

Capítulo 5

ELEMENTOS ESTRUCTURALES LINEALES: BEAM3 Y BEAM4

5.1 ELEMENTOS BEAM3 Y BEAM4

Los elementos BEAM son elementos uniaxiales que pueden estar sometidos a tensión – compresión y flexión.

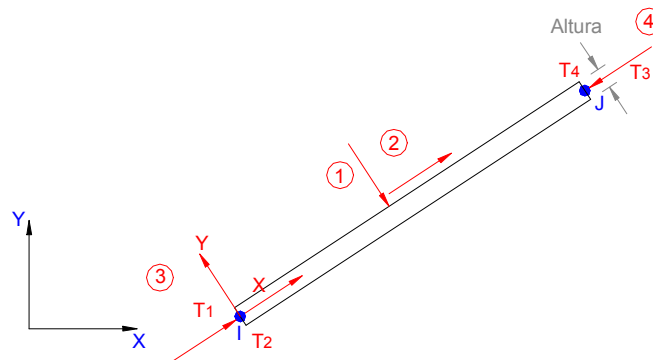


Figura 5.1. Elemento BEAM3.

El elemento BEAM3 tiene tres grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones X y Y y rotación alrededor del eje Z. La Figura 5.1 muestra la geometría y sistema coordenado del elemento. La comprensión del sistema coordenado resulta fundamental a la hora de aplicar cargas distribuidas (presiones) sobre los elementos; las presiones normales positivas actúan hacia el elemento, de la forma indicada por los números encerrados en círculo en la misma Figura. El elemento requiere de la definición del área transversal, el momento de inercia del área, la altura de la sección transversal y una deformación inicial (si existe).

El elemento BEAM4 es similar al elemento BEAM3, pero se utiliza en análisis tridimensionales. Tiene seis grados de libertad en cada nodo: tres traslaciones y tres rotaciones. El elemento puede definirse con dos nodos (al igual que el elemento BEAM3) o con tres nodos; en este caso, el tercer nodo se usa para orientar la sección transversal del elemento en el espacio, aunque esta misma tarea puede llevarse a cabo indicando un ángulo de orientación (THETA) en sus constantes reales. Las cargas del elemento se definen según las direcciones indicadas en la Figura 5.2. Para usar el elemento se deben definir su área transversal, los momentos de inercia alrededor de los tres ejes, el espesor de la sección en

las direcciones Y y Z (en coordenadas del elemento), la deformación inicial (si existe) y las constantes de deflexión por cortante (SHEARY y SHEARZ) si se desea tener en cuenta este efecto.

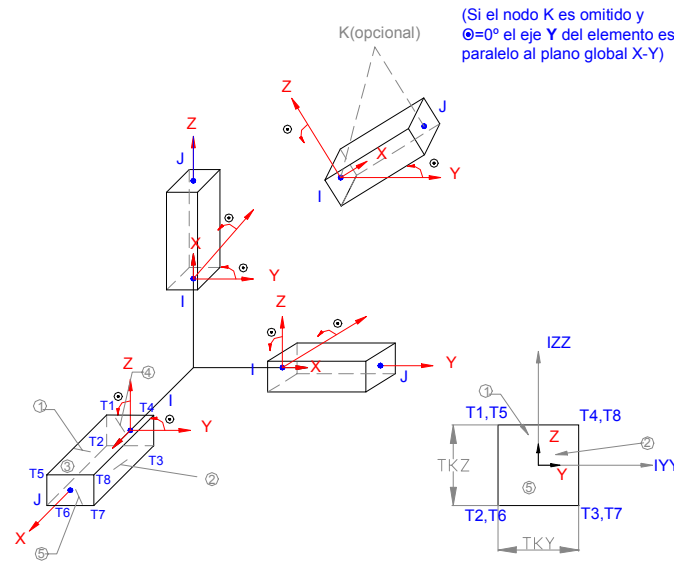


Figura 5.2. Elemento BEAM4.

5.2 FLEXIÓN Y VIGAS

Los elementos estructurales sometidos a cargas laterales (fuerzas o momentos con sus vectores perpendiculares al eje del elemento) se conocen genéricamente como vigas. Los tipos de cargas que soportan las vigas se clasifican genéricamente como cargas concentradas o puntuales y cargas distribuidas.

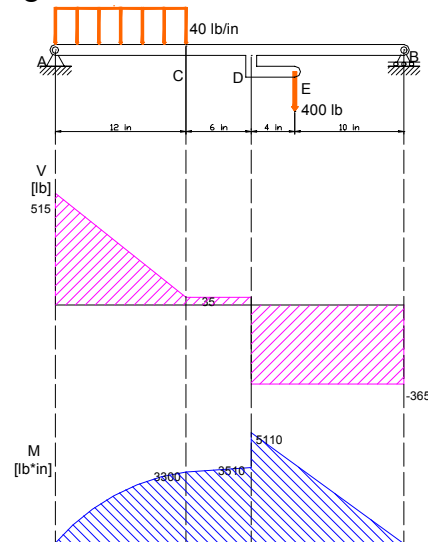


Figura 5.3. Diagrama de fuerza cortante y momento flector para una viga.

El análisis de una viga implica en primera medida la determinación de las reacciones generadas sobre los apoyos que la sostienen, y prosigue con la determinación de los

diagramas de las reacciones internas en la viga, caracterizadas como fuerza cortante (V) y momento flector (M). La Figura 5.3 muestra un ejemplo de la determinación de estos diagramas para una viga en particular.

5.3 ESFUERZOS EN FLEXIÓN PURA

Un elemento está en flexión pura si se encuentra sometido a pares iguales y opuestos que actúan en el mismo plano longitudinal. Los resultados obtenidos del estudio de la flexión pura son aplicables a otros casos de carga, tales como las cargas axiales excéntricas y las cargas transversales.

Una viga sometida a flexión pura se deformará adoptando la forma de una curva, conocida como la curva de deflexión, como se muestra en la Figura 5.4. Una línea situada en la parte superior de la viga se acortará, indicando esfuerzos de compresión; una línea situada en la parte inferior se alargará, indicando esfuerzos de tensión. De lo anterior se deduce que debe existir una superficie paralela a las caras superior e inferior del elemento en donde los esfuerzos (y las deformaciones) son nulos; esta superficie se denomina la superficie neutra. Observando la sección transversal de la viga, la superficie neutra la corta en una línea denominada eje neutro. Si los esfuerzos inducidos en la viga permanecen en el rango elástico, el eje neutro pasa por el centroide de la sección.

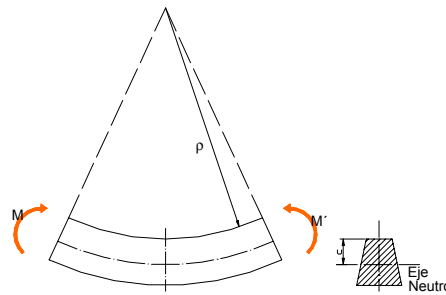


Figura 5.4. Curva de deflexión de una viga.

El radio de curvatura de la superficie neutra se puede calcular con

$$\rho = \frac{EI}{M}$$

siendo E el módulo elástico del material, I el momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutro y M el momento flector.

