Capítulo II

Análisis del refuerzo de estructuras de hormigón con materiales compuestos. Estudio de la zona de anclaje

II.1. INTRODUCCIÓN

II.1.1 Principales contribuciones experimentales

El sistema de refuerzo de vigas y forjados mediante el encolado de una platabanda exterior, inicialmente de acero, es relativamente nuevo ya que las primeras aplicaciones datan de finales de los años 60, siendo Suiza uno de los países pioneros en este tipo de refuerzo. Esta técnica se introdujo en España en 1969 para reforzar un edificio de viviendas en Madrid, bajo la dirección de Fernández Cánovas. Flemming y King informaron sobre un experimento en Sudáfrica en 1967 (Brosens, 2000). L'Hermite y Bresson sobre unas experiencias en Francia el 1971 (Brosens, 2001).

Durante los 80, algunos investigadores centraron sus trabajos en el refuerzo exterior mediante platabandas adheridas a elementos de hormigón. A principios de los 90 aparecieron las primeras aplicaciones de refuerzos exteriores con materiales compuestos como alternativa al uso de las platabandas de acero.

Meier, en 1987, presentó por primera vez la viabilidad del uso de armaduras de material compuesto en el refuerzo exterior de elementos de hormigón armado. A pesar del reducido número de ensayos, el autor presenta como resultado de esta experiencia piloto, el compromiso de reducir costes del orden del 25% sustituyendo el acero por materiales compuestos. Estos resultados preliminares condujeron a experiencias posteriores llevadas a cabo con éxito. Las contribuciones experimentales de dicho autor a lo largo de una década se traducen en un progresivo detalle y ajuste de las conclusiones iniciales (Oller, 2002).

Este estudio desencadenó la creación de la primera chapa no metálica de material compuesto, en concreto de CFRP, obtenida por pultrusión, que recibió el nombre de laminado prefabricado. Paralelamente, otros autores investigaron el refuerzo de estructuras existentes mediante la polimerización de láminas o tejidos flexibles de FRP (vidrio, carbono, o Kevlar) cuyo estado inicial era seco o preimpregnado.(Oller, 2002)

Tal y como referencia Oller (2002), Kaiser advierte sobre el posible desprendimiento prematuro del laminado debido a la formación de fisuras de cortante en el hormigón, lo que implicaría el fracaso del refuerzo antes de agotar la capacidad de la sección reforzada. Con el fin de controlar la propagación de las fisuras en la viga, el autor propone el refuerzo a flexión y a cortante mediante el encolado de laminado en la cara inferior y caras laterales como se demuestra en la figura II.1.

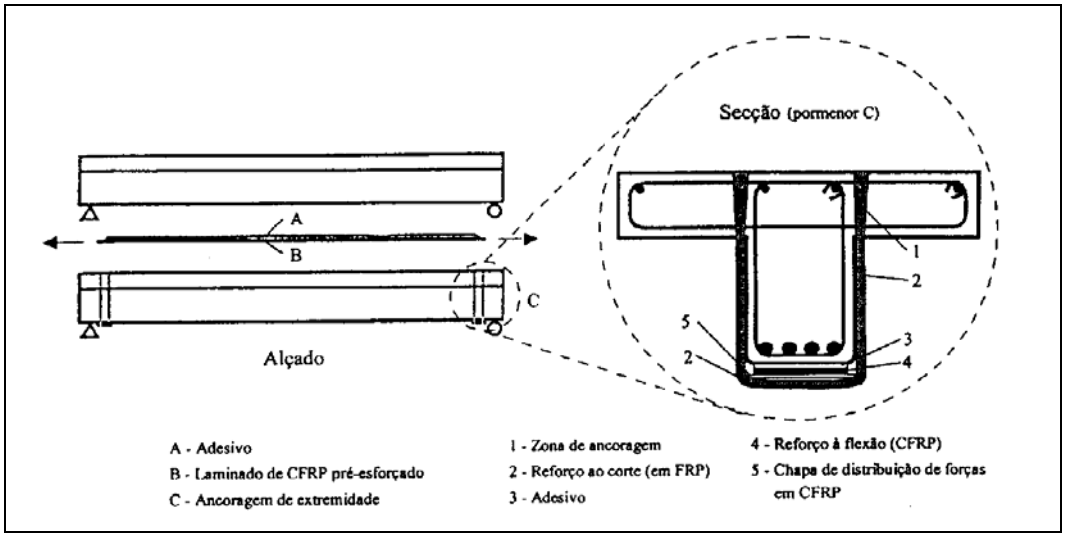

Figura II.1: Refuerzo de una viga con un laminado pretensado y un sistema de anclaje (Juvandes, 1999)

Este estudio incluye el desarrollo de un modelo analítico de interpretación de la zona de anclaje del material compuesto de acuerdo con el criterio de Ranisch establecido en las normas alemanas.

Con el fin de mejorar la eficiencia de la aplicación de los compuestos de CFRP en elementos de hormigón y poder establecer unos criterios de dimensionamiento, es necesario profundizar los conocimientos acerca de los mecanismos de unión, aspecto en que hasta ese momento no existe consenso. Algunos de estos mecanismos se encuentran íntimamente ligados a la definición de los modos de rotura, la caracterización de la adherencia en la interfase de la unión hormigón-adhesivo-material compuesto, el comportamiento de los extremos del material compuesto en la zona de anclaje de los esfuerzos, la implementación del anclaje exterior con láminas de CFRP como refuerzo a cortante, y por último la caracterización del comportamiento a largo plazo de estos nuevos materiales y su unión.

Täljsten publica en 1994 un trabajo teórico y experimental sobre la técnica de encolado de chapas (metálicas y laminados FRP) a estructuras de hormigón existentes. El autor elabora un estudio detallado de la distribución de tensiones tangenciales y normales en la interfase hormigón-laminado y en los extremos de la unión adhesiva. Paralelamente otros autores como Malek, Maalej, Saadatmanesh, Smith, realizan estudios similares.(Oller,2002)

Las primeras normativas sobre la optimización de la técnica de aplicación de laminados prefabricados de CFRP son alemanas. Con base a trabajos experimentales y analíticos, destacan los estudios de adherencia, el modelo de cálculo y los criterios de anclaje desarrollados en este período por Holzemkämpfer, Róstasy y Neubauer (1998).

Tal y como referencia Oller (2002), Varastehpour et al. en 1996 desarrollan un modelo experimental de caracterización de la interfase hormigón-material compuesto con el objetivo de informar sobre los posibles modos de rotura y adelantar una interpretación analítica de los casos de rotura prematura muy común en el caso de uniones adhesivas. Cabe destacar también las contribuciones experimentales sobre los modos de rotura de refuerzos de vigas de hormigón armado con láminas y tejidos polimerizados "in situ" de Sadaatmanesh en 1997, Wu et al. en 1997, Brosens et al. en 1997, recogidos por Büyuköztürk et al. en 1998. Estos trabajos además tratan de forma especial los fenómenos de concentración de tensiones en las zonas específicas de la interfase.

En Portugal destacan los ensayos realizados por Juvandes (1999) sobre vigas y losas reforzadas a flexión con FRP. Estos estudios experimentales se complementan con el programa de análisis numérico de la junta de hormigón-CFRP desarrollado por Costeira.

II.1.2. Modos de rotura

Un elemento estructural reforzado con fibras de carbono y sometido a esfuerzos de flexión puede fallar de diferentes modos.

En el informe del Task Group 9.3 FRP del FIB (2001) se distinguen dos modos de rotura:

a) Aquellos en los que se mantiene la actuación conjunta de hormigón-FRP hasta que en el hormigón alcanza su resistencia a compresión o el FRP agota su capacidad resistente.

b) Aquellos en los que el comportamiento mixto de la sección desaparece antes de que se produzca un fallo tipo a).

Oller (2002) agrupa los modos de rotura de estructuras reforzadas mediante encolado de elementos metálicos o materiales compuestos tal y como se ilustra en las Figuras II.2 y II.3.

Roturas clásicas

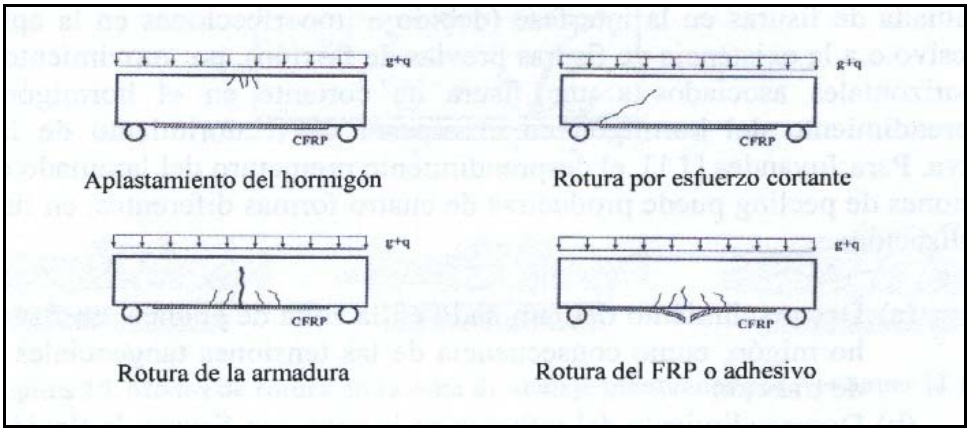

Figura II.2: Modos de rotura clásicos

Roturas prematuras

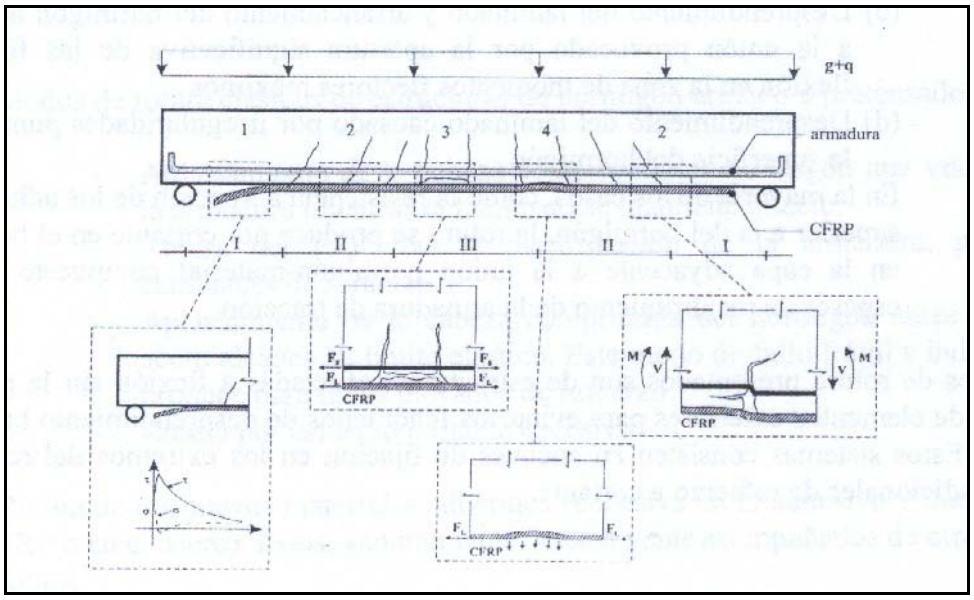

Figura II.3: Modos de rotura prematuros

1) Modos de rotura clásicos de estructuras de hormigón armado o pretensado

- Aplastamiento de la cabeza comprimida de hormigón una vez plastifica la armadura mientras el laminado se mantiene intacto.
- Rotura del FRP tras la plastificación de la armadura, para bajas cantidades de refuerzo.
- Aplastamiento de la cabeza comprimida del hormigón antes de que el acero alcance su límite elástico. Este modo de fallo frágil e indeseable se produce para ratios elevados de refuerzo.

- Rotura por esfuerzo cortante excesivo.

2) Rotura de los nuevos materiales adheridos (cohesiva en el adhesivo y tracción en el FRP o en el acero). Éstos, generalmente, suelen venir acompañados de otro modo de rotura.

- Rotura de la cohesión. Ocurre si las resistencias a cortante y tracción del adhesivo son menores que las del hormigón.
- Fallo interlaminar del FRP. Este mecanismo de fallo se produce cuando la propagación de la fisuración es energéticamente más conveniente en FRP que en el hormigón.

3) Rotura de la unión en la interfase hormigón-adhesivo-laminado, designada también como "peeling off". Este modo de fallo no se encuentra perfectamente caracterizado en la literatura, dada la diversidad de opiniones, en especial en las experiencias con sistemas laminados prefabricados o in situ. La rotura de la unión en la interfase hormigón-laminado es el modo de rotura menos deseable por el consiguiente desprendimiento repentino del refuerzo, debido a la distribución de esfuerzos y fisuración en el hormigón (zona I con elevados esfuerzos de cortante, zona II con momentos flectores moderados y esfuerzos de corte razonables, y zona III con momentos flectores elevados y esfuerzos de cortante reducidos).

