, en funció de la temperatura ambient (taula 7 de l'ITC-BT-06)

Segons la taula 7.5 (taula 6 de l'ITC-BT-06), per a l'agrupació de tres línies s'aplica el següent factor de correcció del corrent màxim admissible:

$$F_a = 0,80$$

Nombre de cables	1	2	3	més de 3
Factor de correcció	1,00	0,89	0,80	0,75

Taula 7.4
Factors de correcció del corrent màxim admissible en cas d'agrupació de cables aïllats en feix, instal·lats a l'aire (taula 6 de l'ITC-BT-06)



Aplicant els factors correctors del corrent màxim admissible a la Taula 7.2 (taula 5 de l'ITC-BT-06), s'obté la taula següent, en què la intensitat màxima es troba corregida:

Taula 7.5. Intensitat màxima admissible, en amperis, a temperatura ambient de 30°C i tres línies agrupades en feix

Nombre de conductors per secció [mm ²]	Intensitat màxima corregida [A]	
	Posada sobre la façana	Estesa amb fiador d'acer
2 x 10 Cu	67,76	74,80
4 x 10 Cu	57,20	63,36
4 x 16 Cu	75,68	83,60

A partir de la taula 7.5, s'opta per instal·lar quatre conductors de coure amb una secció A de 16 mm² i aïllament XLPE en feix, a espiral visible, posats sobre la façana. Com que el corrent admissible I_{adm} en règim permanent és 75,68 A i és superior al corrent I a la instal·lació en règim permanent, la secció normalitzada del conductor és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$

d)

DADES		
Línia trifàsica de baixa tensió	V (V)	400
	S (VA)	$48,5 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi$	0,8 (i)
	l (m)	20
	Δv_{\max} (%)	1

Càlcul de la potència activa consumida:

$$P = S \cdot \cos \varphi = 38.800 \text{ W}$$

Càlcul de la secció mínima del conductor de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible:

$$A_{\Delta v} = \frac{\rho_{Cu} \cdot l \cdot P}{\Delta v_{\max} \cdot V^2} \cdot 100 = 11,02 \text{ mm}^2$$

on ρ_{Cu} és la resistivitat del coure a 90°C (1/44 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$).

Per tant, la secció mínima normalitzada del conductor que compleix els criteris de corrent màxim admissible i màxima caiguda de voltatge admissible és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$

Problema 4

Una línia trifàsica soterrada de baixa tensió, amb voltatge nominal de 400 V, alimenta un consum de 48,5 kVA. Calculeu-ne la secció mínima normalitzada, considerant que els conductors són tripolars d'alumini, amb aïllament XLPE, per als casos següents:

- a) Línia que opera en condicions de referència.
- b) Línia que opera a una temperatura del terreny de 30°C i amb una resistivitat tèrmica del terreny d'1,4 °C·m/W.
- c) La línia té una longitud de 20 m i es vol alimentar una instal·lació amb un factor de potència de 0,8 inductiu amb una màxima caiguda de voltatge de l'1 %.

La conductivitat de l'alumini a 90°C és de 28 m/Ω·mm².

Solució

DADES		
Línia trifàsica de baixa tensió	V (V)	400
	S (VA)	48,5·10 ³

Càlcul del corrent que circula per la instal·lació:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot V} = 70,00 \text{ A}$$

a)

A partir de la taula 7.6 (fragment de la taula 4 de l'ITC-BT-07), s'obté que, per a cables tripolars i tetrapolars amb conductors d'alumini de secció A de 16 mm², el corrent admissible I_{adm,16} en règim permanent és de 90 A.

Secció nominal [mm ²]	Tipus d'aïllament		
	XLPE	EPR	PVC
16	90	86	76
25	115	110	98
35	140	135	120
50	165	160	140

Taula 7.6
Corrent màxim admissible, en amperis, per a cables tripolars o tetrapolars amb conductors d'alumini en una instal·lació soterrada (fragment de la taula 4 de l'ITC-BT-07)

Com que el corrent admissible és superior al corrent que circula per la instal·lació, la secció mínima normalitzada d'aquest conductor és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$



b)

DADES		
Línia trifàsica de baixa tensió	V (V)	400
	S (VA)	$48,5 \cdot 10^3$
	θ_r (°C)	30
	τ (°C m/W)	1,4

El corrent que circula per la instal·lació calculat a l'apartat anterior és:

$$I=70,00 \text{ A}$$

Taula 7.7
Factors de correcció F_t per a temperatures del terreny diferents de 25°C (taula 6 de l'ITC-BT-07)

Temperatura de servei, θ_s [°C]	Temperatura del terreny, θ_t [°C]									
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
90	1,11	1,07	1,04	1,00	0,96	0,92	0,88	0,83	0,78	
70	1,15	1,11	1,05	1,00	0,94	0,88	0,82	0,75	0,67	

A partir de la taula 7.7 (taula 6 de l'ITC-BT-07), on s'indiquen els factors de correcció F_t del corrent admissible per a temperatures del terreny θ_t diferents de 25°C en funció de la temperatura màxima de servei θ_s (en tractar-se d'aïllament XLPE, el valor considerat és 90°C), s'ha obtingut:

$$F_t = 0,96$$

Taula 7.8
Factors de correcció F_τ per a una resistivitat tèrmica del terreny diferent d'1°C m/W (taula 7 de l'ITC-BT-07)

Tipo de cable	Resistivitat tèrmica del terreny [°C m/W]											
	0,80	0,85	0,90	1,00	1,10	1,20	1,40	1,65	2,00	2,50	2,80	
Unipolar	1,09	1,06	1,04	1,00	0,96	0,93	0,87	0,81	0,75	0,68	0,66	
Tripolar	1,07	1,05	1,03	1,00	0,97	0,94	0,89	0,84	0,78	0,71	0,69	

A partir de la taula 7.8 (taula 7 de l'ITC-BT-07), on s'indiquen, per a diferents resistivitats tèrmiques del terreny τ , els factors de correcció F_τ del corrent admissible (s'han considerat cables de tipus tripolar), s'ha obtingut:

$$F_\tau = 0,89$$

Aplicant els factors correctors del corrent màxim admissible a la taula 7.6 (fragment de la taula 4 de l'ITC-BT-07), s'obté la taula següent, en què la intensitat màxima es troba corregida:

Secció nominal [mm ²]	Intensitat màxima corregida [A]
16	76,90
25	98,26
35	119,62
50	140,98

Taula 7.9
Corrent màxim admissible, en amperis, per a cables tripolars o tetrapolars amb conductors d'alumini amb aïllament XLPE en una instal·lació soterrada, a una temperatura del terreny de 30°C i amb una resistivitat tèrmica del terreny d'1,4°C·m/W

A partir de la taula 7.9, s'obté que, per a cables tripolars i tetrapolars amb conductors d'alumini de secció A de 16 mm², el corrent admissible $I_{adm,16}$ en règim permanent és de 76,90 A. Com que el corrent admissible és superior al corrent que circula per la instal·lació, la secció mínima normalitzada d'aquest conductor és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$

c)

DADES		
Línia trifàsica de baixa tensió	V (V)	400
	S (VA)	$48,5 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi$	0,8 (i)
	l (m)	20
	Δv_{\max} (%)	1

Càlcul de la potència activa consumida:

$$P = S \cdot \cos \varphi = 38.800 \text{ W}$$

Càlcul de la secció mínima del conductor de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible:

$$A_{\Delta v} = \frac{\rho_{Al} \cdot l \cdot P}{\Delta v_{\max} \cdot V^2} \cdot 100 = 17,32 \text{ mm}^2$$

on ρ_{Al} és la resistivitat de l'alumini (1/28 Ω mm²/m).

Per tant, la secció mínima normalitzada del conductor que compleix els criteris de corrent màxim admissible i màxima caiguda de voltatge admissible és:

$$A = 25 \text{ mm}^2$$

Problema 5

Un edifici té 25 habitatges amb una potència prevista per a cadascun de 5.750 W, un ascensor amb una potència prevista d'11,5 kW i l'enllumenat de l'escala amb una potència prevista de 360 W.



Determineu la potència nominal del transformador necessari per submnisitrar energia elèctrica a 5 edificis de les mateixes característiques que el que s'ha descrit, considerant un coeficient de simultaneïtat de 0,5, un factor de potència de 0,85 i un estat de càrrega inicial del 65%.

Solució

DADES					
Habitatges	n (ut)	25	Transformador	ne (ut)	5
	P_v (W)	5.750		cse	0,5
Ascensor	P_a (W)	$11,5 \cdot 10^3$		fdp	0,85
Enllumenat de l'escala	P_e (W)	360		ci	0,65

A continuació, es calcula la càrrega total corresponent a l'edifici. En primer lloc, es calcula la càrrega corresponent al conjunt d'habitatges aplicant-hi el coeficient de simultaneïtat obtingut de la taula 1 de l'ITC-BT-10. Aquest coeficient s'obté, per a un nombre d'habitatges superior a 21, aplicant l'expressió següent:

$$K_s = 15,3 + (n - 21) \cdot 0,5 = 17,3$$

La càrrega corresponent al conjunt d'habitatges és:

$$P_v = K_s P_v = 99,475 \text{ kW}$$

A la càrrega corresponent als serveis generals, com l'ascensor i l'enllumenat de l'escala, s'aplica un factor de simultaneïtat unitari. Per tant, la càrrega total corresponent a l'edifici és:

$$P_{ed} = P_v + P_a + P_e = 111,335 \text{ kW}$$

La càrrega total corresponent al conjunt d'edificis és:

$$P_T = P_{ed} \cdot ne \cdot cse = 278,34 \text{ kW}$$

La potència aparent necessària S del transformador s'ha determinat considerant un factor de potència fdp de 0,85 i un estat de càrrega inicial del 65 %.

$$S = \frac{P_T}{fdp \cdot 0,65} = 535,26 \text{ kVA}$$

La potència normalitzada pel transformador de distribució immediatament superior és de 630 kVA.

$$S_n = 630 \text{ kVA}$$

Problema 6

La instal·lació elèctrica de la figura 7.1 està formada per una línia tancada en anell i tres càrreges distribuïdes al llarg de la línia, de les quals es coneixen els corrents:

- corrent mesurat a la càrrega connectada al nus B: 45 A
- corrent mesurat a la càrrega connectada al nus C: 25 A
- corrent mesurat a la càrrega connectada al nus D: 15 A

Les longituds dels diferents trams de la línia són les següents:

- longitud del tram AB: 12,5 m
- longitud del tram BC: 10,5 m
- longitud del tram CD: 8,5 m
- longitud del tram DA: 6,5 m

Considerant que cada tram de la línia es pot representar mitjançant una resistència equivalent i que el factor de potència de les tres càrreges és unitari, calculeu el corrent que circula per cada tram de la línia.

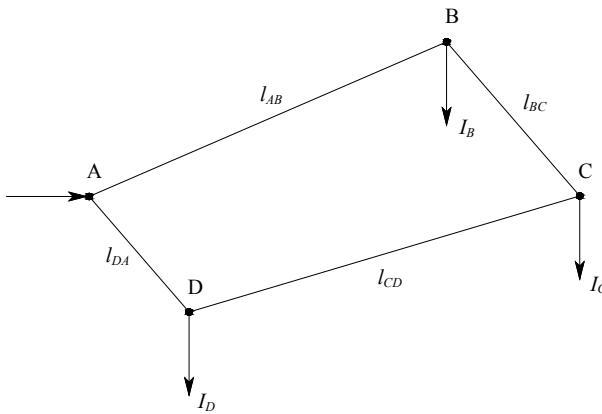


Figura 6.1
Línia tancada en anell
analitzada

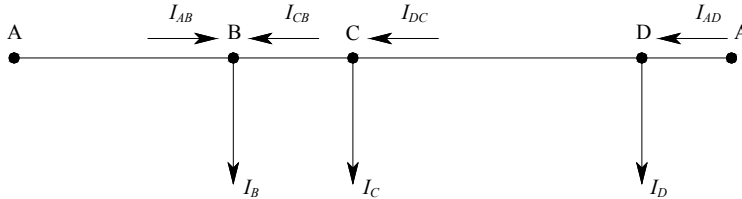
Solució

DADES		
Consums	I_B (A)	45
	I_C (A)	25
	I_D (A)	15
Trams de línia	l_{AB} (m)	12,5
	l_{BC} (m)	10,5
	l_{CD} (m)	8,5
	l_{DA} (m)	6,5



Aquest tipus de línies es poden considerar línies obertes pel punt d'alimentació i alimentades pels dos extrems al mateix voltatge. Per tant, tal com es representa a la figura 7.2, aquesta línia s'ha considerat oberta pel nus A.

Figura 7.2
Línia oberta pel nus A



$$V_A - V_A = 0 = R_{AB} \cdot I_{AB} - R_{BC} \cdot I_{CB} - R_{CD} \cdot I_{DC} - R_{DA} \cdot I_{AD}$$

on:

$$I_{CB} = I_B - I_{AB}$$

$$I_{DC} = I_B + I_C - I_{AB}$$

$$I_{AD} = I_B + I_C + I_D - I_{AB}$$

Llavors, s'obté:

$$R_{AB} \cdot I_{AB} + R_{BC} \cdot (I_{AB} - I_B) + R_{CD} \cdot (I_{AB} - I_B - I_C) + R_{DA} \cdot (I_{AB} - I_B - I_C - I_D) = 0$$

$$I_{AB} = \frac{I_B \cdot (R_{BC} + R_{CD} + R_{DA}) + I_C \cdot (R_{CD} + R_{DA}) + I_D \cdot R_{DA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} + R_{DA}}$$

La resistència elèctrica de cada tram es pot expressar en funció de la seva longitud:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Substituint la resistència de cada tram per l'expressió anterior, i simplificant de l'equació la resistivitat i la secció, el càlcul del corrent al tram AB es pot realitzar mitjançant l'expressió següent:

$$I_{AB} = \frac{I_B \cdot (l_{BC} + l_{CD} + l_{DA}) + I_C \cdot (l_{CD} + l_{DA}) + I_D \cdot l_{DA}}{l_{AB} + l_{BC} + l_{CD} + l_{DA}} = 42,63 \text{ A}$$

Per al càlcul del corrent a la resta de trams s'apliquen les equacions següents:

$$I_{CB} = I_B - I_{AB} = 2,37 \text{ A}$$

$$I_{DC} = I_B + I_C - I_{AB} = 27,37 \text{ A}$$

$$I_{AD} = I_B + I_C + I_D - I_{AB} = 42,37 \text{ A}$$

Problema 7

La instal·lació elèctrica d'interior de la figura 7.3 està formada per una línia trifàsica amb una ramificació. Els conductors són de coure amb aïllament XLPE, instal·lats en tubs encastats en parets aïllants.

La instal·lació té sis càrregues distribuïdes al llarg de la línia, de les quals es coneixen les potències consumides:

- potència consumida al nus B: 5,5 kW
- potència consumida al nus C: 11 kW
- potència consumida al nus E: 2,2 kW
- potència consumida al nus F: 11 kW
- potència consumida al nus G: 5,5 kW
- potència consumida al nus H: 5,5 kW

Les longituds dels diferents trams de la línia són les següents:

- longitud del tram AB: 8 m
- longitud del tram BC: 12 m
- longitud del tram CD: 15 m
- longitud del tram DE: 20 m
- longitud del tram EF: 20 m
- longitud del tram DG: 15 m
- longitud del tram GH: 5 m

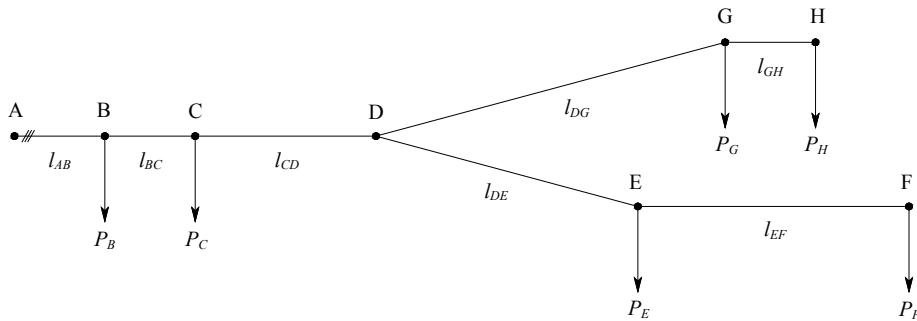
El voltatge d'alimentació és de 400 V i la màxima caiguda de voltatge admissible a cada tram és la següent:



- màxima caiguda de voltatge al tram AD: 3,5 %
- màxima caiguda de voltatge al tram DF: 1,5 %
- màxima caiguda de voltatge al tram DH: 1,5 %

Considereu que cada tram de la línia es pot representar mitjançant una resistència equivalent i que el factor de potència de les sis càrregues és de 0,82 inductiu. Calculeu-ne la mínima secció normalitzada considerant que aquesta és uniforme al tram AD, DF i al DH.

Figura 7.3
Instal·lació elèctrica d'interior



Solució

DADES		
Dades generals	V (V)	400
	σ_{Cu} (m/ $\Omega \cdot \text{mm}^2$)	44
Màximes caigudes de voltatge	$\Delta v_{AD,\text{m}\acute{a}\text{x}}$ (%)	3,5
	$\Delta v_{DF,\text{m}\acute{a}\text{x}}$ (%)	1,5
	$\Delta v_{DH,\text{m}\acute{a}\text{x}}$ (%)	1,5
Trams de línia	l_{AB} (m)	8
	l_{BC} (m)	12
	l_{CD} (m)	15
	l_{DE} (m)	20
	l_{EF} (m)	20
	l_{DG} (m)	15
	l_{GH} (m)	5
Consums	$\cos \varphi$	0,82 (i)
	P_B (W)	$5,5 \cdot 10^3$
	P_C (W)	$11 \cdot 10^3$
	P_E (W)	$2,2 \cdot 10^3$
	P_F (W)	$11 \cdot 10^3$
	P_G (W)	$5,5 \cdot 10^3$
	P_H (W)	$5,5 \cdot 10^3$

Càlcul de la secció mínima del conductor del tram AD de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible:

$$A_{AD,\Delta v} = \frac{\rho_{Cu} \cdot \sum(l \cdot P)}{\Delta v_{AD,m\grave{a}x} \cdot V^2} \cdot 100 =$$

$$= \rho_{Cu} \frac{(l_{AB} \cdot (P_B + P_C + P_E + P_F + P_G + P_H) + l_{BC} \cdot (P_C + P_E + P_F + P_G + P_H))}{\Delta v_{AD,m\grave{a}x} \cdot V^2}$$

$$+ \rho_{Cu} \frac{l_{CD} \cdot (P_E + P_F + P_G + P_H)}{\Delta v_{AD,m\grave{a}x} \cdot V^2} \cdot 100 = 4,51 \text{ mm}^2$$

on ρ_{Cu} és la resistivitat del coure ($1/44 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$).

Càlcul de la potència total consumida:

$$P_T = P_B + P_C + P_E + P_F + P_G + P_H = 40.700 \text{ W}$$

El corrent màxim que circula pel tram AD és el corrent que circula pel tram AB. Tenint en compte que el factor de potència és el mateix per a tots els consums, el corrent màxim que circula pel tram AB és:

$$I_{AB} = \frac{P_T}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi} = 71,64 \text{ A}$$

Secció [mm ²]	Intensitat màxima [A]
1,5	15
2,5	21
4	27
6	36
10	50
16	66
25	84
35	104
50	125

Taula 7.10
Intensitat màxima admissible, en amperis, en instal·lacions interiors trifàsiques, conductors de coure amb aïllament XLPE, temperatura ambient de 40°C i mètode A1 (fragment de la taula 1 de l'ITC-BT-19)

A partir de la taula 7.10 (fragment de la taula 1 de l'ITC-BT-19) i dels resultats obtinguts en el càlcul de la secció mínima aplicant-hi el criteri de la màxima caiguda de voltatge, la secció mínima normalitzada del tram AD és 25 mm². Per aquesta secció, el corrent màxim admissible és de 84 A, superior al corrent màxim que circula pel tram AD de 71,64 A; a més, aquesta secció és superior a la secció mínima que s'obté d'aplicar el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible, de 4,51 mm². Per tant, la secció mínima normalitzada del tram AD és:



$$A_{AD} = 25 \text{ mm}^2$$

Càlcul de la secció mínima del conductor del tram DF de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge:

$$A_{DF, \Delta v} = \frac{\rho_{Cu} \cdot \sum (I \cdot P)}{\Delta v_{DF, \text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 = \frac{\rho_{Cu} \cdot (I_{DE} \cdot (P_E + P_F) + I_{EF} \cdot P_F)}{\Delta v_{DF, \text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 = 4,58 \text{ mm}^2$$

El corrent màxim que circula pel tram DF és el corrent que circula pel tram DE. Tenint en compte que el factor de potència és el mateix per a tots els consums, el corrent màxim que circula pel tram DE és:

$$I_{DE} = \frac{P_E + P_F}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi} = 23,23 \text{ A}$$

A partir de la taula 7.10 (fragment de la taula 1 de l'ITC-BT-19) i dels resultats obtinguts en el càlcul de la secció mínima aplicant-hi el criteri de la màxima caiguda de voltatge, la secció mínima normalitzada del tram DF és 6 mm^2 . Per aquesta secció, el corrent màxim admissible és de 36 A, superior al corrent màxim que circula pel tram DE de 23,23 A; a més, aquesta secció és superior a la secció mínima que s'obté d'aplicar el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible, de $4,58 \text{ mm}^2$. Per tant, la secció mínima normalitzada del tram DF és:

$$A_{DF} = 6 \text{ mm}^2$$

Càlcul de la secció mínima del conductor del tram DH de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge:

$$A_{DH, \Delta v} = \frac{\rho_{Cu} \cdot \sum (I \cdot P)}{\Delta v_{DH, \text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 = \frac{\rho_{Cu} \cdot (I_{DG} \cdot (P_G + P_H) + I_{GH} \cdot P_H)}{\Delta v_{DH, \text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 = 1,82 \text{ mm}^2$$

El corrent màxim que circula pel tram DH és el corrent que circula pel tram DG. Tenint en compte que el factor de potència és el mateix per a tots els consums, el corrent màxim que circula pel tram DG és:

$$I_{DG} = \frac{P_G + P_H}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi} = 19,36 \text{ A}$$

A partir de la taula 7.10 (fragment de la taula 1 de l'ITC-BT-19) i dels resultats obtinguts en el càlcul de la secció mínima aplicant-hi el criteri de la màxima caiguda de voltatge, la secció mínima normalitzada del tram DH és de $2,5 \text{ mm}^2$. Per aquesta secció, el corrent màxim admissible és de 21 A, superior al corrent màxim que circula pel tram DG, de 19,36 A; a més, aquesta secció és superior a la secció mínima que

s'obté d'aplicar el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible, de $1,82 \text{ mm}^2$. Per tant, la secció mínima normalitzada del tram DH és:

$$A_{DH} = 2,5 \text{ mm}^2$$

Problema 8

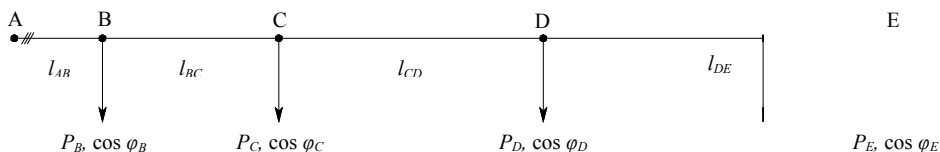
Una línia aèria trifàsica de baixa tensió, amb voltatge nominal de 400 V, alimenta quatre càrregues distribuïdes al llarg de la línia, de les quals es coneixen les potències consumides i els factors de potència:

- potència consumida al nus B: 5.750 W
- factor de potència de la càrrega connectada al nus B: 1,0
- potència consumida al nus C: 7.360 W
- factor de potència de la càrrega connectada al nus C: 1,0
- potència consumida al nus D: 14.490 W
- factor de potència de la càrrega connectada al nus D: 0,95 (i)
- potència consumida al nus E: 11.500 W
- factor de potència de la càrrega connectada al nus E: 0,95 (i)

Les longituds dels diferents trams de la línia de la figura 7.4 són les següents:

- longitud del tram AB: 10 m
- longitud del tram BC: 20 m
- longitud del tram CD: 10 m
- longitud del tram DE: 20 m

Calculeu la secció mínima normalitzada considerant que els conductors són d'alumini amb neutre fiador d'almelec i aïllament XLPE. La secció és uniforme a tots els trams i la màxima caiguda de voltatge és de l'1 %. Considereu que cada tram de la línia es pot representar mitjançant una resistència equivalent.



E
Figura 7.4
Línia aèria trifàsica
de baixa tensió



Solució

DADES		
Dades generals	V (V)	400
	σ_{Al} (m/ $\Omega \cdot \text{mm}^2$)	28
Màxima caiguda de voltatge	$\Delta v_{\text{màx}}$ (%)	1,0
Trams de línia	l_{AB} (m)	10
	l_{BC} (m)	20
	l_{CD} (m)	10
	l_{DE} (m)	20
Consums	P_B (W)	5.750
	$\cos \varphi_B$	1
	P_C (W)	7.360
	$\cos \varphi_C$	1
	P_D (W)	14.490
	$\cos \varphi_D$	0,95
	P_E (W)	11.500
	$\cos \varphi_E$	0,95

Càlcul de la secció mínima del conductor de la línia mitjançant el criteri de màxima caiguda de voltatge en funció de la potència:

$$\begin{aligned}
 A_{\Delta v} &= \frac{\rho_{Al} \cdot \sum (l \cdot P)}{\Delta v_{\text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 \\
 &= \frac{\rho_{Al} \cdot (l_{AB} \cdot P_B + (l_{AB} + l_{BC}) \cdot P_C + (l_{AB} + l_{BC} + l_{CD}) \cdot P_D + (l_{AB} + l_{BC} + l_{CD} + l_{DE}) \cdot P_E)}{\Delta v_{\text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 = \\
 &= 34,55 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

on ρ_{Al} és la resistivitat de l'alumini (1/28 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$).