En el rango elástico, los esfuerzos normales inducidos en la sección transversal varían linealmente con la distancia a la superficie neutra, como se observa en la Figura 5.5.

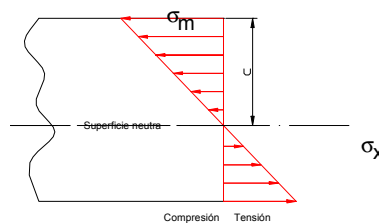


Figura 5.5. Esfuerzos normales inducidos por flexión pura.

El esfuerzo normal máximo (de tensión o compresión) se calcula con

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I}$$

El esfuerzo cortante medio producido por la acción de una carga transversal se puede calcular con

$$\tau_{med} = \frac{VQ}{It} \quad Q = \int ydA$$

siendo V la fuerza cortante, Q el primer momento de área y t el ancho de la sección estudiada. La distribución de esfuerzos cortantes en una sección rectangular se puede observar en la Figura 5.6.

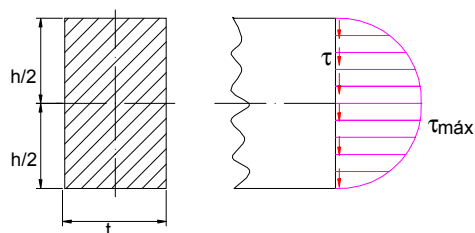


Figura 5.6. Distribución de esfuerzos cortantes en una sección rectangular.

La combinación de carga axial y flexión aplicados sobre un elemento se puede estudiar mediante la superposición de sus efectos, como se observa en la Figura 5.7. Este caso se presenta, por ejemplo, en la aplicación de una carga axial excéntrica. Los esfuerzos combinados sobre la sección pueden tener todos el mismo signo (tensión o compresión) o pueden ser positivos y negativos. En estos casos el eje neutro no coincide con el eje centroidal de la sección.

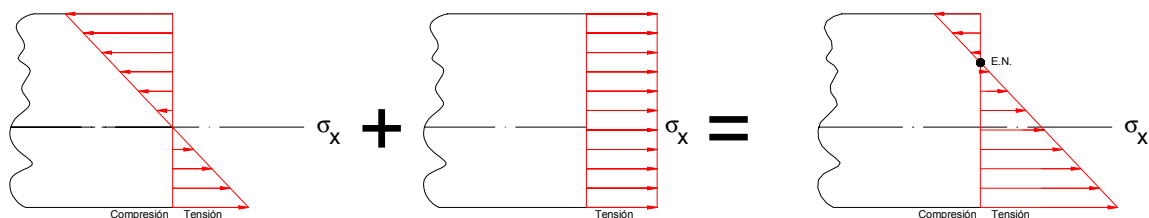


Figura 5.7. Efectos combinados de flexión y carga axial.

5.4 APLICACIÓN: MODELAMIENTO DE UN MARCO

PROBLEMA

Un marco estructural soporta una carga puntual y una carga distribuida, como se muestra en la Figura 5.8. El marco está hecho en tubos cuadrados de acero AISI 304. El paral derecho y la viga superior están fabricados en una sección de 15 mm de lado y 2 mm de espesor; el paral izquierdo está fabricado con una sección de 15 mm de lado pero con 4 mm de espesor. Determinar los desplazamientos y esfuerzos inducidos sobre el marco a causa de las cargas aplicadas.

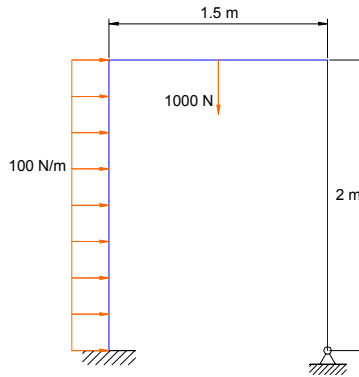


Figura 5.8. Marco estructural.

TIPO DE ANÁLISIS

Después de haber iniciado ANSYS, seleccione *Preferences...* del menú principal, y resalte la casilla correspondiente a análisis estructural.

GEOMETRÍA

La geometría del marco puede dibujarse creando primero los tres puntos de las esquinas, y definiendo líneas entre ellos. Se usarán unidades del Sistema Internacional para el análisis. La Figura 5.9 muestra el aspecto final de la geometría del marco.

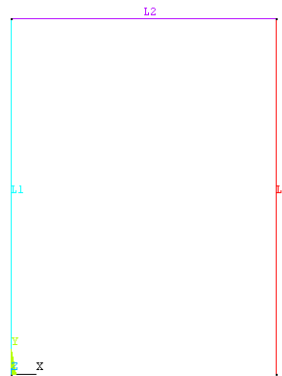


Figura 5.9. Geometría del marco estructural.

MATERIAL

Puesto que el material del marco es un acero AISI 304, que es uno de los materiales predefinidos por ANSYS, los datos requeridos se importarán desde un archivo. Seleccione *Preprocessor>Material Props>Material Library>Import Library...*, con lo cual se abre la ventana de la Figura 5.10.

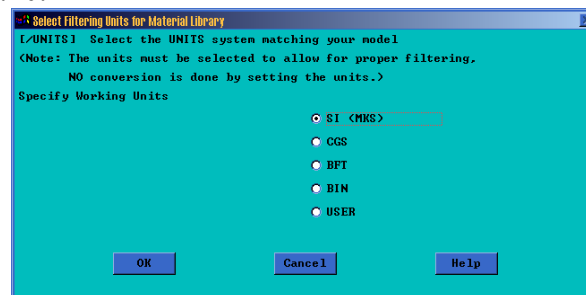


Figura 5.10. Ventana de selección del Sistema de Unidades.

Al seleccionar el sistema de unidades en el que se desean importar los datos del material, se abrirá una ventana en la que puede seleccionar el archivo correspondiente al material deseado. La librería de materiales de ANSYS se encuentra dentro de la carpeta MATLIB en el directorio donde instaló ANSYS; allí puede seleccionar el archivo *stl_ai~1.si*, que corresponde al acero deseado. Cuando haya aceptado el archivo, se abre una ventana como la mostrada en la Figura 5.11, en donde se muestran los datos correspondientes al material seleccionado. Si son los correctos, puede cerrar la ventana y volver al espacio de trabajo.

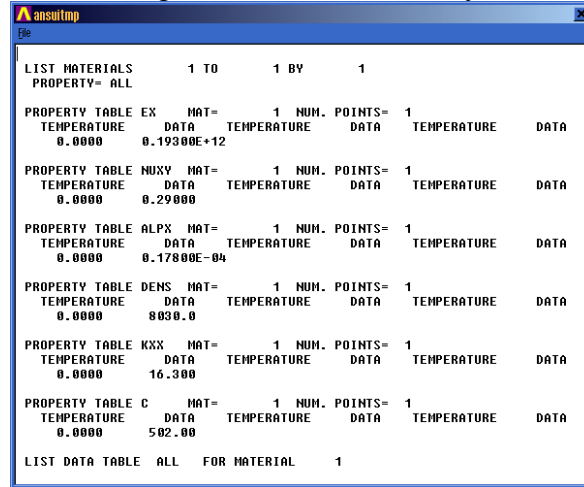


Figura 5.11. Ventana de propiedades del material importado.

