# A Cálculos complementarios

En este anexo se incluyen aquellos estudios y cálculos que, aun siendo esenciales para el diseño del banco, no han podido incluirse en el capítulo 5 de la memoria debido a su particularidad o nivel de detalle.

# Índice anexo A

A.1 Accionamiento del secundario 3
A.1.1 Influencia de la velocidad de giro sobre el desgaste del sincro 3
A.1.2 Inercia mínima necesaria 5
A.1.2.1 Inercia de la caja de cambios reducida al primario 6
A.1.2.2 Rendimiento del anillo sincronizador 7
A.1.2.3 Regularidad de giro del secundario 15
A.1.3 Velocidad crítica del sistema de inercia variable 17
A.1.3.1 Definición y cálculo de las cargas 18
A.1.3.2 Cálculo de los Esfuerzos Cortantes y Momentos Flectores 21
A.1.3.3 Cálculo de la deformada 25
A.1.3.4 Cálculo de la velocidad crítica del árbol 28
A.1.3.5 Implementación de las macros empleadas en el cálculo 31
A.2 Accionamiento del primario 37
A.2.1 Influencia de la inercia del accto. sobre el desgaste del sincro 37
A.2.1.1 Cálculo de la inercia de los componentes 37
A.2.1.2 Cálculo de la inercia aportada por el accto. 39
A.3 Accionamiento de la palanca de cambios 40
A.3.1 Grupo motor-reductor de inserción (Y) 40
A.3.1.1 Selección según las solicitaciones del ensayo de prestaciones 40
A.3.1.2 Selección según la capacidad máxima del actuador de inserción 46
A.3.1.3 Establecimiento del rango de reducciones aplicables 48
A.3.1.4 Selección según las solicitaciones del ensayo de durabilidad 52
A.3.2 Grupo motor-reductor de selección (X) 57
A.3.2.1 Selección según las solicitaciones del ensayo de prestaciones 57
A.3.2.2 Selección según la capacidad máxima del actuador de selección 60
A.3.2.3 Establecimiento del rango de reducciones aplicables 62
A.3.2.4 Selección según las solicitaciones del ensayo de durabilidad 63

A.3.3 Sistema de amortiguación 67
A.3.3.1 Cálculo del sistema simplificado 67
A.3.3.2 Cálculo del sistema real 72
A.3.3.3 Simulación del sistema real 75
A.3.3.4 Configuración del sistema 78
A.3.3.5 Selección del amortiguador 79
A.3.3.6 Selección del muelle 82
A.3.3.7 Disposición del muelle 83
A.3.3.8 Cálculo del muelle 84
A.3.4 Simulación del accto. de la palanca de cambios 89
A.3.4.1 Simulación de la parte mecánica (WM 2D) 89
A.3.4.2 Comunicación entre ambos programas (WM2D y MATLAB) 93
A.3.4.3 Simulación de los controladores (MATLAB) 95

# A.1 Accionamiento del secundario

## A.1.1 Influencia de la velocidad de giro sobre el desgaste del sincro

Según lo expuesto en el apartado 4.3.1 de la memoria, la velocidad del eje secundario dentro de un mismo ciclado no es la misma para cada cambio. Por ejemplo, en el caso de un ciclado 2ª⇨3ª⇨2ª la velocidad del secundario difiere entre el cambio de 2ª⇨3ª y el de 3ª⇨2ª. Dichas velocidades viene impuestas por las condiciones de ensayo, las cuales dependen de las características de cada caja y vehículo. A priori el hecho de comunizar ambas velocidades, modificando por tanto las condiciones de ensayo, resulta ventajoso en lo que a simplificación de diseño del banco se refiere. De esta manera se evita que el banco deba modificar constantemente la velocidad del eje secundario de la caja, permaneciendo ésta constante a lo largo de un mismo ciclado. Sin embargo esta discrepancia entre las velocidades de cada cambio es fundamental para lograr un ensayo representativo de lo que sucede en territorio, tal y como se verá a continuación.

Como se ha visto en la memoria la interacción existente entre banco y caja de cambios se puede resumir en un balance de energías donde intervienen: el trabajo en el secundario ($W_s$), el diferencial de energías cinéticas del primario ($\Delta E_p$) y el calor disipado por el sincro (Q). De cara al diseño del banco es importante calcular el trabajo ($W_s$), pero es el calor disipado por el sincro (Q) lo que realmente determina su desgaste. La ec. A.1 muestra la expresión del calor disipado en función del rendimiento del sincro ($\eta$).

$$\begin{aligned} &\text{Aumentando de marcha} \quad Q = \Delta E_p \cdot (1-\eta) \quad [J] \\ &\text{Reduciendo de marcha} \quad Q = \frac{\Delta E_p}{\eta} \cdot (1-\eta) \quad [J] \end{aligned} \qquad \text{ec. A.1}$$

Así pues el calor disipado por el sincro depende directamente del diferencial de energía cinética del primario y en consecuencia de la velocidad de giro del secundario a la que se realiza el cambio. La fig. A.1 muestra el calor que disipa cada uno de los sincros para cada cambio, en función de la velocidad del vehículo (íntimamente ligada a la del secundario). Este caso corresponde al de un vehículo todo-terreno con motor de ciclo Otto. Cada pareja de marchas de un mismo ciclado viene representado en un mismo color y los cuadrados establecen la velocidad a la que se realiza cada uno de los cambios, así como la energía disipada.