Càlcul del corrent a les càrregues distribuïdes als diferents punts de la línia:

$$I_B = \frac{P_B}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi_B} = 8,30 \text{ A}$$

$$I_C = \frac{P_C}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi_C} = 10,62 \text{ A}$$

$$I_D = \frac{P_D}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi_D} = 22,02 \text{ A}$$

$$I_E = \frac{P_E}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi_E} = 17,47 \text{ A}$$

Càlcul del corrent que circula pel tram AB:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{AB} &= \underline{I}_B + \underline{I}_C + \underline{I}_D + \underline{I}_E = \\ &= I_B (\cos \varphi_B - j \cdot \sin \varphi_B) + I_C (\cos \varphi_C - j \cdot \sin \varphi_C) \\ &\quad + I_D (\cos \varphi_D - j \cdot \sin \varphi_D) + I_E (\cos \varphi_E - j \cdot \sin \varphi_E) \\ &= 56,44 - j \cdot 12,33 \text{ A} = 57,77 \angle -12,32^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Nombre de conductors per secció [mm ²]	Intensitat màxima [A]
3 × 25 Al/54,6 Alm	100
3 × 50 Al/54,6 Alm	150
3 × 95 Al/54,6 Alm	230
3 × 150 Al/80 Alm	305

Taula 7.11
Intensitat màxima
admissible, en amperis, a
temperatura ambient de
40°C
(taula 3 de l'ITC-BT-06)

A partir de la taula 7.11 (taula 3 de l'ITC-BT-06) i dels resultats obtinguts en el càlcul de la secció mínima aplicant-hi el criteri de la màxima caiguda de voltatge, se selecciona una línia amb tres conductors d'alumini, amb una secció A de 50 mm² i un neutre fiador d'aliatge d'alumini-magnesi-silici (almelec) de 54,6 mm². Per aquesta opció, el corrent màxim admissible és de 150 A, superior al corrent màxim que circula pel tram AB, de 57,77 A; a més, aquesta secció és superior a la secció mínima que s'obté d'aplicar el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible, de 34,55 mm². Per tant, la secció mínima normalitzada és:

$$A = 50 \text{ mm}^2$$

Problema 9

La instal·lació elèctrica interior de la figura 7.5 està formada per una línia trifàsica amb una ramificació. Els conductors són de coure amb aïllament XLPE, instal·lats en tubs encastats a l'obra. La instal·lació té cinc càrregues distribuïdes al llarg de la línia, de les quals es coneixen les potències consumides:

- potència consumida al nus B: 11 kW
- potència consumida al nus C: 5,5 kW
- potència consumida al nus D: 11 kW
- potència consumida al nus E: 5,5 kW
- potència consumida al nus F: 11 kW

Les longituds dels diferents trams de la línia són les següents:

- longitud del tram AB: 30 m
- longitud del tram BC: 20 m

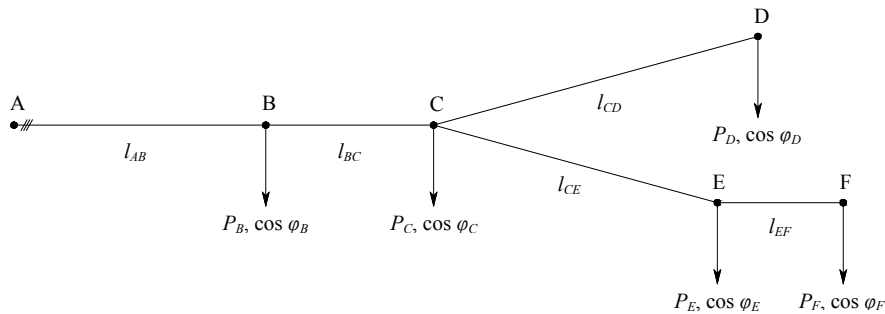


- longitud del tram CD: 20 m
- longitud del tram DE: 10 m
- longitud del tram EF: 20 m

El voltatge d'alimentació és de 400 V i la màxima caiguda de voltatge admissible, del 5 %. Considereu que cada tram de la línia es pot representar mitjançant una resistència equivalent i que el factor de potència de les sis càrregues és de 0,84 inductiu.

Calculeu la mínima secció normalitzada considerant que aquesta és uniforme a tots els trams.

Figura 7.5
Instal·lació elèctrica
interior



Solució

DADES					
Dades generals	V (V)	400	Consums	P_B (W)	$11 \cdot 10^3$
	σ_{Cu} (m/Ω·mm ²)	44		P_C (W)	$5,5 \cdot 10^3$
Màxima caiguda de voltatge	$\Delta v_{\text{màx}}$ (%)	5,0	P_D (W)	$11 \cdot 10^3$	
Trams de línia	l_{AB} (m)	30	P_E (W)	$5,5 \cdot 10^3$	
	l_{BC} (m)	20	P_F (W)	$11 \cdot 10^3$	
	l_{CD} (m)	20	$\cos \varphi$	0,84	
	l_{CE} (m)	10			
	l_{EF} (m)	20			

Càlcul de la secció mínima del conductor del tram AD de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible:

$$\begin{aligned}
 A_{AD, \Delta v} &= \frac{\rho_{Cu} \cdot \sum (l \cdot P)}{\Delta v_{\text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 \\
 &= \frac{\rho_{Cu} \cdot (l_{AB} \cdot P_B + (l_{AB} + l_{BC}) \cdot P_C + (l_{AB} + l_{BC} + l_{CD}) \cdot P_D)}{\Delta v_{\text{màx}} \cdot V^2} \cdot 100 = 3,91 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

on ρ_{Cu} és la resistivitat del coure (1/44 Ω mm²/m).

Càlcul de la secció mínima del conductor del tram AF de la línia aplicant-hi el criteri de màxima caiguda del voltatge admissible:

$$A_{AF,\Delta v} = \frac{\rho_{Cu} \cdot \sum(l \cdot P)}{\Delta v_{m\grave{a}x} \cdot V^2} \cdot 100$$

$$= \frac{\rho_{Cu} \cdot (l_{AB} \cdot P_B + (l_{AB} + l_{BC}) \cdot P_C + (l_{AB} + l_{BC} + l_{CE}) \cdot P_E + (l_{AB} + l_{BC} + l_{CE} + l_{EF}) \cdot P_F)}{\Delta v_{m\grave{a}x} \cdot V^2} \cdot 100$$

$$= 5,16 \text{ mm}^2$$

La secció mínima del conductor aplicant-hi el criteri de màxima caiguda de voltatge admissible serà el valor normalitzat superior al màxim dels dos valors calculats (3,91 i 5,16 mm²):

$$A = 6 \text{ mm}^2$$

Càlcul de la potència total consumida:

$$P_T = P_B + P_C + P_D + P_E + P_F = 44.000 \text{ W}$$

El corrent màxim que circula per la línia és el del tram AB. Tenint en compte que el factor de potència és el mateix per a tots els consums, el corrent màxim que circula pel tram AB és:

$$I_{AB} = \frac{P_T}{\sqrt{3} \cdot V \cdot \cos \varphi} = 75,61 \text{ A}$$

Secció [mm ²]	Intensitat màxima [A]
1,5	18
2,5	25
4	34
6	44
10	60
16	80
25	106
35	131
50	159

Taula 7.12
Intensitat màxima admissible, en amperis, en instal·lacions interiors trifàsiques, conductors de coure amb aïllament XLPE, temperatura ambient de 40°C i mètode B (fragment de la taula 1 de l'ITC-BT-19)

A partir de la taula 7.12 (fragment de la taula 1 de l'ITC-BT-19) i dels resultats obtinguts en el càlcul de la secció mínima aplicant-hi el criteri de la caiguda del voltatge màxim, se selecciona una secció A de 16 mm². Per aquesta opció, el corrent màxim admissible és de 80 A, superior al corrent màxim que circula pel tram AB, de 75,61 A; a més aquesta secció és superior a la secció mínima que s'obté aplicant-hi el criteri de caiguda del voltatge màxim admissible, de 6 mm². Per tant, la secció mínima normalitzada és:

$$A = 16 \text{ mm}^2$$

→ 8



Curtcircuits

Problema 1

Una línia soterrada de 20 kV i 1.000 m derivarà de la xarxa de mitja tensió. Al punt de connexió, la potència de curtcircuit és de 350 MVA. Els conductors seran d'alumini RHZ1 amb una secció de 150 mm².

Calculeu:

- El corrent de curtcircuit simètric al punt de connexió.
- El corrent de curtcircuit simètric si aquest es produeix al final de la línia derivada.
- El corrent de xoc si el curtcircuit es produeix al final de la línia derivada.

Solució

a)

DADES		
Xarxa MT	S_{cc} (VA)	$350 \cdot 10^6$
	V_n (V)	$20 \cdot 10^3$

El circuit equivalent per fase es representa a la figura 8.1.

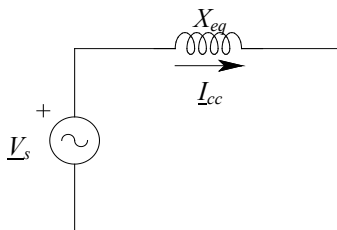


Figura 8.1
Circuit equivalent per fase



La xarxa MT es representa mitjançant la reactància equivalent:

$$X_{eq} = \frac{V_n^2}{S_{cc}} = 1,1429 \Omega$$

El voltatge de fase és:

$$V_s = \frac{V_n}{\sqrt{3}} = 11.547 \text{ V}$$

Es fixa el voltatge de fase com a origen d'arguments per calcular el corrent de curtcircuit simètric al punt de connexió:

$$\underline{I}_{cc} = \frac{V_s}{j \cdot X_{eq}} = -j \cdot 10.104 \text{ A} = 10,104 \angle -90,00^\circ \text{ kA}$$

b)

DADES		
Línia	R (Ω/km)	0,264
	X (Ω/km)	0,118
	l (m)	1.000

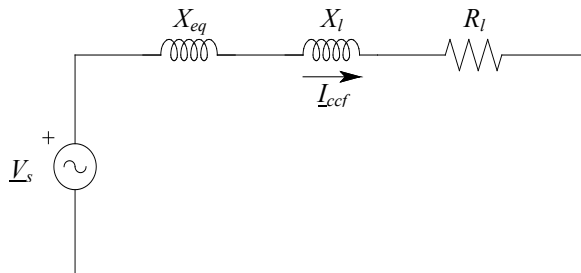
Resistència i reactància totals de la línia:

$$R_l = R \cdot \frac{l}{1.000} = 0,2640 \Omega$$

$$X_l = X \cdot \frac{l}{1.000} = 0,1180 \Omega$$

El circuit equivalent per fase es representa a la figura 8.2.

Figura 8.2
Circuit equivalent per fase



Resistència i reactància equivalents de curtcircuit, si el defecte s'origina al final de la línia derivada:

$$R_{cc} = R_l = 0,2640 \Omega$$

$$X_{cc} = X_{eq} + X_l = 1,2609 \Omega$$

El corrent de curtcircuit simètric, si aquest es produeix al final de la línia derivada:

$$I_{ccf} = \frac{V_s}{R_{cc} + j \cdot X_{cc}} = 1.837,0 - j \cdot 8.773,4 \text{ A} = 8,964 \angle -78,17^\circ \text{ kA}$$

c)

La relació entre el corrent màxim asimètric de curtcircuit (corrent de xoc) i el valor de cresta del corrent simètric de curtcircuit en règim permanent (paràmetre χ) s'obté gràficament (figura 8.3) a partir de la relació R_{cc}/X_{cc} :

$$\frac{R_{cc}}{X_{cc}} = 0,2094 \Rightarrow \chi = 1,54$$

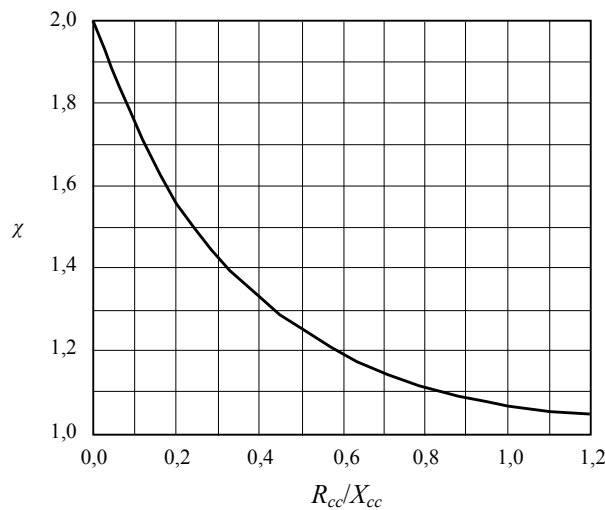


Figura 8.3
Relació entre el corrent màxim asimètric de curtcircuit i el valor de cresta del corrent simètric de curtcircuit en règim permanent en funció de R_{cc}/X_{cc}

El corrent de xoc si el curtcircuit es produeix al final de la línia derivada:

$$I_{sf} = \chi \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ccf} = 19,522 \text{ kA}$$



Problema 2

Del sistema elèctric de la figura 8.4, es disposa de les dades següents:

Generadors síncrons G1 i G2:

- Voltatge nominal: 13,8 kV
- Potència nominal: 50 MVA
- Reactància subtransitòria: 15 %

Transformadors TR1 i TR2:

- Voltatges nominals: 13,8/110 kV
- Potència nominal: 50 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 9 %

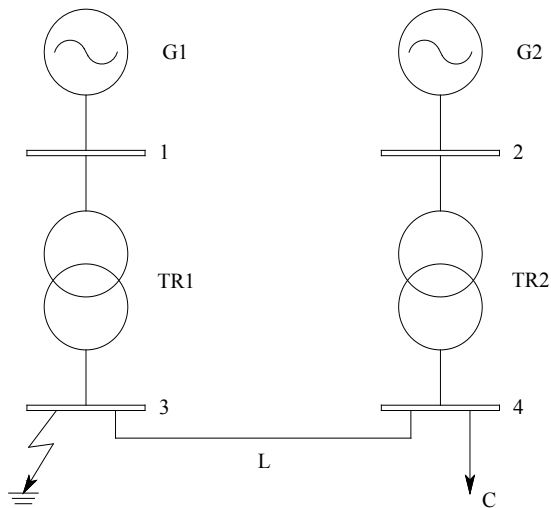
Línia L:

- Reactància total: 26,6 Ω

Càrrega C:

- Resistència: 400 Ω

Figura 8.4
Esquema del sistema
elèctric



Negligint els corrents prefalta i considerant que s'origina una falta trifàsica al nus 3, es demana:

a) Calculeu, negligint l'efecte de la càrrega, la component de corrent altern subtransitori del corrent de falta, el corrent que circula per la línia i el que entreguen els generadors.

b) Calculeu els corrents demanats a l'apartat a, però considerant l'efecte de la càrrega.

Solució

DADES		
Generadors síncrons G1 i G2	V_{ng} (kV)	13,8
	S_{ng} (MVA)	50
	X_g (%)	15
Transformadors TR1 i TR2	V_{np} (kV)	13,8
	V_{ns} (kV)	110
	S_{nt} (MVA)	50
	ϵ_{cc} (%)	9
Línia	X_l (Ω)	26,6
Càrrega	R_c (Ω)	400

a)

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_{nt} = S_{ng} = 50 \text{ MVA}$$

$$V_{b1} = V_{np} = V_{ng} = 13,8 \text{ kV}$$

$$V_{b2} = V_{ns} = 110 \text{ kV}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 3,81 \text{ } \Omega$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 242 \text{ } \Omega$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 2,092 \text{ kA}$$

$$I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 262,4 \text{ A}$$



Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en p. u.:

$$\underline{z}_{g1} = \underline{z}_{g2} = j \cdot x_g'' = j \cdot \frac{X_g'' \cdot \left(\frac{V_{ng}^2}{S_{ng}} \right)}{Z_{b1}} = j \cdot 0,1500$$

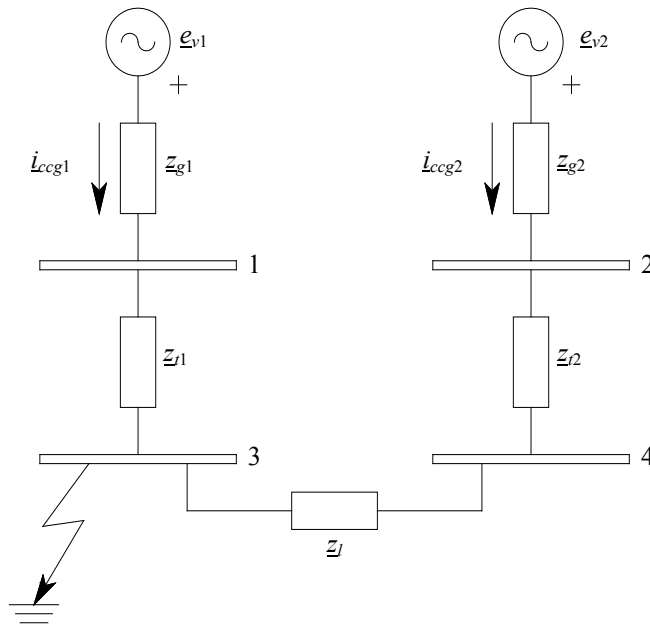
$$\underline{z}_{l1} = \underline{z}_{l2} = j \cdot x_l = j \cdot \frac{\varepsilon_{cc} \cdot \left(\frac{V_{np}^2}{S_{nl}} \right)}{Z_{b1}} = j \cdot 0,0900$$

$$\underline{z}_l = j \cdot x_l = j \cdot \frac{X_l}{Z_{b2}} = j \cdot 0,1099$$

$$r_c = \frac{R_c}{Z_{b2}} = 1,6529$$

El circuit equivalent en p. u. es representa a la figura 8.5.

Figura 8.5
Circuit equivalent en p. u.



En aquest cas, es negligeixen els corrents prefalta; per tant, les forces electromotrius dels generadors es consideren iguals als voltatges nominals en borns de la màquina:

$$e_{v1} = e_{v2} = \frac{V_{ng}}{V_{b1}} = 1,00$$

El circuit equivalent de Thevenin per una falta al nus 3 es representa a la figura 8.6.

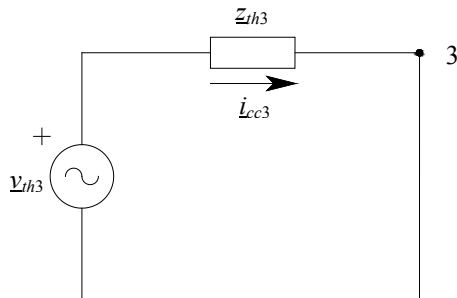


Figura 8.6
Circuit equivalent de Thevenin, en p. u., per una falta al nus 3

La impedància de Thevenin, negligint l'efecte de la càrrega, vista des del nus 3 és:

$$z_{th3} = \frac{((z_{r1} + z_{g1}) \cdot (z_l + z_{r2} + z_{g2}))}{((z_{r1} + z_{g1}) + (z_l + z_{r2} + z_{g2}))} = j \cdot 0,1424$$

En no considerar-ne els corrents prefalta, el voltatge de Thevenin vist des del nus 3 és:

$$v_{th3} = \frac{V_{ns}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

El corrent de falta al nus 3 en p. u.és:

$$i_{cc3} = \frac{v_{th3}}{z_{th3}} = -j \cdot 7,025 = 7,025 \angle -90,00^\circ$$

El corrent de falta al nus 3 en unitats del sistema internacional és:

$$I_{cc3} = i_{cc3} \cdot I_{b2} = -j \cdot 1,843 \text{ kA} = 1,843 \angle -90,00^\circ \text{ kA}$$

El corrent que aporta cada generador al corrent de falta:

$$i_{ccg1} = \frac{e_{v1}}{z_{l1} + z_{g1}} = -j \cdot 4,167 = 4,167 \angle -90,00^\circ$$

$$i_{ccg2} = \frac{e_{v2}}{z_l + z_{r2} + z_{g2}} = -j \cdot 2,858 = 2,858 \angle -90,00^\circ$$



$$\underline{I}_{ccg1} = \underline{i}_{ccg1} \cdot I_{b1} = -j \cdot 8,716 \text{ kA} = 8,716 \angle -90,00^\circ \text{ kA}$$

$$\underline{I}_{ccg2} = \underline{i}_{ccg2} \cdot I_{b1} = -j \cdot 5,978 \text{ kA} = 5,978 \angle -90,00^\circ \text{ kA}$$

El corrent que circula per la línia és:

$$\underline{i}_l = \underline{i}_{ccg2} = -j \cdot 2,858 = 2,858 \angle -90,00^\circ$$

$$\underline{I}_l = \underline{i}_l \cdot I_{b2} = -j \cdot 0,750 \text{ kA} = 0,750 \angle -90,00^\circ \text{ kA}$$

b)

En aquest cas, es negligeixen els corrents prefalta; per tant, les forces electromotrius dels generadors es consideren iguals als voltatges nominal en borns de la màquina:

$$e_{v1} = e_{v2} = \frac{V_{ng}}{V_{b1}} = 1,00$$

La impedància de Thevénin, considerant l'efecte de la càrrega, vista des del nus 3 és:

$$\underline{Z}_{th3c} = \frac{(\underline{Z}_{r1} + \underline{Z}_{g1}) \cdot \left(\underline{Z}_l + \frac{r_c \cdot (\underline{Z}_{l2} + \underline{Z}_{g2})}{r_c + (\underline{Z}_{l2} + \underline{Z}_{g2})} \right)}{(\underline{Z}_{r1} + \underline{Z}_{g1}) + \left(\underline{Z}_l + \frac{r_c \cdot (\underline{Z}_{l2} + \underline{Z}_{g2})}{r_c + (\underline{Z}_{l2} + \underline{Z}_{g2})} \right)} = 0,0057 + j \cdot 0,1419 = 0,1420 \angle 87,69^\circ$$

En no considerar els corrents prefalta, el voltatge de Thevénin vist des del nus 3 és:

$$\underline{V}_{th3} = \frac{V_{ns}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

El circuit equivalent en p. u. es mostra a la figura 8.7.

El corrent de falta al nus 3 en p. u. és:

$$\underline{i}_{cc3c} = \frac{\underline{V}_{th3}}{\underline{Z}_{th3c}} = 0,284 - j \cdot 7,037 = 7,043 \angle -87,69^\circ$$

El corrent de curtcircuit en el nus 3 en unitats del sistema internacional és:

$$\underline{I}_{cc3c} = \underline{i}_{cc3c} \cdot I_{b2} = 0,075 - j \cdot 1,847 \text{ kA} = 1,848 \angle -87,69^\circ \text{ kA}$$

El corrent que aporta cada generador és:

$$\underline{i}_{ccg1c} = \frac{e_{v1}}{\underline{Z}_{l1} + \underline{Z}_{g1}} = -j \cdot 4,167 = 4,167 \angle -90,00^\circ$$

$$\underline{i}_{ccg2c} = \frac{e_{v2}}{\underline{Z}_{l2} + \underline{Z}_{g2} + \frac{\underline{Z}_l \cdot r_c}{\underline{Z}_l + r_c}} = 0,060 - j \cdot 2,861 = 2,861 \angle -88,81^\circ$$

$$\underline{I}_{ccg1c} = \underline{i}_{ccg1c} \cdot I_{b1} = -j \cdot 8,716 \text{ kA} = 8,716 \angle -90,00^\circ \text{ kA}$$

$$\underline{I}_{ccg2c} = \underline{i}_{ccg2c} \cdot I_{b1} = 0,125 - j \cdot 5,984 \text{ kA} = 5,985 \angle -88,81^\circ \text{ kA}$$

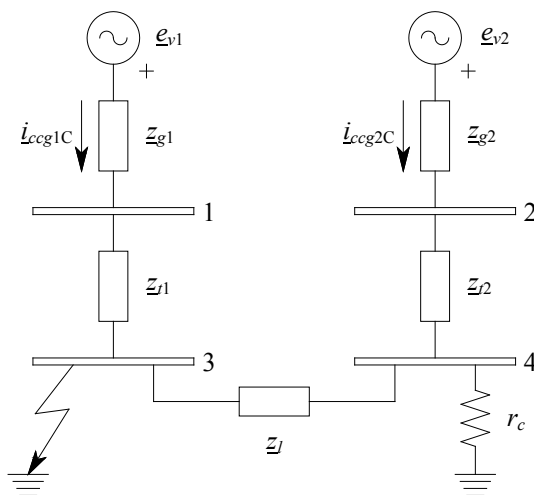


Figura 8.7
Circuit equivalent en p. u.

Mitjançant un divisor d'intensitat, es determinen els corrents que circulen per la línia i per la càrrega:

$$\underline{i}_c = \underline{i}_{ccg2c} \frac{r_c}{r_c + \underline{Z}_l} = -0,130 - j \cdot 2,852 = 2,855 \angle -92,61^\circ$$

$$\underline{I}_c = \underline{i}_c \cdot I_{b2} = -0,034 - j \cdot 0,748 \text{ kA} = 0,749 \angle -92,61^\circ \text{ kA}$$



$$\underline{i}_{R_c} = \underline{i}_{ccg2c} \frac{\underline{z}_l}{r_c + \underline{z}_l} = 0,190 - j \cdot 0,009 = 0,190 \angle -2,61^\circ$$

$$\underline{I}_{R_c} = \underline{i}_{R_c} \cdot I_{b2} = 0,050 - j \cdot 0,002 \text{ kA} = 0,050 \angle -2,61^\circ \text{ kA}$$

Els resultats obtinguts mostren que l'efecte de la càrrega en el càlcul dels corrents quan s'origina un defecte és poc significatiu.