TIPO DE ELEMENTO

Seleccionando *Preprocessor>Element Type>Add/Edit/Delete...* podrá añadir como elemento para este análisis el BEAM3, como se muestra en la Figura 5.12. Una vez aceptado, aparecerá la ventana de la parte derecha de la Figura 5.12.

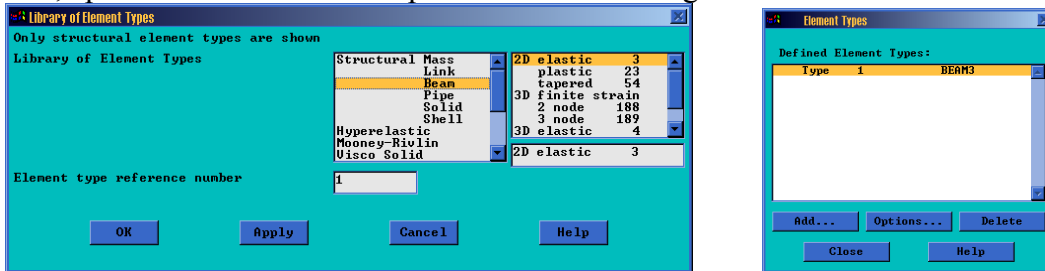


Figura 5.12. Ventanas de selección de elemento.

El elemento BEAM3 tiene varias opciones. Para observarlas, pique el botón *Options...* en la ventana de la parte derecha de la Figura 5.12. Aparecerá la ventana de la Figura 5.13. En la opción “*Member force + moment output K6*” seleccione “*Include output*”. Acepte las selecciones hechas para retornar al entorno de trabajo.

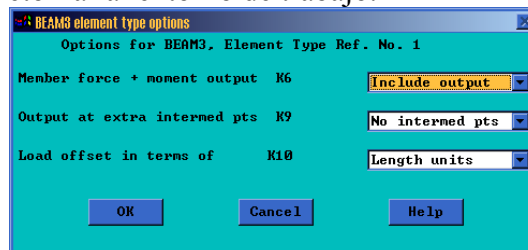


Figura 5.13. Ventana de opciones del elemento BEAM3.

CONSTANTES REALES

Antes de ingresar las constantes reales, se hará uso de la herramienta de secciones que incorpora ANSYS para calcular los parámetros solicitados para una sección arbitraria. Para utilizar esta herramienta, seleccione *Preprocessor>Sections>-Beam-Common Sections...*, con lo que aparece el menú gráfico de la Figura 5.14. En los subtipos de secciones puede seleccionar secciones comunes como redondos, cuadrados, tubos, perfiles normalizados (C, T, I), etc. Para cada tipo de sección la ventana solicitará las dimensiones correspondientes. La primera sección que se usará tiene las dimensiones establecidas en la Figura 5.14. Puede picar el botón *OK* para aceptar la selección.

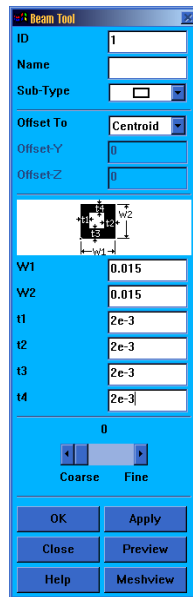


Figura 5.14. Menú de selección de sección transversal.

Para dibujar la sección que se acaba de crear, seleccione *Preprocessor>Sections>-Beam-Plot Section...*, lo cual abre una ventana en la que se debe seleccionar la identificación de la sección que se desea dibujar; para este caso, es la sección No. 1. Pique *OK* para aceptar, y en la ventana de gráficos aparecerá la sección con las dimensiones elegidas y el cálculo de las propiedades requeridas como constantes reales, tal como se muestra en la Figura 5.15.

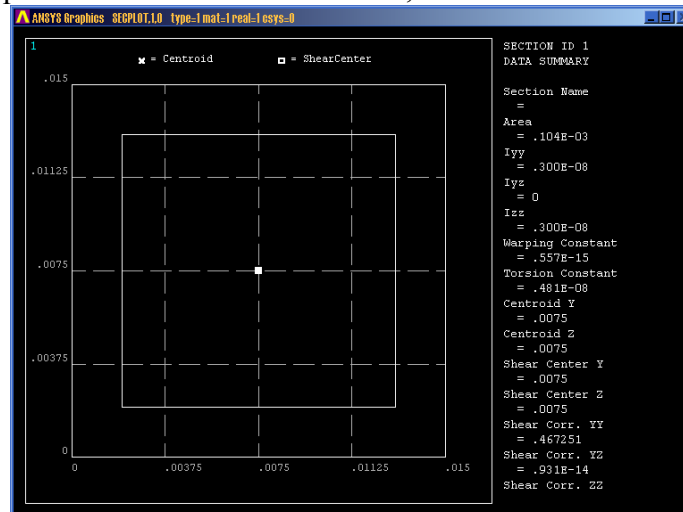


Figura 5.15. Dibujo de la sección transversal 1.

Añada ahora un juego de constantes reales para el elemento BEAM3 mediante *Preprocessor>Real Constants>Add/Edit/Delete...* Cuando haya creado el juego de constantes para el elemento, se abrirá la ventana mostrada en la Figura 5.16. Los valores solicitados puede copiarlos directamente del dibujo que yace bajo la ventana. El elemento BEAM puede tener cualquier forma de sección transversal; sin embargo, los esfuerzos se determinan como si la distancia del eje neutro hasta la fibra extrema fuera igual a la mitad de la altura. Esta altura es utilizada entonces en el cálculo de esfuerzos de flexión, y debe tenerse presente esta restricción.

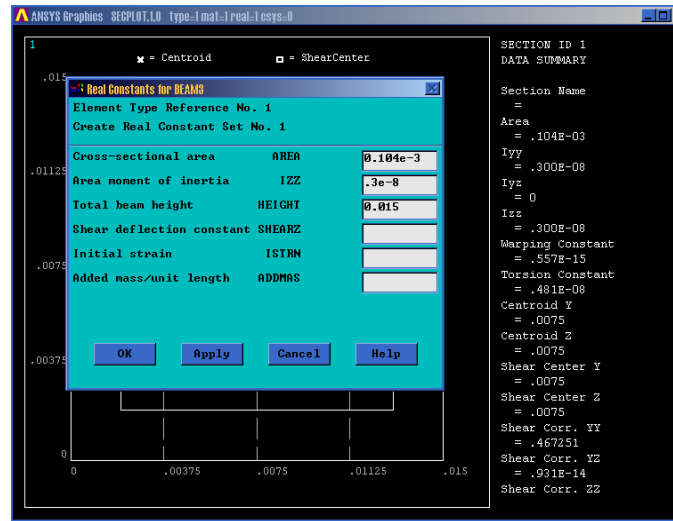


Figura 5.16. Ventana de constantes reales para el elemento BEAM3.