II.2 PRINCIPALES CONTRIBUCIONES EN LA INVESTIGACIÓN SOBRE ADHERENCIA ENTRE CFRP-HORMIGÓN

Posiblemente, el aspecto más crítico en el refuerzo con materiales compuestos es la adherencia entre el laminado y el hormigón, ya que posibilita la transferencia de tensiones tangenciales entre ambos materiales.

Tal y como referencia Chajes (1996), Van Gemert, en 1980 y Swamy et al. en 1986, realizaron los primeros estudios de adherencia en elementos de hormigón armado reforzados exteriormente con platabandas de acero. Ambos investigadores desarrollaron ensayos de corte doble "double-lap shear test" con el fin de determinar las tensiones tangenciales medias y máximas y la transferencia de fuerzas que se producen en la interfase entre el refuerzo y el hormigón. En sus conclusiones, todos ellos destacan la importancia de la unión entre hormigón y acero, y limitan la longitud de adherencia de las platabandas de acero.

En su estudio, Swamy trabajó con especimenes de hormigón armado con una resistencia a compresión que variaba entre los 3614 psi (25 MPa) y 10267 psi (70 MPa) y encontró que la tensión de tangencial media que existía en el momento de la rotura variaba linealmente en el rango de 319 psi (2.15 MPa) a 479 psi (3.30 MPa), (Chajes, 1996).
Tal y como referencia Chen y Teng (2001), Van Gemert concluye de sus ensayos que la distribución de tensiones tangenciales en la platabanda de acero decrece exponencialmente en el extremo libre del refuerzo. Para cargas elevadas, la distribución

de tensiones tangenciales se iguala a lo largo de la platabanda. Ésto significa que una vez fisura el hormigón en la zona próxima del punto de aplicación de carga, la zona de adherencia activa entre hormigón y platabanda se desplaza hacia zonas más alejadas de dicho punto.

Por su parte, Chajes et al. (1996) realiza una campaña de ensayos de corte simple (ver Figura II.4) con especimenes de hormigón de 6x6x9 in.(152.40x152.40x228.60 mm) reforzados exteriormente con laminados de GFRP de 3 in. (76.20 mm) de longitud y 1 in. (25.40 mm) de ancho. En la primera campaña experimental que realizaron evaluaron el efecto de la preparación de la superficie donde se aplica el laminado, ensayando probetas con una superficie sin tratar, tratada mediante un pulido de la superficie y tratada mediante abrasión mecánica de la superficie (abujardado o chorreado de arena).

También estudia el tipo de adhesivo (utiliza cuatro tipos de adhesivos diferentes con un módulo de elasticidad que varía entre 34000 psi (234.26 MPa) y 750000 psi (5167.50 MPa)). Realiza ensayos con tres clases de hormigón diferentes con un rango que varía entre 3500 psi (25 MPa) y 6500 psi (45 MPa) para evaluar el efecto de la resistencia a compresión del hormigón. La longitud de adherencia "bond length" entre el laminado y el hormigón es fija. Finalmente estudia el sistema de transmisión de los esfuerzos en la interfase de las uniones encoladas de grafito-epoxi hormigón.

Los resultados experimentales muestran como la mejor preparación de la superficie de hormigón aumenta la carga última de rotura (abujardando la superficie la tensión tangencial media, en el momento de rotura un 20% mayor que si no se prepara). El modo de rotura de la unión viene gobernado por fisuración del hormigón. La resistencia de adherencia última es proporcional a la raíz cuadrada de la resistencia a compresión del hormigón y destaca la influencia en el valor de la adherencia de las propiedades del adhesivo utilizado.

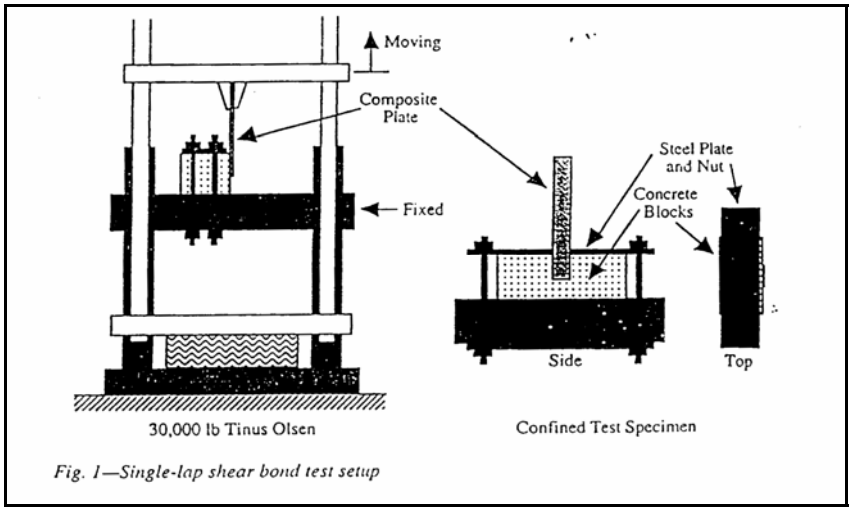

Figura II.4: Disposición de los ensayos realizados por Chajes et al. (1996)

En una segunda serie de ensayos estudia la fuerza de transferencia entre los laminados de material compuesto y el hormigón variando la longitud de contacto entre ambos "bond lenght", 2-4-6 y 8 in. (50.80-101.60-152.40 y 203.20 mm). En sus conclusiones destaca la existencia de una longitud efectiva de adherencia a partir de la cual no se producen aumentos en la carga máxima de rotura. Para valores menores a este límite efectivo, la resistencia última depende de la longitud de laminado colocado.

Otro grupo de investigadores (Yoshizawa et al. en 1996 referenciado por De Lorenzis (2001) y Juvandes (1999) estudian la preparación de la superficie del hormigón al laminado (mediante chorreado de arena o por agua proyectada), realizando una serie de ensayos de corte doble. Los especimenes son sometidos a tracción directa, simulando un estado de corte puro. Los resultados obtenidos muestran que tratando la superficie con agua proyectada, se dobla la capacidad resistente del espécimen, mientras que la longitud de laminado de láminas de CFRP tiene poco efecto en la carga última de rotura.

En 1997 Horiguchi y Saeki estudiaron cual era el ensayo idóneo y la influencia de la calidad del hormigón en especimenes reforzados con laminados de fibra de carbono (Juvandes (1999). Analizan tres tipos de test: ensayos de corte (simples o dobles), ensayos de flexión y ensayos de tracción directa ("pull-off") y obtienen la variación de la resistencia de adherencia en la unión hormigón-laminado de CFRP, en probetas prismáticas con una resistencia a compresión comprendida entre 10 MPa y 50 MPa.

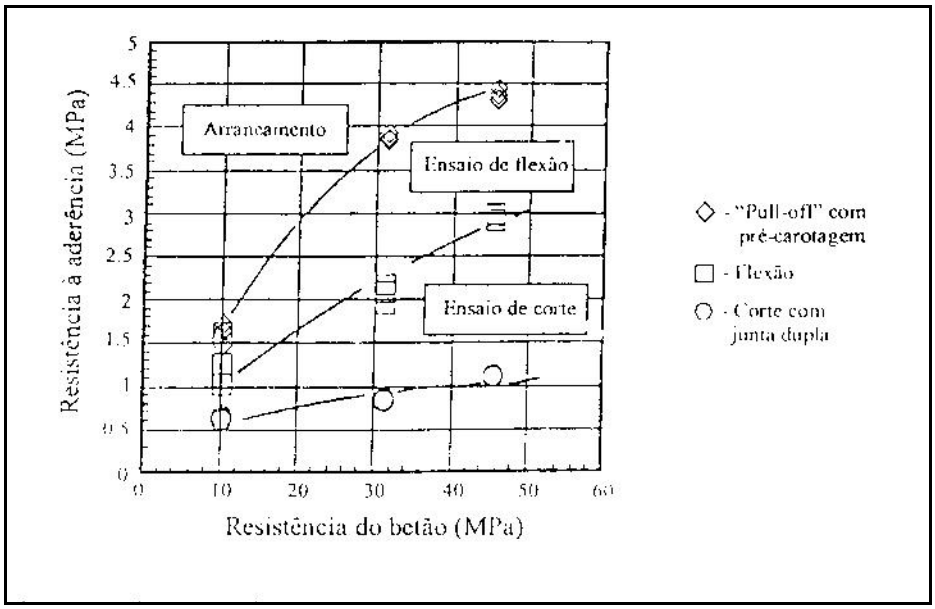

Figura II.5: Relación resistencia de adherencia resistencia del hormigón en función del tipo de ensayo realizado (Juvandes, 1999).

En los ensayos de tracción directa es donde se obtiene una resistencia de adherencia mayor, seguidos por los ensayos a flexión, mientras en los ensayos de corte se obtienen los valores menores. Observan también que la resistencia de adherencia disminuye

considerablemente con una reducción de la resistencia a compresión del hormigón, siendo este efecto más visible en los ensayos de tracción que en el resto.

Brosens y Van Gemert (1997) realizan una serie de ensayos de corte doble. Observan que aumentando la longitud de laminado, aumenta la carga de fallo. Sin embargo, observan que la influencia de la longitud del laminado desciende para grandes longitudes.

Por otro lado, De Lorencis (2001) menciona una campaña experimental llevada a cabo por Xie and Kharbari en 1997 encaminada a estudiar el efecto del desprendimiento prematuro del laminado, efecto peeling, y para caracterizar la resistencia de adherencia entre la fibra de carbono/epoxi y el espécimen de hormigón. De estos ensayos se concluye que cuando el ángulo entre la dirección de las tensiones y la horizontal aumenta, la energía de fractura en la interfase aumenta. La rotura de algunos especimenes vino gobernada por fallos de adherencia con el adhesivo. Cuando ese ángulo es pequeño, se produce el fallo de adherencia, al fisurarse el hormigón del recubrimiento en contacto con el laminado.

Täljsten, en 1994y 1997, referenciado por Brosens (2001) y por De Lorencis (2001a), (2001b) lleva a cabo una serie de ensayos de corte simple con laminados de CFRP y platabandas de acero cuya disposición se puede observar en la Figura II.6. Una vez analizados los resultados obtenidos confirma las conclusiones de Van Gemert descritas en líneas anteriores. Por un lado concluye que existe un nivel crítico de tensiones a partir del cual el hormigón empieza a fisurar. Las tensiones de peeling que aparecen en el extremo del laminado son consecuencia de la diferente rigidez entre el elemento de hormigón armado y la platabanda de acero o fibra, unidos entre sí por un material elástico que es el adhesivo. La compatibilidad de deformación conlleva la aparición de dichas tensiones. Por otro lado, existe una longitud de adherencia, a partir de la cual un aumento en la misma no conduce al aumento de la carga.

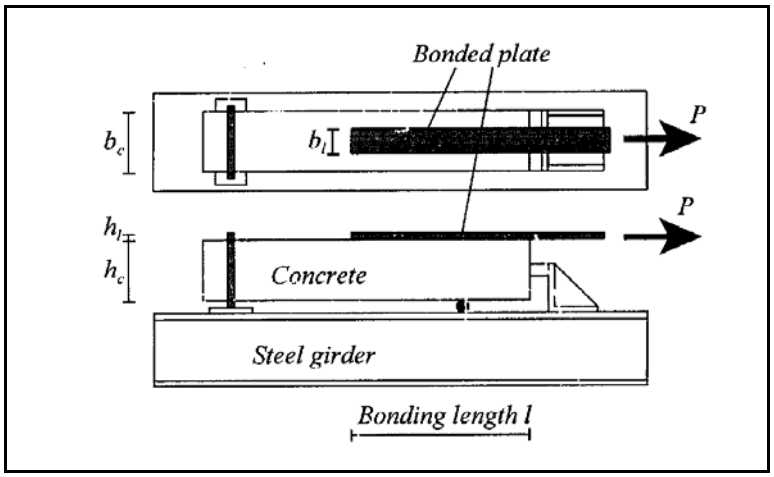

Figura II.6: Disposición de los ensayos de corte simple realizados por Täljsten (Brosens, 2001)

Los ensayos de Maeda et al. (1997) con probetas de hormigón reforzadas con laminados de CFRP, confirmaron las conclusiones de Van Gemert. En la Figura II-7 se muestra la configuración de los ensayos realizados. Como análisis realiza una simulación numérica con elementos finitos de la distribución de tensiones en la fibra de carbono y obtiene las tensiones de adherencia entre el laminado y el hormigón. Las variables estudiadas en la campaña experimental son: la longitud de laminado, el número de láminas que constituyen el laminado in situ aplicadas, y el tipo de CFRP. Los resultados muestran que a medida que el módulo de elásticidad de la fibra de carbono aumenta, también lo hace la carga máxima de rotura. Para longitudes de laminado de 100 mm, la carga última permanece constante. Eso implica la existencia de una longitud efectiva de laminado. La longitud de adherencia efectiva entre el laminado y el hormigón decrece cuando la rigidez del laminado aumenta. En el estudio numérico realiza un análisis no lineal.