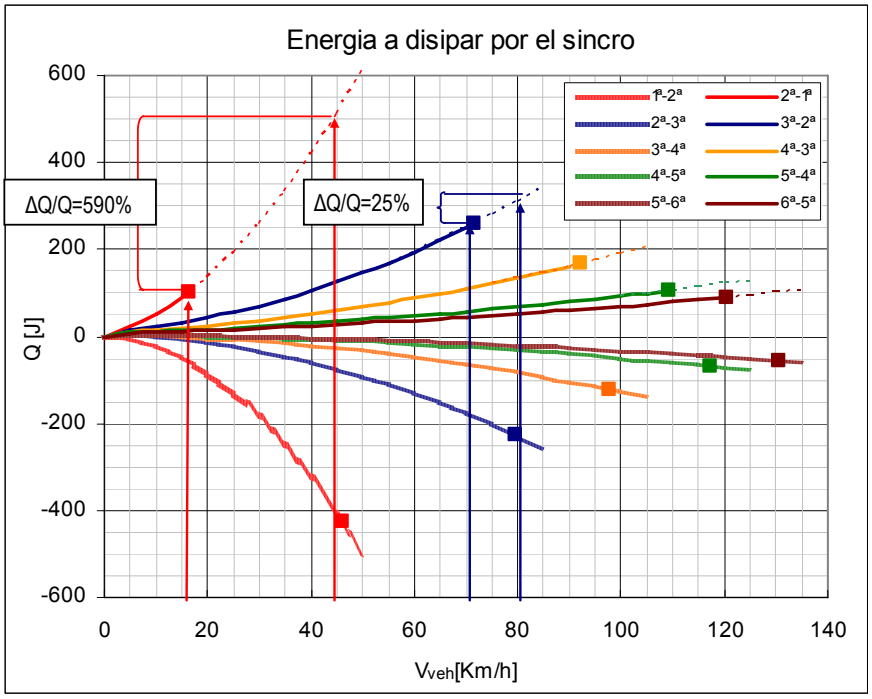



fig. A.1

La fig. A.2 es idéntica a la fig. A.1 pero con la escala del eje de ordenadas ampliada.

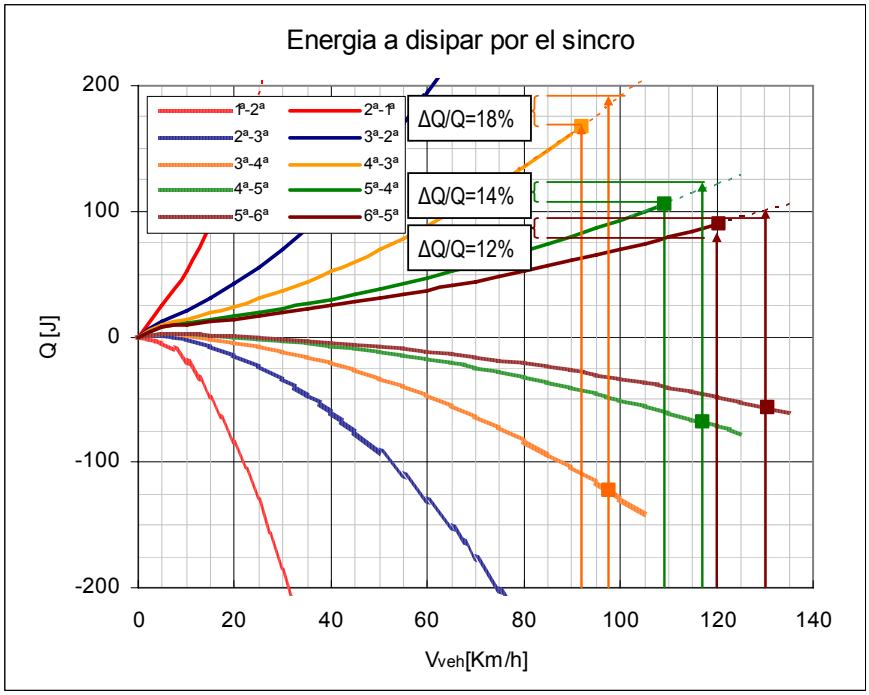



fig. A.2

En las fig. A.1 y fig. A.2 se muestra porcentualmente la energía extra que debería disipar el sincro si se emplease la mayor de las dos velocidades de un ciclado. Así pues si en el ciclado 1ª⇨2ª⇨1ª se realizasen ambos cambios a la velocidad del de 1ª⇨2ª (la mas alta), al

reducir de 2ª⇨1ª el sincro de 1ª debería disipar un 590% mas de calor que si lo hiciese a la velocidad de ensayo correspondiente. A medida que aumentamos de marcha la diferencia es menor reduciéndose hasta un 12% en el cambio de 6ª⇨5ª al realizarlo a la velocidad del de 5ª⇨6ª.

Es por el motivo que el hecho de comunizar las velocidades para simplificar el ensayo no resulta aceptable, puesto que afecta en gran medida al desgaste del sincro y por tanto a su valoración como aceptable o no en la caja de cambios donde aplica. Por ese motivo resulta imperativo el hecho de tener que realizar cada uno de los cambios pertenecientes a un mismo ciclado a la velocidad que le corresponde.

### A.1.2 Inercia mínima necesaria

En este apartado, consecuencia del apartado 5.2 de la memoria, se detalla el proceso para la determinación de la inercia mínima necesaria en el secundario y en consecuencia para el diseño de los volantes de inercia. La fig. A.3 resume los diferentes parámetros que deben tenerse en consideración para dicho cálculo. En concreto los marcados con un asterisco resultan del análisis del funcionamiento de la caja de cambios y en la memoria se presentan ya resueltos. El presente apartado pretende exponer la metodología seguida en cada uno de ellos.