Problema 3

Del sistema elèctric de la figura 8.8, es disposa de les dades següents:

Xarxa de connexió MT:

- Voltatge nominal: 20 kV
- Potència de curtcircuit: 500 MVA

Línia L1:

- Longitud: 1 km
- Resistència unitària: 0,320 Ω /km
- Reactància unitària: 0,119 Ω /km
- Transformador TR1 MT - BT:
- Voltatges nominals: 20/0,4 kV
- Potència nominal: 400 kVA
- Voltatge de curtcircuit: 4 %
- Potència de curtcircuit: 1,2 %

Línia L2:

- Conductor: coure
- Aïllament: XLPE
- Longitud: 0,02 km
- Secció: 300 mm²
- Resistència unitària: 1,212 m Ω /km

- Reactància unitària: 1,460 m Ω /km
- Corrent admissible: 396,5 A

Línies L3a fins L3f:

- Cables multiconductors amb:
- Conductor: coure
- Aïllament: PVC
- Muntatge: en tub, en muntatge superficial
- Longitud: 0,02 km
- Resistivitat: 1/48 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$

Motors asíncrons trifàsics M (6 connectats als nusos de 5a fins a 5f):

- Voltatge nominal: 400 V
- Potència nominal: 30 kW
- Rendiment nominal: 91,8%
- Factor de potència nominal: 0,88 (i)
- Resistència rotòrica: 3,5 %
- Reactància rotòrica: 5,0 %
- Resistència estatòrica: 4,0 %
- Reactància estatòrica: 8,0 %
- Lliscament nominal: 3,3 %

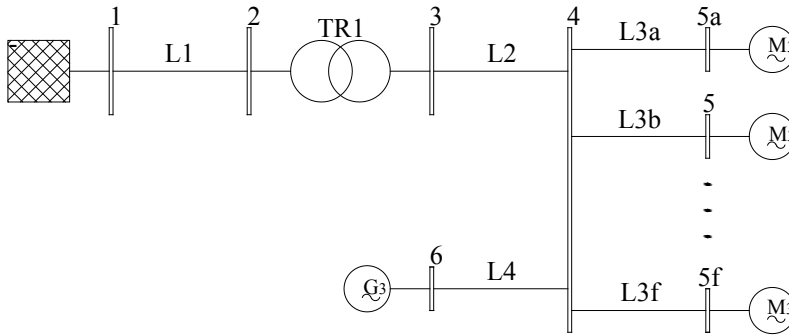
Línia L4:

- Conductor: coure
- Aïllant: PVC
- Longitud: 0,02 km
- Secció: 95 mm²
- Resistència: 4,413 m $\cdot\Omega$ /km
- Reactància: 1,500 m $\cdot\Omega$ /km
- Generador síncron G:
- Voltatge nominal: 400 V
- Potència nominal: 150 kVA
- Factor de potència nominal: 0,80 (i)



- Reactància subtransitòria: 12,5 %
-
-

Figura 8.8
Esquema unifilar del sistema elèctric



Es demana:

- Calculeu la secció dels conductors de cada línia L3.
- Calculeu la intensitat que aporta el generador i la intensitat que aporta la xarxa de connexió si el generador opera en condicions nominals.
- Calculeu el component de corrent altern del corrent de curtcircuit subtransitori si s'origina una falta trifàsica al nus 3. Negligiu els corrents prefalta i considereu que la impedància del motor quan es produeix el curtcircuit és una setena part de la que es té en règim permanent.
- Calculeu el component de corrent altern del corrent de curtcircuit subtransitori si s'origina una falta trifàsica al nus 5a. Negligiu els corrents prefalta i considereu que la impedància del motor quan es produeix el curtcircuit és una setena part de la que es té en règim permanent.

Solució

DADES		
Xarxa de connexió MT	V_n (kV)	20
	S_{cc} (MVA)	500
	V_{np} (kV)	20
Transformador TR1 MT - BT	V_{ns} (kV)	0,4
	S_{nt} (kVA)	400
	ϵ_{cc} (%)	4
	p_{cc} (%)	1,2
	l_{L1} (km)	1
Línia L1 (MT)	R_{L1} (Ω /km)	0,320

DADES		
Línia L2 (BT)	X_{L1} (Ω/km)	0,119
	l_{L2} (km)	0,02
	A_{L2} (mm^2)	300
	R_{L2} ($\text{m}\Omega/\text{km}$)	1,212
	X_{L2} ($\text{m}\Omega/\text{km}$)	1,460
Línies L3a fins a L3f (BT)	I_{zL2} (A)	396,5
	l_{L3} (km)	0,02
	σ_{Cu} ($\text{m}/\Omega \cdot \text{mm}^2$)	48
Línia L4 (BT)	l_{L4} (km)	0,02
	A_{L4} (mm^2)	95
	R_{L4} ($\text{m}\Omega/\text{km}$)	4,413
	X_{L4} ($\text{m}\Omega/\text{km}$)	1,500
Motor asíncron trifàsic M ($\times 6$)	V_{nm} (V)	400
	P_{nm} (kW)	30
	η (%)	91,8
	$\cos \phi_m$	0,88 (i)
	R_r (%)	3,5
	X_r (%)	5,0
	R_e (%)	4,0
	X_e (%)	8,0
	s (%)	3,3
	Generador síncron G	V_{ng} (V)
S_{ng} (kVA)		150
$\cos \phi_g$		0,80 (i)
X''_g (%)		12,5

a)

En primer lloc, es calcula la secció mínima del conductor de les línies que alimenten els motors (línies L3) aplicant el criteri de la màxima caiguda de voltatge admissible. En tractar-se d'una línia trifàsica de força d'una instal·lació interior (indústria o comerç), segons la ITC-BT-19 del REBT, la màxima caiguda de voltatge admissible és del 5 %.

$$S_{3,\Delta v} = \frac{\rho_{Cu} \cdot l_3 \cdot P_{nm}}{\Delta v_{\text{màx}} \cdot V_{nm}^2} \cdot 100 = 1,56 \text{ mm}^2$$

A continuació, s'avalua el criteri de la intensitat màxima admissible. El corrent nominal de cada motor és:



$$I_{nm} = \frac{P_{nm}}{\sqrt{3} \cdot V_{nm} \cdot \cos \varphi_m} = 53,60 \text{ A}$$

Cada línia L3 està formada per cables multiconductors en tub en muntatge superficial, amb una instal·lació de tipus B2, que són de coure amb aïllament PVC. Per tant, la primera secció a la qual correspon un corrent màxim admissible superior al corrent nominal del motor és:

$$S_{3, I_{\max}} = 16 \text{ mm}^2$$

La secció mínima normalitzada que compleix el criteri de la màxima caiguda de voltatge admissible és:

$$S_{3, \Delta V} = 2,5 \text{ mm}^2$$

Per tant, la secció mínima que compleix el criteri de la màxima caiguda de voltatge admissible i el criteri del corrent màxim admissible és:

$$S_3 = 16 \text{ mm}^2$$

b)

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_{nt} = 400 \text{ kVA} \quad V_{b1} = V_{np} = 20 \text{ kV} \quad V_{b2} = V_{ns} = 400 \text{ V}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 1.000 \text{ } \Omega \quad Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 0,400 \text{ } \Omega$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 11,55 \text{ A} \quad I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 577,35 \text{ A}$$

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en p. u.:

$$\underline{z}_{L1} = \frac{(R_{L1} + j \cdot X_{L1}) \cdot I_{L1}}{Z_{b1}} = 3,20 \cdot 10^{-4} + j \cdot 1,19 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{Rcc} = p_{cc} = 1,20 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = 3,82 \cdot 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} \underline{z}_l &= \varepsilon_{Rcc} + j \cdot \varepsilon_{Xcc} = 1,20 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,82 \cdot 10^{-2} \\ \underline{z}_{L2} &= \frac{(R_{L2} + j \cdot X_{L2}) \cdot I_{L2}}{Z_{b2}} = 6,06 \cdot 10^{-5} + j \cdot 7,30 \cdot 10^{-5} \\ r_{L3} &= \frac{\rho_{Cu} \cdot l_{L3} \cdot 1.000}{S_3 \cdot Z_{b2}} = 6,51 \cdot 10^{-2} \\ \underline{z}_m &= \frac{\left(R_r + R_e + R_r \cdot \left(\frac{1}{s} - 1 \right) + j \cdot (X_r + X_e) \right) \cdot Z_{bm}}{Z_{b2}} = 11,85 + j \cdot 1,40 \\ \underline{z}_{L4} &= \frac{R_{L4} + j \cdot X_{L4}}{Z_{b2}} = 1,10 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,75 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

on:

$$Z_{bm} = \frac{V_{nm}^2}{\left(\frac{P_{nm}}{\eta \cdot \cos \varphi_m} \right)} = 4,31 \, \Omega$$

El circuit equivalent en p. u. es representa a la figura 8.9.

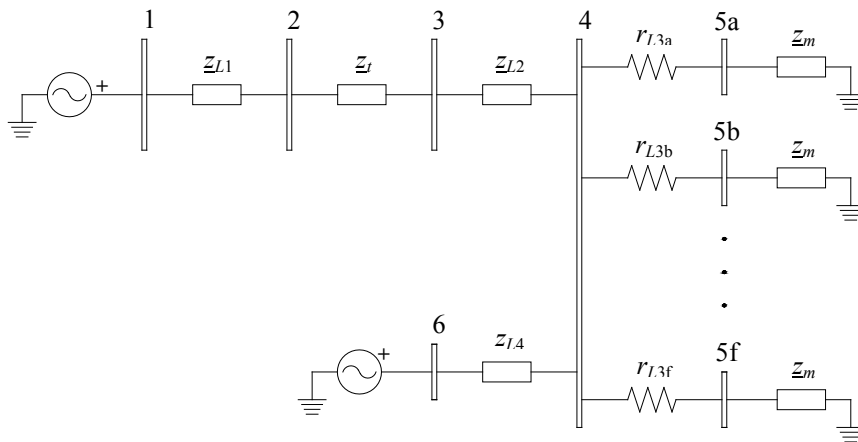


Figura 8.9
Circuit equivalent en p. u.

En borns del generador (nus 6), el voltatge és el nominal i es fixa com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_6 = \frac{V_6}{V_{b2}} = \frac{V_{ng}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$



Càlcul de la potència i el corrent subministrats pel generador en p. u.:

$$\underline{S}_g = \frac{S_{ng} (\cos \varphi_g + j \cdot \sin \varphi_g)}{S_b} = 0,300 + j \cdot 0,225 = 0,375 \angle 36,87^\circ$$

$$\underline{i}_{L4} = \underline{i}_g = \left(\frac{\underline{S}_g}{\underline{v}_6} \right)^* = 0,300 - j \cdot 0,225 = 0,375 \angle -36,87^\circ$$

$$\underline{I}_g = \underline{i}_g \cdot I_{b2} = \frac{173,21 - j \cdot 129,90}{=} \text{A} \quad 216,51 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

Càlcul del voltatge al nus 4:

$$\underline{v}_4 = \underline{v}_6 - \underline{z}_{L4} \cdot \underline{i}_{L4} = 0,9958 + j \cdot 0,0014 = 0,99581 \angle 0,08^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per cada línia L3:

$$\underline{i}_{L3i} = \frac{\underline{v}_4}{r_{L3} + \underline{z}_m} = 0,0824 - j \cdot 0,0096 = 0,0830 \angle -6,62^\circ$$

on el subíndex i pren els valors: a, b, c, d, e, f .

Càlcul del corrent als sis motors:

$$\underline{i}_{L3i} = 6 \cdot \underline{i}_{L3i} = 0,4945 - j \cdot 0,0574 = 0,4978 \angle -6,62^\circ$$

Càlcul del corrent que aporta la xarxa de connexió:

$$\underline{i}_{L1} = \underline{i}_{L3i} - \underline{i}_g = 0,1945 + j \cdot 0,1676 = 0,2568 \angle 40,75^\circ$$

$$\underline{I}_{L1} = \underline{i}_{L1} \cdot I_{b1} = 2,246 + j \cdot 1,935 \text{ A} = 2,96 \angle 40,75^\circ \text{ A}$$

c)

En primer lloc, es calculen els paràmetres elèctrics del circuit equivalent en p. u. que manquen.

$$x_{eq} = \frac{\left(\frac{V_n^2}{S_{cc}} \right)}{Z_{b1}} = 8,00 \cdot 10^{-4}$$

$$x_g'' = \frac{X_g''}{Z_{b1}} = 3,33 \cdot 10^{-1}$$

Abans de determinar la impedància de Thevénin, vista des del nus 3, per simplificar els càlculs, s'ha trobat una impedància equivalent dels sis motors i les seves línies d'alimentació respectives (figura 8.10).

$$z_{m,L3} = \frac{r_{L3} + z_m/7}{6} = 2,93 \cdot 10^{-1} + j \cdot 3,33 \cdot 10^{-2} = 2,95 \cdot 10^{-1} \angle 6,49^\circ$$

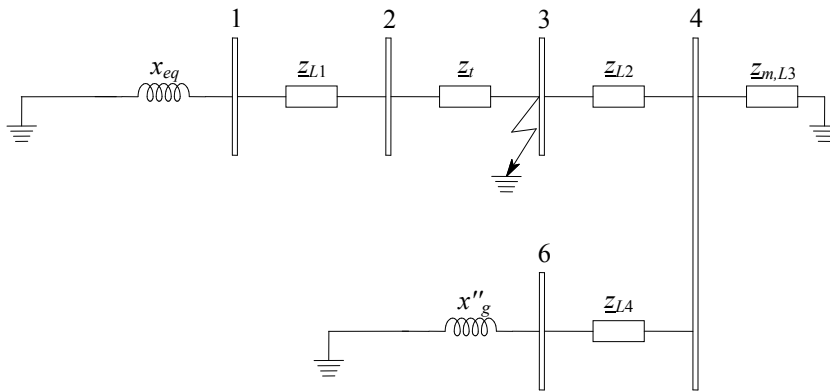


Figura 8.10
Circuit equivalent en p. u.
passivat

La impedància de Thevénin, vista des del nus, 3 és:

$$\begin{aligned} z_{th3} &= \frac{(j \cdot x_{eq} + z_{L1} + z_t) \cdot \left(z_{L2} + \frac{z_{m,L3} \cdot (z_{L4} + j \cdot x_g'')}{z_{m,L3} + z_{L4} + j \cdot x_g''} \right)}{j \cdot x_{eq} + z_{L1} + z_t + z_{L2} + \frac{z_{m,L3} \cdot (z_{L4} + j \cdot x_g'')}{z_{m,L3} + z_{L4} + j \cdot x_g''}} \\ &= 1,31 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,23 \cdot 10^{-2} = 3,48 \cdot 10^{-2} \angle 67,91^\circ \end{aligned}$$

Com que no es consideren els corrents prefalta, el voltatge de Thevénin, vist des del nus, 3 és:

$$v_{th3} = \frac{V_3}{V_{b2}} = \frac{V_{ng}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

El corrent de curtcircuit en p. u., si s'origina una falta trifàsica al nus, 3 és:

$$i_{cc3} = \frac{v_{th3}}{z_{th3}} = 10,80 - j \cdot 26,62 = 28,73 \angle -67,91^\circ$$



El corrent de curtcircuit al nus 3 en unitats del sistema internacional és:

$$|I_{cc3}| = |i_{cc3}| \cdot I_{b2} = 16,59 \text{ kA}$$

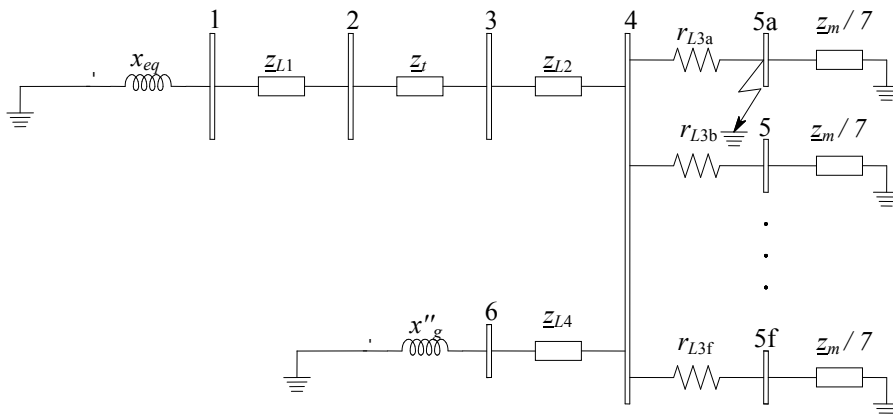
d)

Abans de determinar la impedància de Thevénin, vista des del nus 5a, per simplificar els càlculs se n'ha trobat la impedància equivalent z_p , vista des del nus 4, exceptuant la branca on s'ha produït la falta.

$$z_p = \frac{1}{\frac{1}{j \cdot x_{eq} + z_{L1} + z_t + z_{L2}} + \frac{1}{j \cdot x_g'' + z_{L4}} + \frac{5}{r_{L3} + \frac{z_m}{7}}} =$$

$$= 1,27 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,28 \cdot 10^{-2} = 3,52 \cdot 10^{-2} \angle 68,86^\circ$$

Figura 8.11
Circuit equivalent en p. u.
passivat



La impedància de Thevénin, vista des del nus 5a, és:

$$z_{th5a} = \frac{\frac{z_m}{7} \cdot (r_3 + z_p)}{\frac{z_m}{7} + r_3 + z_p} = \frac{7,47 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,04 \cdot 10^{-2}}{7,47 \cdot 10^{-2} + 1,27 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,28 \cdot 10^{-2}} = 7,47 \cdot 10^{-2} \angle 22,12^\circ$$

Com que no es consideren els corrents prefalta, el voltatge de Thevénin, vist des del nus 5a, és:

$$V_{th5a} = \frac{V_{5a}}{V_{b2}} = \frac{V_{ng}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

El corrent de curtcircuit en p. u., si s'origina una falta trifàsica al nus 5a, és:

$$\underline{i}_{cc5a} = \frac{V_{th5a}}{Z_{th5a}} = 11,49 - j \cdot 4,67 = 12,41 \angle -22,12^\circ$$

El corrent de curtcircuit en el nus 5a, en unitats del sistema internacional, és:

$$|\underline{I}_{cc5a}| = |\underline{i}_{cc5a}| \cdot I_{b2} = 7,16 \text{ kA}$$





Aparellatge

Problema 1

Una instal·lació industrial s'alimenta de la xarxa de distribució de BT de 400 V de voltatge nominal (figura 9.1). La potència de curtcircuit al punt d'enllaç amb la xarxa de distribució de BT és de 12 MVA. La càrrega 1 consumeix una potència de 500 kVA, amb un factor de potència de 0,9 inductiu. La línia 1 està formada per conductors de coure amb aïllament XLPE; té una longitud de 50 m, una secció de 300 mm², una resistència de 2,5 mΩ, una reactància de 2,9 mΩ i una intensitat admissible de 400 A. La càrrega 2 consumeix una potència de 100 kVA, amb un factor de potència de 0,9 inductiu. La línia 2 està formada per conductors de coure amb aïllament XLPE; té una longitud de 80 m i una reactància unitària de 0,1 Ω/km; la resistència dependrà de la secció seleccionada per al conductor (a la taula adjunta, apareixen les dades corresponents a diversos conductors). La càrrega 3 consumeix una potència de 50 kW, amb un factor de potència de 0,9 inductiu. El voltatge al nus 3 coincideix amb el voltatge nominal de la xarxa.

Secció (mm ²)	Resistència (Ω/km)	Intensitat admissible (A)
50	0,39	125
70	0,27	160
95	0,19	194
120	0,15	225
150	0,12	260

Les característiques de l'interruptor automàtic són: intensitat nominal de 320 A, poder de tall de 36 kA i la corba característica que es mostra a la figura 9.2.



Figura 9.1
Esquema de la xarxa de BT

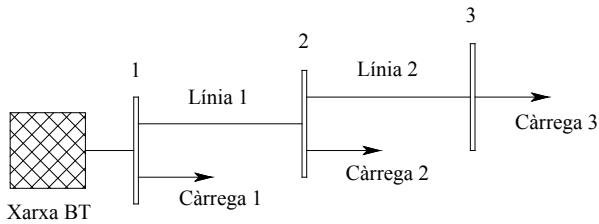
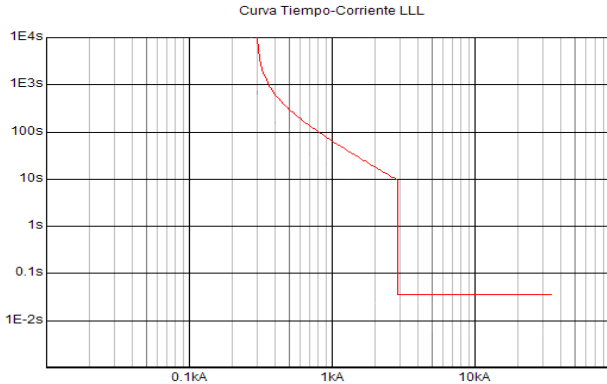


Figura 9.2
Corba característica de
l'interruptor automàtic



Es demana:

a) Seleccioneu el conductor més adient per a la línia 2 si la màxima caiguda de voltatge ha de ser inferior a l'1 % del voltatge nominal i la protecció situada a l'origen de la línia 2 (nus 2), en cas de curtcircuit, desconnecta la línia en un temps màxim de 0,1 s. Calculeu també la intensitat del corrent a l'entrada de la instal·lació industrial.

b) Justifiqueu si la selecció de l'interruptor automàtic instal·lat a l'origen de la línia 1 (nus 1) és adient.

Solució

a)

DADES		
Xarxa BT	V_n (V)	400
	S_{cc} (VA)	$12 \cdot 10^6$
	t_f (s)	0,1
Càrrega 1	S_{c1} (VA)	$500 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi_{c1}$	0,9 (i)
Càrrega 2	S_{c2} (VA)	$100 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi_{c2}$	0,9 (i)

DADES		
Càrrega 3	P_{c3} (W)	$50 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi_{c3}$	0,9 (i)
Línia 1	l_{L1} (m)	50
	S_{L1} (mm ²)	300
	$R_{t,L1}$ (Ω)	$2,5 \cdot 10^{-3}$
	$X_{t,L1}$ (Ω)	$2,9 \cdot 10^{-3}$
	I_{zL1} (A)	400
Línia 2	l_{L2} (m)	80
	X_{L2} (Ω/km)	0,1
	$\Delta V_{\text{màx}}$ (%)	1

Tenint en compte que el voltatge al nus 3 coincideix amb el voltatge nominal de la xarxa, a continuació es calcula el corrent que circula per la línia 2:

$$I_{L2} = \frac{P_{c3}}{\sqrt{3} \cdot V_N \cdot \cos \varphi_{c3}} = 80,19 \text{ A}$$

L'angle de desfasament entre el voltatge al nus 3 i el corrent que circula per la línia 2 és:

$$\cos \varphi_{c3} = 0,9 \Rightarrow \varphi_{c3} = 25,84^\circ$$

Es verifica si la secció menor de la taula 9.1 compleix el criteri tèrmic en règim permanent i el criteri de la màxima caiguda de voltatge admissible.

$$S_{L2} = 50 \text{ mm}^2$$

$$R_{L2} = 0,39 \text{ Ω/km}$$

$$I_{zL2} = 125 \text{ A}$$

$$I_{zL2} > I_{L2} = 80,19 \text{ A}$$

Per tant, compleix amb el criteri del corrent màxim admissible. A continuació, es verifica si compleix el criteri de la màxima caiguda de voltatge ($\Delta V_{\text{màx}} = 1 \%$).

$$\Delta V_{L2} = \frac{\sqrt{3} \cdot I_{L2} \cdot (R_{L2} \cdot \cos \varphi_{c3} + X_{L2} \cdot \sin \varphi_{c3}) \cdot l_{L2} \cdot 10^{-3}}{V_N} \cdot 100 = 1,10 \%$$

$$\Delta V_{L2} > \Delta V_{\text{màx}} = 1 \%$$



Com que la caiguda de voltatge a la línia 2 excedeix el valor màxim fixat, s'augmenta la secció del conductor, i es realitza el mateix procés amb la secció següent de la taula 9.1.

$$S_{L2} = 70 \text{ mm}^2$$

$$R_{L2} = 0,27 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$I_{zL2} = 160 \text{ A}$$

$$I_{zL2} > I_{L2} = 80,19 \text{ A}$$

Per tant, compleix amb el criteri tèrmic en règim permanent. A continuació, es verifica si compleix el criteri de la màxima caiguda de voltatge ($\Delta V_{\text{màx}} = 1 \%$).

$$\Delta V_{L2} = \frac{\sqrt{3} \cdot I_{L2} \cdot (R_{L2} \cdot \cos \varphi_{c3} + X_{L2} \cdot \sin \varphi_{c3}) I_{L2} \cdot 10^{-3}}{V_N} \cdot 100 = 0,80 \%$$
$$\Delta V_{L2} < \Delta V_{\text{màx}} = 1 \%$$

La secció del conductor és adient des del punt de vista tèrmic en règim permanent i de la caiguda de voltatge, però encara s'ha de comprovar el criteri tèrmic en cas de curtcircuit.