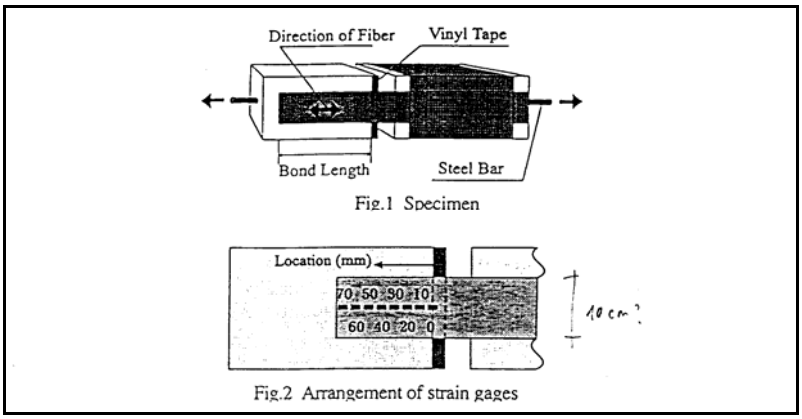

Figura II.7: Disposición de los ensayos realizados por Maeda et al.(1997)

Neubauer y Rostásy (1997) estudian el comportamiento de elementos reforzados con fibra de carbono mediante una serie de ensayos de corte doble (Neubauer realiza una campaña de 51 ensayos de corte doble, y posteriormente Rostásy realiza otra de 13 ensayos, ambas sobre láminas de fibra de carbono prefabricadas sobre hormigones de resistencias 25 MPa y 55 MPa y adoptando diferentes longitudes de laminado) cuyo esquema de los ensayos se adjunta en la Figura II.8.

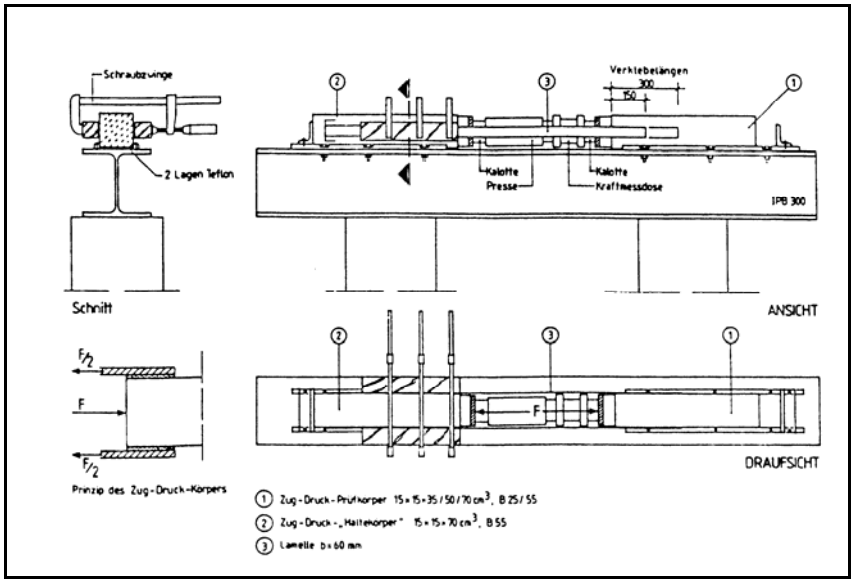

Figura II.8: Ensayos de corte doble mediante gato central (Neubauer, 2000)

Observan en los resultados modos de fallo distintos entre los ensayos realizados con probetas con resistencias del hormigón diferentes. Para hormigones con una resistencia a compresión característica de 25 MPa, el 85% de las probetas fallan al alcanzarse la resistencia a tracción del hormigón. En cambio, en los hormigones con una resistencia característica de 55 MPa, la rotura se produce por desprendimiento prematuro del laminado de fibra de carbono. En el análisis de resultados consideran que la fuerza máxima en el laminado antes de la rotura lleva asociada una longitud máxima adherida entre el laminado y el hormigón. Y que longitudes mayores a esta longitud máxima no comportan incrementos en la fuerza máximas antes del fallo. Como conclusión, en el dimensionamiento del refuerzo con materiales compuestos se pueden adoptar los criterios de refuerzo con platabandas de acero.

Bizindavyi and Neale (1999) realizan un estudio experimental y analítico similar a los autores que se han mencionado anteriormente, realizando una serie de ensayos de corte simple con la configuración que se muestra en la Figura II.9.

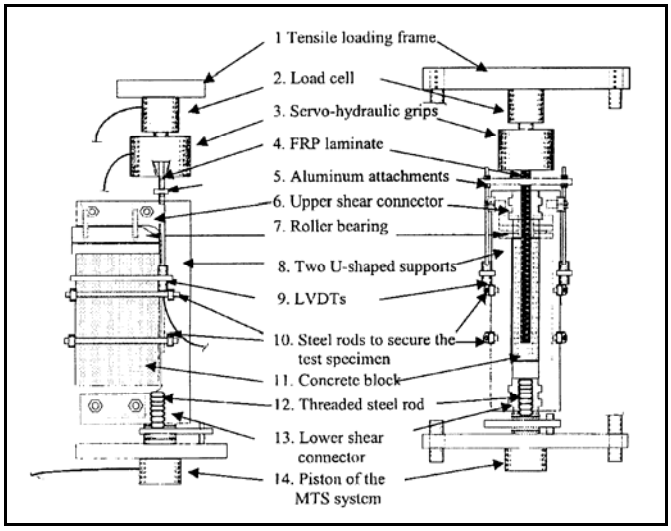

Figura II.9: Vista de los ensayos de la configuración en los ensayos de corte simple utilizada por Bizindavyi and Neale (1999)

Durante los ensayos preliminares, observan que el ancho del laminado tiene poco influencia en la distribución de tensiones a lo largo de la unión. Realizan ensayos con GFRP y CFRP. En el caso de refuerzos con GFRP, las tensiones tangenciales máximas en el momento de la rotura se producen para un rango del 55-63% de la resistencia a tracción del laminado, mientras que para el CFRP la rotura se produce entre el 62 y el 68% de la resistencia a tracción de éste. Utilizando los resultados desarrollan unas expresiones para determinar la longitud inicial de transferencia y la tensiones tangenciales medias que se producen. Estas expresiones son conservadoras cuando se utilizan para el dimensionamiento. Por último, para cargas menores a la aparición de fisuras, los datos experimentales se corresponden con los obtenidos analíticamente, pero después de la aparición de las fisuras, los resultados obtenidos experimentalmente difieren de los analíticos.

De Lorenzis et al. (2001a), (2001b) realizan una campaña de ensayos a flexión con la configuración de la Figura II.10, para determinar algunos de los factores que afectan la adherencia entre hormigón-CFRP. En estos ensayos varían la longitud del laminado, la resistencia del hormigón, el número de capas de laminado, el ancho de cada capa y la preparación de la superficie, que influye en gran medida en la adherencia entre hormigón y laminado. Finalmente, presenta expresiones de carga máxima en la que se produce el desprendimiento del laminado y de longitud efectiva de adherencia para que se transmitan completamente las tensiones del hormigón al laminado.

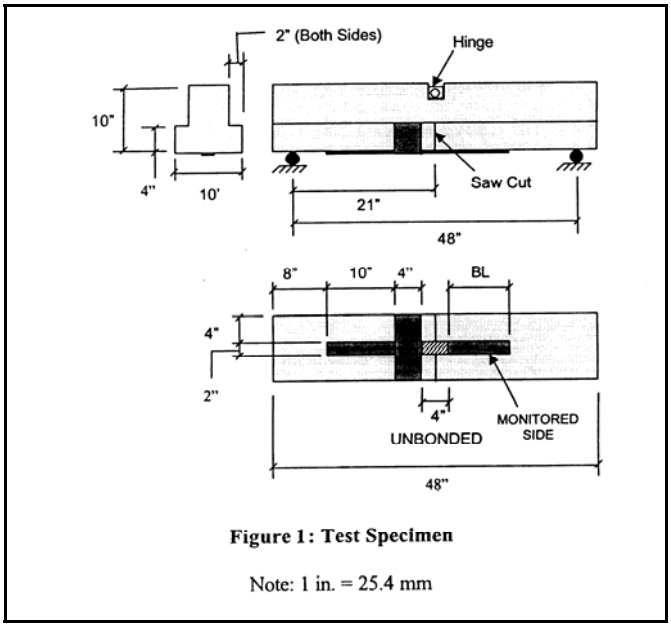

Figura II.10: Vista de la configuración de una probeta en un ensayo a flexión (De Lorencis et al. (2001a)

La rotura se produjo en la interfase hormigón-adhesivo, con pocos o ningún signo de daño en la superficie de hormigón. Los resultados parecen demostrar que la preparación de la superficie de hormigón afecta significativamente en la resistencia media de adherencia, ya que en el especimen en el que se abujardó la superficie antes de colocar el laminado, alcanzó una carga de rotura superior que en el resto de ensayos. En la probeta abujardada se alcanzó una carga de fallo de 24.86 kN, frente a los 17.04 kN y 15.08 kN que se registraron en probetas idénticas sin abujardar. Confirman la existencia de una longitud efectiva, a partir de la cual la longitud de laminado no afecta a la carga última, y la influencia del número de capas de fibra de carbono colocadas in situ en la carga máxima de rotura.

Paralelamente, en Japón en 2001, se publican los resultados del estudio experimental llevado a cabo por Nakaba et al.(2001). En su investigación, proponen un modelo que representa las tensiones tangenciales frente al deslizamiento hormigón-laminado. Para demostrar su validez realizan una serie de 36 ensayos de corte doble. Concluyen que la carga máxima se incrementa a medida que aumenta la rigidez del laminado y que la tensión tangencial máxima no se ve influenciada por el tipo de FRP, pero que si aumenta cuando incrementamos la resistencia a compresión del hormigón.

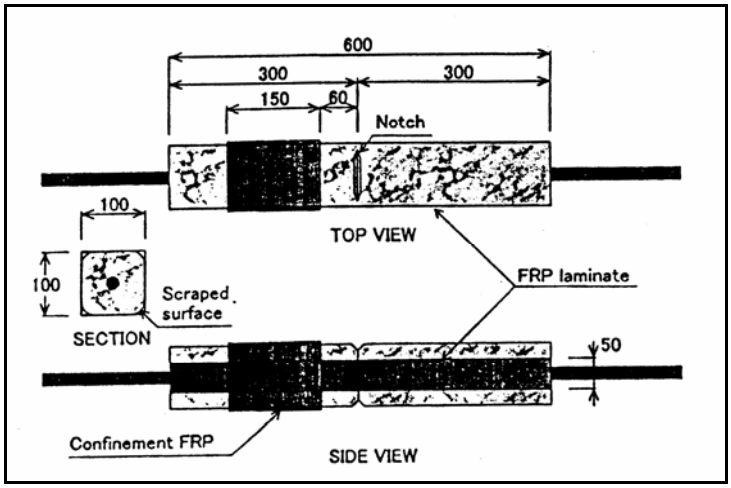

Figura II.11: Disposición del ensayo realizado por Kasumassa Nakaba et al.(2001)

H. Souza y J. Appleton (2001) realizan una serie de ensayos de corte doble representados en la Figura II.12. En sus conclusiones destacan la influencia de la longitud de laminado en la carga última, ya que a medida que se aumenta la misma, se incrementa la carga última, que una disminución de longitud de laminado provoca un rápido descenso en la transmisión de tensiones tangenciales entre el hormigón y el laminado.

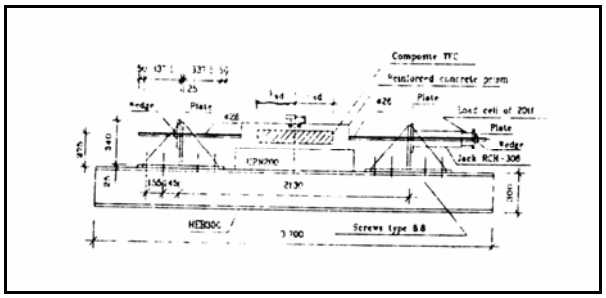

Figura II.12: Esquema de los ensayos de corte doble e instrumentación utilizada por Souza et al. (2001)

Posteriormente, Brosens (2001) realiza una serie de ensayos de corte doble con la disposición que se presenta en la Figura II.13 con la intención de realizar un estudio paramétrico para el análisis que realiza de la interfase hormigón-laminado. Estudia la influencia de la longitud de laminado, el ancho del laminado y el número de capas en el sistema de refuerzos con laminados de CFRP in situ.