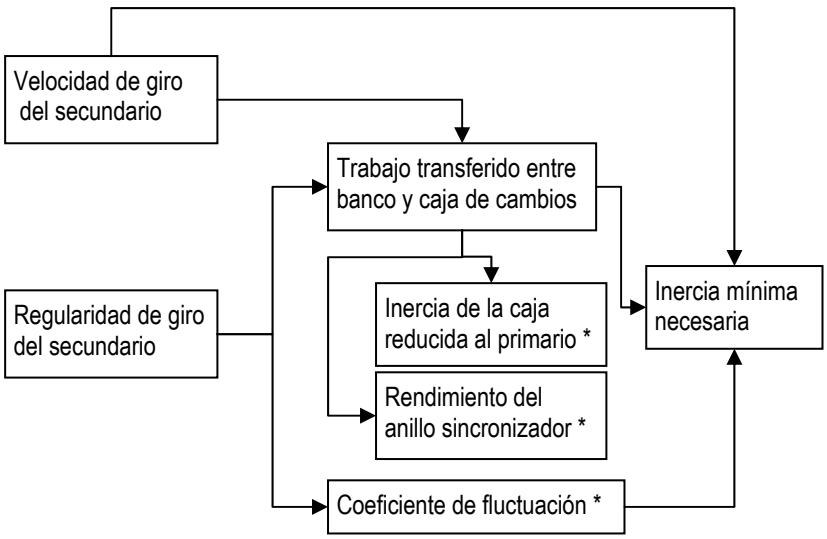



fig. A.3

### A.1.2.1 Inercia de la caja de cambios reducida al primario

El objetivo es simplificar el cálculo de los estados energéticos resumiendo la inercia de todos los elementos de la caja a un solo eje. De esta manera sabiendo la velocidad de dicho eje y la inercia reducida al mismo es posible determinar la energía cinética de la caja.

En este caso se reduce la inercia al eje primario. Para ello debe calcularse la inercia equivalente de cada uno de los componentes considerando que estos giran sobre el eje primario. La inercia reducida se obtiene al pasar de un eje a otro manteniendo constante la energía cinética . La ec. A.2 resume dicho cálculo.

$$\left.\begin{aligned} E_c &= \frac{I_c}{2}\cdot w_c^{\,2} \\ E_c &= \frac{I_c'}{2}\cdot\left(\frac{w_c}{\tau_c}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad I'_c = I_c\cdot\tau_c^{\,2} \qquad \text{ec. A.2}$$

$I_c$: Inercia del componente

$I_c$': Inercia del componente reducida al eje primario

$\tau_c$: Relación entre el componente y el eje primario

A continuación se detalla el procedimiento para establecer la inercia de la caja reducida al primario para la caja modelo de un camión ligero con motor Diesel (fig. A.4, tabla A.1).

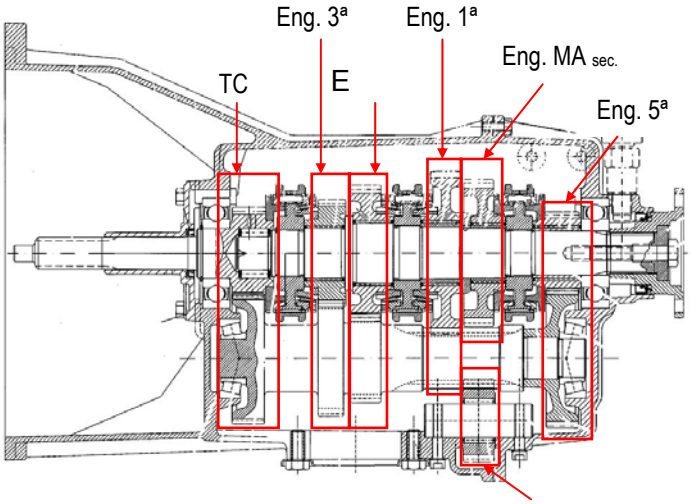



fig. A.4

| Relación | τ |
|---|---|
| *Toma const.* | 0,676 |
| *Eng. 1ª* | 0,214 |
| *Eng. 2ª* | 0,418 |
| *Eng. 3ª* | 0,727 |
| *Eng. 4ª* | 1,000 |
| *Eng. 5ª* | 1,206 |
| *Eng. MA reenvío* | 0,463 |
| *Eng. MA sec.* | 0,244 |

tabla A.1

La tabla A.2 muestra desglosada la inercia de cada componente, así como ésta reducida al primario y la contribución de la misma sobre el cómputo total

| Ubicación | Componente | $I_c$ [Kg·mm$^2$] | $\tau_c$ | $I_c'$ [Kg·mm$^2$] | $I_c'$ / (Σ $I_c'$) [%] |
|---|---|---|---|---|---|
| *Eje primario* | *Eje primario* | 716 | 1,000 | 716 | 7,4 |
| | *Cono sinc. 4ª* | 964 | 1,000 | 964 | 10,0 |
| | *Pista int. rod. eje prim.* | 214 | 1,000 | 214 | 2,2 |
| *Eje intermedio* | *Eje intermedio* | 4030 | 0,676 | 1844 | 19,1 |
| | *Engr. 5ª inter.* | 3332 | 0,676 | 1525 | 15,8 |
| | *Pista int. rod. eje inter. FR* | 633 | 0,676 | 290 | 3,0 |
| | *Pista int. rod. eje inter. RR* | 633 | 0,676 | 290 | 3,0 |
| *Eje secundario* | *Engr. 1ª* | 5602 | 0,214 | 258 | 2,7 |
| | *Cono sincr. 1ª* | 442 | 0,214 | 20 | 0,2 |
| | *Engr. 2ª* | 3116 | 0,418 | 544 | 5,6 |
| | *Cono sincr. 2ª* | 442 | 0,418 | 77 | 0,8 |
| | *Engr. 3ª* | 1248 | 0,727 | 659 | 6,8 |
| | *Cono sincr. 3ª* | 435 | 0,727 | 230 | 2,4 |
| | *Engr. 5ª* | 451 | 1,206 | 656 | 6,8 |
| | *Cono sincr. 5ª* | 696 | 1,206 | 1012 | 10,5 |
| | *Engr. MA sec.* | 3705 | 0,244 | 221 | 2,3 |
| | *Cono sincr. MA* | 629 | 0,244 | 38 | 0,4 |
| | *Engr. MA reenvío* | 400 | 0,463 | 86 | 0,9 |
| | | | Σ $I_c'$ | 9640 | 100 |

tabla A.2

La inercia total de la caja reducida al primario se obtiene del sumatorio de la inercia reducida de todos los componentes de la caja más el del disco de embrague, la inercia del cual al ser solidaria al giro del primario no requiere de ninguna reducción. Para el caso anterior la inercia total $I_p$ se obtiene según la ec. A.3.