Puede repetir el mismo procedimiento para la segunda sección, que tiene las mismas dimensiones externas pero ahora utiliza un espesor de pared de 4 mm. La Figura 5.17 muestra el menú gráfico de secciones y el dibujo de la segunda sección.

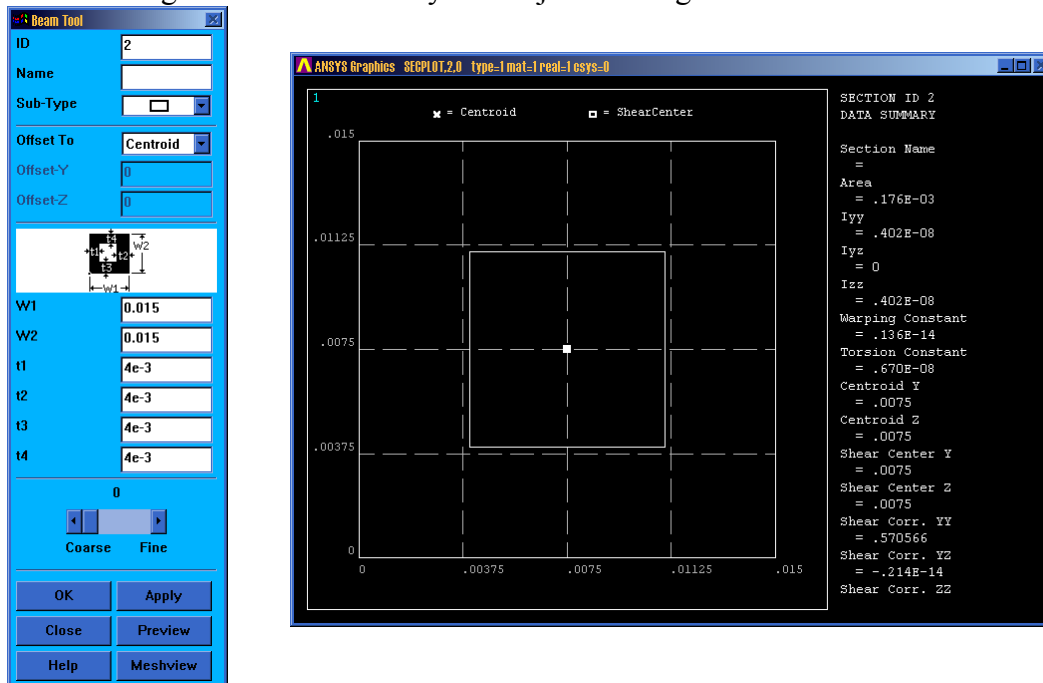


Figura 5.17. Segunda sección definida para el marco.

Ahora añada un segundo juego de constantes reales para el elemento BEAM3 con los datos de la segunda sección ya definida. Cuando termine el proceso, la ventana de constantes reales debe mostrar que existen dos juegos de constantes, como se observa en la Figura 5.18.

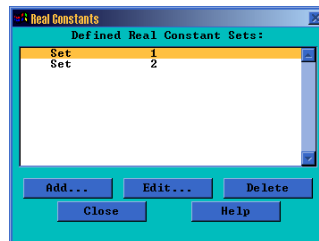


Figura 5.18. Constantes reales definidas para el elemento BEAM3.

ENMALLADO

Para realizar el enmallado, redibuje primero la geometría del marco. Para ello puede seleccionar *Plot>Lines* de la barra horizontal de menú de ANSYS. Seleccione ahora *Preprocessor>Meshtool...* para obtener el menú gráfico de enmallado. Pique el botón *Set* para líneas y seleccione los paraleles verticales; establezca una división en 20 elementos para estas líneas, como se muestra en la Figura 5.19. Seleccione el travesaño y establezca una división en 16 elementos para esta línea; se debe escoger un número par para asegurar que se crea un nodo la mitad del travesaño, de forma que permita la aplicación de la carga puntual.

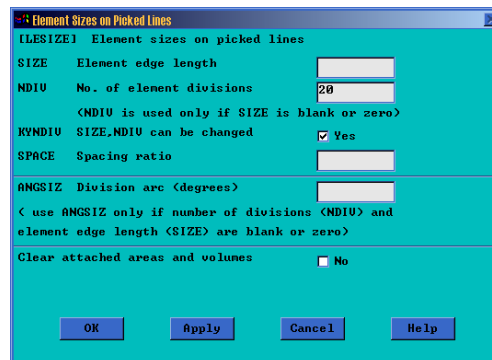


Figura 5.19. Opciones de enmallado para los paraleles del marco.

Una vez haya establecido la forma en que se enmallará cada línea, debe observar el marco como se muestra en la Figura 5.20.

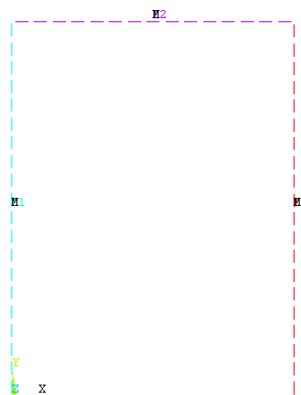


Figura 5.20. Marco con las opciones de enmallado establecidas.

Ahora se va a realizar el enmallado. En el menú gráfico de enmallado pique el botón *Set* del bloque de comandos *Element Attributes* (parte superior del menú); aparecerá una ventana como la de la Figura 5.21.

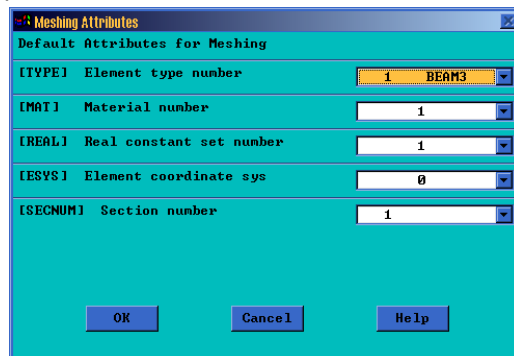


Figura 5.21. Ventana de atributos globales del enmallado.

En la ventana de atributos globales de enmallado se puede seleccionar el tipo de elemento, número del material, número del juego de constantes reales y de sección para realizar el enmallado en un momento determinado. Con los parámetros mostrados en la Figura 5.21 se enmallarán el travesaño y el paral derecho; pique el botón *OK* para cerrar la ventana. Al seleccionar el botón *Mesh* del menú gráfico de enmallado seleccione las líneas indicadas y enmállelas. Vuelva a la ventana de atributos globales de enmallado y seleccione ahora el juego 2 de constantes reales, junto a la sección número 2, como se observa en la Figura 5.22. Con estos atributos se realiza el enmallado del paral izquierdo del marco.

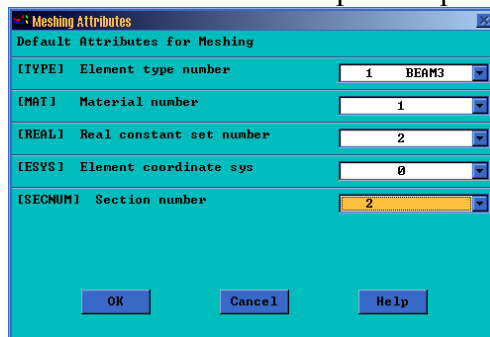


Figura 5.22. Ventana con atributos globales de enmallado para el paral izquierdo.