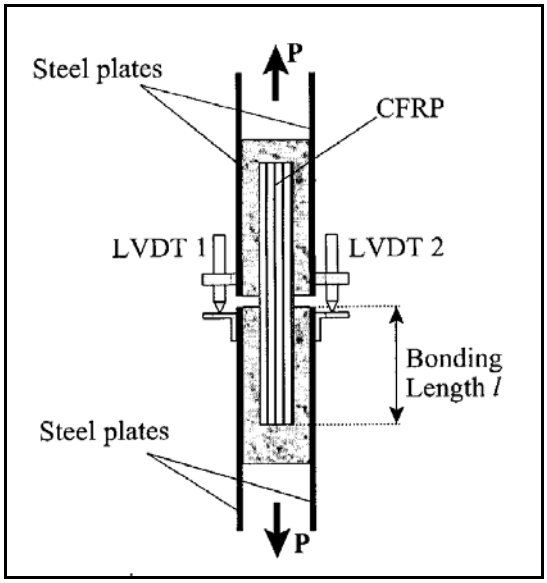

Figura II.13: Aplicación de la carga en ensayo de corte doble mediante placas de acero situadas en caras opuestas (Brosens , 2001)

Existen otros autores: Triantafillou (1992), (2000), Juvandes (1999), Ferrier y Hamelin (2002), que también realizaron ensayos de adherencia entre el hormigón y el laminado.

La mayoría de los ensayos hasta ahora mencionados se recogen en la base de datos realizada para el contraste de los modelos analíticos existentes que exponen a continuación en el apartado II.3.

II.3. MODELOS EXISTENTES DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN ESTADO DE CORTE PURO

En los últimos años se han desarrollado varios modelos que describen la distribución de tensiones tangenciales en estado de corte puro. Algunos de ellos se basan en ajustes experimentales y otros se desarrollan en base a la mecánica de fractura. Éstos permiten describir el comportamiento de la zona de anclaje. Estos modelos se pueden clasificar en dos categorías: modelos empíricos desarrollados mediante un ajuste en datos de campañas experimentales y modelos basados en la mecánica de fractura. A continuación se presenta una descripción de los modelos utilizados (se han analizado hasta un total de trece modelos) en los que se prestará especial atención a aquellos que en el análisis comparativo se aproximan más a los resultados experimentales que hemos recopilado. Los modelos analizados y comparados han sido los siguientes:

-Hiroyuchi an Wu (Chen and Teng, 2001)
-Tanaka (Chen and Teng, 2001)
-Maeda (Chen and Teng, 2001)
-Holzenkämpfer (Chen and Teng, 2001)
-Täljsten (Chen and Teng, 2001)
-Neubauer and S. Rostásy (1997)

-Van Gemert (Chen and Teng, 2001)
-Chen and Teng (2001)
-FIB Holzenkämpfer (2001)
-FIB Niedermeier (2001)
-Neubauer (2000)
-Brosens (2001)
-Oller (2002)

II.3.1 Modelos empíricos

Hiroyuchi an Wu

En el artículo de Chen y Teng (2001), se presenta la formulación de Hiroyuchi an Wu. A partir de una serie de ensayos de corte doble de elementos de hormigón reforzados con láminas de fibra de carbón (CFS), obtuvieron la siguiente expresión que relaciona la longitud de contacto entre el laminado y el hormigón (*bond length*) y la tensión tangencial media en el momento del fallo τ_u :

$$\tau_u = 5.88 L^{-0.669} \text{ (MPa)} \qquad (1)$$

La carga máxima que se transmite entre soporte y refuerzo es la siguiente:

$$P_{\max} = \tau_u L b_L \text{ (N)} \qquad (2)$$

donde L *e*s la longitud del laminado y b_L es el ancho del laminado.

Tanaka

Tanaka obtuvo una expresión muy similar a la anterior tal y como referencian Chen y Teng (2001).

$$\tau_u = 6.13 - \ln L \text{ (MPa)} \qquad (3)$$

donde L es la longitud del laminado y viene expresada en milímetros.

De la misma manera, la carga máxima obtenido viene dada por la misma expresión:

$$P_{\max} = \tau_u L b_L \text{ (N)} \qquad (4)$$

Como se puede observar, estos dos modelos son ajustes experimentales que sólo dependen de la longitud de laminado y del ancho del laminado.

Maeda et al.

En 1997 Maeda (Chen y Teng, 2001) desarrolló un modelo similar a los anteriores, con la única diferencia de considerar una longitud efectiva de adherencia. Viene a ser la longitud de anclaje que es longitud necesaria para poder transferir el 97% de la fuerza máxima $P_{\max}$.

La tensión tangencial máxima viene expresada como:

$$\tau_u = 110.2 * 10^{-6} E_L t_L \quad \text{(MPa)} \tag{5}$$

donde t_L (mm) y E_L (MPa) son el espesor y el módulo de Young del laminado, respectivamente.

La diferencia con respecto a los dos modelos anteriores es que la carga máxima se obtiene multiplicando la tensión última por una longitud efectiva de adherencia L_e en lugar del total de la longitud que viene dada por:

$$L_e = e^{6.13 - 0.580 \ln E_L t_L} \quad \text{(mm)} \tag{6}$$

donde E_L (GPa)y t_L (mm).

Por tanto, la carga máxima viene dada por:

$$P_{\max} = \tau_u b_L L_e \quad \text{(N)} \tag{7}$$

Este modelo es únicamente válido para los casos en que $L_e < L$.

II.3.2 Modelos basados en mecánica de fractura

Estos modelos consiguen describir de forma más ajustada el comportamiento de la interfase en estado de corte puro. Antes de describir los modelos estudiados, procedemos a describir las bases de esta teoría.

II.3.2.1 Análisis del comportamiento de la interfase en estado de corte puro por medio de la mecánica de fractura

En estado de corte puro, la teoría de Volkersen en tal y como referencia Brosens (2001) es el origen de la ecuación diferencial que describe las tensiones y deformaciones a lo largo de la interfase. Esta teoría basada en una relación lineal de tensión-deformación es

extensible a otras relaciones no lineales mediante la teoría de la mecánica de fractura no lineal (NLFM), que a su vez, permite describir el proceso de formación y propagación de la fisura.

La teoría de mecánica de fractura permite describir el proceso de formación de una fisura: su inicio y propagación.
La Figura II.14 muestra un elemento infinitesimal de una viga reforzada exteriormente. En ella se representa un laminado, conectado al hormigón mediante una capa de adhesivo.

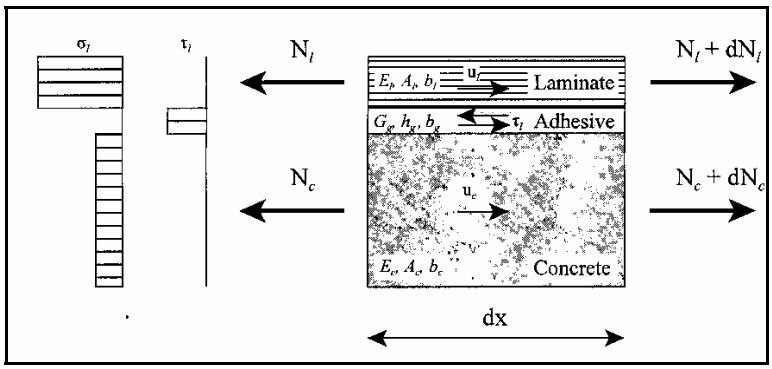

Figura II.14: Esfuerzos producidos en un elemento infinitesimal

Se realizan las siguientes hipótesis:

El hormigón y el laminado son materiales elásticos y lineales.

La tensión normal está distribuida uniformemente sobre la sección transversal del hormigón y el laminado.

Se desprecian efectos secundarios de contacto entre los diferentes materiales.

Estableciendo el equilibrio de fuerzas horizontales y suponiendo entre ambas superficies una relación entre la tensión de corte τ_l y el deslizamiento s_l, $\tau_l = f(s_l)$, se obtiene finalmente la siguiente ecuación diferencial deducida por Volkersen:

$$\frac{d^2 s_l}{dx^2} - \frac{1 + m_l \gamma_l}{E_l h_l} f(s_l) = 0 \qquad (8)$$

El deslizamiento s_l se define como el desplazamiento relativo entre el hormigón y el laminado.

$$s_l = u_l - u_c \qquad (9)$$

El ratio del módulo de Young se denota como m_l mientras que el ratio de las áreas lo expresa como γ_l :

$$m_l = \frac{E_c}{E_l} \tag{10}$$

$$\gamma_l = \frac{A_l}{A_c} \tag{11}$$

El producto de los dos ratios representa el ratio de rigidez axial

$$m_l \gamma_l = \frac{E_l A_l}{E_c A_c} \tag{12}$$

El valor de $m_l \gamma_l$ es próximo al cero y por esa razón se desprecia en muchos casos. Ya que la sección transversal del laminado es mucho menor en comparación a la sección transversal del hormigón (A_l <<A_c), que significa que $\gamma_l \approx 0$ mientras $m_l \approx 6-7$ dependiendo de que el laminado sea CFRP o acero.

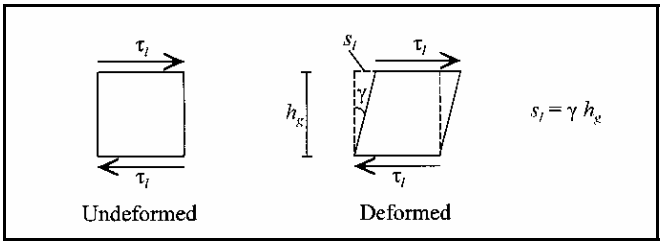

Figura II.15: Elemento infinitesimal de capa de adhesivo sometido a cortante puro

Cuando la capa de adhesivo se deforma bajo una carga de corte puro, se necesita una cierta cantidad de energía. La energía transmitida necesaria para producir una fractura completa se denomina energía de fractura G_f y se define como

$$G_f = \int \tau_l ds_l \qquad \left[\frac{Nmm}{mm^2}\right] \tag{13}$$

Las unidades de G_f son de energía (Nmm=10^{-3}J) por área (mm^2). G_f se puede encontrar también calculando el área bajo la curva $\tau_l - s_l$, Figura II.16.

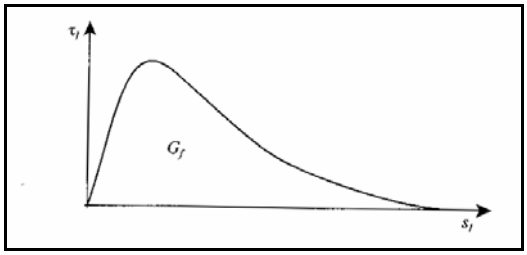

Figura II.16: Definición de la energía de fractura

Para resolver la ecuación (8), resulta necesario definir una relación bond-slip. En las Figura II.17 y II.18 se muestran las relaciónes $\tau_l - s_l$ lineal y bilineal. Originalmente la función lineal fue utilizada por Volkersen en 1938. Posteriormente, esta función fue utilizada también por otros autores: Bresson en 1971; Ladner & Weder en 1981; Kaiser en 1989; Täljsten en 1994 (Brosens, 2001). La ventaja de la relación lineal es la facilidad que proporciona para la resolución de la ecuación (8). Con esta función se obtienen resultados próximos a los reales para valores anteriores a la tensión máxima de corte.

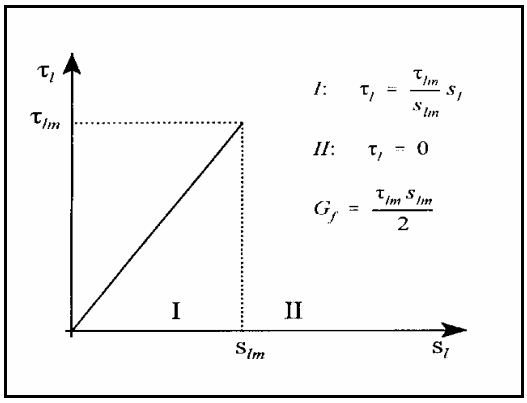

Figura II.17: Función lineal $\tau_l - s_l$ (Brosens, 2001)

Sin embargo, desde el desarrollo de las teorías que introducen el comportamiento no lineal en el hormigón y con la introducción de la mecánica de fractura no-lineal, el comportamiento post-pico ha adquirido mayor importancia. El hormigón es un material frágil, que al alcanzar su resistencia a tracción se fisura. Al ir aumentando la carga aplicada, se incrementan las deformaciones, y alcanzado un cierto punto aparecen microfisuras. A partir de este momento, la transferencia de tensiones sigue siendo posible hasta que las tensiones en el hormigón alcanzan valor nulo, instante en que se ha formado una macrofisura. Este comportamiento post pico, introducido con la mecánica de fractura no lineal, permite un aumento de la carga que se puede transmitir entre hormigón y laminado a través de la interfase y viene descrito por una rama descendente en la relación tensión deformación.

Existe otra forma para determinar la energía de fractura: la relación $\tau_l - s_l$ bilineal. El área bajo la curva es la energía de fractura.