$$I_p = I_{embr} + \sum I_c' = 8220 + 9640 = 17860 \text{ Kg·mm}^2 \qquad \text{ec. A.3}$$

### A.1.2.2 Rendimiento del anillo sincronizador

La determinación del rendimiento del sincro, necesita de un análisis más detallado del funcionamiento del mismo. Con objeto de determinar el rendimiento, en la fig. A.5 se esquematiza el sistema de la caja de cambios dentro del banco de ensayos.

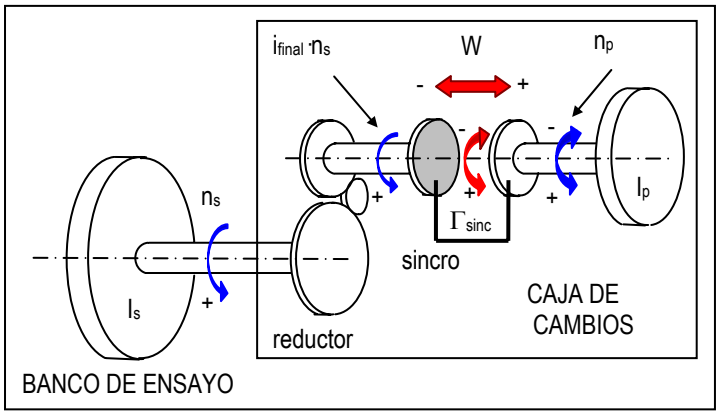



fig. A.5

Se considera el sistema como dos inercias en rotación, la del banco $I_s$ y la de la caja reducida al eje primario $I_p$. Entre ambas inercias se encuentra el sincro el cual actúa de manera análoga a un embrague. Constructivamente dentro de la caja de cambios el sincro

puede situarse en cualquier punto entre el eje primario y el secundario (aunque en general se encuentra sobre el eje secundario). Sin embargo y a efectos prácticos del cálculo de energías, es indiferente el nivel de reducción de la caja al cual se realiza la sincronización, es decir, no es determinante si los sincros se encuentran girando solidarios al eje secundario, intermedio o primario. Así pues y dado que se reduce la inercia de la caja al primario se enfocará el estudio como si la etapa de sincronización se produjese sobre el mismo eje.

Asimismo en la fig. A.5 se muestran el convenio de signos establecido para cada uno de los sentidos de giro, par y trabajo.

a) El sentido de giro del eje secundario ($n_s$) es siempre positivo para todos los ensayos a realizar (puesto que todos los cambios se realizan en el sentido de la marcha del vehículo).
b) En el caso del eje primario ($n_p$) el sentido será el mismo que el del eje secundario para todas las marchas a excepción de la macha atrás.
c) El trabajo (W) se considerará positivo si éste es absorbido por la caja (aumentado así el nivel de energía cinética de la caja) o negativo si es cedida al banco (disminuyendo la energía cinética).
d) Asimismo y ligado al convenio de signos anterior, el par durante la sincronización ($\Gamma_{sinc}$) se considerará positivo si gira en el sentido positivo de la velocidad del primario. De esta manera y dado que la potencia transferida, tal y como se verá a continuación, es el producto del par por la velocidad del primario éste resulta tener igual signo que el trabajo.

Tal y como se demuestra en el apartado 5.1.1.2 de la memoria, la expresión para el trabajo (W) depende del incremento de energía cinética ($\Delta E$) y el rendimiento del sincro (siendo $\eta<1$). Así pues, puesto que para la determinación del trabajo (W) contamos con una sola ecuación, resulta imposible que ambos parámetros, trabajo y rendimiento, sean a la vez incógnitas. El cálculo del rendimiento resultará de una nueva ecuación, aunque básicamente resulta del mismo balance energético (ver ec. A.4).

$$\begin{array}{|l|}\hline \text{Aumentando de marcha} \quad W = \Delta E \cdot \eta \\ \text{Reduciendo de marcha} \quad W = \dfrac{\Delta E}{\eta} \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|l|}\hline \text{Aumentando de marcha} \quad \eta = \dfrac{W_s}{W_p} \\ \text{Reduciendo de marcha} \quad \eta = \dfrac{W_p}{W_s} \\ \hline \end{array} \qquad \text{ec. A.4}$$

En este nuevo balance, el diferencial de energías cinéticas ($\Delta E$) pasa a ser el trabajo que recibe o cede el primario ($W_p$) y el trabajo del banco el que recibe o cede el secundario ($W_s$).