El voltatge de fase al nus 3 és:

$$V_{s3} = \frac{V_3}{\sqrt{3}} = \frac{V_N}{\sqrt{3}} = 230,94 \text{ V}$$

Per a aquest voltatge, es fixa l'argument a 0° , que serà, per tant, l'origen d'arguments.

La potència aparent consumida per la càrrega 3 és:

$$\underline{S}_{c3} = P_{c3} (1 + j \cdot \tan \varphi_{c3}) = 50.000 + j \cdot 24.216 \text{ VA}$$

El corrent a la càrrega 3 és:

$$\underline{I}_{c3} = \left(\frac{\underline{S}_{c3}}{3 \cdot \underline{V}_{s3}} \right)^* = 72,17 - j \cdot 34,95 \text{ A} = 80,19 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$

Càlcul de la impedància de la línia 2:

$$\underline{Z}_{t,L2} = (R_{L2} + j \cdot X_{L2}) \cdot \frac{I_{L2}}{1.000} = 2,16 \cdot 10^{-2} + j \cdot 0,80 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Per tant, el voltatge al nus 2 és:

$$\underline{V}_{s2} = \underline{V}_{s3} + \underline{I}_{c3} \cdot \underline{Z}_{t,L2} = 232,78 - j \cdot 1,78 \cdot 10^{-1} \text{ V} = 232,78 \angle -0,04^\circ \text{ V}$$

L'angle de desfasament entre el voltatge al nus 2 i el corrent a la càrrega 2 és:

$$\cos \varphi_{c2} = 0,9 \Rightarrow \varphi_{c2} = 25,84^\circ$$

La potència aparent consumida per la càrrega 2 és:

$$\underline{S}_{c2} = S_{c2} (\cos \varphi_{c2} + j \cdot \sin \varphi_{c2}) = 90.000 + j \cdot 43.589 \text{ VA}$$

El corrent a la càrrega 2 és:

$$\underline{I}_{c2} = \left(\frac{\underline{S}_{c2}}{3 \cdot \underline{V}_{s2}} \right)^* = 128,83 - j \cdot 62,52 \text{ A} = 143,20 \angle -25,89^\circ \text{ A}$$

Per tant, la intensitat de corrent que circula per la línia 1 és:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}_{c2} + \underline{I}_{c3} = 201,00 - j \cdot 97,47 \text{ A} = 223,39 \angle -25,87^\circ \text{ A}$$

La impedància de la línia 1 és:

$$\underline{Z}_{t,L1} = R_{t,L1} + j \cdot X_{t,L1} = 2,50 \cdot 10^{-3} + j \cdot 2,90 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Càlcul del voltatge al nus 1:

$$\underline{V}_{s1} = \underline{V}_{s2} + \underline{I}_{L1} \cdot \underline{Z}_{t,L1} = 233,56 + j \cdot 1,62 \cdot 10^{-1} \text{ V} = 233,56 \angle 0,04^\circ \text{ V}$$

L'angle de desfasament entre el voltatge al nus 1 i el corrent a la càrrega 1 és:

$$\cos \varphi_{c1} = 0,9 \Rightarrow \varphi_{c1} = 25,84^\circ$$

Per tant, la potència aparent consumida per la càrrega 2 és:

$$\underline{S}_{c1} = S_{c1} (\cos \varphi_{c1} + j \cdot \sin \varphi_{c1}) = 450.000 + j \cdot 217.945 \text{ VA}$$

La intensitat de corrent a la càrrega 1 és:



$$\underline{I}_{c1} = \left(\frac{S_{c1}}{3 \cdot \underline{V}_{s1}} \right)^* = 642,44 - j \cdot 310,60 \text{ A} = 713,58 \angle -25,80^\circ \text{ A}$$

La intensitat de corrent a l'entrada de la instal·lació industrial és:

$$\underline{I}_T = \underline{I}_{c1} + \underline{I}_{L1} = 843,44 - j \cdot 408,07 \text{ A} = 936,97 \angle -25,82^\circ \text{ A}$$

A continuació, es calcula la impedància equivalent de la xarxa de BT.

$$\underline{Z}_{eq} = j \cdot \frac{V_N^2}{S_{cc}} = j \cdot 1,33 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Tot seguit, es calcula el voltatge d'alimentació de la xarxa com:

$$\underline{V}_{s,xarxa} = \underline{V}_{s1} + \underline{I}_T \cdot \underline{Z}_{eq} = 239,00 + j \cdot 11,41 \text{ V} = 239,28 \angle 2,73^\circ \text{ V}$$

Abans, s'ha esmentat que restava pendent de comprovar el criteri tèrmic en cas de curtcircuit. Per tant, si s'origina un curtcircuit al nus 2, que és el cas més desfavorable per a la línia 2, el conductor ha de ser capaç de suportar el corrent de curtcircuit durant almenys 0,1 s. A continuació, es calcula el corrent de curtcircuit en aquest cas i s'avalua si el conductor compleix el criteri tèrmic en cas de curtcircuit.

$$\underline{I}_{cc2} = \frac{\underline{V}_{s,xarxa}}{\underline{Z}_{eq} + \underline{Z}_{t,L1}} = 2.901 - j \cdot 14.276 \text{ A} = 14,57 \angle -78,51^\circ \text{ kA}$$

El conductor ha de satisfer l'expressió següent:

$$\left(I_{cc}^2 \cdot t_f \right)_{adm} = K^2 S^2$$

En tractar-se d'un conductor de coure amb aïllament XLPE, $K = 143$. Llavors, la secció mínima necessària per complir el criteri tèrmic enfront d'un curtcircuit és:

$$S_{cc,L2} = \frac{I_{cc2}}{K} \sqrt{t_f} = 32,22 \text{ mm}^2$$

Com s'ha calculat anteriorment, la secció seleccionada del conductor de la línia 2 a partir dels criteris tèrmic en règim permanent i de la màxima caiguda de voltatge admissible és de 70 mm^2 . Per tant, com que $32,22 \text{ mm}^2$ és una secció inferior a la calculada anteriorment i s'imposa el criteri més restrictiu, la secció seleccionada és 70 mm^2 .

$$S_{L2} = 70 \text{ mm}^2$$

a)

DADES		
Interrupctor automàtic	I_N (A)	320
	PdC (kA)	36
	I_a (kA)	3
Línia 1	I_{zL1} (A)	400

El valor de I_a que es troba com a dada s'ha extret de la corba característica de la figura 9.2.

Perquè l'interruptor automàtic situat a l'origen de la línia 1, nus 1, sigui adient per a la seva protecció, es verifiquen, en primer lloc, les condicions que ha de complir perquè la seva actuació enfront de sobrecàrregues sigui correcta:

- Condició 1: $I_B \leq I_N \leq I_z$

on I_B és el corrent d'ús, I_N és el corrent nominal de l'interruptor i I_z és el corrent màxim admissible del conductor.

$$I_B = I_{L1} = 223,4 \text{ A}$$

$$I_N = 320 \text{ A}$$

$$I_z = I_{zL1} = 400 \text{ A}$$

Per tant, la primera condició de protecció enfront de sobrecàrregues es compleix.

- Condició 2: $I_2 \leq 1,45 \cdot I_z$

on I_2 és el corrent convencional d'actuació davant de sobrecàrregues de l'interruptor automàtic i I_z és el corrent màxim admissible del conductor. Com que es tracta d'un interruptor automàtic: $I_2 = 1,45 \cdot I_N$.

$$I_2 \leq 1,45 \cdot I_z \Rightarrow 1,45 \cdot I_N \leq 1,45 \cdot I_{zL1} \Rightarrow I_N \leq I_{zL1}$$

$$I_N = 320 \text{ A}$$

$$I_z = I_{zL1} = 400 \text{ A}$$

Per tant, es compleix la segona condició de protecció enfront de sobrecàrregues.

A l'apartat anterior, s'ha calculat el cas en què s'origina un curtcircuit al nus 2 per tal de dimensionar correctament el conductor de la línia 2. Com que l'objectiu d'aquest



apartat és justificar si s'ha seleccionat correctament l'interruptor automàtic, se sotmet a estudi el cas en què el curtcircuit s'origina al nus 1 pel fet que és el cas més desfavorable per a l'interruptor automàtic.

Si s'origina un curtcircuit al nus 1, el corrent de curtcircuit és:

$$I_{cc1} = \frac{V_{s, \text{arxa}}}{Z_{eq}} = 856 - j \cdot 17.925 \text{ A} = 17,95 \angle -87,27^\circ \text{ kA}$$

Atès que es compleixen les dues condicions quant a protecció enfront de sobrecàrregues, a continuació es verifiquen les condicions que ha de complir la protecció per actuar correctament enfront de curtcircuits:

- Condició 1: $PdC > I_{cc\text{m}\acute{a}\text{x}}$

on PdC és el poder de tall de l'interruptor automàtic i $I_{cc\text{m}\acute{a}\text{x}}$ és el corrent màxim de curtcircuit que ha d'interrompre l'interruptor automàtic.

$$PdC = 36 \text{ kA}$$

$$I_{cc\text{m}\acute{a}\text{x}} = I_{cc1} = 17,95 \text{ kA}$$

Per tant, es compleix la primera condició quant a protecció enfront de curtcircuits.

- Condició 2: $I_a < I_{cc\text{m}\acute{i}\text{n}}$

on I_a és el corrent mínim de desconexió per curtcircuit de l'interruptor automàtic i $I_{cc\text{m}\acute{i}\text{n}}$ és el corrent mínim de curtcircuit que ha d'interrompre l'interruptor automàtic.

$$I_a = 3 \text{ kA} \quad I_{cc\text{m}\acute{i}\text{n}} = I_{cc2} = 14,57 \text{ kA}$$

Per tant, es compleix la segona condició quant a protecció enfront de curtcircuits.

En aquest cas, no es facilita informació de l'energia específica passant de la protecció i, per tant, aquesta condició no s'avalua. I, com que es compleixen totes les condicions avaluable, es pot concloure que la selecció de l'interruptor automàtic instal·lat a l'origen de la línia 1 (nus 1) és adient. En aquest problema, no s'estudia la protecció de la resta de components de la instal·lació, que es faria mitjançant altres dispositius de protecció.

Problema 2

Del sistema elèctric de la figura 9.3, es disposa de les dades següents:

Xarxa de connexió MT:

- Voltatge nominal: 20 kV
- Potència de curtcircuit: es considera infinita

Transformador TR:

- Voltatges nominals: 20/0,4 kV
- Potència nominal: 630 kVA
- Voltatge de curtcircuit: 6 %
- Potència de curtcircuit: 1,0 %

Càrrega C1:

- Potència consumida: 400 kW
- Factor de potència: 0,9 (i)

Càrrega C2:

- Potència consumida: 120 kW
- Factor de potència: 0,9 (i)

Línia L1:

- Conductor: coure
- Aïllament: XLPE
- Longitud: 20 m
- Secció: 120 mm²
- Reactància unitària: 0,07 Ω /km
- Intensitat admissible: 284 A

Línia L2:

- Conductor: coure
- Aïllament: PVC
- Longitud: 50 m
- Secció: 10 mm²
- Reactància unitària: 0,07 Ω /km

Motor trifàsic M:

- Voltatge nominal: 400 V

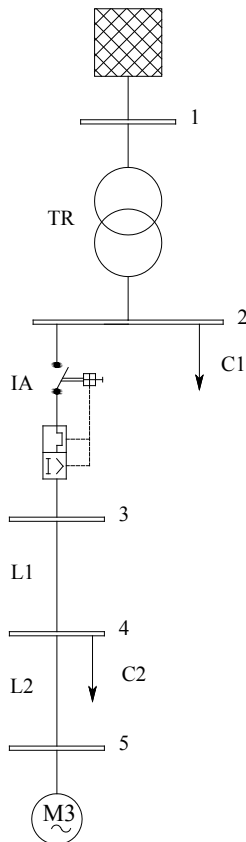


- Potència nominal: 11 kW
- Rendiment nominal: 89,5%
- Factor de potència nominal: 0,88 (i)
- Reactància subtransitòria: 15,4 %

Interruptor automàtic IA:

- Corrent nominal: 250 A
- Poder de tall: 35 kA
- Dissipador electromecànic ajustable: $5 \div 10 I_n$
- L'energia específica passant màxima és de $0,5 \cdot 10^6$ A²s per als corrents de curtcircuit que es produeixen a la instal·lació.

Figura 9.3
Sistema elèctric



Comproveu si l'interruptor automàtic és capaç de protegir la línia L1, tant de sobrecàrregues com de curtcircuits. Per al càlcul dels corrents de curtcircuit, es consideren negligibles els corrents prefalla i es considera que durant el curtcircuit la impedància del motor és la seva reactància subtransitòria.

Solució

DADES		
Transformador TR	S_{nt} (VA)	$630 \cdot 10^3$
	V_{np} (V)	$20 \cdot 10^3$
	V_{ns} (V)	400
	ϵ_{cc} (%)	6
	ϵ_{Rcc} (%)	1,0
Càrrega C1	P_{c1} (W)	$400 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi_{c1}$ (i)	0,9
Càrrega C2	P_{c2} (W)	$120 \cdot 10^3$
	$\cos \varphi_{c2}$ (i)	0,9
Línia L1	l_{L1} (m)	20
	A_{L1} (mm ²)	120
	X_{L1} (Ω/km)	0,07
	I_{zL1} (A)	284
Línia L2	l_{L2} (m)	50
	A_{L2} (mm ²)	10
	X_{L2} (Ω/km)	0,07
Motor trifàsic M	V_m (V)	400
	P_m (W)	$11 \cdot 10^3$
	η (%)	89,5%
	$\cos \varphi_m$ (ind.)	0,88
	X''_m (%)	15,4
Interrupctor automàtic IA	I_N (A)	250
	PdC (kA)	35
	I_a (kA)	1,25÷2,50
	$(I^2t)_p$	$0,5 \cdot 10^6$
	(A ² s)	

Per tal que l'interruptor automàtic situat a l'origen de la línia 1 sigui adient per a la seva protecció, en primer lloc es comproven les condicions que ha de complir perquè la seva actuació enfront de sobrecàrregues sigui correcta:

- Condició 1: $I_B \leq I_N \leq I_z$

on I_B és el corrent d'ús, I_N és el corrent nominal de l'interruptor i I_z és el corrent màxim admissible del conductor.

Càlcul del corrent al motor operant en condicions nominals:

$$I_m = \frac{P_m}{\sqrt{3} \cdot V_m \cdot \cos \varphi_m \cdot \eta} = 20,16 \text{ A}$$



Càlcul del corrent nominal de la càrrega 2:

$$I_{C2} = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot V_{ns} \cdot \cos \varphi_{C2}} = 192,45 \text{ A}$$

Càlcul del corrent a la línia 1:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{L1} &= \underline{I}_m + \underline{I}_{C2} = I_m (\cos \varphi_m - j \cdot \sin \varphi_m) + I_{C2} (\cos \varphi_{C2} - j \cdot \sin \varphi_{C2}) = \\ &= 190,94 - j \cdot 93,46 \text{ A} = 212,59 \angle -26,08^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Per tant, el corrent d'ús de la línia L1:

$$I_B = I_{L1} = 212,6 \text{ A}$$

$$I_N = 250 \text{ A}$$

$$I_z = I_{zL1} = 284 \text{ A}$$

Per tant, es compleix la primera condició de protecció enfront de sobrecàrregues.

- Condició 2: $I_2 \leq 1,45 \cdot I_z$

on I_2 és el corrent convencional d'actuació davant de sobrecàrregues de l'interruptor automàtic i I_z és el corrent màxim admissible del conductor.

$$I_2 = 1,45 \cdot I_N$$

$$I_2 \leq 1,45 \cdot I_z \Rightarrow 1,45 \cdot I_N \leq 1,45 \cdot I_{zL1} \Rightarrow I_N \leq I_{zL1}$$

$$I_N = 250 \text{ A}$$

$$I_z = I_{zL1} = 284 \text{ A}$$

Per tant, es compleix la segona condició de protecció enfront de sobrecàrregues.

Abans d'avaluar les condicions que s'han de complir per garantir que l'interruptor automàtic protegeixi la línia L1 enfront de curts circuits, s'han de calcular els corrents de curtcircuit màxim i mínim que circulen per la protecció.

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_{nt} = 630 \cdot 10^3 \text{ VA}$$

$$V_{b1} = V_{np} = 20 \cdot 10^3 \text{ V} \quad V_{b2} = V_{ns} = 400 \text{ V}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 634,92 \Omega$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 2,54 \cdot 10^{-1} \Omega$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 18,19 \text{ A}$$

$$I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 909,33 \text{ A}$$

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en p. u.:

$$\varepsilon_{Rec} = 1,00 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rec}^2} = 5,92 \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{z}_t = \varepsilon_{Rec} + j \cdot \varepsilon_{Xcc} = 1,00 \cdot 10^{-2} + j \cdot 5,92 \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{z}_{L1} = \frac{\left(\frac{\rho_{Cu,L1} \cdot l_{L1}}{A_{L1}} + j \cdot \frac{X_{L1} \cdot l_{L1}}{1.000} \right)}{Z_{b2}} = 1,49 \cdot 10^{-2} + j \cdot 5,51 \cdot 10^{-3}$$

on:

$$\rho_{Cu,L1} = 1/44 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$$

$$\underline{z}_{L2} = \frac{\left(\frac{\rho_{Cu,L2} \cdot l_{L2}}{A_{L2}} + j \cdot \frac{X_{L2} \cdot l_{L2}}{1.000} \right)}{Z_{b2}} = 4,10 \cdot 10^{-1} + j \cdot 1,38 \cdot 10^{-2}$$

on:

$$\rho_{Cu,L2} = 1/48 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$$

$$\underline{z}_m = \frac{j \cdot X_m^* \cdot Z_{bm}}{Z_{b2}} = j \cdot 6,95$$

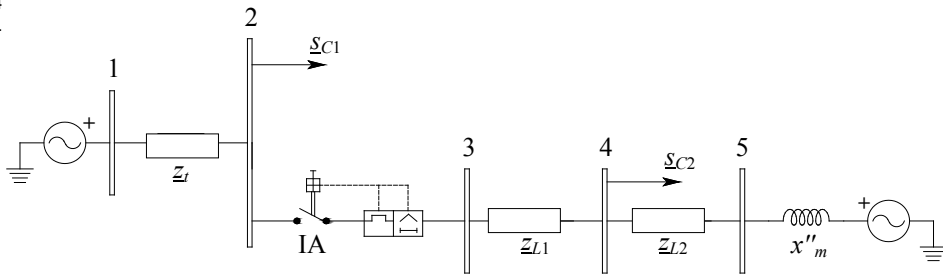
on:



$$Z_{bm} = \frac{V_m^2}{\left(\frac{P_m}{\eta \cdot \cos \varphi_m}\right)} = 11,46 \Omega$$

La figura 9.4 representa el circuit equivalent en p. u.

Figura 9.4
Circuit equivalent en p. u.



A continuació, es calcula el corrent màxim de curtcircuit que circula per l'interruptor automàtic. Aquest corrent màxim s'origina quan es produeix un curtcircuit al nus 3.

La impedància de Thevénin, negligint l'efecte de les càrreges C1 i C2, vista des del nus 3, és:

$$Z_{th3} = \frac{Z_l \cdot (Z_{L1} + Z_{L2} + Z_m)}{Z_l + (Z_{L1} + Z_{L2} + Z_m)} = 9,86 \cdot 10^{-3} + j \cdot 5,87 \cdot 10^{-2}$$

Negligint els corrents prefalta, el voltatge de Thevénin, vist des del nus 3, és:

$$V_{th3} = \frac{V_{ns}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

El corrent de curtcircuit en p. u., si la falta s'origina al nus 3, és:

$$I_{cc3} = \frac{V_{th3}}{Z_{th3}} = 2,79 - j \cdot 16,58 = 16,81 \angle -80,46^\circ$$

El corrent de curtcircuit màxim que circula per l'interruptor automàtic, en unitats del sistema internacional, és:

$$I_{ccm\grave{a}x} = |I_{cc3}| \cdot I_{b2} = 15,29 \text{ kA}$$

A continuació, es calcula el corrent mínim de curtcircuit que circula per l'interruptor automàtic. Aquest corrent mínim s'origina quan es produeix un curtcircuit al nus 4.

La impedància de Thevenin, negligint l'efecte de les càrregues C1 i C2, vista des del nus 4, és:

$$\underline{z}_{th4} = \frac{(z_t + z_{L1}) \cdot (z_{L2} + z_m)}{(z_t + z_{L1}) + (z_{L2} + z_m)} = 2,45 \cdot 10^{-2} + j \cdot 6,41 \cdot 10^{-2}$$

Negligint els corrents prefalta, el voltatge de Thevenin, vist des del nus 4, és:

$$\underline{v}_{th4} = \frac{V_{ns}}{V_{b2}} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

El corrent de curtcircuit en p. u., si la falta s'origina al nus 4, és:

$$\underline{i}_{cc4} = \frac{\underline{v}_{th4}}{\underline{z}_{th4}} = 5,20 - j \cdot 13,61 = 14,57 \angle -69,10^\circ$$

El corrent de curtcircuit mínim que circula per l'interruptor automàtic, en unitats del sistema internacional, és:

$$I_{cc\min} = |\underline{i}_{cc4}| \cdot I_{b2} = 13,24 \text{ kA}$$

Una vegada s'han calculat els corrents de curtcircuit, es comprova si la línia L1 es troba protegida per l'interruptor automàtic enfront de curtcircuits avaluant si es compleixen les condicions següents:

- Condició 1: $PdC > I_{cc\max}$

$$PdC = 35 \text{ kA} \quad I_{cc\max} = I_{cc3} = 15,29 \text{ kA}$$

Per tant, es compleix la primera condició quant a protecció enfront de curtcircuits.

- Condició 2: $I_a < I_{cc\min}$

En tractar-se d'un interruptor automàtic en el que la seva actuació enfront de curtcircuits es pot ajustar entre 5 i 10 vegades el corrent nominal, aquesta es pot ajustar entre 1,25 kA i 2,50 kA.

$$I_a = 1.250 \div 2.500 \text{ A}$$

Independentment del valor d'ajust seleccionat, el corrent de curtcircuit mínim és superior:



$$I_{cc\min} = I_{cc4} = 13,24 \text{ kA}$$

Per tant, es compleix la segona condició quant a protecció enfront de curtcircuits.

- Condició 3: $(I^2t)_p < (I^2t)_{adm}$

L'energia específica passant màxima de l'interruptor automàtic pels corrents de curtcircuit que es produeixen a la instal·lació és:

$$(I^2t)_p = 0,5 \cdot 10^6 \text{ A}^2 \text{ s}$$

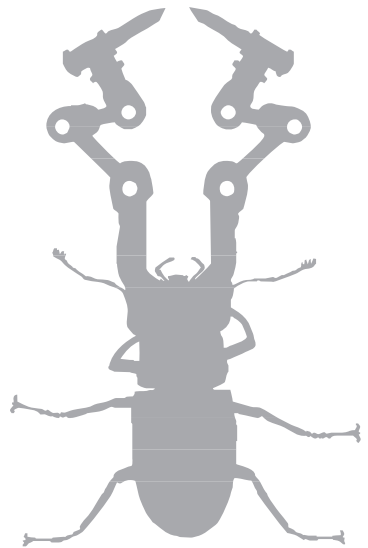
L'energia específica admissible pels conductors de la línia L1 es calcula en funció de la secció del conductor A_{L2} en mm^2 i d'una constant K_{L2} que depèn del material del conductor i de l'aïllament:

$$K_{L2} = 143$$

$$(I^2t)_{adm} = K_{L2}^2 \cdot A_{L2}^2 = 294,5 \cdot 10^6 \text{ A}^2 \text{ s}$$

L'energia específica admissible pels conductors de la línia L1 és molt superior a l'energia específica passant màxima de l'interruptor automàtic; per tant, es compleix la tercera condició quant a protecció enfront de curtcircuits.

Com que es compleixen totes les condicions, es pot concloure que la selecció de l'interruptor automàtic instal·lat a l'origen de la línia 1 és adient.



→ 10



Ampliació de sistemes elèctrics

Problema 1

Del sistema elèctric de la figura 10.1, es disposa de les dades següents:

Generador:

- Tipus de màquina: generador síncron trifàsic
- Connexió en estrella
- Voltatge nominal: 6 kV
- Potència nominal: 3,5 MVA
- Reactància síncrona: $10,5 \Omega$
- Resistència de l'induït: negligible

Transformador TR1:

- Voltatges nominals: 6/20 kV
- Potència nominal: 3,5 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 7 %

Xarxa de distribució de mitja tensió:

- Voltatge mesurat: 20 kV

Línia L1:

- Longitud: 1 km
- Secció del conductor: 95 mm^2
- Resistència unitària: $0,320 \Omega/\text{km}$
- Reactància unitària: $0,119 \Omega/\text{km}$

Transformadors TR2 i TR3:

- Voltatges nominals: 20/0,4 kV



- Dades de l'assaig de curtcircuit:
- Voltatge de curtcircuit: 0,82 kV
- Corrent subministrat: 15,20 A
- Potència absorbida: 4,86 kW

Línies L2 ($\times 10$):

- Longitud: 0,05 km
- Resistència unitària: 0,206 Ω /km
- Reactància unitària: 0,100 Ω /km

Motor asíncron trifàsic M ($\times 10$):

- Connexió en estrella
- Dades de l'assaig en càrrega:
 - Voltatge en borns: 0,4 kV
 - Corrent absorbit: 102,10 A
 - Potència absorbida: 65,30 kW
 - Velocitat del rotor: 950 rpm
 - Resistència estatòrica: 0,30 Ω
- Dades en les condicions d'operació:
 - Velocitat del rotor: 970 rpm

Base de càlcul:

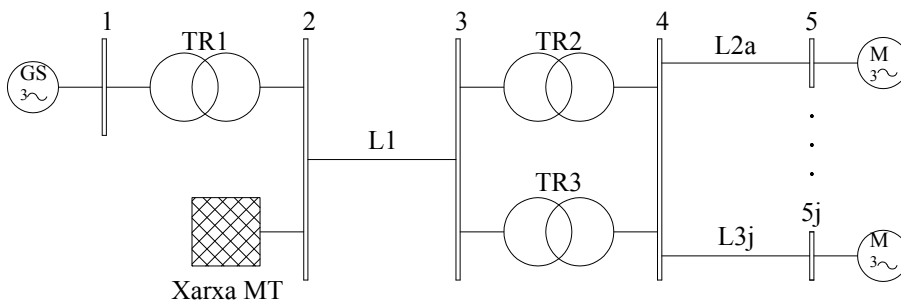
- Potència de base: 3,5 MVA
- Voltatge de base 1: 6 kV
- Voltatge de base 2: 20 kV
- Voltatge de base 3: 0,4 kV

Es demana:

a) Calculeu el voltatge en borns dels motors.

b) Calculeu la força electromotriu del generador síncron si aquest subministra tota la potència consumida.