En la Figura II.18 se presenta la función bilineal. La tensión tangencial aumenta linealmente hasta la máxima tensión de corte τ_{lm} (zona I) y entonces disminuye linealmente hasta que el deslizamiento alcanza el valor de s_{l0} (zona II). Según Ranisch y Holzenkämpfer (Chen y Teng, 2001) encontraron que la función bilineal tiene una mejor correspondencia con los datos experimentales que la funcion lineal.

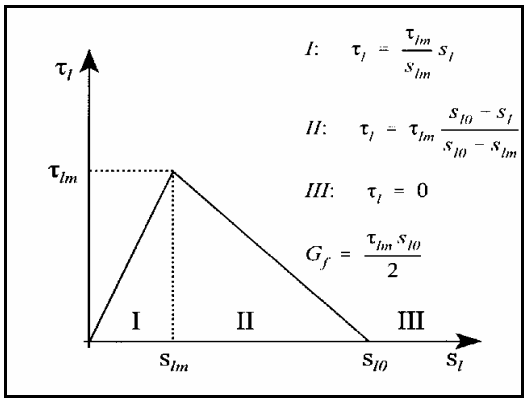

Figura II.18: Función bilineal $\tau_l - s_l$ (Brosens, 2001)

Como se puede observar en la Figura II.18, para determinar la energía de fractura utilizando una relación tensión tangencial-desplazamiento relativo, basta con determinar el valor de tres parámetros: el deslizamiento correspondiente al momento en el que se produce la tensión tangencial máxima: s_{lm}, la carga tangencial máxima: τ_{lm} y el deslizamiento máximo: s_{l0}. La forma de determinar estos parámetros se encuentra explicada en la página 48 del presente estudio.

Holzenkämpfer

Holzenkämpfer (Chen y Teng, 2001) aplica la mecánica de fractura no lineal para obtener la carga máxima que se transmite entre platabandas de acero y el soporte de hormigón.

$$P_u = 0.78 b_L \sqrt{2 G_f E_L t_L} \qquad \text{si } L \geq L_e \qquad (14)$$

$$P_u = 0.78 b_L \sqrt{2 G_f E_L t_L} \frac{L}{L_e}\left(2 - \frac{L}{L_e}\right) \qquad \text{si } L < L_e \qquad (15)$$

donde la longitud de anclaje efectiva L_e y la energía de fractura G_f vienen dadas por:

$$L_e = \sqrt{\frac{E_L t_L}{4 f_{ctm}}} \text{ (mm)} \tag{16}$$

$$G_f = c_f k_b^2 f_{ctm} \ (Nmm/mm^2) \tag{17}$$

siendo f_{ctm} es la resistencia a tracción del hormigón

c_f es una constante empírica a determinar mediante un análisis de regresión lineal utilizando resultados de ensayos de corte doble o similares.

k_b es un factor de geometría relacionado con el ancho del laminado y con el ancho de la probeta de hormigón.

$$k_b = \sqrt{1.125 \frac{2 - b_L / b_c}{1 + b_L / 400}} \tag{18}$$

Täljsten

Täljsten (Chen y Teng, 2001) desarrolló un modelo similar al anterior donde la carga última viene dada por la ecuación (19)

$$P_u = \sqrt{\frac{2 E_L t_L G_f}{1 + \alpha_r}} b_p \tag{19}$$

$$\alpha_r = \frac{E_L t_L}{E_c t_c} \tag{20}$$

donde E_L y t_L son el módulo de elasticidad y el espesor del refuerzo y E_c y t_c son el módulo de elasticidad y el espesor del hormigón respectivamente.

Van Gemert

Asumiendo que la distribución de tensiones tangenciales es lineal en toda la longitud de contacto entre el laminado y el hormigón, Van Gemert propone la siguiente expresión que figura en el artículo de Chen y Teng (2001) para determinar la carga máxima:

$$P_u = 0.5 b_L L f_{ctm} \tag{21}$$

El único parámetro que describe los materiales es la resistencia a tracción del hormigón. De acuerdo con Brosens y Van Gemert (1997), la expresión anterior nos da la carga de rotura en el hormigón en la zona donde se aplica la carga. La tensión tangencial aumenta linealmente hasta la máxima tensión de corte τ_{lm}. Para este valor de tensión de

corte, el valor del deslizamiento es s_{l0}. Se trata de un modelo lineal que se aproxima al modelo bilineal descrito en la Figura III.18 ya que se obtiene la misma energía de fractura. Es un modelo que nos aproxima de una manera fácil y sencilla a la carga última pero no reproduce correctamente la distribución de tensiones tangenciales.

Neubauer y Rostásy

Neubauer y Rostásy (1997) analizan una serie de ensayos de corte doble en elementos de hormigón reforzados con laminados de fibra de carbono (CFRP). La relación $\tau_l - s_l$ puede representarse mediante un modelo bilineal (Chen y Teng, 2001), y la energía de fractura se puede calcular utilizando:

$$G_f = c_f f_{ctm} \tag{22}$$

donde f_{ctm} es la resistencia a tracción del hormigón. Hallan un valor medio de c_f de 0.204 mm con una desviación estandar de 0.053 de una muestra de 51 especímenes.

Neubauer y Rostásy (1997) resentan una modificación de las expresiones de Holzenkämpfer en 1994, aplicable tanto a refuerzos exteriores con platabandas de acero como a refuerzos con laminados compuestos.

$$P_u = 0.64 K_b b_L \sqrt{E_L t_L f_{ctm}} \qquad L \geq L_e \tag{23}$$

$$P_u = 0.64 K_b b_L \sqrt{E_L t_L f_{ctm}} \frac{L}{L_e}\left(2 - \frac{L}{L_e}\right) \qquad L < L_e \tag{24}$$

La longitud de anclaje viene dada por la expresión (25):

$$L_e = \sqrt{\frac{E_L t_L}{2 f_{ctm}}} \tag{25}$$

donde K_b coincide con la definida por Holzenkämpfer en (18).

FIB (Holzenkämpfer (1994) modificado por Neubauer y Rostásy(1997))(2001)

Tanto este modelo como el FIB (Niedermeier, 2001) han sido extraídos del documento "*Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*" preparado por el Task Group 9.3 FRP reinforcement for concrete structures (2001). En los dos modelos se ha adoptado una relación $\tau_l - s_l$ bilineal.

Para la verificación de la zona de anclaje en elementos reforzados exteriormente, Neubauer y Rostásy definen la siguiente expresión para obtener la carga transferible

última en el caso de tener un laminado más largo que la longitud de anclaje que la calculan aplicando la expresión (27):

$$P_u = \alpha c_1 k_c k_b b \sqrt{E_L t_L f_{ctm}} \text{ (N)} \qquad \text{si } L_b \geq L_{b,\max} \tag{26}$$

$$L_{b,\max} = \sqrt{\frac{E_L t_L}{c_2 f_{ctm}}} \qquad \text{(mm)} \tag{27}$$

Donde α es un factor de reducción aproximadamente igual a 0.9, y que tiene en cuenta la influencia de las fisuras inclinadas en la resistencia de adherencia (Neubauer y Rostásy, 1999); k_c es un factor que tiene en cuenta el estado de compactación del hormigón (generalmente se considera igual a 1, pero para refuerzos de laminados de FRP a un hormigón con baja capacidad de compactación, se toma igual a 0.67) y k_b es un factor de geometría:

$$k_b = 1.06\sqrt{\frac{2 - b_L / b_c}{1 + b_L / 400}} \geq 1 \tag{28}$$

con $b_L / b_c \geq 0.33$. Los valores b_c, b_L y t_L se introducen en mm, y E_L y f_{ctm} en MPa. Las constantes c_1 y c_2 se obtienen calibrando con los resultados de campañas experimentales; en el caso de refuerzo con CFRP son 0.64 y 2 respectivamente.

Para longitudes de laminado $L_b < L_{b,\max}$ la fuerza máxima se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$P_u = \alpha c_1 K_c K_b b_c \sqrt{E_L t_L f_{ctm}} \frac{L_b}{L_{b,\max}} \left(2 - \frac{L_b}{L_{b,\max}} \right) \qquad \text{si } L_b < L_{b,\max} \tag{29}$$

donde:

$$L_{b,\max} = \sqrt{\frac{E_L t_L}{c_2 f_{ctm}}} \qquad \text{(mm)} \tag{30}$$

Nota: Este modelo es muy parecido al deducido por Neubauer y Rostásy (1997) comentado anteriormente, ya que la diferencia la encontramos en los coeficientes que aparecen en cada uno de ellos.

FIB (Niedermeier)(2001)

El modelo deducido por Niedermeier (FIB, 2001) es muy parecido al anterior. Las expresiones que obtiene para calcular la carga máxima y la longitud de anclaje son las siguientes:

$$P_u = c_1 b_L t_L \sqrt{E_L t_L \sqrt{f_{cm} f_{ctm}}} \quad \text{(N)} \qquad \text{si } L_b \geq L_{b,\max} \tag{31}$$

$$L_{b,\max} = c_2 \sqrt{\frac{E_L t_L}{\sqrt{f_{cm} f_{ctm}}}} \text{ (mm)} \tag{32}$$

Las constantes c_1 y c_2 se obtienen calibrando con los resultados de campañas experimentales; en el caso de CFRP son 0.23 y 1.44 respectivamente.

$$P_u = c_1 b_L t_L \sqrt{E_L t_L \sqrt{f_{cm} f_{ctm}}} \frac{L_b}{L_{b,\max}} \left(2 - \frac{L_b}{L_{b,\max}} \right) \text{si } L_b < L_{b,\max} \tag{33}$$

Chen y Teng (2001)

Es una formulación similar a modelos anteriores y que se ajusta bastante bien a los datos experimentales. Se acerca de manera bastante precisa a la carga última y a la longitud de anclaje.

$$P_u = 0.427 \beta_p \beta_l \sqrt{f_c^{'}} b_L L_e \tag{34}$$

donde las características mecánicas del hormigón se calculan según el código ACI 318-89.

$$E_c = 4730 \sqrt{f_c^{'}} \text{ (MPa)} \tag{35}$$

$$f_{ct} = 0.53 \sqrt{f_c^{'}} \text{ (MPa)} \tag{36}$$

La longitud de anclaje se obtiene de la siguiente forma

$$L_e = \sqrt{\frac{E_L t_L}{\sqrt{f_c^{'}}}} \tag{37}$$

Para poder determinar la carga máxima que pueden soportar los elementos reforzados, al igual que algunos de los autores antes mencionados, introduce el ratio entre el ancho del laminado y el ancho del hormigón, ya que según los resultados obtenidos tienen un efecto significativo en la resistencia de adherencia última entre refuerzo y el hormigón. Si el ancho del laminado es bastante más pequeño que el del hormigón, se produce una distribución de tensiones no uniformes alrededor del ancho de la probeta de hormigón.

$$\beta_p = \sqrt{\frac{2 - b_L / b_c}{1 + b_L / b_c}} \tag{38}$$

Por último, define β_L que depende de la longitud de laminado. Es decir, si la longitud de laminado es superior a la longitud de anclaje se utilizará la expresión (39), y en caso de ser inferior utiliza la (40).

$$\beta_L = 1 \qquad \text{si } L \geq L_e \tag{39}$$

$$\beta_L = \sin \frac{\pi L}{2L_e} \qquad \text{si } L < L_e \tag{40}$$

Neubauer (2000)

Para obtener la carga máxima y la longitud de anclaje emplea las siguientes expresiones:

$$P_{\max} = b_L \sqrt{2 t_L E_L G_f} \tanh \sqrt{\frac{\tau_{lm}^2 L_t}{2 G_f E_L t_L}} \tag{41}$$

$$L_{t,\max} = 2 \sqrt{\frac{2 G_f t_L E_L}{\tau_{lm}}} \tag{42}$$

La tensión tangencial máxima la encuentra mediante la siguiente función:

$$\tau_{lm} = 1.8 k_b f_{ctm} \tag{43}$$

El factor de geometría es el mismo que el del FIB (Holzemkämpfer) (2001)

$$k_b = 1.06 \sqrt{\frac{2 - \frac{b_L}{b_c}}{\frac{b_L}{400}}} \tag{44}$$

Y la energía de fractura viene dada por la ecuación (45):

$$G_f = K_b^2 c_f f_{ctm} \tag{45}$$

donde c_f es una constante empírica de valor 0.202.

Neubauer (2000) determina el valor de la tensión tangencial máxima aplicando la expresión (43) y los desplazamientos relativos s_{lm} y s_{l0} con las siguientes expresiones:

$$s_{lm} = \frac{4.5\tau_{lm} d_{VRE} f_{ctm}}{E_{cs}} \tag{46}$$

donde

$$d_{RVE} = 40mm \tag{47}$$

$$s_{l0} = 1.11\frac{G_f}{f_{ctm} K_b} \tag{48}$$

Los dos modelos que quedan por describir han resultado ser los que han proporcionado mejores resultados en el análisis comparativo de modelos que estudian la zona de anclaje del laminado que figura en el Capítulo III del presente estudio. Debido a ello procedemos a describir una de los dos modelos con mayor detalle. A continuación se describen las expresiones obtenidas por Kris Brosens(2001) en su tesis doctoral y que explican con detalle los fenómenos que se producen en la interfase en estado de corte puro por medio de la mecánica de fractura.