Este cambio de nomenclatura en la definición de los parámetros energéticos radica en que para la determinación del rendimiento no interviene la energía cinética pero si el trabajo debido a la fricción. Ambos trabajos ($W_p$ y $W_s$) pueden ser calculados integrando la potencia durante el periodo de sincronización. La potencia resulta del producto entre el par de sincronización y la velocidad del sincro en el lado primario (en el caso del cálculo de $W_p$) o del sincro en el lado secundario (para el cálculo de $W_s$). Si suponemos que el par de sincronización es constante (dado que el esfuerzo en pomo es prácticamente constante) únicamente debe integrarse la velocidad en función del tiempo. De esta forma podemos expresar el trabajo tal y como aparece en la ec. A.5.

$$\left.\begin{array}{l} P(t) = \Gamma_{sinc}(t)\cdot n(t)\cdot\dfrac{2\cdot\pi}{60} \quad [W] \\ W(t) = \displaystyle\int_{t_0}^{t_s} P(t)\cdot dt \quad [J] \end{array}\right\} \Rightarrow \text{si } \Gamma_{sinc}(t) = cte. \Rightarrow \quad W = \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} n(t)\cdot dt \quad [J] \qquad \text{ec. A.5}$$

Nótese que el hecho de suponer un par constante implica una deceleración constante del eje primario (tal y como demuestra la ec. A.6). A su vez ello implica que la evolución de la velocidad con respecto al tiempo durante la sincronización sea lineal.

$$\dot{n}_p(t) = \frac{\Gamma_{sinc}(t)}{I_p} \Rightarrow \text{si } \Gamma_{sinc}(t) = cte. \Rightarrow \dot{n}_p(t) = cte \qquad \text{ec. A.6}$$

Para determinar el rendimiento, se plantean cuatro casos a analizar en función del cambio:

i. Aumentando de marcha (ej. 2ª⇨3ª)
ii. Reduciendo de marcha (ej. 3ª⇨2ª)
iii. De primera a marcha atrás (1ª ⇨MA)
iv. De neutro a primera (N⇨1ª)

i. Aumentando de marcha

En este caso el rendimiento durante la sincronización viene dado por la división entre el trabajo que recibe el eje secundario ($W_s$) y el que aporta el eje primario ($W_p$).

Así pues para un cambio en el cual se pase de una marcha corta a una larga, la evolución de las velocidades en función del tiempo será tal y como se representa en la fig. A.6. Si se considera que el anillo sincronizador actúa sobre el eje primario la secuencia a lo largo de la sincronización es:

a) Al inicio de la sincronización la velocidad en el lado del eje primario es superior a la del eje secundario. Esta desigualdad entre velocidades viene determinada por la diferencia entre las relaciones de transmisión de las marchas implicadas en el cambio.

b) Una vez iniciada la sincronización el sincro actúa como un embrague el cual transmite un par proporcional al esfuerzo realizado en el pomo. Dado que se supone un par constante, el primario decelera hasta igualar su velocidad con la del secundario de forma lineal.

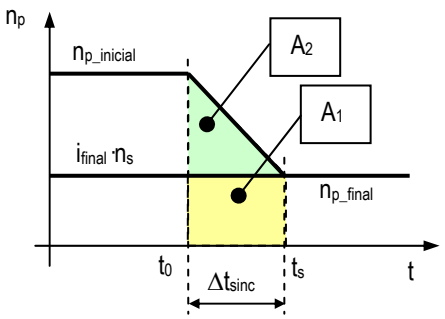



fig. A.6

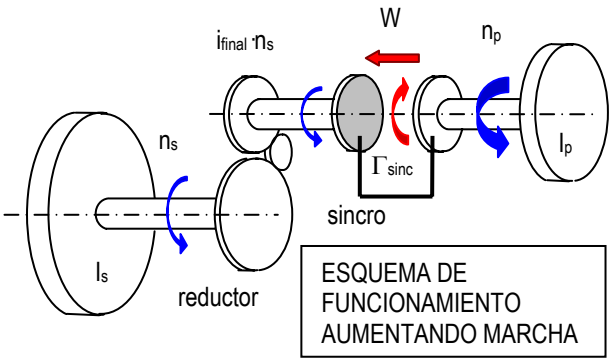



fig. A.7

Es importante remarcar que aunque el par transmitido por el sincro es el mismo a ambos lados (por efecto de acción-reacción) la potencia del eje primario y del secundario no son iguales puesto que ambos giran a velocidades diferentes. Esta diferencia de velocidades durante la sincronización es la que determina el rendimiento de esta etapa.

En la fig. A.7 se esquematiza el comportamiento del sistema así como el sentido de las velocidades, par y trabajo.

La ec. A.7 resume el cálculo del rendimiento para el caso expuesto. En este caso y debido a que la velocidad en el secundario se mantiene constante se ha expresado el rendimiento en base a las velocidades del primario antes y después de la sincronización. Por otro lado y debido a que las integraciones a realizar son únicamente sobre las velocidades y con respecto al tiempo, cabe destacar que resulta sencillo identificarlas de forma gráfica (áreas $A_2$ y $A_1$) sobre la fig. A.6.

$$\left.\begin{aligned} W_p &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} n_p(t)\cdot dt = A_2 + A_1 = \Delta t_{sinc}\cdot\left(\frac{n_{p_inicial} + i_{final}\cdot n_s}{2}\right) \\ W_s &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} i_{final}\cdot n_s(t)\cdot dt = A_1 = \Delta t_{sinc}\cdot i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \text{si} \quad \left.\begin{aligned} n_{p_inicial} &= i_{inicial}\cdot n_s \\ n_{p_final} &= i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{W_p}{W_s} = \frac{2\cdot n_{p_final}}{n_{p_inicial} + n_{p_final}} \qquad \text{ec. A.7}$$

ii. Reduciendo de marcha

Para este caso el rendimiento durante la sincronización viene dado por la división entre el trabajo que recibe el eje primario ($W_p$) y el que aporta el eje secundario ($W_s$). Análogamente al caso anterior, tanto uno como otro pueden ser calculados integrando la potencia durante el periodo de sincronización.