Figura 10.1
Esquema unifilar del sistema elèctric





Solució

DADES		
Generador síncron	V_{ng} (kV)	6
	S_{ng} (MVA)	3,5
	X_{sg} (Ω)	10,5
	R_{ig} (Ω)	0
Transformador TR1	S_{nt1} (MVA)	3,5
	V_{npt1} (kV)	6
	V_{nst1} (kV)	20
	ϵ_{cc} (%)	7
Xarxa MT	V_{nx} (kV)	20
Línia L1	l_{L1} (km)	1
	A_{L1} (mm ²)	95
	R_{L1} (Ω /km)	0,320
	X_{L1} (Ω /km)	0,119
Transformador TR2	V_{npt2} (kV)	20
	V_{nst2} (kV)	0,4
	V_{cct2} (kV)	0,82
	I_{cct2} (A)	15,20
	P_{cct2} (kW)	4,86
Transformador TR3	V_{npt3} (kV)	20
	V_{nst3} (kV)	0,4
	V_{cct3} (kV)	0,82
	I_{cct3} (A)	15,20
	P_{cct3} (kW)	4,86
Línies L2 ($\times 10$)	l_{L2} (km)	0,05
	R_{L2} (Ω /km)	0,206
	X_{L2} (Ω /km)	0,100
Motor asíncron trifàsic M ($\times 10$)	V_{am} (kV)	0,4
	I_{am} (A)	102,10
	P_{am} (kW)	65,30
	n_{am} (rpm)	950
	R_e (Ω)	0,30
	n_m (rpm)	970
Base de càlcul	S_b (MVA)	3,5
	V_{b1} (kV)	6
	V_{b2} (kV)	20
	V_{b3} (kV)	0,4



a)

Càlcul dels valors de base restants:

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 10,3 \Omega \quad Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 114,3 \Omega \quad Z_{b3} = \frac{V_{b3}^2}{S_b} = 4,57 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 336,8 \text{ A} \quad I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 101,04 \text{ A} \quad I_{b3} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b3}} = 5.051,8 \text{ A}$$

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en p. u.:

$$\underline{z}_g = \frac{R_{ig} + j \cdot X_{sg}}{Z_{b1}} = j \cdot 1,021 = 1,021 \angle 90,00^\circ$$

$$\underline{z}_{l1} = j \cdot \varepsilon_{cc} = j \cdot 7,00 \cdot 10^{-2} = 7,00 \cdot 10^{-2} \angle 90,00^\circ$$

$$\underline{z}_{L1} = \frac{(R_{L1} + j \cdot X_{L1}) \cdot I_{L1}}{Z_{b2}} = 2,80 \cdot 10^{-3} + j \cdot 1,04 \cdot 10^{-3} = 2,99 \cdot 10^{-3} \angle 20,40^\circ$$

$$\underline{z}_{L2} = \frac{(R_{L2} + j \cdot X_{L2}) \cdot I_{L2}}{Z_{b3}} = 2,25 \cdot 10^{-1} + j \cdot 1,09 \cdot 10^{-1} = 2,50 \cdot 10^{-1} \angle 25,89^\circ$$

El càlcul de les impedàncies equivalents, en p. u., dels transformadors TR2 i TR3 es duu a terme a partir de les dades de l'assaig de curtcircuit.

Càlcul de l'argument de la impedància equivalent del transformador TR2:

$$\cos \varphi_{t2} = \frac{P_{cct2}}{\sqrt{3}V_{cct2}I_{cct2}} = 0,23 \text{ (i)} \Rightarrow \varphi_{t2} = 76,99^\circ$$

Càlcul de la impedància equivalent del transformador TR2:

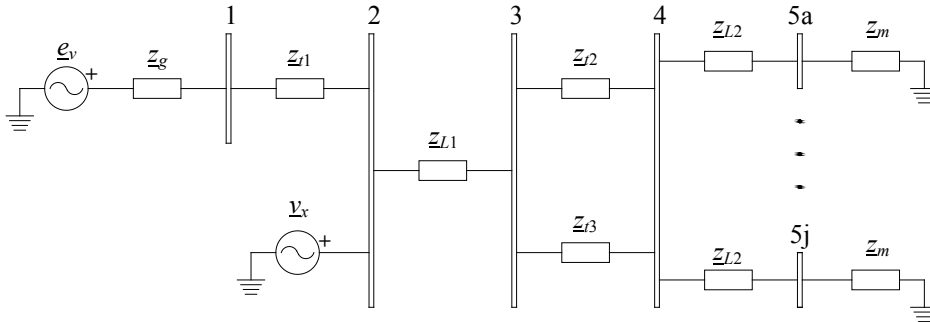
$$\underline{z}_{t2} = \frac{V_{cct2}/V_{b2}}{I_{cct2}/I_{b2}} (\cos \varphi_{t2} + j \cdot \sin \varphi_{t2}) = 6,14 \cdot 10^{-2} + j \cdot 2,66 \cdot 10^{-1} = 2,73 \cdot 10^{-1} \angle 76,99^\circ$$

Els transformadors TR2 i TR3 són iguals; per tant:

$$\underline{z}_{t3} = \underline{z}_{t2} = 6,14 \cdot 10^{-2} + j \cdot 2,66 \cdot 10^{-1} = 2,73 \cdot 10^{-1} \angle 76,99^\circ$$

El circuit equivalent en p. u. es representa a la figura 10.2.

Figura 10.2
Circuit equivalent en p.u.



A continuació, a partir de les dades que es disposen de l'assaig a què s'ha sotmès el motor, es determina la resistència rotòrica referida a l'estator i, tot seguit, la impedància equivalent en les condicions d'operació.

Càlcul de l'argument de la impedància equivalent del motor en les condicions de l'assaig:

$$\cos \varphi_{am} = \frac{P_{am}}{\sqrt{3} V_{am} I_{am}} = 0,923 \text{ (i)} \Rightarrow \varphi_{am} = 22,61^\circ$$

Càlcul de la potència reactiva i aparent absorbida pel motor en les condicions de l'assaig:

$$Q_{am} = P_{am} \tan \varphi_{am} = 27.196 \text{ var}$$

$$\underline{S}_{am} = P_{am} + j \cdot Q_{am} = 65.300 + j \cdot 27.196 \text{ VA} = 70.737 \angle 22,61^\circ \text{ VA}$$

Càlcul de la impedància equivalent entre fase i neutre del motor en les condicions de l'assaig:

$$\underline{Z}_{am} = \frac{V_{am}^2}{\underline{S}_{am}^*} = 2,09 + j \cdot 8,70 \cdot 10^{-1} \Omega = 2,26 \angle 22,61^\circ \Omega$$

A partir de la velocitat mecànica en condicions d'operació n_m es dedueix la velocitat de sincronisme n_s . La velocitat de sincronisme es determina mitjançant l'expressió següent:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{3.000}{p}$$



essent $p = 1, 2, 3, \dots$, el nombre de parells de pols.
Per a diferents valors de p , s'obté:

$$n_{s,p=1} = 3.000 \text{ rpm}$$

$$n_{s,p=2} = 1.500 \text{ rpm}$$

$$n_{s,p=3} = 1.000 \text{ rpm}$$

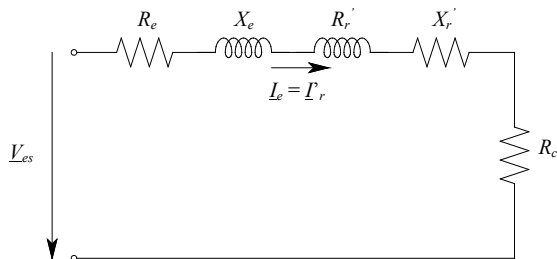
$$n_{s,p=4} = 750 \text{ rpm}$$

Com que en les condicions d'operació $n_m = 970 \text{ rpm}$, el valor que s'hi acostava més és $n_s = 1.000 \text{ rpm}$, és a dir, $p = 3$. A continuació, es calcula el lliscament per a les condicions de l'assaig s_a i per a les condicions d'operació s :

$$s_a = \frac{n_s - n_{am}}{n_s} = 0,05 \quad s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = 0,03$$

La figura 10.3 representa el circuit equivalent aproximat per fase del motor asíncron, negligint la branca en paral·lel (resistència de pèrdues en el ferro i reactància de magnetització), on \underline{V}_{es} és el voltatge de fase en borns de l'estator, R_e és la resistència estatòrica, X_e és la reactància estatòrica, R'_r és la resistència rotòrica referida a l'estator, X'_r és la reactància rotòrica referida a l'estator, R'_c és la resistència de càrrega referida a l'estator, \underline{I}_e és el corrent que circula per l'estator i \underline{I}_r és el corrent que circula pel rotor referit a l'estator.

Figura 10.3
Circuit equivalent per fase
del motor asíncron



La resistència rotòrica referida a l'estator es determina a partir de les condicions d'assaig, tenint en compte el circuit equivalent de la figura 10.3.

$$R_{am} = R_e + R'_r + R'_{ca} = R_e + R'_r + R'_r \left(\frac{1 - s_a}{s_a} \right) = R_e + \frac{R'_r}{s_a} \Rightarrow R'_r = s_a (R_{am} - R_e) = 8,94 \cdot 10^{-2} \Omega$$

Càlcul de la impedància equivalent del motor operant en les condicions d'operació ($s = 0,03$):

$$R_m = R_e + R'_r + R'_c = R_e + R'_r + R'_r \left(\frac{1-s}{s} \right) = R_e + \frac{R'_r}{s} = 3,28 \, \Omega$$

$$X_m = X_{am} = 8,70 \cdot 10^{-1} \, \Omega$$

$$\underline{z}_m = \frac{R_m + j \cdot X_m}{Z_{b3}} = 71,75 + j \cdot 19,02 = 74,23 \angle 14,85^\circ$$

Es fixa el voltatge al punt de connexió de la xarxa (nus 2) com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_x = \frac{V_{nx}}{V_{b2}} \angle 0^\circ = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia 1:

$$\underline{i}_{L1} = \frac{\underline{v}_2}{\frac{Z_{L1} + \frac{Z_{t2} \cdot Z_{t3}}{Z_{t2} + Z_{t3}} + \frac{Z_{L2} + Z_m}{10}} = 1,28 \cdot 10^{-1} - j3,62 \cdot 10^{-2} = 1,33 \cdot 10^{-1} \angle -15,81^\circ$$

Càlcul del corrent a cada motor:

$$\underline{i}_m = \frac{\underline{i}_{L1}}{10} = 1,28 \cdot 10^{-2} - j3,62 \cdot 10^{-3} = 1,33 \cdot 10^{-2} \angle -15,81^\circ$$

Càlcul del voltatge en borns dels motors:

$$\underline{v}_5 = \underline{i}_m \cdot \underline{z}_m = 9,88 \cdot 10^{-1} - j \cdot 1,65 \cdot 10^{-2} = 9,88 \cdot 10^{-1} \angle -0,96^\circ$$

$$V_5 = |\underline{v}_5| \cdot V_{b3} = 395,09 \, \text{V}$$

b)

Si el generador síncron subministra tota la potència consumida, la xarxa de distribució no aporta corrent i, per tant:

$$\underline{i}_g = \underline{i}_{L1} = 1,28 \cdot 10^{-1} - j3,62 \cdot 10^{-2} = 1,33 \cdot 10^{-1} \angle -15,81^\circ$$

Càlcul de la força electromotriu del generador:

$$\underline{e}_v = (\underline{z}_g + \underline{z}_{t1}) \cdot \underline{i}_g + \underline{v}_2 = 1,04 - j \cdot 1,40 \cdot 10^{-1} = 1,05 \angle 7,65^\circ$$

$$E_v = |\underline{e}_v| \cdot \frac{V_{b1}}{\sqrt{3}} = 3,63 \, \text{kV}$$



Problema 2

El sistema elèctric analitzat és format per cinc nusos. Entre els nusos 1 i 2, hi ha un transformador TR1 de dos enrotllaments, amb les característiques següents:

- Voltatges nominals: 25/220 kV (nusos 1 i 2, respectivament)
- Potència nominal: 100 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 10 %

Entre els nusos 2 i 3, hi ha una línia aèria que té les característiques següents:

- Longitud: 50 km
- Resistència sèrie unitària: 0,05 Ω /km
- Reactància sèrie unitària: 0,30 Ω /km

Entre els nusos 3, 4 i 5, hi ha un transformador TR2 de tres enrotllaments, amb les característiques següents:

Primari - secundari:

- Voltatges nominals: 220/66 kV (nusos 3 i 4, respectivament)
- Potència nominal: 100 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 8 %

Primari - terciari:

- Voltatges nominals: 220/11 kV (nusos 3 i 5, respectivament)
- Potència nominal: 10 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 6 %

Secundari - terciari:

- Voltatges nominals: 66/11 kV (nusos 4 i 5, respectivament)
- Potència nominal: 10 MVA
- Voltatge de curtcircuit: 6 %

Al secundari del transformador TR2, es connecta una càrrega de 80 MVA, amb un factor de potència de 0,90 inductiu.

Per controlar el voltatge al nus on es troba connectada la càrrega, es disposa de dues bateries de condensadors: una, connectada al secundari del transformador TR1 i, l'altra, connectada al terciari del transformador TR2. La bateria de condensadors connectada al terciari de TR2 presenta les característiques següents:

- Potència nominal: 9,6 Mvar
- Voltatge nominal: 11 kV

Si el voltatge al primari del transformador TR1 és un 5 % superior al nominal, calculeu la potència reactiva de compensació de la bateria de condensadors connectada al secundari del transformador TR1 per tal que el voltatge on es troba connectada la càrrega sigui el nominal. Feu els càlculs aplicant el mètode per unitat i utilitzant 100 MVA com a potència de base.

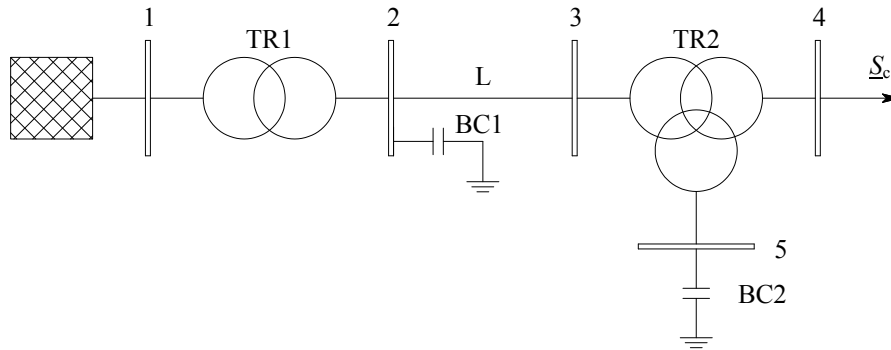
Solució

DADES		
Transformador TR1	S_{nt1} (MVA)	100
	V_{npt1} (kV)	25
	V_{nsr1} (kV)	220
	ϵ_{cct1} (%)	10
	V_1 (kV)	26,25
Línia L	l_L (km)	50
	R_L (Ω /km)	0,05
	X_L (Ω /km)	0,30
Transformador TR2: primari - secundari	$S_{nps,t2}$ (MVA)	100
	$V_{np,t2}$ (kV)	220
	$V_{ns,t2}$ (kV)	66
	$\epsilon_{ps,t2}$ (%)	8
Transformador TR2: primari - terciari	$S_{npt,t2}$ (MVA)	10
	$V_{np,t2}$ (kV)	220
	$V_{nt,t2}$ (kV)	11
	$\epsilon_{pt,t2}$ (%)	6
Transformador TR2: secundari - terciari	$S_{nst,t2}$ (MVA)	10
	$V_{ns,t2}$ (kV)	66
	$V_{nt,t2}$ (kV)	11
	$\epsilon_{st,t2}$ (%)	6
Càrrega C	S_c (MVA)	80
	$\cos \phi_c$ (i)	0,90
	V_4 (kV)	66
Bateria de condensadors BC2	$Q_{n,bc2}$ (Mvar)	9,6
	$V_{n,bc2}$ (kV)	11
Base	S_b (MVA)	100

L'esquema unifilar del sistema elèctric es representa a la figura 10.4.



Figura 10.4
Esquema unifilar del sistema elèctric



Càlcul dels valors de base:

$$\begin{array}{lll}
 V_{b1} = 25 \text{ kV} & Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 6,25 \Omega & I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 2.309,4 \text{ A} \\
 V_{b2} = 220 \text{ kV} & Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 484 \Omega & I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 262,4 \text{ A} \\
 V_{b3} = 66 \text{ kV} & Z_{b3} = \frac{V_{b3}^2}{S_b} = 43,56 \Omega & I_{b3} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b3}} = 874,8 \text{ A} \\
 V_{b4} = 11 \text{ kV} & Z_{b4} = \frac{V_{b4}^2}{S_b} = 1,21 \Omega & I_{b4} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b4}} = 5.248,6 \text{ A}
 \end{array}$$

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en p. u. (figura 10.5):

$$\begin{aligned}
 \underline{z}_{t1} &= j \cdot \varepsilon_{cct1} = j \cdot 1,00 \cdot 10^{-1} = 1,00 \cdot 10^{-1} \angle 90,00^\circ \\
 \underline{z}_L &= \frac{(R_L + j \cdot X_L) \cdot I_L}{Z_{b2}} = 5,17 \cdot 10^{-3} + j \cdot 3,10 \cdot 10^{-2} = 3,14 \cdot 10^{-2} \angle 80,54^\circ \\
 x_{ps,t2} &= \varepsilon_{ps,t2} = 8,00 \cdot 10^{-2} \\
 x_{pt,t2} &= \varepsilon_{pt,t2} \frac{V_{np,t2}^2}{S_{npt,t2}} \frac{1}{Z_{b2}} = 6,00 \cdot 10^{-1} \\
 x_{st,t2} &= \varepsilon_{st,t2} \frac{V_{ns,t2}^2}{S_{nst,t2}} \frac{1}{Z_{b3}} = 6,00 \cdot 10^{-1}
 \end{aligned}$$



$$\underline{z}_{1,t2} = j \cdot \frac{1}{2} [x_{ps,t2} + x_{pt,t2} - x_{st,t2}] = j \cdot 4,00 \cdot 10^{-2} = 4,00 \cdot 10^{-2} \angle 90,00^\circ$$

$$\underline{z}_{2,t2} = j \cdot \frac{1}{2} [x_{ps,t2} + x_{st,t2} - x_{pt,t2}] = j \cdot 4,00 \cdot 10^{-2} = 4,00 \cdot 10^{-2} \angle 90,00^\circ$$

$$\underline{z}_{3,t2} = j \cdot \frac{1}{2} [x_{pt,t2} + x_{st,t2} - x_{ps,t2}] = j \cdot 5,60 \cdot 10^{-1} = 5,60 \cdot 10^{-1} \angle 90,00^\circ$$

$$\underline{z}_{bc2} = -j \cdot \frac{V_{n,bc2}^2 / Q_{n,bc2}}{Z_{b4}} = -j \cdot 10,42 = 10,42 \angle -90,00^\circ$$

$$\underline{s}_c = \frac{S_c (\cos \varphi_c + j \cdot \sin \varphi_c)}{S_b} = 7,20 \cdot 10^{-1} + j \cdot 3,49 \cdot 10^{-1} = 8,00 \cdot 10^{-1} \angle 25,84^\circ$$

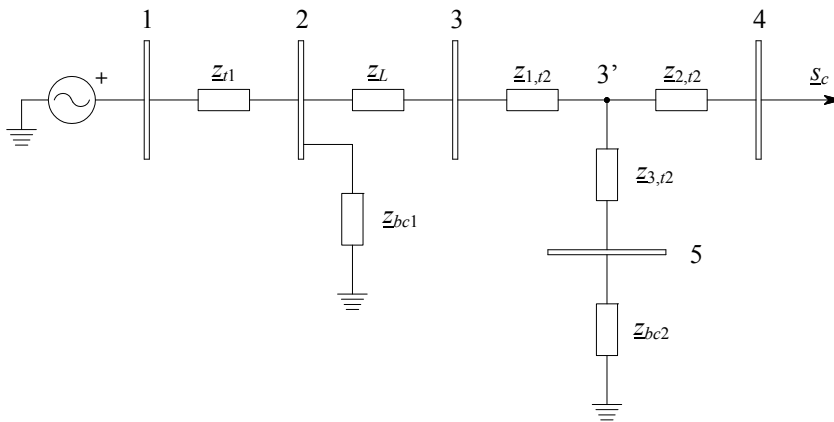


Figura 10.5
Circuit equivalent en p. u.

Es fixa el voltatge al nus 4 com a origen d'arguments:

$$v_4 = \frac{V_4}{V_{b3}} \angle 0^\circ = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

Càlcul del corrent a la càrrega:

$$\underline{i}_c = \left(\frac{\underline{s}_c}{v_4} \right)^* = 7,20 \cdot 10^{-1} - j \cdot 3,49 \cdot 10^{-1} = 8,00 \cdot 10^{-1} \angle -25,84^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus fictici 3':

$$v_{3'} = v_4 + \underline{i}_c \cdot \underline{z}_{2,t2} = 1,014 + j \cdot 0,029 = 1,014 \angle 1,63^\circ$$



Càlcul del corrent a la bateria de condensadors BC2:

$$\underline{i}_{bc2} = \frac{\underline{v}_{3'}}{\underline{z}_{3,r2} + \underline{z}_{bc2}} = -0,003 + j \cdot 0,103 = 0,103 \angle 91,63^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia aèria:

$$\underline{i}_L = \underline{i}_c + \underline{i}_{bc2} = 0,717 - j \cdot 0,246 = 0,758 \angle -18,92^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus 2:

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_{3'} + \underline{i}_L \cdot (\underline{z}_{1,r2} + \underline{z}_L) = 1,035 + j \cdot 0,078 = 1,038 \angle 4,33^\circ$$

Càlcul de la potència injectada des del nus 2 cap a la càrrega:

$$\underline{s}_{i,2} = p_{i,2} + j \cdot q_{i,2} = \underline{v}_2 \cdot \underline{i}_L^* = 0,723 + j \cdot 0,311 = 0,787 \angle 23,26^\circ$$

El voltatge al primari del transformador TR1 (nus 1) és un 5 % superior al nominal:

$$v_1 = \frac{V_1}{V_{b1}} = 1,05$$

Càlcul dels coeficients de transmissió del transformador TR1:

$$\underline{a}_{11} = a_{11} \angle \alpha_{11} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

$$\underline{a}_{22} = \underline{a}_{11} = a_{22} \angle \alpha_{22} = 1,00 \angle 0,00^\circ$$

$$\underline{a}_{12} = \underline{z}_{r1} = a_{12} \angle \alpha_{12} = 1,00 \cdot 10^{-1} \angle 90,00^\circ$$

$$\underline{a}_{21} = a_{21} \angle \alpha_{21} = 0,00 \angle 0,00^\circ$$

Càlcul de les constants necessàries per determinar la potència reactiva al nus 2:

$$k = \frac{v_1 \cdot v_2}{a_{12}} = 10,900$$

$$k_p = \frac{a_{11} \cdot v_2^2}{a_{12}} \cos(\alpha_{12} - \alpha_{11}) = 0,00$$

$$k_q = \frac{a_{11} \cdot v_2^2}{a_{12}} \sin(\alpha_{12} - \alpha_{11}) = 10,776$$

Potència reactiva al nus 2, un cop instal·lada la bateria de condensadors:



$$q_2 = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (p_{i,2} + k_p)^2} = \begin{cases} 0,0998 \\ -21,6517 \end{cases}$$

Es descarta la segona solució, atès que els càlculs es fan en p. u., amb potències inferiors a la unitat, i aquesta solució s'allunya del valor unitari. Per tant:

$$q_2 = 0,0998$$

Càlcul de la potència reactiva de compensació (bateria de condensadors BC1) al nus 2:

$$q_{bc1} = q_2 - q_{i,2} = -0,2109$$

$$Q_{bc1} = q_{bc1} \cdot S_b = -21,09 \text{ Mvar}$$

El signe negatiu correspon a la compensació capacitiva.