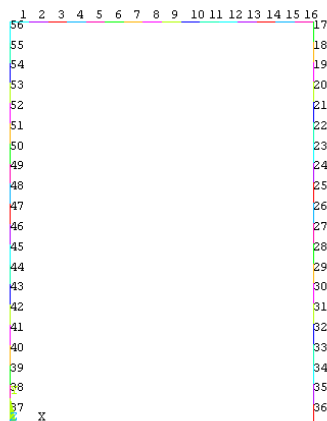
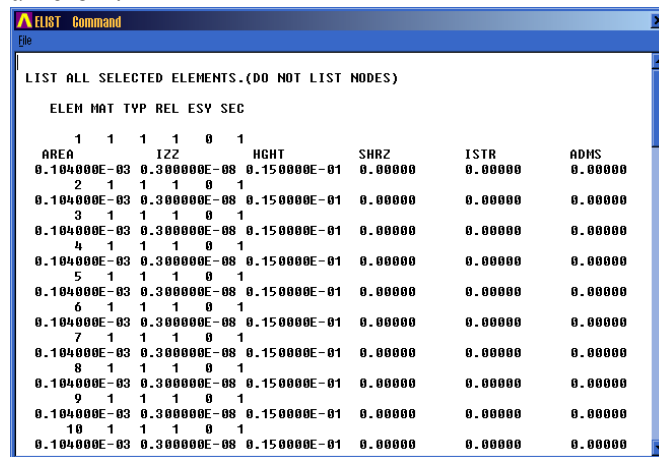


Figura 5.23. Marco enmallado y con numeración de elementos activa.

Si desea confirmar que el enmallado se realizó de forma diferente para el paral izquierdo, active primero la numeración de elementos seleccionando *PlotCtrls>Numbering...* de la barra horizontal de menús. Esto hará que la pantalla luzca como la mostrada en la Figura 5.23.

Seleccione ahora de la barra horizontal de menús *List>Elements>Attributes+RealConst.* Aparecerá una lista como la mostrada en la Figura 5.24, en la que se puede leer para cada elemento sus características y constantes reales: material (MAT), tipo de elemento (TYP), juego de constantes reales (REL), número de sección (SEC), área (AREA), etc. Puede observar ahora que los elementos con números 36 a 55 usan el segundo juego de constantes reales y la sección número 2.



ELIST Command

LIST ALL SELECTED ELEMENTS.(DO NOT LIST NODES)

ELEM	MAT	TYP	REL	ESV	SEC	AREA	IZZ	HGHT	SHRZ	ISTR	ADMS
1	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
2	1	1	0	1	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
3	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
4	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
5	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
6	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
7	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
8	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
9	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000
10	1	1	1	0	1	0.104000E-03	0.300000E-08	0.150000E-01	0.00000	0.00000	0.00000

Figura 5.24. Lista de elementos con sus características.

APLICACIÓN DE RESTRICCIONES Y CARGAS

Ahora se aplicarán las restricciones de desplazamientos. Seleccione *Preprocessor>Loads>-Loads-Apply>-Structural-Displacement>On Nodes+*, y en el nodo de la parte inferior izquierda aplique todas las restricciones de movimiento (*All DOF*), como se muestra en la Figura 5.25; esto equivale al empotramiento deseado en este punto. Repita el procedimiento, y en el nodo de la parte inferior derecha aplique solamente restricciones de desplazamiento en X y Y.

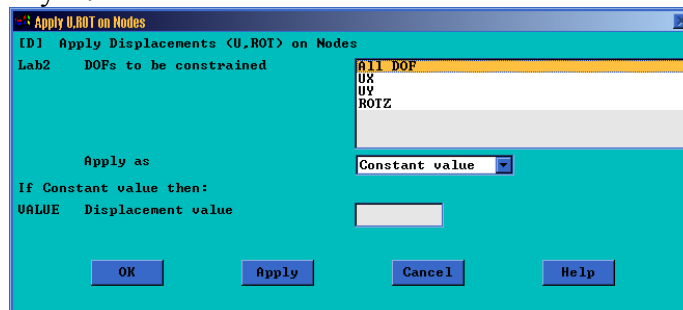


Figura 5.25. Ventana de aplicación de restricciones de movimiento.

Para aplicar la carga puntual, seleccione *Preprocessor>Loads>-Loads-Apply>-Structural-Force/Moment/On Nodes+*. Pique el nodo situado a 1 m de la esquina superior izquierda, y sobre este nodo aplique una fuerza en Y de -1000 , como se observa en la Figura 5.26.

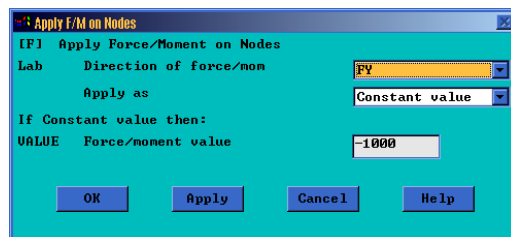


Figura 5.26. Ventana de aplicación de carga puntual.

Ahora se aplicará la carga distribuida (presión). Para ello, seleccione *Preprocessor>Loads>-Loads-Apply>-Structural-Pressure>On Beams+*. Seleccione a continuación todos los elementos BEAM que pertenecen al parál izquierdo. A continuación se abre una ventana como la mostrada en la Figura 5.27; allí puede seleccionar la cara sobre la que se aplicará la presión (LKEY, según lo definido en la Figura 5.1) y el valor de la fuerza distribuida en el nodo I y el nodo J. Para una fuerza distribuida de valor constante, este valor es idéntico en todos los elementos BEAM; si la carga distribuida variara linealmente (o de cualquier otra forma) con la distancia, la aplicación de carga distribuida debería hacerse elemento por elemento. La definición de la cara sobre la que se aplicará la presión determina la dirección de la carga distribuida; si la dirección fuera contraria a la indicada posteriormente en el dibujo, puede introducirse un valor negativo de presión o cambiarse la cara sobre la cual se aplica.

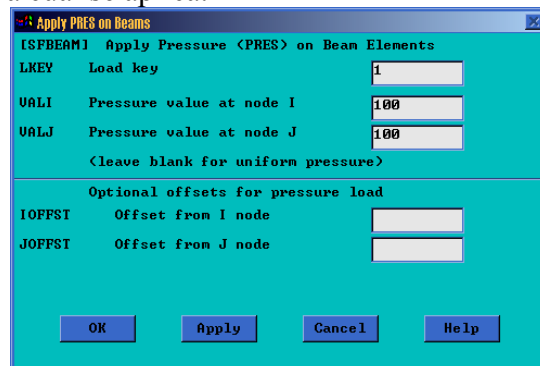


Figura 5.27. Ventana de aplicación de presión sobre elementos BEAM.

El marco debe lucir ahora como se muestra en la Figura 5.28; este es el modelo completo de Elementos Finitos del marco estructural.