Así pues en el caso que se produzca un cambio en el cual se pase a una marcha mas corta la evolución de las velocidades en función del tiempo será tal y como se representa en la fig. A.8. Si se considera que el anillo sincronizador actúa sobre el eje primario la secuencia a lo largo de la sincronización es:

a) Al inicio de la sincronización la velocidad en el lado del eje primario es inferior a la del eje secundario (como en el caso anterior, según las relaciones de transmisión).

b) Una vez iniciada la sincronización el primario acelera hasta igualar su velocidad con la del lado del secundario de forma lineal (debido a que el par se considera igualmente constante).

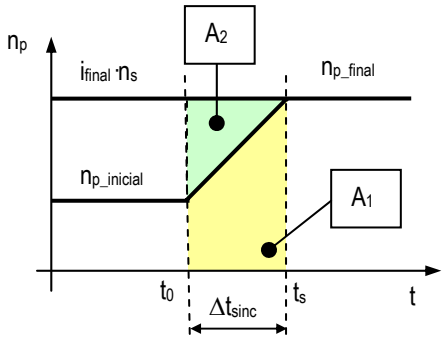



fig. A.8

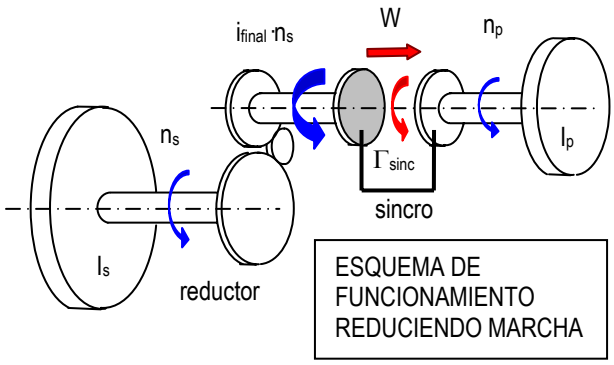



fig. A.9

En la fig. A.9 se esquematiza el comportamiento del sistema así como el sentido de las velocidades, par y trabajo.

La ec. A.8 resume el cálculo del rendimiento para el caso expuesto. De manera análoga al caso anterior y debido a que la velocidad en el secundario se mantiene constante se ha expresado el rendimiento en base a las velocidades del primario antes y después de la sincronización. Asimismo y debido a que las integraciones a realizar son únicamente sobre las velocidades y con respecto al tiempo, cabe destacar que resulta sencillo identificarlas de forma gráfica (áreas $A_2$ y $A_1$) sobre la fig. A.8.

$$\left.\begin{aligned} W_p &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} n_p(t)\cdot dt = A_1 = \Delta t_{sinc}\cdot\left(\frac{n_{p_inicial}+i_{final}\cdot n_s}{2}\right)\\ W_s &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} i_{final}\cdot n_s(t)\cdot dt = A_1 + A_2 = \Delta t_{sinc}\cdot i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \text{si} \quad \left.\begin{aligned} n_{p_inicial} &= i_{inicial}\cdot n_s\\ n_{p_final} &= i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{W_s}{W_p} = \frac{n_{p_inicial}+n_{p_final}}{2\cdot n_{p_final}} \qquad \text{ec. A.8}$$

La fig. A.10 resume los valores del rendimiento durante la sincronización para diferentes velocidades iniciales y finales del eje primario.

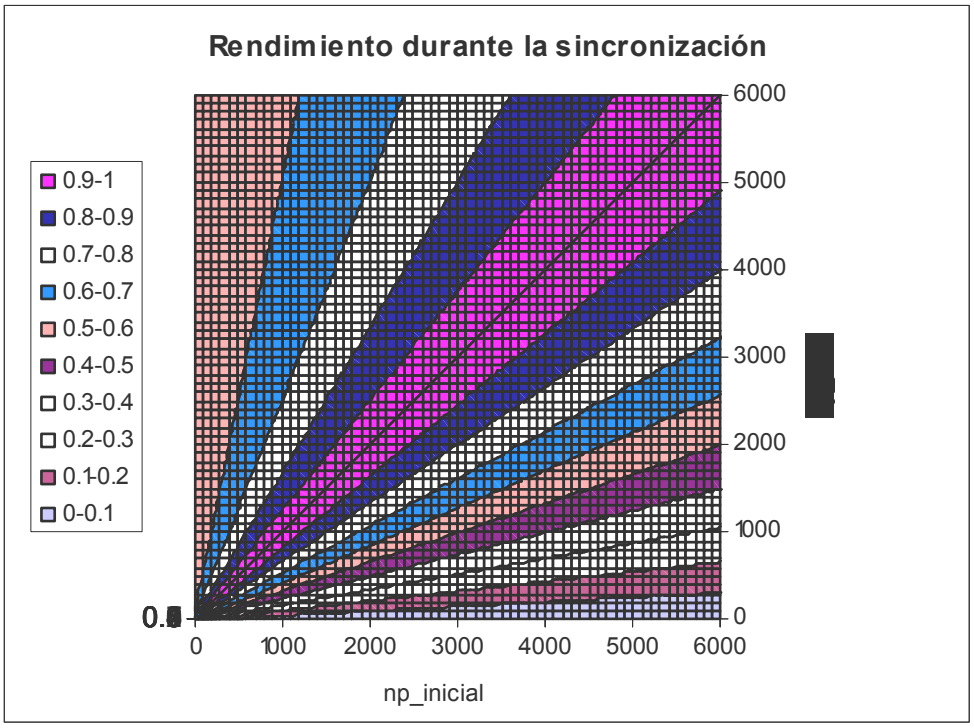



fig. A.10

iii. De primera marcha a marcha atrás (1ª ⇨MA)