Problema 3

El sistema elèctric analitzat es representa a la figura 10.6. La xarxa EX aigües amunt del nus 1 permet controlar-ne el voltatge, que és de 115 kV en aquest nus. Entre els nusos 1, 2 i 3, hi ha el transformador TR1 de tres enrotllaments, amb les característiques següents:

Primari - secundari:

Voltatges nominals: 110/25 kV (nusos 1 i 2, respectivament)

Potència nominal: 50 MVA

Voltatge de curtcircuit: 8 %

Primari - terciari:

Voltatges nominals: 110/11 kV (nusos 1 i 3, respectivament)

Potència nominal: 10 MVA

Voltatge de curtcircuit: 5 %

Secundari - terciari:

Voltatges nominals: 25/11 kV (nusos 2 i 3, respectivament)

Potència nominal: 10 MVA

Voltatge de curtcircuit: 5 %



La xarxa analitzada disposa d'una bateria de condensadors BC connectada al terciari del transformador TR1 (nus 3), amb una potència nominal de 10 Mvar i un voltatge nominal d'11 kV.

Entre els nusos 2 i 4, hi ha una línia aèria L, amb les característiques següents:

- Resistència unitària: 0,2 Ω /km
- Reactància unitària: 0,3 Ω /km
- Longitud: 4 km

Entre els nusos 4 i 5, hi ha un transformador de dos enrotllaments regulable TR2, amb tres preses al primari. Al debanat primari (nus 4), es pot seleccionar un dels voltatges següents: 23, 25 o 27 kV, mentre que el voltatge nominal del debanat secundari (nus 5) és de 400 V. La potència nominal és de 2 MVA i el voltatge de curtcircuit és el 4 % del voltatge nominal del secundari.

Al nus 4, hi ha una càrrega C1 connectada amb una impedància de 15 Ω i un factor de potència de 0,80 inductiu. Al nus 5, hi ha una càrrega C2 connectada amb una impedància de 0,1 Ω i un factor de potència de 0,80 inductiu.

Calculeu el voltatge eficaç al nus 5, expressat en unitats del sistema internacional, si la presa seleccionada al transformador regulable és la corresponent al voltatge de 23 kV.

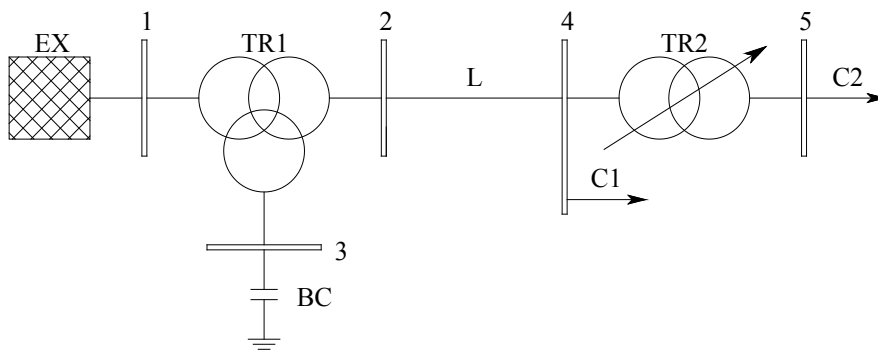


Figura 10.6
Esquema unifilar del sistema elèctric

Solució

DADES		
Xarxa EX	V_1 (kV)	115
Transformador TR1: primari - secundari	$S_{nps,t1}$ (MVA)	50
	$V_{np,t1}$ (kV)	110
	$V_{ns,t1}$ (kV)	25
	$\epsilon_{ps,t1}$ (%)	8
Transformador TR1: primari - terciari	$S_{npt,t1}$ (MVA)	10
	$V_{np,t1}$ (kV)	110
	$V_{nt,t1}$ (kV)	11
	$\epsilon_{pt,t1}$ (%)	5



DADES		
Transformador TR1: secundari - terciari	$S_{nst,t1}$ (MVA)	10
	$V_{ns,t1}$ (kV)	25
	$V_{nt,t1}$ (kV)	11
	$\epsilon_{st,t1}$ (%)	5
Bateria de condensadors BC	$Q_{n,bc}$ (Mvar)	10
	$V_{n,bc}$ (kV)	11
Línia L	l_L (km)	4
	R_L (Ω /km)	0,2
	X_L (Ω /km)	0,3
Transformador TR2	S_{nt2} (MVA)	2
	V_{npt2} (kV)	23
	V_{nst2} (kV)	400
	ϵ_{cct2} (%)	4
Càrrega C1	Z_{c1} (Ω)	15
	$\cos \phi_{c1}$ (i)	0,8
Càrrega C2	Z_{c2} (Ω)	0,1
	$\cos \phi_{c2}$ (i)	0,8

Càlcul dels valors de base:

$$S_b = S_{nps,t1} = 50 \text{ MVA}$$

$$V_{b1} = V_{np,t1} = 110 \text{ kV} \quad Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 242,0 \text{ } \Omega \quad I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 262,4 \text{ A}$$

$$V_{b2} = V_{ns,t1} = 25 \text{ kV} \quad Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 12,5 \text{ } \Omega \quad I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 1.154,7 \text{ A}$$

$$V_{b3} = V_{nt,t1} = 11 \text{ kV} \quad Z_{b3} = \frac{V_{b3}^2}{S_b} = 2,42 \text{ } \Omega \quad I_{b3} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b3}} = 2.624,3 \text{ A}$$

$$V_{b4} = V_{b2} \cdot \frac{V_{ns,t2}}{V_{np,t2}} = 434,8 \text{ V} \quad Z_{b4} = \frac{V_{b4}^2}{S_b} = 3,78 \cdot 10^{-3} \text{ } \Omega \quad I_{b4} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b4}} = 66.395,3 \text{ A}$$

Càlcul dels paràmetres del circuit equivalent en p. u. (figura 10.7):

$$x_{ps,t1} = \epsilon_{ps,t1} = 0,080$$

$$x_{pt,t1} = \epsilon_{pt,t1} \frac{V_{np,t1}^2}{S_{npt,t1}} \frac{1}{Z_{b1}} = 0,250$$



$$x_{st,t1} = \varepsilon_{st,t1} \frac{V_{ns,t1}^2}{S_{nst,t1}} \frac{1}{Z_{b2}} = 0,250$$

$$\underline{z}_{1,t1} = j \cdot \frac{1}{2} [x_{ps,t1} + x_{pt,t1} - x_{st,t1}] = j \cdot 0,040 = 0,040 \angle 90,0^\circ$$

$$\underline{z}_{2,t1} = j \cdot \frac{1}{2} [x_{ps,t1} + x_{st,t1} - x_{pt,t1}] = j \cdot 0,040 = 0,040 \angle 90,0^\circ$$

$$\underline{z}_{3,t1} = j \cdot \frac{1}{2} [x_{pt,t1} + x_{st,t1} - x_{ps,t1}] = j \cdot 0,210 = 0,210 \angle 90,0^\circ$$

$$\underline{z}_{bc} = -j \cdot \frac{V_{n,bc}^2 / Q_{n,bc}}{Z_{b3}} = -j \cdot 5,00 = 5,00 \angle -90,0^\circ$$

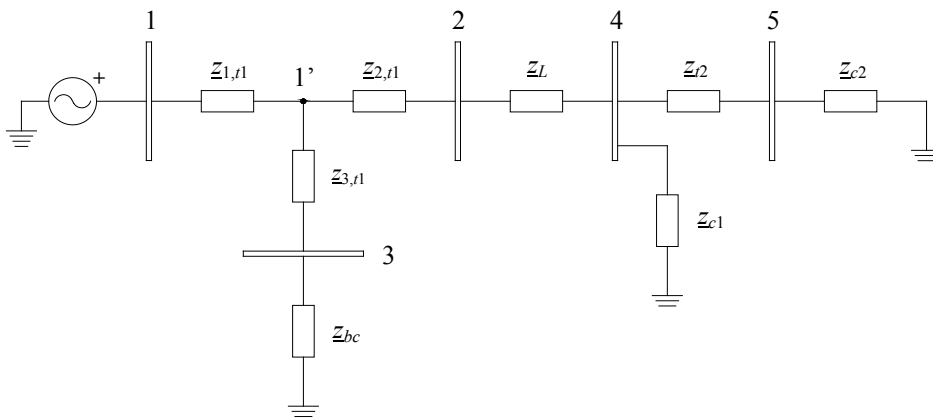
$$\underline{z}_L = \frac{(R_L + j \cdot X_L) \cdot I_L}{Z_{b2}} = 0,064 + j \cdot 0,096 = 0,115 \angle 56,3^\circ$$

$$\underline{z}_{t2} = j \cdot \varepsilon_{cc,t2} \frac{V_{ns,t2}^2}{S_{n,t2}} \frac{S_b}{V_{b4}^2} = j \cdot 0,846 = 0,846 \angle 90,0^\circ$$

$$\underline{z}_{c1} = \frac{Z_{c1} (\cos \varphi_{c1} + j \cdot \sin \varphi_{c1})}{Z_{b2}} = 0,960 + j \cdot 0,720 = 1,200 \angle 36,9^\circ$$

$$\underline{z}_{c2} = \frac{Z_{c2} (\cos \varphi_{c2} + j \cdot \sin \varphi_{c2})}{Z_{b4}} = 21,16 + j \cdot 15,87 = 26,45 \angle 36,9^\circ$$

Figura 10.7
Circuit equivalent en p. u.



Càlcul de la impedància equivalent entre el nus 1' i les càrregues:

$$\underline{z}_{eq,1'} = \underline{z}_{2,t1} + \underline{z}_L + \frac{\underline{z}_{c1} \cdot (\underline{z}_{t2} + \underline{z}_{c2})}{\underline{z}_{c1} + \underline{z}_{t2} + \underline{z}_{c2}} = 0,982 + j \cdot 0,826 = 1,284 \angle 40,1^\circ$$

Càlcul de la impedància equivalent de tot el sistema:

$$\underline{z}_{eq,1} = \underline{z}_{1,t1} + \frac{\underline{z}_{eq,1'} \cdot (\underline{z}_{3,t1} + \underline{z}_{bc})}{\underline{z}_{eq,1'} + \underline{z}_{3,t1} + \underline{z}_{bc}} = 1,352 + j \cdot 0,704 = 1,523 \angle 27,5^\circ$$

Es fixa el voltatge al nus 1 com a origen d'arguments:

$$\underline{v}_1 = v_1 \angle 0,00^\circ = \frac{V_1}{V_{b1}} \angle 0,00^\circ = 1,046 \angle 0,00^\circ$$

Càlcul del corrent injectat al nus 1:

$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{v}_1}{\underline{z}_{eq,1}} = 0,609 - j \cdot 0,317 = 0,686 \angle -27,5^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus fictici 1':

$$\underline{v}_{1'} = \underline{v}_1 - \underline{i}_1 \cdot \underline{z}_{1,t1} = 1,033 - j \cdot 0,024 = 1,033 \angle -1,4^\circ$$

Càlcul del corrent que circula per la línia:

$$\underline{i}_L = \frac{\underline{v}_{1'}}{\underline{z}_{eq,1'}} = 0,604 - j \cdot 0,532 = 0,805 \angle -41,4^\circ$$

Càlcul del voltatge al nus 4:

$$\underline{v}_4 = \underline{v}_{1'} - \underline{i}_L \cdot (\underline{z}_{2,t1} + \underline{z}_L) = 0,922 - j \cdot 0,072 = 0,925 \angle -4,5^\circ$$

Càlcul del corrent a la càrrega 2:

$$\underline{i}_{c2} = \frac{\underline{v}_4}{\underline{z}_{t2} + \underline{z}_{c2}} = 2,52 \cdot 10^{-2} - j \cdot 2,33 \cdot 10^{-2} = 3,43 \cdot 10^{-2} \angle -42,8^\circ$$

El voltatge al nus 5 és:

$$\underline{v}_5 = \underline{i}_{c2} \cdot \underline{z}_{c2} = 0,902 - j \cdot 0,094 = 0,907 \angle -5,9^\circ$$

$$V_5 = |\underline{v}_5| \cdot V_{b4} = 394,3 \text{ V}$$





Annex I: Sistemes trifàsics

Problema 1

La instal·lació elèctrica analitzada té un motor d'inducció trifàsic amb les característiques següents:

- Potència nominal: 55 kW
- Voltatge nominal: 400 V
- Velocitat nominal: 1.478 rpm
- Factor de potència nominal: 0,85
- Rendiment: 92,4 %
- Freqüència: 50 Hz

Es demana:

a) Determineu la potència la bateria dels condensadors, de manera que el factor de potència sigui la unitat quan el motor treballi en condicions nominals.

b) Seleccioneu una de les potències disponibles següents (kvar): 2,5, 5,0, 8,0, 10,0, 12,5, 15,0, 16,5, 20,0, 23,0, 25,0, 30,0, 35,0, 40,0, 46,0, 50,0, 60,0, 70,0, 80,0, 90,0, 100,0, 120,0 (font: ABB).

c) Determineu la capacitat dels condensadors de la bateria seleccionada per a una connexió en triangle i per a una connexió en estrella.

**Solució**

DADES		
Motor d'inducció	V_n (V)	400
	P_n (kW)	55
	f (Hz)	50
	n (rpm)	1.478
	$\cos \varphi_n$	0,85 (i)
	η (%)	92,4
Instal·lació industrial	V (V)	400
	$\cos \varphi_0$	0,85 (i)
	$\cos \varphi_f$	1

a)

Càlcul de la potència activa consumida pel motor:

$$P = \frac{P_n}{\eta} = 59,524 \text{ kW}$$

La potència reactiva entregada inicialment a la instal·lació es calcula a partir de la potència activa (triangle de potències de la figura 11.1):

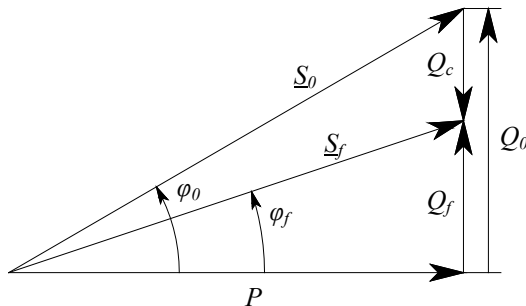
$$Q_0 = P \cdot \tan \varphi_0 = 36,890 \text{ kvar}$$

Com que el factor de potència final és unitari, la potència reactiva entregada a la instal·lació després de realitzar la compensació és:

$$Q_f = P \cdot \tan \varphi_f = 0 \text{ var}$$

La potència reactiva compensada per la bateria de condensadors és, en aquest cas, tota la potència reactiva que necessita el motor (triangle de potències de la figura 11.1):

$$Q_c = Q_0 - Q_f = 36,890 \text{ kvar}$$

Figura 11.1
Triangle de potències

De les potències disponibles, se selecciona la bateria de 35 kvar, de manera que el factor de potència final serà pròxim a la unitat.

$$Q_c = 35 \text{ kvar}$$

b)

A partir de la potència reactiva de compensació Q_c s'obté la capacitat dels condensadors, primer per a una connexió en triangle:

$$Q_c = 3 \cdot X_{c\Delta} I_c^2$$

$$I_c = \frac{V}{X_{c\Delta}}$$

$$Q_c = 3 \cdot \frac{V^2}{X_{c\Delta}} = 3 \cdot 2\pi f \cdot C_\Delta \cdot V^2$$

$$C_\Delta = \frac{Q_c}{3 \cdot 2\pi f \cdot V^2} = 2,321 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 232,1 \text{ }\mu\text{F}$$

A continuació, a partir de la potència reactiva de compensació Q_c , s'obté la capacitat dels condensadors per a una connexió en estrella:

$$Q_c = 3 \cdot X_{cY} I_c^2$$

$$V_s = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

$$I_c = \frac{V_s}{X_{cY}}$$

$$Q_c = \frac{V^2}{X_{cY}} = 2\pi f \cdot C_Y \cdot V^2$$

$$C_Y = \frac{Q_c}{2\pi f \cdot V^2} = 6,963 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 696,3 \text{ }\mu\text{F}$$



Problema 2

La instal·lació elèctrica analitzada té els receptors següents:

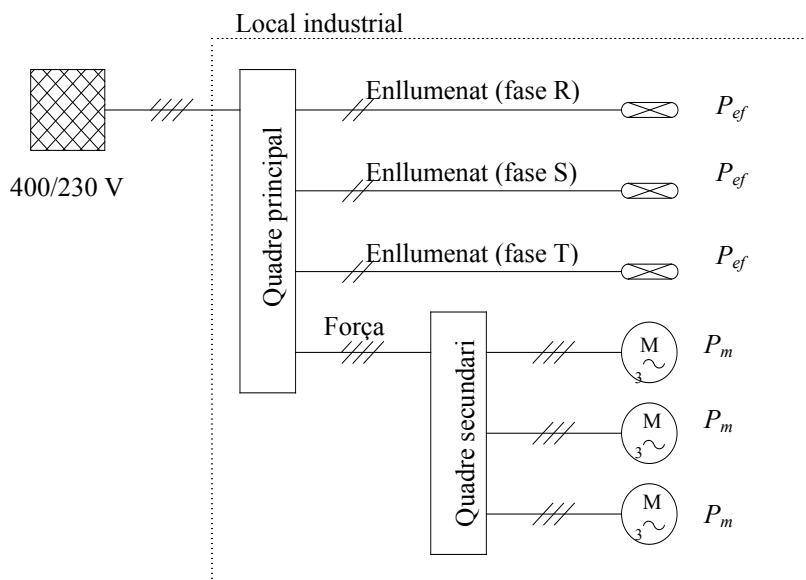
- Enllumenat distribuït de forma equilibrada entre les tres fases, en què els valors per fase són:
- Potència: 1,0 kW
- Factor de potència: 0,95 (i)
- Tres motors trifàsics, cadascun d'ells amb les característiques següents:
- Potència: 22 kW
- Rendiment: 90,4 %
- Factor de potència: 0,90 (i)

L'esquema unifilar de la instal·lació industrial es representa a la figura 11.2. El voltatge de línia d'alimentació de la instal·lació és 400 V.

Calculeu:

- El corrent que circula per la línia d'enllumenat.
- El corrent de la línia d'alimentació del quadre secundari.
- La potència activa que consumeix la instal·lació i el factor de potència.

Figura 11.2
Instal·lació d'un local
industrial



Solució

DADES		
Xarxa	V (V)	400
	f (Hz)	50
Receptors d'enllumenat	P_{ef} (kW)	1,0
	$\cos \varphi_e$	0,95 (i)
Motor	P_m (kW)	22,0
	η (%)	90,4
	$\cos \varphi_f$	0,90 (i)

a)

Es fixa el voltatge simple com a origen d'arguments:

$$\underline{V}_s = V_s \angle 0^\circ = \frac{V}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 230,9 \angle 0^\circ$$

La potència aparent consumida per fase pels receptors d'enllumenat:

$$\underline{S}_{ef} = P_{ef} (1 + j \cdot \tan \varphi_e) = 1.000 + j \cdot 328,7 \text{ VA} = 1.052,6 \angle 18,19^\circ \text{ VA}$$

El corrent que circula per la línia d'enllumenat:

$$\underline{I}_e = \left(\frac{\underline{S}_{ef}}{\underline{V}_s} \right)^* = 4,33 - j \cdot 1,42 \text{ A} = 4,56 \angle -18,19^\circ \text{ A}$$

b)

La potència aparent trifàsica consumida per un motor:

$$\underline{S}_m = \frac{P_m}{\eta} (1 + j \cdot \tan \varphi_f) = 24.336 + j \cdot 11.787 \text{ VA} = 27.040 \angle 25,84^\circ \text{ VA}$$

Corrent de línia de cada motor:

$$\underline{I}_m = \left(\frac{\underline{S}_m}{3\underline{V}_s} \right)^* = 35,13 - j \cdot 17,01 \text{ A} = 39,03 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$

El corrent que circula per la línia que alimenta el quadre secundari és tres vegades el d'un motor, perquè n'hi ha tres d'iguals:



$$\underline{I}_{qs} = \underline{I}_m \cdot 3 = 105,38 - j \cdot 51,04 \text{ A} = 117,09 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$

c)

Càlcul de la potència aparent trifàsica total que consumeix la instal·lació:

$$\underline{S}_t = \underline{S}_{ef} \cdot 3 + \underline{S}_m \cdot 3 = 76.009 + j \cdot 36.346 \text{ VA} = 84.252 \angle 25,56^\circ \text{ VA}$$

La potència activa consumida per tota la instal·lació és:

$$P_t = 76.009 \text{ W}$$

El factor de potència de tota la instal·lació és:

$$f_{dp_t} = \frac{P_t}{S_t} = 0,902 \text{ (i)}$$

Problema 3

La instal·lació industrial analitzada es representa a la figura 11.3. Aquesta instal·lació alimenta els receptors següents:

Motor M1:

- Potència útil: 11 kW
- Rendiment: 89,5 %
- Factor de potència: 0,88 (i)

Motor M2:

- Potència útil: 7,5 kW
- Rendiment: 88,0 %
- Factor de potència: 0,89 (i)

Enllumenat:

- Potència consumida: 3,2 kW
- Factor de potència: 1,0

El voltatge de la línia d'alimentació és de 400 V.

Calculeu:

- El corrent a cada càrrega si l'interruptor K es troba obert.
- El corrent total a la instal·lació si l'interruptor K es troba obert.

c) La potència de la bateria de condensadors i la seva capacitat, si quan es tanca l'interruptor K el factor de potència de la instal·lació és la unitat.

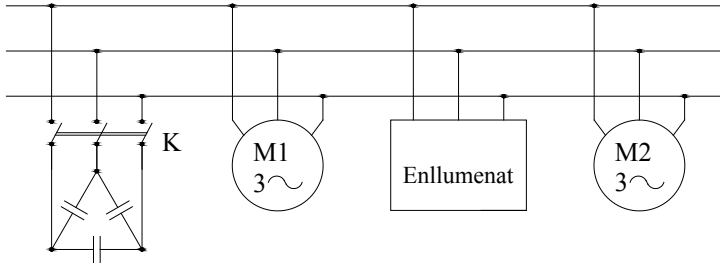


Figura 11.3
Instal·lació elèctrica

Solució

DADES		
Xarxa d'alimentació	V (V)	400
	f (Hz)	50
Motor 1	$\cos \varphi'_T$	1,00
	$P_{u,M1}$ (kW)	11
	$\cos \varphi_{M1}$	0,88 (i)
Motor 2	η_{M1} (%)	89,5
	$P_{u,M2}$ (kW)	7,5
	$\cos \varphi_{M2}$	0,89 (i)
Enllumenat	η_{M2} (%)	88,0
	P_L (kW)	3,2
	$\cos \varphi_L$	1,00

a)

Es fixa el voltatge simple com a origen d'arguments:

$$\underline{V}_s = V_s \angle 0^\circ = \frac{V}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 230,9 \angle 0^\circ$$

Càlcul de la potència activa consumida pel motor 1:

$$P_{M1} = \frac{P_{u,M1}}{\eta_{M1}} = 12,291 \text{ kW}$$

El corrent al motor 1 és:



$$\underline{I}_{M1} = \frac{P_{M1}}{\sqrt{3}V} \cdot (1 + j \cdot \tan \varphi_{M1}) = 17,74 - j \cdot 9,57 \text{ A} = 20,16 \angle -28,36^\circ \text{ A}$$

El corrent al motor 2 és:

$$\underline{I}_{M2} = \frac{P_{M2}}{\sqrt{3}V} \cdot (1 + j \cdot \tan \varphi_{M2}) = 12,30 - j \cdot 6,30 \text{ A} = 13,82 \angle -27,13^\circ \text{ A}$$

El corrent a les lluminàries és:

$$\underline{I}_L = \frac{P_L}{\sqrt{3}V} \cdot (1 + j \cdot \tan \varphi_L) = 4,62 \angle 0,00^\circ \text{ A}$$

b)

Càlcul del corrent total de la instal·lació:

$$\underline{I}_T = \underline{I}_{M1} + \underline{I}_{M2} + \underline{I}_L = 34,66 - j \cdot 15,88 \text{ A} = 38,12 \angle -24,61^\circ \text{ A}$$

c)

Càlcul de la potència total que absorbeix la instal·lació abans de la compensació:

$$\underline{S}_T = 3V_s \underline{I}_T^* = 24.013 + j \cdot 11.000 \text{ VA} = 26.413 \angle 24,61^\circ \text{ VA}$$

Com:

$$\underline{S}_T = S_T \angle \varphi_T = P_T + j \cdot Q_T$$

El factor de potència, la potència activa i reactiva absorbida per la instal·lació abans de fer la compensació són:

$$FP_T = \cos \varphi_T = 0,909 \text{ (i)}$$

$$P_T = 24.013 \text{ W}$$

$$Q_T = 11.000 \text{ var}$$

El factor de potència, la potència activa i reactiva absorbida per la instal·lació després de fer la compensació de reactiva són:

$$FP'_T = \cos \varphi'_T = 1,00 \Rightarrow \varphi'_T = 0,00^\circ$$

$$P'_T = P_T = 24.013 \text{ W}$$

$$Q'_T = P_T \cdot \tan \phi'_T = 0 \text{ var}$$

La potència reactiva compensada per la bateria de condensadors és, en aquest cas, tota la potència reactiva que absorbia la instal·lació (triangle de potències de la figura 11.4):

$$Q_c = Q_T - Q'_T = 11.000 \text{ var}$$

A partir de la potència reactiva de compensació Q_c , s'obté la capacitat dels condensadors per a una connexió en triangle:

$$Q_c = 3 \cdot X_{c\Delta} \cdot I_c^2$$

$$Q_c = 3 \cdot \frac{V^2}{X_{\Delta c}} = 3 \sqrt{2} \pi f \cdot C_{\Delta} \cdot V^2$$

$$X_{\Delta c} = \frac{V^2}{X_{c\Delta}}$$

$$C_{\Delta} = \frac{Q_c}{3 \cdot 2 \pi f \cdot V^2} = 7,295 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 72,95 \text{ } \mu\text{F}$$

on $X_{c\Delta}$ és la reactància de cada condensador i I_c és el corrent a cadascun d'ells.