Brosens (2001)

Estableciendo una relación bilineal entre tensiones tangenciales (τ) y deslizamiento relativo entre ambos adherentes (s_L), se observan cuatro estados y se dan las ecuaciones que describen el comportamiento de la interfase entre laminado y hormigón.

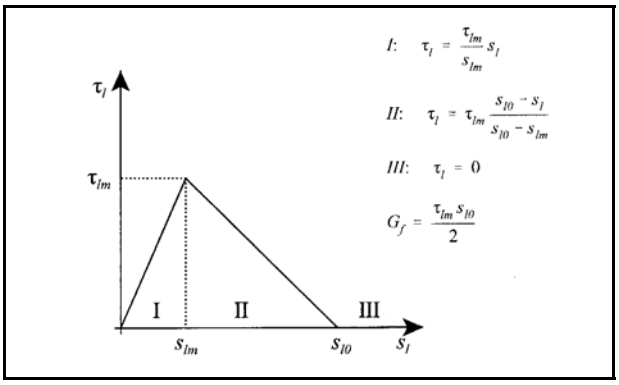

Figura II.19: Relación bilineal entre tensiones tangenciales y deslizamiento relativo (Brosens, 2001)

Con la relación bilineal $\tau_l - s_l$ la solución de la ecuación diferencial (8) de Volkersen se separan en tres zonas:

- Zona I

$$\frac{d^2 s_l}{dx^2} - \omega^2 s_l(x) = 0 \tag{49}$$

- Zona II

$$\frac{d^2 s_l}{dx^2} - \omega^2 \lambda^2 s_l(x) = \omega^2 \lambda^2 s_{l0} \tag{50}$$

- Zona III

$$\frac{d^2 s_l}{dx^2} = 0 \tag{51}$$

con

$$\omega^2 = \frac{\tau_{lm}}{s_{lm}} \frac{1 + m_l \gamma_l}{E_l h_l} \tag{52}$$

$$\lambda^2 = \frac{s_{lm}}{s_{l0} - s_{lm}} \tag{53}$$

$$m_l \gamma_l = \frac{E_l A_l}{E_c A_c} \approx 0 \tag{54}$$

En los casos donde la sección transversal del laminado es pequeña comparada con la sección de hormigón se puede tomar $m_l \gamma_l \approx 0$.

En un ensayo de corte puro, es necesario distinguir entre laminados largos ($l > l_t$) donde la distribución de tensiones se desarrolla en su integridad a lo largo de la conexión, y laminados cortos ($l < l_t$) donde solamente una parte de la distribución de tensiones de corte se puede desarrollar a lo largo del laminado.

Laminados largos

En la figura II.20 se muestra la distribución de tensiones de corte a lo largo de la conexión laminado hormigón en las diferentes etapas del proceso de formación de fisuras.

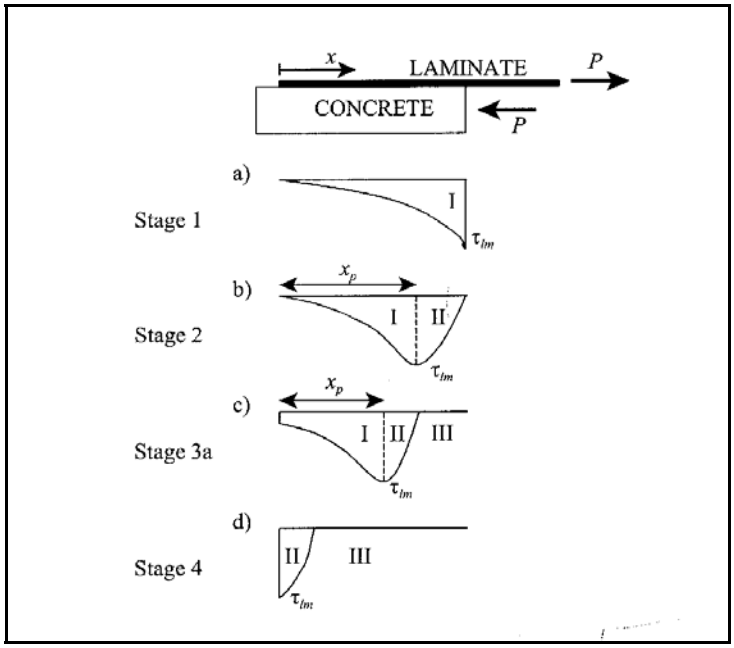

Figura II.20: Diferentes etapas en la distribución de tensiones tangenciales para laminados largos (Brosens, 2001)

Etapa I

En primer lugar, el total de la interfase se encuentra sometido a un estado elástico, es decir, estaríamos en la rama ascendente de la relación τ_L-s_L, por lo que el espécimen todavía no estaría fisurado. La distribución de tensión de corte a lo largo de la conexión es una función hiperbólica en la cual el máximo valor se encuentra en el extremo del laminado donde la fuerza de tracción se aplica. Cuando el valor máximo τ_{lm} se alcanza, comienza la formación de las microfisuras.

En esta etapa, toda la conexión está situada en la zona I de la relación τ_L-s_L, figura II.21. Este caso es completamente igual que en la relación lineal .

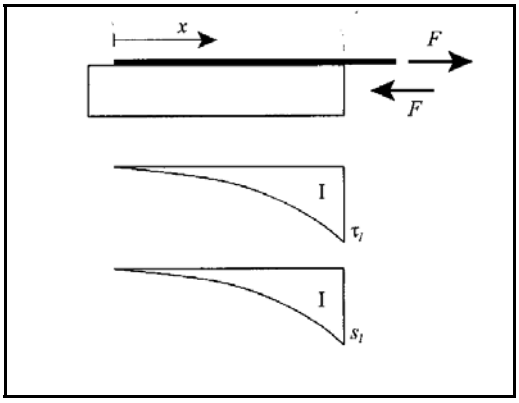

Figura II.21: Distribución de tensiones tangenciales y deslizamientos en la etapa I

Se pueden obtener las siguientes expresiones:

Zona I $(0 \le x \le l)$

$$\tau_l(x) = \frac{F\omega}{b_l}\frac{\cosh(\omega x)}{\sinh(\omega l)} \tag{55}$$

$$s_l(x) = \frac{s_{lm}}{\tau_{lm}}\frac{F\omega}{b_l}\frac{\cosh(\omega x)}{\sinh(\omega l)} \tag{56}$$

Etapa II

Una vez alcanzada τ_{L_M}, se inicia una fisura, y da comienzo la rama descendente. Se distinguen dos zonas, la región elástica (I) en que el hormigón se encuentra sin fisurar y la zona II en que han aparecido microfisuras pero todavía es capaz de transmitir esfuerzos. En este caso a medida que va aumentando la longitud de la zona II, el valor máximo de tensión tangencial τ_{L_M} se va trasladando hacia el otro extremo del laminado. La longitud de la región elástica (zona I) está indicada por x_p.

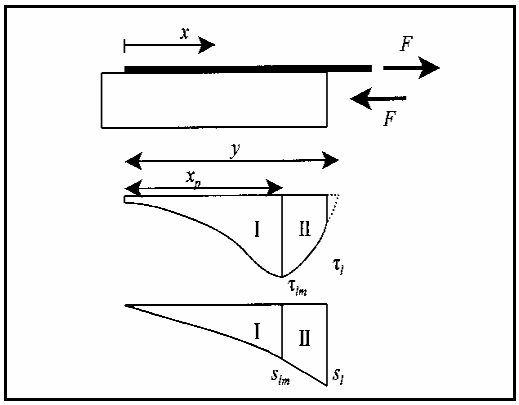

Figura II.22: Distribución de tensiones tangenciales y deslizamientos en la etapa II

Por tanto, en la etapa II la conexión está dentro de la zona I y la II en la relación τ_L-s_L.

La posición de la máxima tensión tangencial τ_{lm} viene dada por x_p y por la posición donde la tensión tangencial τ_L alcanza el valor cero (por ejemplo, el punto final de la zona II) viene indicado por el término *y* (ver Figura II.22).

Las expresiones para hallar la distribución de tensiones tangenciales y deslizamientos para la zona I son similares que para la relación lineal τ_L-s_L pero el parámetro x_p ha de ser utilizado en lugar de la longitud de laminado adherida *l*:

Zona I $(0 \le x \le x_p)$

$$\tau_l(x) = \tau_{lm} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega x_p)} \tag{57}$$

$$s_l(x) = s_{lm} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega x_p)} \tag{58}$$

Zona II $(x_p \le x \le l)$

$$\tau_l(x) = \tau_{lm} \left[\cos(\lambda\omega(x - x_p)) - \lambda \tanh(\omega x_p) \sin(\lambda\omega(x - x_p))\right] \tag{59}$$

$$s_l(x) = s_{l0} - (s_{l0} - s_{lm}) \left[\cos(\lambda\omega(x - x_p)) - \lambda \tanh(\omega x_p) \sin(\lambda\omega(x - x_p))\right] \tag{60}$$

El valor de *y* se encuentra a partir de la condición $s_l(y) = 0$

$$y = x_p + \frac{A \tan\left(\dfrac{1}{\lambda \tanh(\omega x_p)}\right)}{\lambda\omega} \tag{61}$$

La fuerza que puede ser transferida por medio de la conexión viene dada por:

$$F(l) = \frac{E_l A_l \omega}{1 + m_l \gamma_l} \left[\lambda(s_{l0} - s_{lm}) \sin(\lambda\omega(l - x_p)) - s_{lm} \tanh(\omega x_p) \cos(\lambda\omega(l - x_p))\right] \tag{62}$$

La fuerza máxima $F_{\max}$ se encuentra derivando (62) respecto de x_p:

$$F(l) = \frac{E_l A_l \lambda\omega s_{l0} \sin(\lambda\omega(l - x_{p\max}))}{1 + m_l \gamma_l} \tag{63}$$

con x_p solución de la ecuación (64)

$$\tanh(w x_p) = \lambda \tan(\lambda\omega(l - x_p)) \tag{64}$$

Para laminados largos, la fuerza máxima viene dada por:

$$F_{\max}(l) = b_l \sqrt{\frac{E_l h_l s_{l0} \tau_{lm}}{1 + m_l \gamma_l}} = b_l \sqrt{2 G_f E_l h_l} = P_{\max} \tag{65}$$

Etapa III

Cuando el deslizamiento ha alcanzado el valor s_{L_0}, las tensiones tangenciales se anulan, en la zona III. Es en ese momento, cuando las microfisuras se convierten en una macrofisura. En esta región no hay forma de transferir tensiones, las tensiones se anulan.

Se puede hallar entonces la distribución de tensiones tangenciales, normales de tracción en el laminado.

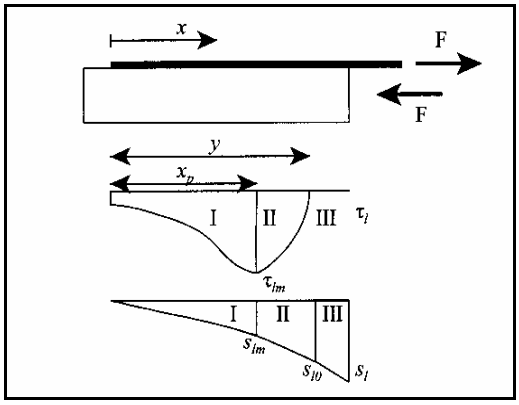

Figura II.23: Distribución de tensiones tangenciales y deslizamientos en la etapa III

La Figura II.23 muestra las distribuciones de tensiones tangenciales y deslizamientos en esta etapa. En los puntos de la conexión que están dentro de la zona I no se visualizan fisuras, en los puntos que pertenecen a zona II aparecen microfisuras y se desarrollan y, en la zona III las fisuras son macrofisuras. Las expresiones para la zona I y la zona II son idénticas a las de la etapa II.

Zona I $(0 \le x \le x_p)$

$$\tau_l(x) = \tau_{lm} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega x_p)} \tag{66}$$

$$s_l(x) = s_{lm} \frac{\cosh(\omega x)}{\cosh(\omega x_p)} \tag{67}$$

Zona II $(x_p \le x \le y)$

$$\tau_l(x) = \tau_{lm} \left[\cos(\lambda\omega(x - x_p)) - \lambda \tanh(\omega x_p) \sin(\lambda\omega(x - x_p))\right] \tag{68}$$

$$s_l(x) = s_{l0} - (s_{l0} - s_{lm}) \left[\cos(\lambda\omega(x - x_p)) - \lambda \tanh(\omega x_p) \sin(\lambda\omega(x - x_p))\right] \tag{69}$$

Zona III $(y \le x \le l)$

$$\tau_l(x) = 0 \tag{70}$$

$$s_l(x) = s_{l0} + \frac{F(1+m_l\gamma_l)}{E_l A_l}(x-y) \tag{71}$$

Durante la etapa III el valor de x_p va decreciendo de x_{pl} (valor máximo) hasta 0 mientras que el valor *y* va decreciendo desde *l* hasta y_0.