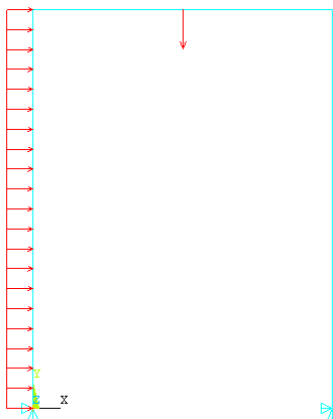


Figura 5.28. Modelo de Elementos Finitos del marco estructural.

SOLUCIÓN DEL MODELO

Para ejecutar el análisis deseado, seleccione *Solution>-Solve-Current LS*. Si todo ha sido bien definido, obtendrá la solución del modelo sin algún mensaje de error.

POSTPROCESAMIENTO

1. Deformación del marco.

Para observar la deformación del marco, seleccione *General Postproc>Plot Results>Deformed Shape*....La deformación obtenida es la mostrada en la Figura 5.29.

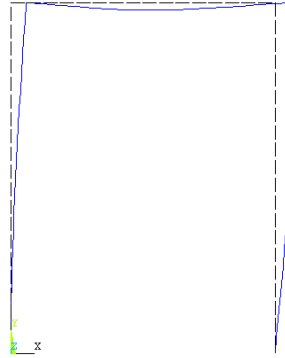


Figura 5.29. Deformaciones del marco estructural.

Como se puede observar, el empotramiento de la estructura en el punto inferior izquierdo obliga al marco izquierdo a mantenerse vertical en la inmediata vecindad del punto; la restricción en el lado opuesto no le permite al marco desplazarse en X o Y, pero si le permite rotar alrededor del eje Z.

2. Desplazamientos en los nodos del marco.

Para observar los desplazamientos generados en los nodos en forma de vector, seleccione *General Postproc>Plot Results>-Vector Plot-Predefined*..., y en la ventana de diálogo seleccione traslación como la variable a graficar. Los resultados se muestran en la Figura 5.30.

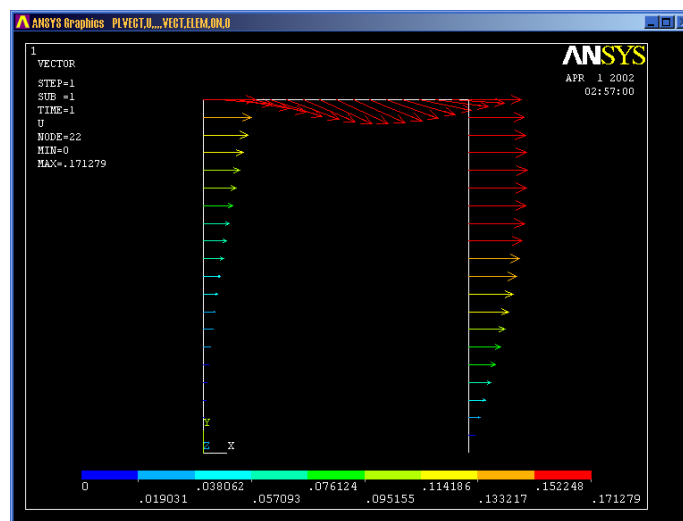


Figura 5.30. Desplazamientos en forma de vector para el marco.

Para observar los desplazamientos en escala de colores, seleccione *General Postproc>Plot Results>-Contour Plot-Nodal Solu...* y luego indique la variable a ser graficada, en este caso, el desplazamiento total (USUM). El resultado se observa en la Figura 5.31. Nótese que el mayor desplazamiento es de 17.1 cm, y ocurre en el paral derecho del marco.

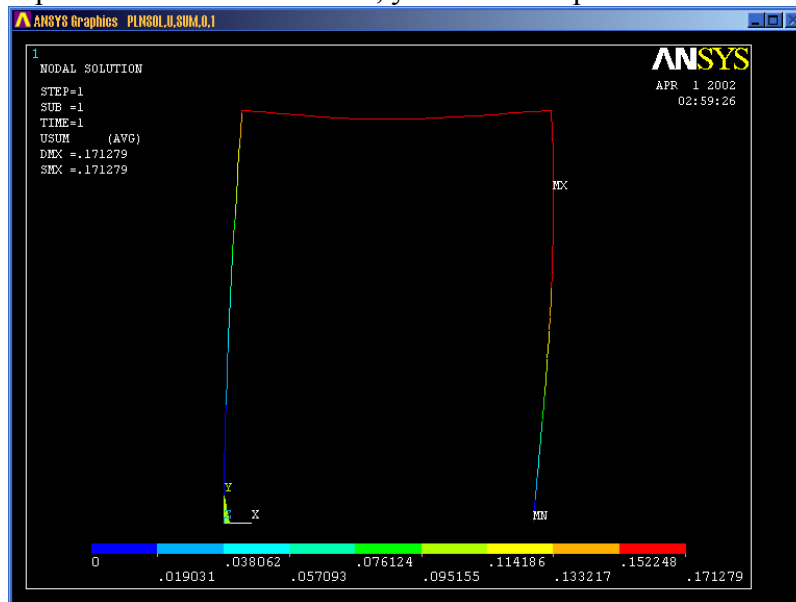


Figura 5.31. Desplazamientos nodales para el marco.

Otro resultado interesante es la rotación de los elementos alrededor del eje Z. Para observarlo, seleccione nuevamente *General Postproc>Plot Results>-Contour Plot-Nodal Solu...* e indique la variable ROTZ como el resultado a graficar, como se muestra en la Figura 5.32. La imagen se observa en la Figura 5.33.

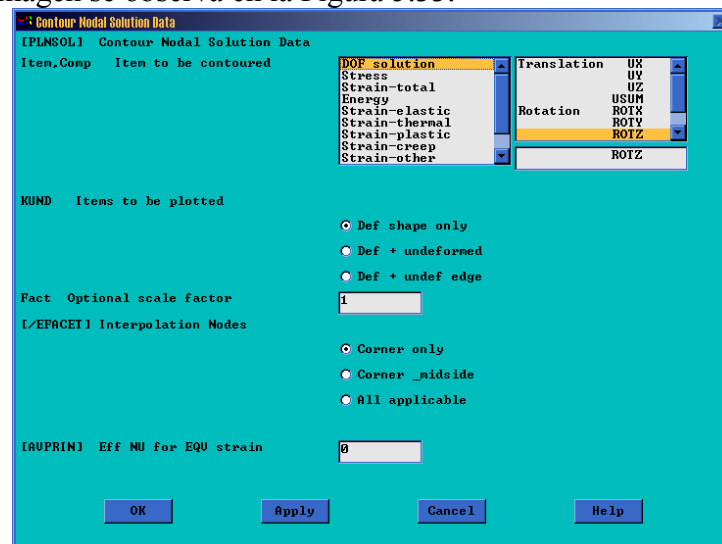


Figura 5.32. Ventana de selección de resultados nodales.



Figura 5.33. Rotación alrededor del eje Z para el marco.

En la Figura 5.33 puede observarse nuevamente la diferencia de comportamiento que producen los dos tipos de apoyo utilizados. Mientras el paral izquierdo no tiene rotación alrededor del eje Z cerca al apoyo, el paral derecho si ha tenido esta rotación, que alcanza un valor de -0.1609 radianes (9.2°). La lista de resultados por elemento se puede obtener seleccionando de la barra horizontal de menús *List> Results>Nodal Solution...*, e indicando “All DOFs”.