El cambio de primera a marcha atrás puede tratarse como un caso particular dentro de las diferentes reducciones. Así pues también en este caso es la caja quien recibe el trabajo por parte del secundario para sincronizar. Sin embargo y debido a que el eje primario pasa de girar de un sentido al otro existen dos etapas bien diferenciadas dentro de la sincronización las cuales presentan rendimientos diferentes:

a) Rendimiento para $n_p>0$

En un primera etapa, y debido a que el sentido de giro de primario y secundario son opuestos, la caja recibe el trabajo necesario del secundario para hacer cero la velocidad

del primario. Tal y como se observa en la fig. A.11 (periodo $\Delta t_{sinc_1}$ de la sincronización) la velocidad del primario pasa de $n_{p_inicial}$ a 0. En la fig. A.12 se esquematiza el funcionamiento del sistema para esta etapa de la sincronización donde el trabajo que recibe la caja a través del secundario es negativo debido a la diferencia entre los sentidos de giro de primario y secundario.

b) Rendimiento para $n_p<0$

Para este caso el sentido de giro de ambos ejes es el mismo. Durante esta etapa (periodo $\Delta t_{sinc_2}$ de la sincronización) simplemente la caja aumenta la velocidad del primario (en valor absoluto) hasta sincronizar con el secundario gracias al trabajo cedido por el banco. Para este caso el funcionamiento se esquematiza en la fig. A.13.

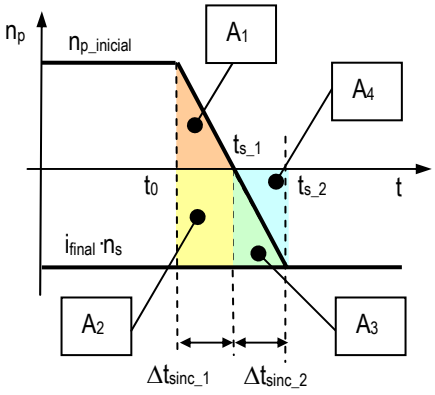



fig. A.11

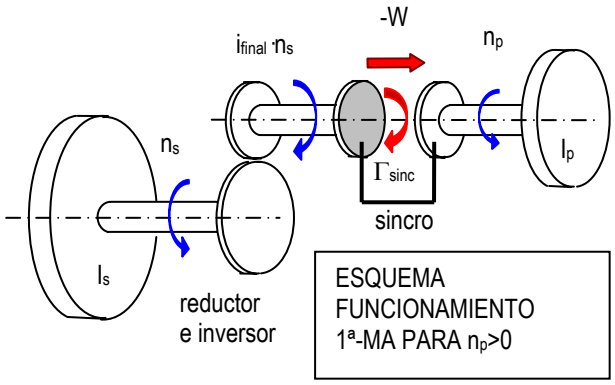



fig. A.12

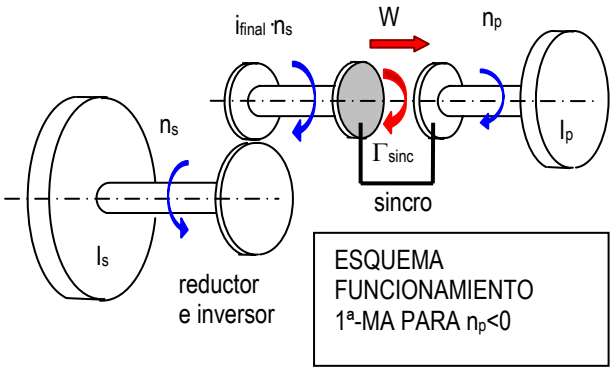



fig. A.13

Las formulas para los casos anteriormente descritos se resumen a continuación en las ec. A.9 y ec. A.10.

a) Rendimiento para $n_p>0$

$$\left.\begin{aligned} W_p &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts_1} n_p(t)\cdot dt = A_1 = \Delta t_{sinc_1}\cdot\left(\frac{n_{p_inicial}}{2}\right)\\ W_s &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts_1} i_{final}\cdot n_s(t)\cdot dt = A_2 = \Delta t_{sinc_1}\cdot i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \text{si} \left.\begin{aligned} n_{p_inicial} &= i_{inicial}\cdot n_s\\ n_{p_final} &= i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \eta = \frac{W_p}{W_s} = \frac{n_{p_inicial}}{2\cdot n_{p_final}} \qquad \text{ec. A.9}$$

b) Rendimiento para $n_p<0$

$$\left.\begin{aligned} W_p &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{ts_1}^{ts_2} n_p(t)\cdot dt = -A_4 = \Delta t_{sinc_2}\cdot\left(\frac{n_{p_final}}{2}\right)\\ W_s &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{ts_1}^{ts_2} i_{final}\cdot n_s(t)\cdot dt = -A_3 - A_4 = \Delta t_{sinc_2}\cdot i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \text{si} \left.\begin{aligned} n_{p_inicial} &= i_{inicial}\cdot n_s\\ n_{p_final} &= i_{final}\cdot n_s \end{aligned}\right\} \eta = \frac{W_p}{W_s} = 0.5 \qquad \text{ec. A.10}$$

iv. De neutro a primera marcha (N⇨1ª)

En este caso la actuación sobre la caja se realiza a través del primario. Tal y como se observa en la fig. A.14 inicialmente el eje primario se encuentra girando solidario al motor del vehículo a la velocidad del ralentí. Al iniciar la sincronización la velocidad de este disminuye linealmente hasta hacerse cero puesto que el vehículo se encuentra en reposo y por tanto la velocidad del eje secundario es nula. Por este motivo, tal y como se observa en la ec. A.11, el rendimiento también es nulo ya que toda la energía cinética acumulada en el eje primario se disipa en forma de calor y desgaste.