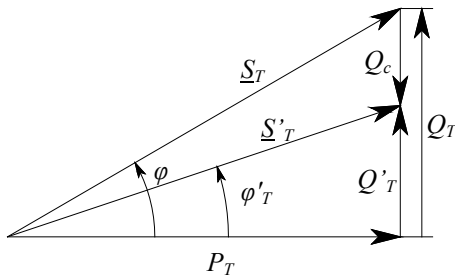


Figura 11.4
Triangle de potències

Problema 4

El sistema elèctric analitzat es representa mitjançant el circuit equivalent de la figura 11.5. Les característiques d'aquest sistema són les següents:

Xarxa de connexió:

- Voltatge d'alimentació reduït al secundari: 400 V
- Freqüència: 50 Hz

Transformador:

- Reactància de curtcircuit reduïda al secundari: 0,1 Ω

Bateria de condensadors:

- Capacitat dels condensadors: 152,5 μF



Línia:

- Resistència total: $0,03 \Omega$
- Reactància total: $0,07 \Omega$

Càrrega trifàsica simètrica:

- Voltatge nominal: 380 V
- Potència nominal: 50 kW
- Factor de potència nominal: 0,82 (i)

Es demana:

Determineu la impedància equivalent de la càrrega entre fase i neutre.

Amb l'interruptor K obert, calculeu:

El corrent total subministrat al sistema.

El voltatge de línia entre X i Y.

El voltatge de línia entre R i S.

El factor de potència i les potències activa, reactiva i aparent absorbides pel sistema.

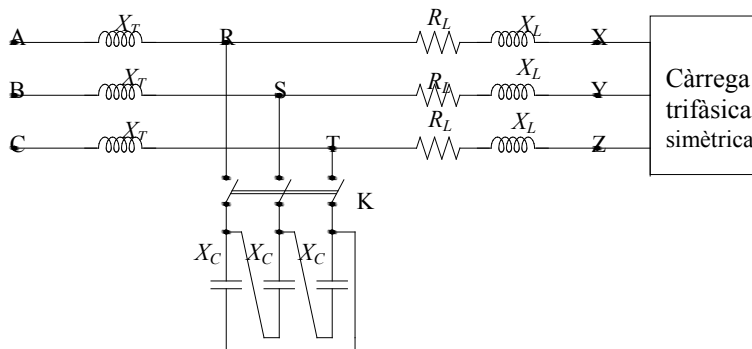
A continuació, es connecta la bateria de condensadors tancant l'interruptor K. En aquestes condicions, calculeu:

El corrent total subministrat al sistema.

El voltatge de línia entre R i S.

El factor de potència i les potències activa, reactiva i aparent absorbides pel sistema.

Figura 11.5
Sistema elèctric



Solució

DADES		
Xarxa de connexió	V (V)	400
	f (Hz)	50
Transformador	X_T (Ω)	0,1
Bateria de condensadors	C (μF)	152,5
Línia	R_L (Ω)	0,03
	X_L (Ω)	0,07
Càrrega trifàsica simètrica	V_{Qn} (V)	380
	P_{Qn} (kW)	50
	$\cos \varphi_{Qn}$	0,82 (i)

a)

La potència nominal de la càrrega expressada com a potència aparent trifàsica complexa és:

$$\underline{S}_{Qn} = P_{Qn} \cdot (1 + j \cdot \tan \varphi_{Qn}) = 50.000 + j \cdot 34.900 \text{ VA} = 60.976 \angle 34,92^\circ \text{ VA}$$

La potència aparent complexa nominal per fase de la càrrega:

$$\underline{S}_{Qfn} = \frac{\underline{S}_{Qn}}{3} = 16.667 + j \cdot 11.633 \text{ VA} = 20.325 \angle 34,92^\circ \text{ VA}$$

Tenint en compte que:

$$\underline{S}_{Qfn} = P_{Qfn} + j \cdot Q_{Qfn}$$

s'obté:

$$P_{Qfn} = 16.667 \text{ W}$$

$$Q_{Qfn} = 11.633 \text{ var}$$

Càlcul del corrent nominal de la càrrega en mòdul:

$$I_{Qn} = \frac{P_{Qn}}{\sqrt{3} V_{Qn} \cos \varphi_{Qn}} = 92,64 \text{ A}$$

Càlcul de la impedància equivalent de la càrrega entre fase i neutre:

$$R_{Qf} = \frac{P_{Qfn}}{I_{Qn}^2} = 1,94 \Omega$$



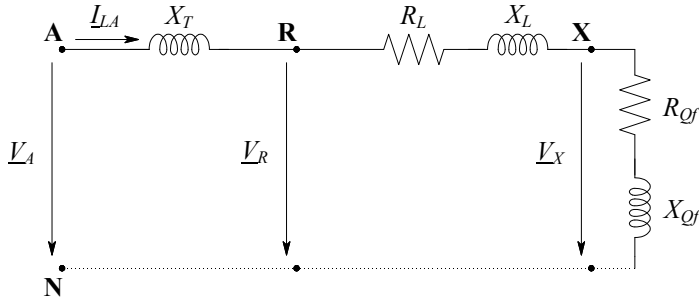
$$X_{Qf} = \frac{Q_{Qfn}}{I_{Qn}^2} = 1,36 \Omega$$

$$\underline{Z}_{Qf} = R_{Qf} + j \cdot X_{Qf} = 1,94 + j \cdot 1,36 \Omega = 2,37 \angle 34,92^\circ \Omega$$

b)

El sistema elèctric es pot analitzar mitjançant el seu circuit equivalent monofàsic (entre fase i neutre), tal com es representa a la figura 11.6, sense connectar els condensadors.

Figura 11.6
Circuit equivalent
monofàsic



Es fixa el voltatge simple en A com a origen d'arguments:

$$\underline{V}_A = V_A \angle 0^\circ = \frac{V}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 230,9 \angle 0^\circ$$

El corrent de línia en la fase A és:

$$\underline{I}_{LA} = \frac{\underline{V}_A}{j \cdot X_T + R_L + j \cdot X_L + \underline{Z}_{Qf}} = 73,27 - j \cdot 56,68 \text{ A} = 92,63 \angle -37,73^\circ \text{ A}$$

c)

El voltatge simple en X és:

$$\underline{V}_X = V_X \angle \delta_X = \underline{I}_{LA} \cdot \underline{Z}_{Qf} = 219,11 - j \cdot 10,76 \text{ V} = 219,37 \angle -2,81^\circ \text{ V}$$

Com que es tracta d'un sistema trifàsic simètric, equilibrat i a seqüència directa, el voltatge de línia entre X i Y és:

$$\begin{aligned} \underline{V}_{XY} &= V_X \cdot \sqrt{3} \cdot (\cos(\delta_X + 30^\circ) + j \cdot \sin(\delta_X + 30^\circ)) = \\ &= 337,97 + j \cdot 173,62 \text{ V} = 379,96 \angle 27,20^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

d)

El voltatge simple en R és:

$$\underline{V}_R = V_R \angle \delta_R = \underline{V}_A - \underline{I}_{LA} \cdot j \cdot X_T = 225,27 - j \cdot 7,33 \text{ V} = 225,39 \angle -1,86^\circ \text{ V}$$

Com que es tracta d'un sistema trifàsic simètric, equilibrat i a seqüència directa, el voltatge de línia entre R i S és:

$$\underline{V}_{RS} = V_R \cdot \sqrt{3} \cdot (\cos(\delta_R + 30^\circ) + j \cdot \sin(\delta_R + 30^\circ)) = 344,25 + j184,10 \text{ V} = 390,3928,14^\circ$$

e)

Càlcul de la potència aparent subministrada al sistema elèctric:

$$\underline{S}_i = 3 \underline{V}_A \underline{I}_{LA}^* = 50.762 + j \cdot 39.269 \text{ VA} = 64.178 \angle 37,73^\circ \text{ VA}$$

Com que:

$$\underline{S}_i = \underline{S}_i \angle \varphi_i = P_i + j \cdot Q_i$$

s'obté que:

$$P_i = 50.762 \text{ W}$$

$$Q_i = 39.269 \text{ var}$$

$$FP_i = \cos \varphi_i = 0,791 \text{ (i)}$$

f)

La reactància capacitiva dels condensadors és:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = 20,87 \Omega$$

Per simplificar els càlculs, aquesta reactància es transforma de triangle a estrella. D'aquesta forma, la reactància capacitiva pren un valor per fase de:

$$X_{CY} = \frac{X_C}{3} = 6,96 \Omega$$

El sistema elèctric es pot analitzar mitjançant el seu circuit equivalent monofàsic, tal com es representa a la figura 11.7, amb els condensadors connectats:

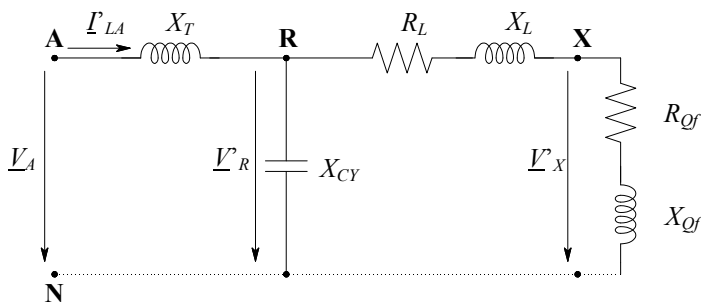


Figura 11.7
Circuit equivalent monofàsic



El corrent de línia a la fase A és:

$$\underline{I}'_{LA} = \frac{\underline{V}_A}{j \cdot X_T + \frac{(R_L + j \cdot X_L + \underline{Z}_{Qf}) \cdot (-j \cdot X_{CY})}{R_L + j \cdot X_L + \underline{Z}_{Qf} - j \cdot X_{CY}}} = 75,37 - j \cdot 24,68 \text{ A} = 79,31 \angle -18,13^\circ \text{ A}$$

g)

El voltatge simple en R és:

$$\underline{V}'_{LR} = V'_R \angle \delta'_R = \underline{V}_A - \underline{I}'_{LA} \cdot j \cdot X_T = 228,47 - j \cdot 7,54 \text{ V} = 228,60 \angle -1,89^\circ \text{ V}$$

Com que es tracta d'un sistema trifàsic simètric, equilibrat i a seqüència directa, el voltatge de línia entre R i S és:

$$\underline{V}'_{RS} = V'_R \cdot \sqrt{3} \cdot (\cos(\delta'_R + 30^\circ) + j \cdot \sin(\delta'_R + 30^\circ)) = 349,23 + j186,56 \text{ V} = 395,94 \angle 28,7^\circ \text{ V}$$

h)

Càlcul de la potència aparent subministrada al sistema elèctric:

$$\underline{S}'_i = 3 \underline{V}'_{LA} \underline{I}'_{LA}^* = 52.216 + j \cdot 17.101 \text{ VA} = 54.945 \angle 18,13^\circ \text{ VA}$$

Com que:

$$\underline{S}'_i = S'_i \angle \varphi'_i = P'_i + j \cdot Q'_i$$

s'obté:

$$P'_i = 52.216 \text{ W}$$

$$Q'_i = 17.101 \text{ var}$$

$$FP'_i = \cos \varphi'_i = 0,950 \text{ (i)}$$



Annex II: Mètode per unitat

Problema 1

La reactància síncrona d'un generador trifàsic és 1,6 p.u. sobre la base de les característiques nominals:

- Potència nominal: 50 MVA
- Voltatge nominal: 13,8 kV

Si es prenen 20 kV i 100 MVA com a base de càlcul, trobeu la reactància del generador referida a aquesta base de càlcul.

Solució

DADES		
Generador trifàsic	x_g (p. u.)	1,6
	V_n (V)	$13,8 \cdot 10^3$
	S_n (VA)	$50 \cdot 10^6$
Base de càlcul	V_b (V)	$20 \cdot 10^3$
	S_b (VA)	$100 \cdot 10^6$

La impedància base de càlcul és:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = 4,0000 \Omega$$

La impedància nominal del generador és:

$$Z_n = \frac{V_n^2}{S_n} = 3,8088 \Omega$$



La reactància síncrona del generador en unitats del sistema internacional:

$$X_g = x_{g,n} \cdot Z_n = 6,0941 \Omega$$

La reactància síncrona del generador en p. u. referida a la base de càlcul:

$$x_{g,b} = \frac{X_g}{Z_b} = 1,5235 \text{ p. u.}$$



Annex III: Taules de centrals elèctriques

Introducció

Segons el tipus d'equip i el fabricant, el rendiment de la maquinària varia, però, a efecte d'una primera aproximació, es pot considerar per a una minicentral hidroelèctrica moderna el valor de 0,85.

La turbina Pelton s'utilitza en salts elevats que tenen poc cabal; el seu rendiment és superior al 90 %, en condicions nominals.

La turbina Francis s'adapta molt bé a tot tipus de salts i cabals; el seu rendiment és, aproximadament, del 90 %, en condicions nominals.

La turbina Kaplan s'utilitza, generalment, en salts petits i cabals variables; el seu rendiment és, aproximadament, del 90 %, en condicions nominals.

Minicentrals hidroelèctriques

(Font: IDAE)

Centrals	Tipus de turbina	Cabal (m ³ /s)	Salt net (m)	Potència instal·lada (MW)
Huesna	1 Francis	1,61	55	0,9
Los Hurones	3 Francis	12,5	33,9	5,43
Murias	2 Pelton	3,5	220	6,6
Purón	1 Francis	2,25	27,3	0,41
Virgen de las Viñas	1 Kaplan	24,5	8,5	1,67
Porma	3 Francis	30	71	18,56
Lanzahita	1 Francis	2,1	108,8	1,97
Portodemouros	1 Francis	15	9,24	9,8
Antella-Escalona	2 Kaplan	40	9	3,94



Centrals hidroelèctriques de HC

(Font: HC Energía)

Centrals	Tipus de turbina	Cabal (m ³ /s)	Salt net (m)	Potència instal·lada (MW)
Miranda	4 Pelton	20	385	64,8
Proaza	2 Francis	40	138	48
Salime	4 Francis	152	114	126
Tanes	2 Francis	119,5	102	133
Virgen de las Viñas	1 Kaplan	24,5	8,5	1,67
La Barca	3 Francis	104,6	58	55,3

Principals centrals hidroelèctriques espanyoles

(Font: UNESA)

Centrals	Potència instal·lada (MW)
Aldeadávila I i II	1.139,2
José María de Oriol	915,2
Cortes-La Muela	908,3
Villarino	810,0
Estany Gento-Sallente	451,0
Cedillo	440,0
Tajo de la Encantada	360,0
Aguayo	339,2
Mequinenza	324,0

Centrals de carbó

(Font: REE)

Centrals	Grups	Potència (MW)
Aboño	Aboño 1	360
	Aboño 2	556
Anllares	Anllares	365
Cercs	Cercs	162
Compostilla II	Compostilla 2	141
	Compostilla 3	330



Centrals	Grups	Potència (MW)
	Compostilla 4	350
	Compostilla 5	350
Escatrón	Escatrón	80
Escucha	Escucha	159
Guardo	Guardo 1	155
	Guardo 2	361
La Robla	La Robla 1	284
	La Robla 2	371
Lada	Lada 3	155
	Lada 4	358
Litoral de Almería	Litoral de Almería 1	577
	Litoral de Almería 2	582
Los Barrios	Los Barrios	589
Meirama	Meirama	563
Narcea	Narcea 1	65
	Narcea 2	166
	Narcea 3	364
Pasajes	Pasajes	217
Puentenuevo 3	Puentenuevo 3	324
Puentes García Rodríguez	Puentes 1	369
	Puentes 2	366
	Puentes 3	366
	Puentes 4	367
Puertollano	Puertollano	221
Soto de la Ribera	Soto de la Ribera 2	254
	Soto de la Ribera 3	350
Teruel	Teruel 1	368
	Teruel 2	368
	Teruel 3	366
Total		11.380

Turbines de centrals tèrmiques

(Font: UTE)

Fabricant	Tipus	Potència instal·lada (MW)
General Electric	Gas	50,8
General Electric	Gas	113,5
Alstom	Gas	24,1
Babcock & Wilcox	Vapor	152
Franco Tosi	Vapor	88
Franco Tosi	Vapor	125



Aerogeneradors

(Font: fabricants)

Fabricant	Potència nominal (kW)	Velocitat nominal (m/s)	Rang de generació eficient (m/s)	Diàmetre rotor (m)
Enair	3,5	12	De 2 a 40	4,1
Enair	7,5	12	De 2 a 40	5,9
Auroville Wind Systems	2	12	De 3 a 15	3,4
Auroville Wind Systems	5	10,5	De 3 a 15	5
Auroville Wind Systems	55	12	De 4,6 a 22,4	15
AeroCraft	1	9	De 3 a 15	2,4

Característiques elèctriques dels mòduls solars monocristal·lins

(Font: Sungold Solar)

Potència màxima (Wp)	Voltatge a potència màxima (V)	Corrent a potència màxima (A)	Voltatge en circuit obert (V)	Corrent de curtcircuit (A)
75	17,5	4,29	21,3	4,88
80	17,7	4,52	21,5	5,05
85	17,9	4,75	21,8	5,20
90	18,2	4,94	22,1	5,35
115	17,0	6,76	20,8	7,60
120	17,2	6,98	21,1	7,75
125	17,4	7,19	21,3	7,92
130	17,6	7,39	21,6	8,09
135	17,9	7,54	21,8	8,25
140	18,1	7,74	22,1	8,38
150	35,0	4,29	42,6	4,88
155	35,2	4,40	42,8	4,96
160	35,4	4,52	43,0	5,05
165	35,6	4,63	43,2	5,12
170	35,9	4,74	43,5	5,20
175	36,2	4,83	43,8	5,28
180	36,5	4,93	44,2	5,35



Característiques elèctriques dels mòduls solars policristal·lins (I)

(Font: Sungold Solar)

Potència màxima (Wp)	Voltatge a potència màxima (V)	Corrent a potència màxima (A)	Voltatge en circuit obert (V)	Corrent de curtcircuit (A)
115	17,3	6,65	21,2	7,48
120	17,5	6,86	21,5	7,60
125	17,7	7,06	21,7	7,75
130	17,9	7,26	21,9	7,92
135	18,1	7,46	22,1	8,10
140	18,1	7,73	22,1	8,39
160	23,3	6,87	28,6	7,60
165	23,5	7,02	28,8	7,70
170	23,8	7,14	29,0	7,80
175	24,0	7,29	29,2	7,96
180	24,1	7,47	29,4	8,10
180	26,3	6,84	32,2	7,58
185	26,5	6,98	32,4	7,68
190	26,7	7,12	32,6	7,80
195	26,9	7,25	32,8	7,92
200	27,1	7,38	33,0	8,02
205	27,2	7,54	33,2	8,15
200	29,2	6,85	35,7	7,60
205	29,5	6,95	35,9	7,68
210	29,7	7,07	36,1	7,77
215	29,9	7,19	36,4	7,86
220	30,0	7,33	36,6	7,98
225	30,1	7,48	36,8	8,10
230	30,3	7,60	37,0	8,20
240	35,0	6,86	42,9	7,60
250	35,4	7,06	43,3	7,75
255	35,6	7,16	43,5	7,84
260	35,8	7,26	43,7	7,92
265	36,0	7,36	43,9	8,00
270	36,1	7,48	44,1	8,10
275	36,2	7,60	44,3	8,20
280	36,4	7,70	44,5	8,28



Característiques elèctriques dels mòduls solars policristal·lins (II)

(Font: fabricants)

Fabricant	Tipus	Potència màxima (Wp)	Voltatge a potència màxima (V)	Corrent a potència màxima (A)	Voltatge en circuit obert (V)	Corrent de curtcircuit (A)
ATERSA	Monocristal·lí	40	16,8	2,1	20,6	2,4
	Monocristal·lí	85	17,7	4,8	21,5	5,2
	Monocristal·lí	180	36,0	5,0	44,0	5,3
	Policristal·lí	85	18,4	4,6	22,3	4,9
	Policristal·lí	230	30,2	7,6	37,4	8,1
	Policristal·lí	270	35,8	7,5	44,9	8,1
BP Solar	Monocristal·lí	175	35,4	4,9	43,6	5,5
	Policristal·lí	170	35,6	4,8	44,3	5,2
	Policristal·lí	200	28,6	7,0	36,1	8,1
	Policristal·lí	230	29,2	7,9	36,4	8,7
ISOFOTON	Monocristal·lí	160	36,0	4,5	44,4	4,8
	Monocristal·lí	210	47,9	4,4	59,1	4,8
	Monocristal·lí	230	47,9	4,8	59,1	5,2
	Monocristal·lí	180	25,9	7,0	32,6	7,5
	Monocristal·lí	200	25,9	7,7	32,6	8,4
	Monocristal·lí	220	29,7	7,4	36,9	8,1
Kyocera	Policristal·lí	50	17,9	2,8	22,1	3,1
	Policristal·lí	70	17,9	3,9	22,1	4,3
	Policristal·lí	95	17,9	5,3	22,1	5,8
	Policristal·lí	135	17,7	7,6	22,1	8,4
	Policristal·lí	185	23,6	7,8	29,5	8,6

Característiques elèctriques dels inversors monofàsics

(Font: Viesmann)

Potència Nominal cc (kW)	Potència Nominal ca (kW)	Marge de voltatge MPP con cc (A)	Rendiment (%)
1,40	1,30	150 - 400	92,7
1,94	1,80	150 - 400	93,0
2,96	2,50	150 - 400	93,0
3,76	3,50	150 - 400	93,2
4,95	4,60	150 - 400	93,5



Annex IV: Taules de transformadors

Característiques elèctriques dels transformadors trifàsics (I)

(Font: Ormazabal)

Voltatge nominal AT (kV)	Voltatge nominal BT (V)	Potència nominal (kVA)	Pèrdues en buit (W)	Impedància de curtcircuit (%)
20	420	250	530	4
		400	750	4
		500	880	4
		630	1.030	4
		800	1.150	6
		1.000	1.400	6
		1.250	1.750	6
		1.600	2.200	6
		2.000	2.700	6
		2.500	3.200	6
20	420	25	95	4
		50	145	4
		100	260	4
		160	375	4
25	420	250	650	4,5
		400	930	4,5
		500	1.100	4,5
		630	1.300	4,5
		800	1.500	6
		1.000	1.700	6
		1.250	2.100	6
		1.600	2.600	6
25	420	250	3.150	6
		2.000	3.150	6
		2.500	3.800	6
		25	115	4,5
25	420	50	190	4,5
		100	320	4,5
		160	460	4,5
		160	460	4,5

**Característiques elèctriques dels transformadors trifàsics (II)**

(Font: ABB)

Voltatge nominal AT (kV)	Voltatge nominal BT (V)	Potència nominal (kVA)	Pèrdues en buit (W)	Impedància de curtcircuit (%)
11	400	250	820	4
		315	1.100	4
		400	1.150	4
		500	1.350	6
		630	1.370	6
		800	1.800	6
		1.000	2.000	6
		1.250	2.500	6
		1.600	2.800	6
		2.000	3.600	6
		2.500	4.300	6
		3.150	6.000	6
		20	400	250
315	1.150			6
400	1.200			6
500	1.500			6
630	1.650			6
800	2.100			6
1.000	2.300			6
1.250	2.900			6
1.600	3.100			6
2.000	4.200			6
2.500	5.000			6
3.150	7.000			6
25	400			250
		315	1.500	6
		400	1.650	6
		500	1.950	6
		630	2.200	6
		800	2.800	6
		1.000	3.100	7
		1.250	3.700	7
		1.600	4.200	8
		2.000	5.000	8
		2.500	5.800	8
		3.150	7.500	8

Característiques elèctriques dels transformadors monofàsics

(Font: DF Electric)

Potència nominal (VA)	Voltatge nominal AT (V)	Voltatge nominal BT (V)
25	230	12
40	230	24
50	230	48
63	230	115
100	230	230
160	400	12
200	400	24
250	400	48
320	400	115
400	400	230
500		
630		
800		
1.000		



Annex V: Taules de màquines asíncrones

Característiques dels motors d'inducció de 400 V, 50 Hz i 2 pols (I)

(Font: ABB)

Potència nominal (kW)	Velocitat nominal (min ⁻¹)	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència	Corrent d'engegada (I _e /I _N)	Parell nominal (Nm)
0,09	2.820	59,8	0,69	3,9	0,3
0,12	2.840	67,2	0,64	4,1	0,4
0,18	2.820	75,0	0,62	4,2	0,6
0,25	2.810	78,6	0,69	4,5	0,8
0,37	2.800	71,6	0,76	5,1	1,3
0,55	2.790	78,4	0,78	5,3	1,9
0,75	2.820	78,8	0,79	5,1	2,5
1,1	2.760	78,1	0,83	5,7	3,8
1,5	2.895	78,5	0,75	6,4	4,9
2,2	2.890	83,6	0,82	7,2	7,2
3	2.905	85,4	0,81	7,5	9,8
4	2.885	85,7	0,85	7,4	13,2
5,5	2.845	85,8	0,87	6,8	18,4
7,5	2.860	87,9	0,89	7,2	25,0
11	2.921	88,2	0,89	6,3	35,9
15	2.929	89,3	0,90	7,1	48,9
18,5	2.935	89,8	0,91	7,2	60,1
22	2.928	90,4	0,90	7,1	71,7
30	2.948	91,1	0,88	7,7	97,1
37	2.949	91,6	0,92	7,7	119
45	2.948	92,1	0,91	7,7	145
55	2.964	92,4	0,91	7,3	177