3. Reacciones en los apoyos.

Se puede obtener la lista de la reacciones en los apoyos seleccionando *General Postproc>List Results>Reaction Solu...* y luego indicando “All Items” en la siguiente ventana. El listado de reacciones se observa en la Figura 5.34.

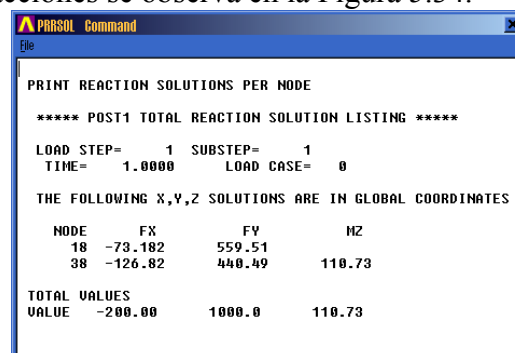


Figura 5.34. Listado de reacciones en los apoyos.

4. Esfuerzos en los elementos.

Para obtener la lista de todos los resultados disponibles por elemento, seleccione *General Postproc>List Results>Element Solution...*, con lo cual aparecerá la ventana de la Figura 5.35. Realice las selecciones allí indicadas para observar la lista de resultados, como la presentada en la Figura 5.36.

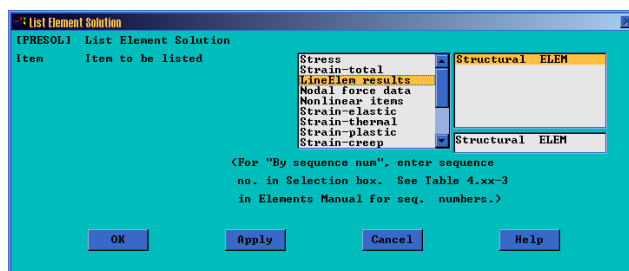


Figura 5.35. Ventana de listado de resultados por elemento.

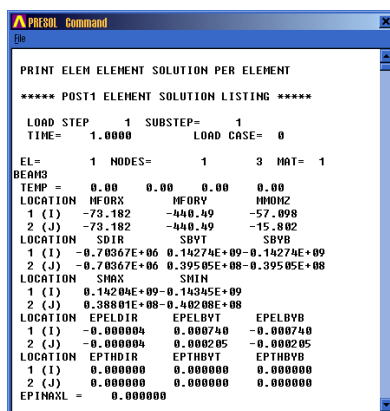


Figura 5.36. Listado de resultados por elemento.

5. Tabla de resultados.

No todos los datos presentados en la lista de la Figura 5.36 pueden resultar relevantes. Para escoger los resultados relevantes, consulte la ayuda de ANSYS para el elemento BEAM3; el significado de las abreviaturas usadas en la lista de resultados lo encuentra en la tabla titulada “*BEAM3 Element Output Definitions*”. La tabla titulada “*BEAM3 Item and Sequence Numbers for the ETABLE and ESOL Commands*” indica los códigos que se utilizan en la definición de la tabla de resultados. Los datos relevantes para el presente análisis se encuentran en la Tabla 5.1 y en la Figura 5.37; nótese que los resultados se pueden ver para cualquiera de los nodos que componen el elemento (I o J).

Tabla 5.1. Datos y números de secuencia para crear la tabla de resultados.

Nombre	Definición	Ítem	E (Código)	
			I	J
SMAX	Esfuerzo máximo (esfuerzo directo + esfuerzo de flexión).	NMISC	1	3
SMIN	Esfuerzo mínimo (esfuerzo directo – esfuerzo de flexión).	NMISC	2	4
SDIR	Esfuerzo axial directo.	LS	1	4
SBYT	Esfuerzo de flexión en el lado +Y del elemento.	LS	2	5
SBYB	Esfuerzo de flexión en el lado -Y del elemento.	LS	3	6
MFORX	Fuerzas que soporta el elemento en la dirección X del sistema coordenado del elemento.	SMISC	1	7
MFORY	Fuerzas que soporta el elemento en la dirección Y del sistema coordenado del elemento.	SMISC	2	8
MMOMZ	Momento que soporta el elemento en la dirección Z de su sistema coordenado.	SMISC	6	12

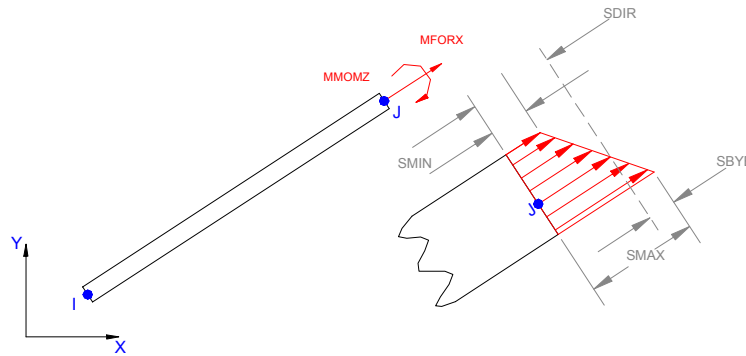


Figura 5.37. Definición de los datos de salida del elemento BEAM3.

Para definir la tabla de elementos, seleccione *General Postproc>Element Table>Define Table...* Pique el botón *Add* para añadir ítems a la tabla; agregue los ítems SMAX, SMIN, MFORX y MMOMZ. Cuando termine, la ventana de definición de tabla debe lucir como la mostrada en la Figura 5.38.

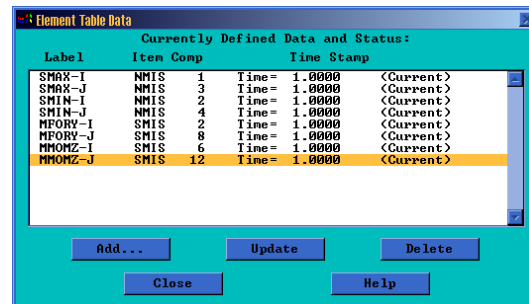


Figura 5.38. Ventana de definición de tabla de elementos.

Seleccione ahora *General Postproc>Element Table>List Elem Table...* para generar la tabla deseada; resalte todos los ítems creados y pulse *OK*. La tabla generada se observa en la Figura 5.39.