La fuera *F* que se puede transmitir es constante y se encuentra resolviendo la expresión (72):

$$F = \frac{E_l A_l \omega}{1+m_l\gamma_l}\left[\lambda(s_{l0}-s_{lm})\sin(\lambda\omega(y-x_p)) + s_{lm}\tanh(\omega x_p)\cos(\lambda\omega(y-x_p))\right] \tag{72}$$

Etapa IV

Cuando la tensión de corte máxima τ_{L_M} es alcanzada en el otro extremo del laminado, toda la conexión laminado-hormigón está en la zona II. En esta etapa la sección que está en zona II va decreciendo hasta que la conexión falla y se produce el deslaminado.

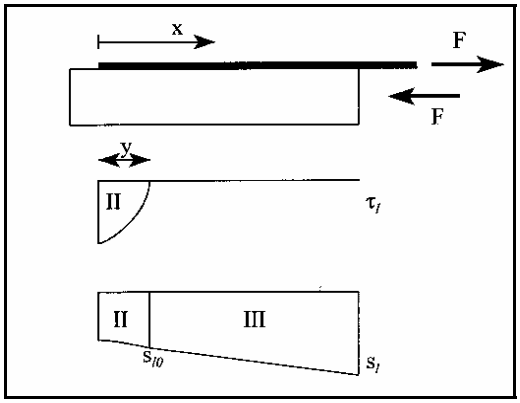

Figura II.24: Distribución de tensiones tangenciales y deslizamientos en la etapa IV

En la conexión se pueden distinguir la zona II y zona III de la relación bilineal $\tau_l - s_l$, Figura II.24. Las expresiones de la tensión tangencial y del deslizamiento son las siguientes

Zona II $(0 \le x \le y)$

$$\tau_l(x) = \tau_{lm} \sin(\lambda\omega(y-x)) \tag{73}$$

$$s_l(x) = s_{l0} + (s_{l0} - s_{lm}) \sin(\lambda\omega(y-x)) \tag{74}$$

Zona III $(y \le x \le l)$

$$\tau_l(x) = 0 \tag{75}$$

$$s_l(x) = s_{l0} + \frac{F(1+m_l\gamma_l)}{E_l A_l}(x-y) \tag{76}$$

La fuera F se encuentra integrando las tensiones tangenciales en el área del refuerzo, resultando la siguiente expresión

$$F = \frac{E_l A_l \omega}{1+m_l\gamma_l}(s_{l0} - s_{lm})(1-\cos(\lambda\omega y)) \tag{77}$$

Laminados cortos

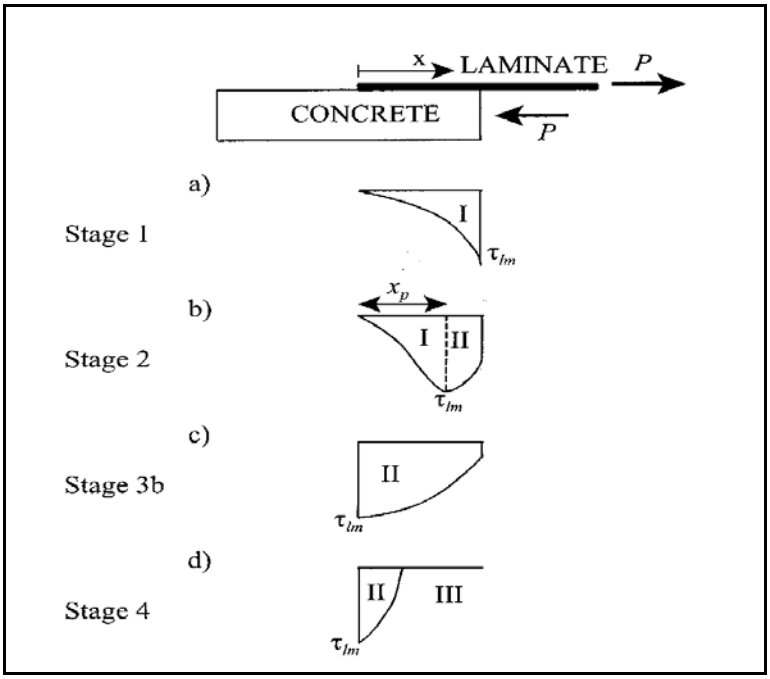

Figura II.25: Diferentes etapas en la distribución de tensiones tangenciales para laminados cortos (Brosens, 2001)

Para laminados cortos no se llega a desarrollar por completo la zona II. La distribución de tensiones tangenciales es idéntica a la de laminados largos en las etapas I, II y IV. La

expresión que obtiene para la fuerza máxima es la misma que la obtenida para laminados largos y también se produce en la etapa 2.

Sin embargo el final de la etapa 2 es diferente. Para laminados largos, la etapa 2 acaba cuando la tensión tangencial τ_l alcanza el valor cero antes que en el otro extremo del laminado se alcance la tensión tangencial máxima τ_{lm}. Entonces se inicia la etapa III. En otras palabras, la distribución completa de tensiones tangenciales de la zona II se ha desarrollado antes que las tensiones tangenciales de la zona I hayan desaparecido. Aplica la condición $x_{pl} > 0$ e $y_0 < l$ para la etapa III. Ésto significa que durante la etapa II el valor de x_p va decreciendo de l hasta x_p.

De otro lado, para longitudes cortas de laminado, la tensión máxima tangencial τ_{lm} alcanza el otro extremo libre del laminado antes que la tensión tangencial τ_l sea cero en el extremo donde se aplica la carga. Se inicia entonces la etapa III. Ésto significa que las tensiones tangenciales de zona I han desaparecido antes que las tensiones tangenciales de la zona II estén completamente desarrolladas. Para laminados cortos, de la etapa II pasa a la III satisfaciendo la condición $x_{pl} < 0$ e $y_0 > l$, lo que implica que durante la etapa II el valor de x_p ha decrecido desde *l* hasta 0.

Etapa III

Toda la conexión laminado-hormigón está en la rama decreciente de la relación τ_L-s_L (zona II). Aparecen las primeras microfisuras en el hormigón, todas sobre la interfase hormigón-laminado, pero las transferencias de tensiones todavía son posibles. La etapa III acaba cuando la tensión tangencial τ_l alcanza el valor cero en el extremo del laminado en el cual se ha introducido la fuerza.

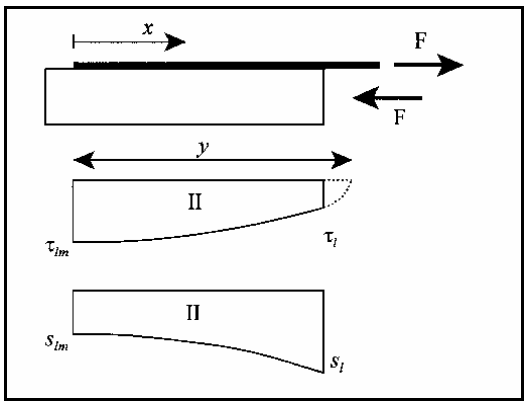

Figura II.26: Distribución de tensiones tangenciales y deslizamientos en la etapa III

Toda la conexión está dentro de la zona II de la relación bilineal $\tau_l - s_l$. Las expresiones de la tensión tangencial y del deslizamiento son las siguientes

Zona II $(x_p \leq x \leq y)$

$$\tau_l(x) = \tau_{lm} \sin(\lambda\omega(y-x)) \tag{78}$$

$$s_l(x) = s_{l0} + (s_{l0} - s_{lm}) \sin(\lambda\omega(y-x)) \tag{79}$$

La fuera F que se puede transmitir es constante y se encuentra integrando las tensiones tangenciales por el ancho del refuerzo a lo largo del laminado, resultando la siguiente expresión

$$F = \frac{E_l A_l \omega}{1 + m_l \gamma_l}(s_{l0} - s_{lm})\left[\cos(\lambda\omega(y-l)) - \cos(\lambda\omega y)\right] \tag{80}$$

Longitud de anclaje

Como se ha mencionado anteriormente, la fuerza máxima transferible entre laminado y hormigón en el caso de laminado largo como en el de laminado corto se produce en la etapa II:

$$F(l) = \frac{E_l A_l \lambda\omega s_{l0} \sin(\lambda\omega(l - x_{p\max}))}{1 + m_l \gamma_l} \tag{81}$$

con x_p solución de la ecuación:

$$\tanh(w x_p) = \lambda \tan(\lambda\omega(l - x_p)) \tag{82}$$

Para laminados grandes de l, la fuerza máxima converge a

$$F_{\max}(l) = b_l \sqrt{\frac{E_l h_l s_{l0} \tau_{lm}}{1 + m_l \gamma_l}} = b_l \sqrt{2 G_f E_l h_l} = P_{\max} \tag{83}$$

La longitud de anclaje l, es l longitud necesaria para poder transferir el 97% de la fuerza máxima $F_{\max}$. Cuando resolvemos el valor de l de la ecuación (82) junto con la condición justamente explicada que analíticamente se expresa como

$$\omega x_p = 2 \tag{84}$$

Se encuentra la siguiente expresión

$$l = l_t = \frac{2\lambda + A\tan\left[\frac{\tanh(2)}{\lambda}\right]}{\lambda\omega} \tag{85}$$

Sustituyendo el valor de l obtenido de la expresión (85) en la expresión (81) se obtiene

$$\frac{F_{\max}(l_t)}{P_{\max}} = \sqrt{\frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 + \tanh^2(2)}}\tanh(2) \geq \tanh(2) \approx 0.97 \tag{86}$$

Ésto significa que la expresión (85) representa la longitud de anclaje (ya que es la longitud necesaria para transferir el 97% de la fuerza máxima).

Fuerza máxima transferible para relación tensión-deslizamiento lineal y bilineal

La figura II.27 muestra la fuerza máxima transferible $F_{\max}$ para la relación tensión-deslizamiento en los casos lineal y bilineal.

Aplicando una relación lineal $\tau_l - s_l$, Brosens (2001) obtiene las siguientes expresiones para determinar la carga máxima (87) y la longitud de anclaje (88):

$$F_{\max}(l) = b_l\sqrt{2G_f E_l h_l}\tanh\sqrt{\frac{\tau_{lm}{}^2 l^2}{2G_f E_l h_l}} \tag{87}$$

$$l_t = \frac{2P_{\max}}{\tau_{lm} b_l} \tag{88}$$

Y para determinar la energía de fractura, al ser una relación lineal, lo calcula con los parámetros τ_{lm} y s_{lm}:

$$G_f = \frac{\tau_{lm} s_{lm}}{2} \tag{89}$$

También se incluye la longitud de anclaje l_t para ambos casos. La forma de la función $F_{\max}$ es similar para ambos casos. Para el caso bilineal, la fuerza transferible es mucho más grande que para el caso lineal. Este hecho se debe a que en el caso bilineal se tienen en cuenta el comportamiento post-pico. El mismo comentario también se produce para la longitud de anclaje l_t.

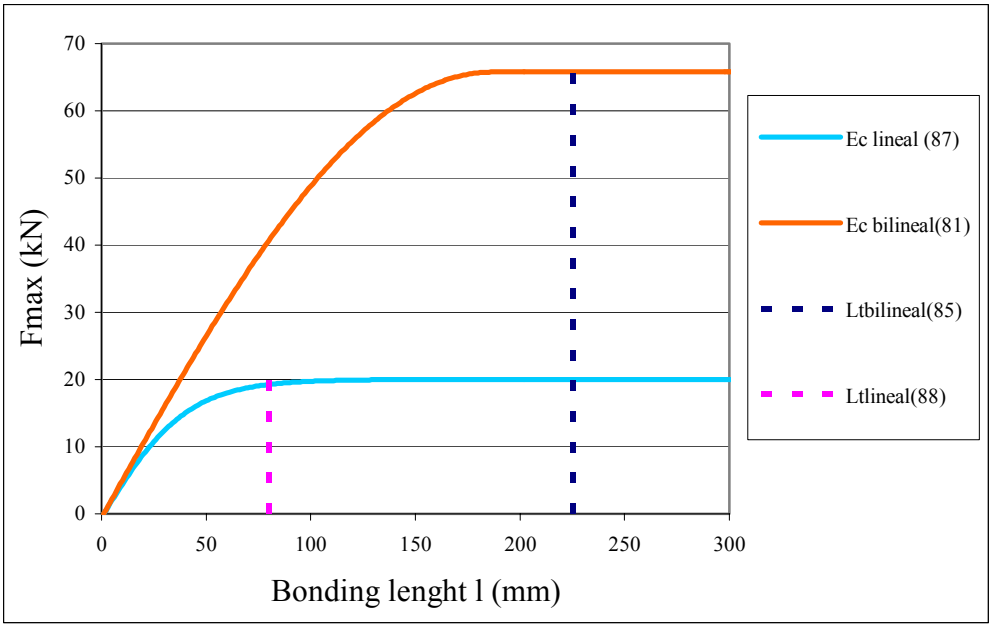

Figura II.27: Fuerza máxima transferible y longitud de anclaje l_t para los casos lineal y bilineal utilizando la relación lineal $\tau_l - s_l$

Con E_c= 30000 N/mm^2 E_l=200000 N/ mm^2
h_c= 75 mm h_l =0.501 mm
b_c= 150 mm b_l =100 mm
τ_{lm}=5N/mm^2
s_{lm}=0.08 mm
s_{l0}=0.8 mm

Oller (2003)

Como ya se ha mencionado anteriormente, el modelo desarrollado por Oller es muy parecido al de Brosens (2001) y las expresiones que se obtienen son muy parecidas. Coincide en la definición de las etapas en que se describen el comportamiento de la interfase hormigón laminado y que se producen a lo largo de la aplicación de carga.