**Característiques dels motors d'inducció de 400 V, 50 Hz i 4 pols (II)**

(Font: ABB)

Potència nominal (kW)	Velocitat nominal (min ⁻¹)	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència	Corrent d'engegada (I _e /I _N)	Parell nominal (Nm)
0,09	1.370	55,5	0,62	2,8	0,6
0,12	1.400	65,5	0,57	3,1	0,8
0,18	1.380	67,3	0,62	3,1	1,2
0,25	1.365	65,1	0,76	4,0	1,7
0,37	1.355	69,7	0,79	3,8	2,6
0,55	1.375	74,1	0,78	4,5	3,8
0,75	1.400	75,5	0,76	4,5	5,1
1,1	1.420	77,2	0,77	4,8	7,3
1,5	1.420	81,3	0,75	5,8	10,0
2,2	1.430	82,3	0,78	5,6	14,6
3	1.430	84,6	0,78	6,4	20,0
4	1.430	86,0	0,80	6,5	26,7
5,5	1.450	86,5	0,75	5,6	36,2
7,5	1.450	88,6	0,75	6,1	49,3
11	1.459	88,2	0,81	6,5	71,9
15	1.462	89,2	0,82	7,1	97,9
18,5	1.465	89,8	0,82	7,7	120
22	1.463	90,4	0,83	7,7	143
30	1.475	91,1	0,83	7,3	194
37	1.477	91,6	0,84	6,9	239
45	1.478	92,1	0,84	7,4	290
55	1.478	92,4	0,85	7,4	355

Característiques dels motors d'inducció de 400 V, 50 Hz i 2 pols (III)

(Font: Siemens)

Potència nominal (kW)	Velocitat nominal (min ⁻¹)	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència	Corrent d'engegada (I _e /I _N)	Parell nominal (Nm)
0,09	2.830	63,0	0,81	3,7	0,30
0,12	2.800	65,0	0,83	3,7	0,41
0,18	2.820	63,0	0,82	3,7	0,61
0,25	2.830	65,0	0,82	4,0	0,84
0,37	2.740	66,0	0,82	3,5	1,3
0,55	2.800	71,0	0,82	4,3	1,9
0,75	2.855	73,0	0,86	5,6	2,5
1,1	2.845	77,0	0,87	6,1	3,7
1,5	2.860	79,0	0,85	5,5	5,0
2,2	2.880	82,0	0,85	6,3	7,3
3	2.890	84,0	0,85	6,8	9,9
4	2.905	86,0	0,86	7,2	13
5,5	2.925	86,5	0,89	5,9	18



Potència nominal (kW)	Velocitat nominal (min ⁻¹)	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència	Corrent d'engegada (I _e /I _N)	Parell nominal (Nm)
7,5	2.930	88,0	0,89	6,9	24
11	2.940	89,5	0,88	6,5	36
15	2.940	90,0	0,90	6,6	49
18,5	2.940	91,0	0,91	7,0	60
22	2.940	91,7	0,88	6,9	71
30	2.945	92,3	0,89	7,2	97
37	2.945	92,8	0,89	7,7	120
45	2.960	93,6	0,89	7,7	145

Característiques dels motors d'inducció de 400 V, 50 Hz i 4 pols (IV)

(Font: Siemens)

Potència nominal (kW)	Velocitat nominal (min ⁻¹)	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència	Corrent d'engegada (I _e /I _N)	Parell nominal (Nm)
0,09	1.350	58,0	0,77	2,6	0,64
0,12	1.350	55,0	0,75	2,8	0,85
0,18	1.350	60,0	0,77	3,0	1,3
0,25	1.350	60,0	0,78	3,0	1,8
0,37	1.370	65,0	0,78	3,3	2,6
0,55	1.395	67,0	0,82	3,9	3,8
0,75	1.395	72,0	0,81	4,2	5,1
1,1	1.415	77,0	0,81	4,6	7,4
1,5	1.420	79,0	0,81	5,3	10
2,2	1.420	82,0	0,82	5,6	15
3	1.420	83,0	0,82	5,6	20
4	1.440	85,0	0,83	6,0	27
5,5	1.455	86,0	0,81	6,3	36
7,5	1.455	87,0	0,82	6,7	49
11	1.460	88,5	0,84	6,2	72
15	1.460	90,0	0,84	6,5	98
18,5	1.460	90,5	0,83	7,5	121
22	1.460	91,2	0,84	7,5	144
30	1.465	91,8	0,86	7,0	196
37	1.470	92,9	0,87	7,0	240
45	1.470	93,4	0,87	7,7	292



Annex VI: Taules de màquines síncrones

Característiques de les màquines síncrones de 400 V, 50 Hz i 4 pols (I)

(Font: ABB)

Potència nominal (kVA)	Velocitat nominal (min^{-1})	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència
750	1.500	94,10	0,8
850	1.500	94,54	0,8
950	1.500	95,05	0,8
1.000	1.500	95,09	0,8
1.150	1.500	95,19	0,8
1.250	1.500	95,26	0,8
1.450	1.500	95,45	0,8

Característiques de les màquines síncrones de 50 Hz (II)

(Font: Siemens)

Potència nominal (MVA)	Tensió nominal (kV)	Rendiment a plena càrrega (%)	Factor de potència
De 165 a 350	De 10,5 a 20	99	0,85
De 350 a 600	De 16,5 a 22	99	0,85
De 675 a 940	De 15 a 21	99	0,85



Característiques de les màquines síncrones (III)

(Font: WEG)

Potència nominal (MVA)	Tensió nominal (kV)	Nombre de pols	Aplicació
2,25	4,16	12	Turbina hidràulica
3,0	4,16	12	Turbina hidràulica
3,025	4,16	10	Turbina hidràulica
3,1	6,9	20	Turbina hidràulica
5,5	6,3	8	Turbina hidràulica
5,58	6,9	18	Turbina hidràulica
6,4	6,9	16	Turbina hidràulica
6,8	6,9	14	Turbina hidràulica
7,068	6,6	8	Turbina hidràulica
10,8	12	6	Turbina hidràulica
12,0	6,9	36	Turbina hidràulica
<hr/>			
3,5	0,44	4	Turbina de vapor
3,75	13,8	4	Turbina de vapor
5,0	13,8	4	Turbina de vapor
6,25	13,8	4	Turbina de vapor
7,0	13,8	4	Turbina de vapor
12,5	13,8	4	Turbina de vapor
18,75	13,8	4	Turbina de vapor
28,75	13,8	4	Turbina de vapor
31,25	13,8	4	Turbina de vapor
50,0	13,8	4	Turbina de vapor



Annex VII: Taules de línies

Característiques dels conductors d'alumini-acer (I)

(Font: Iberdrola)

Denominació	Diàmetre del cable (mm)	Secció total (mm ²)	Nre. de fils d'alumini	Nre. de fils d'acer	Resistència elèctrica amb CC a 20°C (Ω/km)	Massa (kg/km)	Intensitat màxima admissible (A)
27-AL1/4-ST1A (LA-30)	7,14	31,1	6	1	1,0736	107,8	136
47-AL1/8-ST1A (LA-56)	9,45	54,6	6	1	0,6136	188,8	204
67-AL1/11-ST1A (LA-78)	11,34	78,6	6	1	0,4256	271,8	252
94-AL1/22-ST1A (LA-110)	14,0	116,2	30	7	0,3067	432,5	316
119-AL1/28-ST1A (LA-145)	15,75	147,1	30	7	0,2423	547,4	368
147-AL1/34-ST1A (LA-180)	17,5	181,6	30	7	0,1963	675,8	432
242-AL1/39-ST1A (LA-280 HAWK)	21,8	281,1	26	7	0,1195	976,2	579
337-AL1/44-ST1A (LA-380 GULL)	25,38	381,0	54	7	0,0857	1.274,6	719
402-AL1/52-ST1A (LA-455 CONDOR)	27,72	454,5	54	7	0,0719	1.520,5	809
485-AL1/63-ST1A (LA-545 CARDINAL)	30,42	547,3	54	7	0,0597	1.831,1	898
565-AL1/72-ST1A (LA-635 FINCH)	32,85	636,6	54	19	0,0512	2.123,0	1.010



Característiques dels conductors d'alumini-acer (II)

(Font: Iberdrola)

DENOMINACIÓ		47-AL1/8-ST1A (LA-56)	94-AL1/22-ST1A (LA-110)
Secció transversal	Total (mm ²)	54,60	116,20
	Alumini (mm ²)	46,80	94,20
	Acer (mm ²)	7,79	22,00
Composició	Alumini	Nre. de fils	6
		Diàmetre (mm)	3,15
	Acer	Nre. de fils	1
		Diàmetre (mm)	3,15
Diàmetre	Nucli d'acer (mm)	3,15	6,00
	Cable (mm)	9,45	14,00
Càrrega de ruptura (daN)		1.629	4.317
Resistència elèctrica amb CC a 20°C (Ω/km)		0,614	0,307
Pes (daN/m)		0,186	0,425
Mòdul d'elasticitat (daN/mm ²)		7.900	8.000
Coeficient de dilatació lineal (°C ⁻¹)		19,1 · 10 ⁻⁶	17,8 · 10 ⁻⁶
Intensitat màxima admissible (A)		204	316

Característiques dels conductors d'alumini-acer (III)

(Font: Iberdrola)

DENOMINACIÓ		147-AL1/34-ST1A (LA-180)	242-AL1/39-ST1A (LA-280)	402-AL1/52-ST1A (LA-455)
Secció transversal	Total (mm ²)	181,60	281,10	454,50
	Alumini (mm ²)	147,30	241,60	402,30
	Acer (mm ²)	34,40	39,5	52,20
Composició	Alumini	Nre. de fils	30	26
		Diàmetre (mm)	2,50	3,44
	Acer	Nre. de fils	7	7
		Diàmetre (mm)	2,50	2,68
Diàmetre	Nucli d'acer (mm)	7,50	8,04	9,24
	Cable (mm)	17,50	21,80	27,72
Càrrega de ruptura (daN)		6.494	8.489	12.375
Resistència elèctrica amb CC a 20°C (Ω/km)		0,1963	0,1195	0,0719
Pes (daN/m)		0,663	0,957	1,491
Mòdul d'elasticitat (daN/mm ²)		8.000	7.500	6.900
Coeficient de dilatació lineal (°C ⁻¹)		17,8 · 10 ⁻⁶	18,9 · 10 ⁻⁶	19,3 · 10 ⁻⁶
Intensitat màxima admissible (A)		432	579	809



Factor de cablatge per a cables d'un sol material

(Font: Westinghouse)

Nre. de capes	Nre. de fils	Factor de cablatge
2	7	0,726
3	19	0,757
4	37	0,768
5	61	0,772
6	91	0,774
7	127	0,775

Factor de cablatge per a cables d'alumini-acer

(Font: Westinghouse)

Alumini		Acer		Factor de cablatge
Nre. de capes	Nre. de fils	Nre. de capes	Nre. de fils	
1	6	1	1	0,811
2	26	2	7	0,811
2	30	2	7	0,826
3	54	2	7	0,809
3	54	3	19	0,808

Característiques dels conductors d'alumini RHZ1 12/20 kV

(Font: General Cable)

Diàmetre del cable (mm)	Secció (mm ²)	Resistència elèctrica a 90°C (Ω/km)	Reactància dels conductors en trèvol (Ω/km)	Capacitat (μF/km)	Massa (kg/km)	Intensitat màxima Admissible a l'aire a 40°C (A)	Intensitat màxima Admissible soterrat a 25°C (A)
35,4	150	0,264	0,118	0,430	1.325	320	315
39,5	240	0,160	0,108	0,294	1.710	435	415



Annex VIII: Taules d'instal·lacions elèctriques

Conductivitat a diferents temperatures

(Font: Guia BT – Ministeri de Ciència i Innovació)

		Conductivitat ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)		
		20°C	70°C	90°C
Material	Coure	56	48	44
	Alumini	35	30	28

Màxima caiguda de voltatge admissible a la línia general d'alimentació

(Font: Guia BT – Ministeri de Ciència i Innovació)

	Màxima caiguda de voltatge admissible (%)
Comptadors totalment centralitzats	0,5
Comptadors parcialment centralitzats	1,0



Intensitat màxima admissible (A) en el conductor de coure per cable unipolar RZ1-K, en funció de la secció del cable i del tipus d'instal·lació (línia general d'alimentació)

(Font: Guia BT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Tipus d'instal·lació	Secció nominal del conductor de Cu (mm ²)											
	10	16	25	35	50	70	95	120	150	185	240	
Tubs encastats en parets d'obra												
Tubs en muntatge superficial												
Canal protectora	60	80	106	131	159	202	245	284	338	386	455	
Conductes tancats d'obra de fàbrica												
Tubs soterrats	77	100	128	152	184	224	268	304	340	384	440	

Les seccions mínimes normalitzades són de 10 mm² en coure i 16 mm² en alumini.

Màxima caiguda de voltatge admissible a la derivació individual

(Font: Guia BT – Ministeri de Ciència i Innovació)

	Màxima caiguda de voltatge admissible (%)
Comptadors concentrats en més d'un lloc	0,5
Comptadors totalment concentrats	1,0
Subministraments a un únic usuari si no hi ha una línia general d'alimentació	1,5

Intensitat màxima admissible (A) en el conductor de coure per cable unipolar RZ1-K, en funció de la secció del cable i del tipus d'instal·lació (derivació individual)

(Font: Guia BT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Tipus d'instal·lació		Secció nominal del conductor de Cu (mm ²)											
		6	10	16	25	35	50	70	95	120	150	185	240
Tubs soterrats	sm	71	94	122	157	186	-	-	-	-	-	-	-
	st	58	77	100	128	152	184	224	268	304	340	384	440
Tubs encastats, Tubs en muntatge superficial, canals protectors, conductes tancats d'obra de fàbrica	sm	49	68	91	116	144	-	-	-	-	-	-	-
	st	44	60	80	106	131	159	202	245	284	338	386	455



Densitat de corrent per a conductors nus a l'aire

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Secció nominal (mm ²)	Densitat de corrent (A/mm ²)	
	Coure	Alumini
10	8,75	-
16	7,60	6,00
25	6,35	5,00
35	5,75	4,55
50	5,10	4,00
70	4,50	3,55
95	4,05	3,20
120	-	2,90
150	-	2,70

Intensitat màxima admissible per a cables de coure de línies aèries a temperatura ambient de 40°C

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Nombre de conductors per secció (mm ²)	Intensitat màxima (A)	
	Posada sobre façana	Estesa amb fiador d'acer
2 × 10 Cu	77	85
4 × 10 Cu	65	72
4 × 16 Cu	86	95

Intensitat màxima admissible per a cables d'alumini de línies aèries amb neutre fiador d'Almelec a temperatura ambient de 40°C

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Nombre de conductors per secció (mm ²)	Intensitat màxima (A)
1 × 25 Al/54,6 Alm	110
1 × 50 Al/54,6 Alm	165
3 × 25 Al/54,6 Alm	100
3 × 50 Al/54,6 Alm	150
3 × 95 Al/54,6 Alm	230
3 × 150 Al/80 Alm	305



Factors de correcció de la intensitat màxima admissible per a cables aïllats en feix, en funció de la temperatura ambient

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Temperatura [°C]	20	25	30	35	40	45	50
Aïllats amb polietilè reticulat	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00	0,95	0,90

Factors de correcció de la intensitat màxima admissible en cas d'agrupació de cables aïllats en feix, instal·lats a l'aire

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Nombre de cables	1	2	3	més de 3
Factor de correcció	1,00	0,89	0,80	0,75

Intensitat màxima admissible per a cables amb conductors d'alumini en una instal·lació soterrada (servei permanent)

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Secció nominal (mm ²)	Terna de cables unipolars (1) (2)			1 cable tripolar o tetrapolar (3)			
	Tipus d'aïllament	XLPE	EPR	PVC	XLPE	EPR	PVC
16		97	94	86	90	86	76
25		125	120	110	115	110	98
35		150	145	130	140	135	120
50		180	175	155	165	160	140
70		220	215	190	205	220	170
95		260	255	225	240	235	210
120		295	290	260	275	270	235
150		330	325	290	310	305	265
185		375	365	325	350	345	300
240		430	420	380	405	395	350
300		485	475	430	460	445	395
400		550	540	480	520	500	445
500		615	605	525	-	-	-
630		690	680	600	-	-	-

Instal·lació tipus:

Temperatura del terreny: 25°C



Profunditat de la instal·lació: 0,70 m

Resistivitat tèrmica del terreny: $1^{\circ}\text{C}\cdot\text{m}/\text{W}$

- (1) Inclou el conductor de neutre, si existeix.
- (2) Per al cas de dos cables unipolars, la intensitat màxima admissible serà la corresponent a la columna de la terna de cables unipolars de la mateixa secció i tipus d'aïllament, multiplicada de 1.225.
- (3) Per al cas d'un cable bipolar, la intensitat màxima admissible serà la corresponent a la columna del cable tripolar o tetrapolar de la mateixa secció i tipus d'aïllament, multiplicada per 1.225.

Factors de correcció de la intensitat màxima admissible per a cables soterrats per a una temperatura del terreny diferent de 25°C

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Temperatura de servei, θ_s ($^{\circ}\text{C}$)	Temperatura del terreny, θ_t ($^{\circ}\text{C}$)								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
90	1,11	1,07	1,04	1,00	0,96	0,92	0,88	0,83	0,78
70	1,15	1,11	1,05	1,00	0,94	0,88	0,82	0,75	0,67

Factors de correcció de la intensitat màxima admissible per a cables soterrats per a una resistivitat tèrmica del terreny diferent d' $1^{\circ}\text{C}\cdot\text{m}/\text{W}$

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Tipus de cable	Resistivitat tèrmica del terreny ($^{\circ}\text{C m}/\text{W}$)										
	0,80	0,85	0,90	1,00	1,10	1,20	1,40	1,65	2,00	2,50	2,80
Unipolar	1,09	1,06	1,04	1,00	0,96	0,93	0,87	0,81	0,75	0,68	0,66
Tripolar	1,07	1,05	1,03	1,00	0,97	0,94	0,89	0,84	0,78	0,71	0,69

Esglaons de potència prevista en subministraments monofàsics

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Electrificació	Potència (W)	Calibre de l'interruptor general automàtic (IGA) (A)
Bàsica	5.750	25
	7.360	32
	9.200	40
Elevada	11.500	50
	14.490	63



Previsió de potència per als aparells elevadors

(Font: Norma tecnològica de l'edificació ITE-ITA)

Tipus d'aparell elevador	Càrrega (kg)	Nombre de persones	Velocitat (m/s)	Potència (kW)
ITA-1	400	5	0,63	4,5
ITA-2	400	5	1,00	7,5
ITA-3	630	8	1,00	11,5
ITA-4	630	8	1,60	18,5
ITA-5	1.000	13	1,60	29,5
ITA-6	1.000	13	2,50	46,0

Coefficient de simultaneïtat segons el nombre d'habitatges





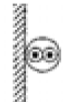



(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Nombre d'habitatges (n)	Coefficient de simultaneïtat
1	1
2	2
3	3
4	3,8
5	4,6
6	5,4
7	6,2
8	7
9	7,8
10	8,5
11	9,2
12	9,9
13	10,6
14	11,3
15	11,9
16	12,5
17	13,1
18	13,7
19	14,3
20	14,8
21	15,3
$n > 21$	$15,3+(n-21) \cdot 0,5$



Intensitats admissibles (A) a l'aire a 40°C en funció del nombre de conductors, el tipus d'aïllament i les condicions d'instal·lació (instal·lació interior)

(Font: REBT – Ministeri de Ciència i Innovació)

A		Conductors aïllats en tubs encastats en parets aïllants	3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR							
A2		Cables multiconduct ors en tubs encastats en parets aïllants	3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR							
B		Conductors aïllats en tubs ² en muntatge superficial o encastats a l'obra			3x PVC	2x PVC			3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR			
B2		Cables multiconduct ors en tubs ² en muntatge superficial o encastats a l'obra		3x PVC	2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR						
C		Cables multiconduct ors directament sobre la paret ³			3x PVC	2x PVC			3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR			
E		Cables multiconduct ors a l'aire lliure ⁴ Distància a la paret no inferior a $0,3 \cdot D^5$				3x PVC		2x PVC	3x XLPE o EPR	2x XLPE o EPR			
F		Cables unipolars en contacte mutu ⁴ Distància a la paret no inferior a D^5					3x PVC				3x XLPE o EPR ¹		
G		Cables unipolars amb separació mínima D^5							3x PVC ¹		3x XLPE o EPR		
Coore	mm ²		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11



mm ²	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1,5				13,5	15	16	-	18	21	24	-
2,5				18,5	21	22	-	25	29	33	-
4				24	27	30	-	34	38	45	-
6				32	36	37	-	44	49	57	-
10		11,5	13	44	50	52	-	60	68	76	-
16	11	16	17,5	59	66	70	-	80	91	105	-
25	15	21	23	77	84	88	96	106	116	123	166
35	20	27	30	96	104	110	119	131	144	154	205
50	25	37	40	117	125	133	145	159	175	188	250
70	34	49	54	149	160	171	188	202	224	244	321
95	45	64	70	180	194	207	230	245	271	296	391
120	59	77	86	208	225	240	267	284	314	348	455
150		94	103	236	260	278	310	338	363	404	525
185				268	297	317	354	386	415	464	601
240				315	350	374	419	455	490	552	711
300				360	404	423	484	524	565	640	821

- (1) A partir de 25 mm² de secció.
- (2) Inclou-hi canals per a instal·lacions i conductes de secció no circular.
- (3) O en safata no perforada.
- (4) O en safata perforada.
- (5) D és el diàmetre del cable.

Constant k dependent dels tipus de materials aïllants i conductors del cable (A·s^{1/2}/mm²)

(Font: Guia BT – Ministeri de Ciència i Innovació)

Materials	PVC	XLPE
Coure	115	143
Alumini	76	94



Annex IX: Taules d'aparellatge

Característiques elèctriques dels interruptors automàtics BT

(Font: ABB)

Corrent assignat (A)	Poder de tall (kA)	Corbes de desconnexió
0,5	6	B: de 3 a 5 In
1	10	C: de 5 a 10 In
1,6	16	D: de 10 a 20 In
2	25	Z: de 2,4 a 3,6 In
3	35	
4	50	
6	70	
8	85	
10	100	
13	120	
16	200	
20		
25		
32		
40		
50		
63		
80		
100		
125		
160		
250		
320		
400		
630		



Característiques elèctriques dels fusibles BT

(Font: Siemens)

Corrent assignat (A)	Poder de tall (kA)
2	25
4	50
6	70
10	100
16	120
20	200
25	
32	
35	
40	
50	
63	
80	
100	
125	
160	
200	
224	
250	
300	
315	
355	
400	
425	
500	
630	
800	
1.000	
1.250	

Característiques elèctriques dels interruptors diferencials

(Font: ABB)

Corrent assignat (A)	Sensibilitat (mA)
	10
16	30
25	100
40	300
63	500
	1.000
	3.000



Bibliografia

Llibres:

ORILLE FERNÁNDEZ, A. L. *Centrales eléctricas*. Vol. 1, 2 i 3. Edicions UPC. 1997.

GRAINGER, JOHN J.; STEVENSON JR., WILLIAM D. *Análisis de sistemas de potencia*. McGraw Hill. 1996.

NASAR, SYED A. *Sistemas eléctricos de potencia*. McGraw Hill. 1991.

LAZAR, I. *Análisis y diseño de sistemas eléctricos para plantas industriales*. Limusa. 1994.

GARCÍA TRASANCOS, J. *Instalaciones eléctricas en media y baja tensión*. Paraninfo. 2009.

ROGER FOLCH, J.; RIERA GUASP, M.; ROLDÁN PORTA, C. *Tecnología eléctrica*. Síntesis. 2010.

MUNTANÉ, P. *Protecciones en las instalaciones eléctricas*. Marcombo. 1993.

SIEMENS. *Manual de baja tensión*. Marcombo. 2000.

ROPER, R. *Corrientes de cortocircuito*. Marcombo. 1995.

Llocs web:

Centrales eléctricas:

<http://www.idae.es/>



<http://www.hcenergia.com/es/>

<http://www.unesa.es/>

<http://www.ree.es/>

<http://www.ute.com.uy/index.html>

<http://www.enair.es/energia/minieolica>

<http://www.aurovillewindsystems.com/>

<http://www.aerocraft.de/>

<http://www.sungoldsolar.com/>

<http://www.atersa.com/>

<http://www.bp.com>

<http://www.isohton.com/>

<http://www.kyocerasolar.com/>

<http://www.viessmann-us.com/>

Transformadors:

<http://www.ormazabal.es/es/>

<http://www.abb.com/>

<http://www.df-sa.es/>

Màquines asíncrones:

<http://www.abb.com/>

<http://www.sea.siemens.com/>

Màquines síncrones:

<http://www.abb.com/>

<http://www.sea.siemens.com/>

<http://www.weg.net/es>

Línies:

<http://www.iberdrola.es/>

<http://www.westinghouse.com/>

<http://www.generalcable.com>

Instal·lacions elèctriques:

<http://www.boe.es/>

<http://www.ffii.es/puntoinfomcyt/principal.asp>

Aparellatge:

<http://www.abb.com/>

<http://www.sea.siemens.com/>

Es pot trobar material addicional al llibre en:
<http://ocw.upc.edu/curs/25029-2011/184>