PRINT ELEMENT TABLE ITEMS PER ELEMENT

***** POST1 ELEMENT TABLE LISTING *****

STAT	CURRENT	CURRENT	CURRENT	CURRENT	CURRENT	CURRENT	CURRENT	CURRENT
ELEM	SMAX-I	SMAX-J	SMIN-I	SMIN-J	MFORX-I	MFORX-J	MMOMZ-I	MMOMZ-J
1	0.14204E+09	0.38801E+08	-0.14345E+09	-0.40208E+08	-440.49	-440.49	-57.098	-15.802
2	0.38801E+08	0.63031E+08	-0.40208E+08	-0.64439E+08	-440.49	-440.49	-15.802	-25.494
3	0.63031E+08	0.16627E+09	-0.64439E+08	-0.16768E+09	-440.49	-440.49	25.494	66.790
4	0.16627E+09	0.26951E+09	-0.16768E+09	-0.27092E+09	-440.49	-440.49	66.790	108.09
5	0.26951E+09	0.37275E+09	-0.27092E+09	-0.37416E+09	-440.49	-440.49	108.09	149.38
6	0.37275E+09	0.47599E+09	-0.37416E+09	-0.47740E+09	-440.49	-440.49	149.38	190.68
7	0.47599E+09	0.57923E+09	-0.47740E+09	-0.58064E+09	-440.49	-440.49	190.68	231.97
8	0.57923E+09	0.68247E+09	-0.58064E+09	-0.68388E+09	-440.49	-440.49	231.97	273.27
9	0.68247E+09	0.55133E+09	-0.68388E+09	-0.55274E+09	559.51	559.51	273.27	220.82
10	0.55133E+09	0.42020E+09	-0.55274E+09	-0.42161E+09	559.51	559.51	220.82	168.36
11	0.42020E+09	0.28906E+09	-0.42161E+09	-0.29047E+09	559.51	559.51	168.36	115.91
12	0.28906E+09	0.15793E+09	-0.29047E+09	-0.15934E+09	559.51	559.51	115.91	63.453
13	0.15793E+09	0.26794E+08	-0.15934E+09	-0.28201E+08	559.51	559.51	63.453	10.999
14	0.26794E+08	0.10293E+09	-0.28201E+08	-0.10434E+09	559.51	559.51	10.999	-41.455
15	0.10293E+09	0.23407E+09	-0.10434E+09	-0.23548E+09	559.51	559.51	-41.455	-93.909

Figura 5.39. Tabla de resultados básicos del marco.

6. Diagramas de fuerza cortante y momento flector.

Los datos de la tabla de resultados pueden graficarse para obtener una mejor idea del comportamiento del marco. Por ejemplo, para graficar los resultados de esfuerzo máximo, seleccione *General Postproc>Plot Results>Line Element Res...*, con lo que aparece la ventana de la Figura 5.40. Allí se seleccionan los valores que van a graficarse; nótese que se solicita de forma independiente el resultado en el nodo I y en el nodo J.

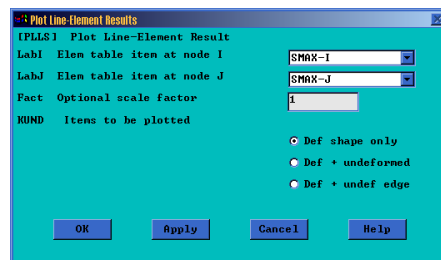


Figura 5.40. Ventana de dibujo de resultados en elementos lineales.

Realizando las elecciones de la Figura 5.40, se puede obtener el diagrama de la Figura 5.41. Nótese que los esfuerzos máximos se están obteniendo en el sitio de aplicación de la carga puntual.

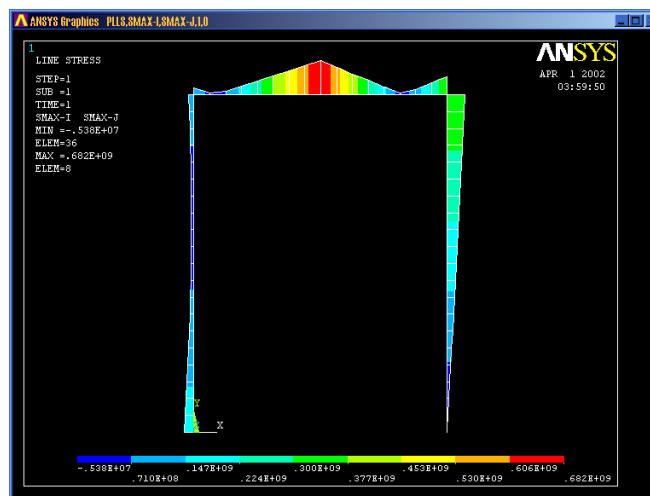


Figura 5.41. Diagrama de esfuerzos máximos en el marco.

Seleccionando en la ventana de la Figura 5.40 los ítems MFOR-Y-I y MFOR-Y-J se obtendrá el diagrama de fuerzas cortantes en los tres elementos del marco, como se observa en la Figura 5.42. Note que en realidad la magnitud de las fuerzas cortantes no es muy grande; varía entre -440 y 560 N. Observe además que el paral derecho tiene una fuerza cortante prácticamente constante en toda su longitud.



Figura 5.42. Diagrama de fuerzas cortantes en el marco.

Si selecciona como ítems MMOMZ-I y MMOMZ-J en la ventana de la Figura 5.40, podrá obtener el diagrama de momentos flectores del marco, mostrado en la Figura 5.43. De nuevo, los mayores momentos flectores se encuentran localizados en el sitio de aplicación de la carga puntual. El diagrama del paral derecho termina en cero en la parte inferior debido al apoyo usado; el del paral izquierdo termina en un valor igual al del momento que genera el empotramiento presente en ese punto.

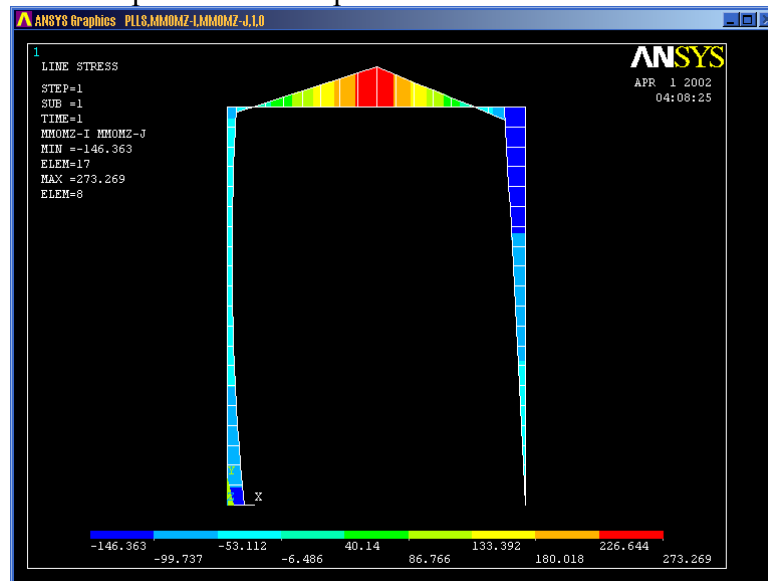


Figura 5.43. Diagrama de momentos flectores en el marco.

7. Análisis de esfuerzos.

Con los resultados ya presentados se puede observar que el marco no resiste las cargas especificadas. Los esfuerzos máximos y mínimos (a tensión y compresión) llegan a valores de 680 MPa y -540 MPa, respectivamente, por lo que han superado ampliamente el límite de fluencia del material (250 MPa). Se debe rediseñar el marco cambiando las secciones transversales de forma que se obtenga una sección que soporte las cargas inducidas por esta condición de servicio. Cuando se realice el rediseño, los dos parales deben verificarse ante un posible pandeo siguiendo el análisis de columnas expuesto en el Capítulo 4.