Estableciendo una relación bilineal entre tensiones tangenciales (τ) y deslizamiento relativo entre ambos adherentes (s_L), y para longitudes suficientemente largas de refuerzo, se observan los siguientes estados.

Etapa I

En primer lugar, el total de la interfase se encuentra sometido a un estado elástico, es decir, estaríamos en la rama ascendente de la relación τ_L-s_L, por lo que el espécimen todavía no estaría fisurado. En este estado I, se puede obtener la distribución de tensiones tangenciales en la interfase , la distribución de tensiones de tracción en el laminado, así como la fuerza aplicada para un desplazamiento relativo dado.

$$\tau^{I}(x) = \tau_{L_A} \frac{\cosh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{LA}))} \qquad x_{L_A} \le x \le L \tag{90}$$

$$\text{con: } \Omega_1^2 = \frac{1}{E_L t_L} \frac{\tau_{L_M}}{s_{L_M}} \tag{91}$$

Etapa II

Una vez alcanzada τ_{L_M}, se inicia una fisura, y da comienzo la rama descendente. Se distinguen dos zonas, la región elástica (I) en que el hormigón se encuentra sin fisurar y la zona II en que han aparecido microfisuras pero todavía es capaz de transmitir esfuerzos. En este caso a medida que va aumentando la longitud de la zona II, el valor máximo de tensión tangencial τ_{L_M} se va trasladando hacia el otro extremo del laminado. La distribución de tensiones en este caso será la siguiente:

Zona I: $x_{L_M} \le x \le L$

$$\tau^{I}(x) = \tau_{L_M} \frac{\cosh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{LA}))} \tag{92}$$

Zona II: $x_{L_B} \le x \le x_{L_M}$

$$\tau^{II}(x) = \frac{\tau_{L_M}}{seno(\Omega_2(x_{LM} - x_{LB}))}\left[\frac{\tau_{L_B}}{\tau_{L_M}} seno(\Omega_2(x_{L_M} - x)) + seno(\Omega_2(x - x_{L_B}))\right] \tag{93}$$

$$P_B = b_L\left[\sqrt{2G_F^I E_L t_L}\tanh(\Omega_1(L - x_{L_M}))\cos(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_B})) + \sqrt{2G_F^{II} E_L t_L}\,\text{seno}(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_B}))\right] \tag{94}$$

$$\text{con: } \Omega_1^2 = \frac{1}{E_L t_L}\frac{\tau_{L_M}}{s_{L_M}} \text{ y } \Omega_2^2 = \frac{1}{E_L t_L}\frac{\tau_{L_M}}{s_{L_0} - s_{L_M}} \tag{95}$$

siendo x_{L_M}, el valor que resuelve la ecuación

$$-\frac{\tau_{L_B}}{\tau_{L_M}} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\tanh(\Omega_1(L - x_{L_M}))\text{seno}(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_B})) - \cos(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_B})) \tag{96}$$

Etapa III

Cuando el deslizamiento ha alcanzado el valor s_{L_0}, las tensiones tangenciales se anulan, en esta zona III. Es en ese momento, cuando las microfisuras se convierten en una

macrofisura. Se puede hallar entonces la distribución de tensiones tangenciales, normales de tracción en el laminado. En este caso, la fuerza máxima que se puede transmitir entre hormigón y laminado es una constante.

Zona I: $x_{L_M} \leq x \leq L$

$$\tau^{I}(x) = \tau_{L_M} \frac{\cosh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{LA}))} \tag{97}$$

Zona II: $x_{L_B} \leq x \leq x_{L_M}$

$$\tau^{II}(x) = \frac{\tau_{L_M}}{\text{seno}(\Omega_2(x_{LM}-x_{L0}))}\text{seno}(\Omega_2(x_{L_0}-x)) \tag{98}$$

$$P_{max} = b_L\left[\sqrt{2G_F^I E_L t_L}\tanh(\Omega_1(L-x_{L_M}))\cos(\Omega_2(x_{L_M}-x_{L_0}))+\sqrt{2G_F^{II}E_L t_L}\,\text{seno}(\Omega_2(x_{L_M}-x_{L_0}))\right] \tag{99}$$

$$\text{con: } \Omega_1^2 = \frac{1}{E_L t_L}\frac{\tau_{L_M}}{s_{L_M}} \text{ y } \Omega_2^2 = \frac{1}{E_L t_L}\frac{\tau_{L_M}}{s_{L_0}-s_{L_M}} \tag{100}$$

siendo x_{L_M}, el valor que resuelve la ecuación

$$-\frac{\tau_{L_B}}{\tau_{L_M}} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}\tanh(\Omega_1(L-x_{L_M}))\text{seno}(\Omega_2(x_{L_M}-x_{L_B}))-\cos(\Omega_2(x_{L_M}-x_{L_0})) \tag{101}$$

Una vez se inicia la apertura de la macrofisura, la carga que se puede transmitir entre hormigón y laminado llega a su valor máximo. El límite teórico del valor máximo de carga permite establecer una cota superior de la deformación máxima que puede alcanzar el refuerzo, de valor:

$$\varepsilon_{L,max} = \sqrt{\frac{2G_F^I}{E_L t_L}}\tanh(\Omega_1(L-x_{L_M}))\cos(\Omega_2(x_{L_M}-x_{L_0}))+\sqrt{\frac{2G_F^{II}}{E_L t_L}}\text{seno}(\Omega_2(x_{L_M}-x_{L_0})) \tag{102}$$

Mediante la formulación derivada se puede predecir la carga última, las distribuciones de tensiones tangenciales en la interfase y de tensiones de tracción en el laminado. Para la aplicación de este modelo, con la adopción de la relación bilineal entre tensiones tangenciales y deslizamiento viene implícita la definición de tres parámetros $(\tau_{L_M}, s_{L_M}, s_{L_0})$, en función de las propiedades del hormigón adyacente al refuerzo y del adhesivo empleado. Las expresiones que definen estos tres parámetros son los mismos que deduce Brosens (2001) en su tesis doctoral.

II.3.2.2 Parámetros de los modelo de Brosens y Oller

En este capítulo se describen los parámetros de los que dependen las ecuaciones anteriores que permiten predecir la carga máxima, el deslizamiento en el momento de fallo, el comportamiento carga-deslizamiento, la distribución de tensiones tangenciales a lo largo del laminado y la longitud de anclaje necesaria para evitar fenómenos de roturas prematuras.

Estos parámetros son τ_{lm}, s_{lm} y s_{l0}, y son los que definen la relación bilineal tensión tangencial-deslizamiento (ver Figura II.28). τ_{lm} es la tensión tangencial máxima, s_{lm} es el deslizamiento asociado a la tensión tangencial máxima y s_{l0} es el deslizamiento máximo. Con la ayuda de los resultados experimentales, estos parámetros pueden ser calibrados.

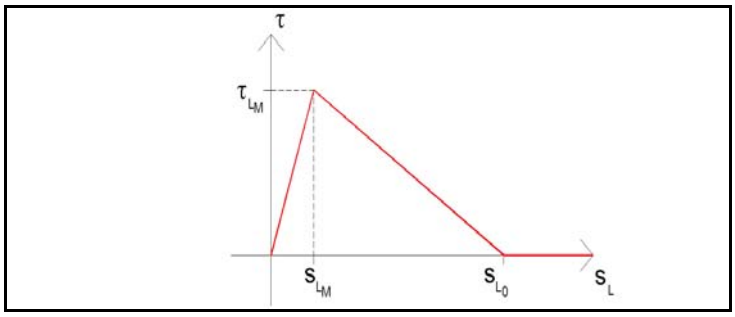

Figura II.28: Relación $\tau_l - s_l$ bilineal (Oller, 2002)

La relación entre deslizamiento s_{lm} y la tensión tangencial máxima τ_{lm} se puede encontrar utilizando la teoría elástica de materiales isotrópicos.

En la obtención de la tensión de corte del modelo, se supone que las tensiones están uniformemente distribuidas sobre la sección transversal. En realidad, la distribución de tensiones cerca de la zona de contacto entre el hormigón y el CFRP no es uniforme. Por encima de una cierta distancia en el hormigón, las tensiones están influenciadas por el refuerzo exterior de CFRP, y existe un gradiente de tensiones. Esta distancia se define come h_{ref}. Esta zona de influencia viene dada por 2.5-3 veces el tamaño máximo de árido. Se puede aproximar h_{ref} por 40 mm.

El módulo de elasticidad transversal G de la interfase se calcula a partir de la expresión (103):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{103}$$

Como módulo de Poisson para el hormigón se puede tomar de 0.2 y para morteros epoxi, de 0.25.

Finalmente, el deslizamiento asociado a la tensión tangencial máxima s_{lm} es:

$$s_{lm} = \tau_{lm}\left[2.4\frac{h_{ref}}{E_{cs}} + 2.5\frac{h_m}{E_m} + n\frac{h_g}{G_g}\right] \tag{104}$$

con :

h_{ref} : distancia de influencia en el hormigón (mm)
h_m : espesor de la capa de mortero epoxi (mm)
h_g : espesor de la capa de resina epoxi (mm)
n: número de capas
E_c : módulo de elasticidad del hormigón (N/mm^2)
E_m : módulo de elasticidad de la capa de mortero epoxi (N/mm^2)
G_g : módulo de corte de la capa de resina epoxi (N/mm^2)
τ_{lm} : tensión tangencial máxima (N/mm)

Existe cierta dificultad en la determinación del espesor exacto de mortero (h_m) y de adhesivo (h_g).

Brosens define la tensión tangencial máxima τ_{lm} utilizando el criterio de rotura de Mohr Coulomb:

$$\tau_{lm} = \frac{f_{ctm} f_{cm}}{f_{ctm} + f_{cm}} \tag{105}$$

Los resultados en la campaña experimental que Brosens (2001) realizó, le revelaron que la distribución de tensiones tangenciales dependen del ancho del laminado. Observó que cuando se incrementa el ancho del laminado un 50% la fuerza máxima se incrementa del 30 al 40%.

Por tanto afecta a la ecuación (106) del factor K_b :

$$K_b = K_{b1}K_{b2} = \sqrt{\frac{K\left(2 - \frac{b_l}{b_c}\right)}{1 + \frac{b_l}{b_{lo}}}} \tag{106}$$

$$b_{l0} = \frac{h_{ref}}{K-1} \tag{107}$$

También introduce el factor de influencia de la preparación de la superficie en el hormigón K_c, ya que la preparación de la superficie de adherencia antes de la aplicación de los sistemas epoxy tiene una importante influencia en las propiedades resistentes de la superficie de hormigón. Brosens (2001) propone los siguientes valores que aparecen en la Tabla II.1 de K_c en función de las condiciones de trabajo:

K_c	**Condiciones**	**Ejemplo**
1	Muy buena	Ambiente laboratorio
0.85-0.95	Buena	Ejecuciones interiores, buena mano de obra
0.75-0.85	Normal	Ejecuciones exteriores, Buena mano de obra
0.65-0.75	Mala	Ambientes húmedos, Mala mano de obra

Tabla II.1: Tabla de valores del factor de influencia K_c (Brosens, 2001)

Por tanto τ_{lm} se puede determinar como:

$$\tau_{lm} = K_b K_c \frac{f_{ctm} f_{cm}}{f_{ctm} + f_{cm}} \tag{108}$$

Por último faltaría determinar el valor del deslizamiento cuando la tensión tangencial es nula s_{l0}. Este parámetro se encuentra indirectamente utilizando la energía de fractura. Como se utiliza la relación bilineal, se obtiene la siguiente expresión:

$$s_{l0} = \frac{2G_f}{\tau_{lm}} \tag{109}$$

donde la energía de fractura es la definida por Holzamkämpfer (17).