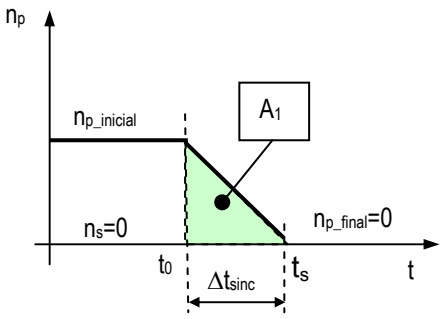



fig. A.14

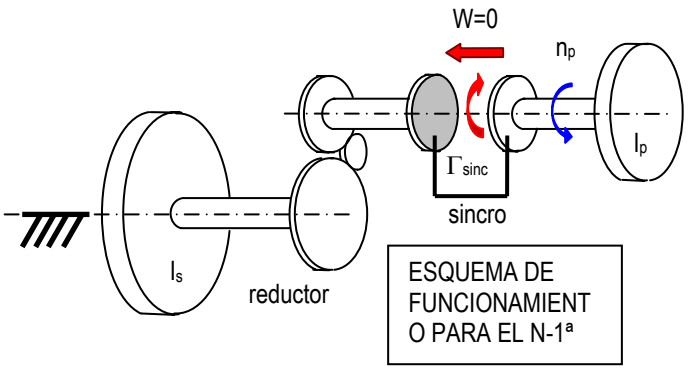



fig. A.15

$$\left.\begin{aligned} W_p &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} n_p(t)\cdot dt = A_1 = \Delta t_{sinc}\cdot\frac{n_{p_inicial}}{2}\\ W_s &= \Gamma_{sinc}\cdot\int_{t0}^{ts} i_{final}\cdot n_s(t)\cdot dt = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \eta = \frac{W_s}{W_p} = 0 \qquad \text{ec. A.11}$$

La tabla A.3 resume todos los casos anteriormente descritos para el cálculo del rendimiento.

| *Rendimiento durante la sincronización ($\eta$)* | $\eta_1$ | $\eta_2$ |
|---|---|---|
| *Subiendo de marcha* | $\frac{2 \cdot n_{p_final}}{n_{p_inicial} + n_{p_final}}$ | |
| *Reduciendo de marcha* | $\frac{n_{p_inicial} + n_{p_final}}{2 \cdot n_{p_final}}$ | |
| *Cambio 1ª⇨MA* | $\frac{n_{p_inicial}}{2 \cdot n_{p_final}}$ | 0,5 |
| *Cambio N⇨1ª* | 0 | |

tabla A.3

A.1.2.3 Regularidad de giro del secundario

Según lo expuesto en la memoria, la inercia del vehículo reducida al eje secundario resulta tan elevada en comparación a la de la caja de cambios, que la velocidad del secundario puede considerarse constante en comparación con la del primario. Sin embargo el trabajo transferido a través del secundario debido a la sincronización de la caja no puede ser negligido y en consecuencia la inercia del banco necesaria para no sufrir variación alguna en la velocidad, debería ser infinita. Es por este motivo que se establece el criterio de regularidad de giro del secundario en función de unos coeficientes de fluctuación dados.

Con objeto de valorar la benevolencia de dicho coeficiente de fluctuación se calcula la irregularidad del secundario para un caso real de vehículo (en este caso un todo-terreno con motor ciclo Otto). En este caso la variación de la velocidad en el secundario depende directamente de la variación en la velocidad del propio vehículo. Atribuible a esta causa son las resistencias pasivas del vehículo. Como es lógico, durante el intervalo de tiempo en el cual se produce el cambio, el motor permanece desembragado y en consecuencia la fuerza de empuje del vehículo queda interrumpida. Ello provoca que el vehiculo decelere debido a las resistencias pasivas. La ec. A.12 resume el cálculo de las tres fuerzas que se oponen al movimiento (resistencia al aire, a la rodadura y la pendiente a superar), así como la deceleración en el secundario causada por la suma de estas tres fuerzas.

$$\left.\begin{aligned} F_a &= \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho_{aire} \cdot \left(\frac{V_{veh}}{3,6}\right)^2 \cdot (K_f \cdot B \cdot H) \\ F_r &= \left(a + b \cdot V_{veh}^2\right) \cdot m \cdot 9,81 \cdot \cos\alpha \\ F_p &= m \cdot 9,81 \cdot \text{sen}\alpha \end{aligned}\right\} F_T = F_a + F_r + F_p \Rightarrow \quad \ddot{\theta}_s = \frac{\frac{F_T}{m}}{\frac{r_{din}}{1000}} \cdot i_{gd} \left[\frac{rad}{s^2}\right] \qquad \text{ec. A.12}$$

La tabla A.4 resume el valor de los parámetros que intervienen en el cálculo de la deceleración del secundario. Conocida la deceleración resulta sencillo calcular la diferencia de velocidades así como el coeficiente de fluctuación entre el inicio y el final del cambio para un tiempo de $\Delta t_{cambio}$=0,5 (ver ec. A.13).

| *Parámetros $F_p$ (pendiente)* | | *Parámetros $F_a$ (resistencia al aire)* | |
|---|---|---|---|
| m [Kg] | 2000 | $C_x$ [-] | 0,5 |
| $\alpha$ [º] (p [%]) | $\alpha = \text{arctg}\left(\frac{p}{100}\right)$ | $\rho_{aire}$ [Kg/m3] | 1,225 |
| *Parámetros $F_r$ (resistencia a la rodadura)* | | $K_f$ [-] | 0,8 |
| a | 0,0136 | B [m] | 2 |
| b | $4 \cdot 10^{-8}$ | H [m] | 1,6 |

tabla A.4

$$\Delta n_s = \ddot{\theta}_s \cdot \Delta t_{cambio} \cdot \left(\frac{30}{\pi}\right) = \frac{\frac{F_T}{m}}{\frac{r_{din}}{1000}} \cdot i_{gd} \cdot \Delta t_{cambio} \cdot \left(\frac{30}{\pi}\right) \quad [\text{min}^{-1}] \Rightarrow C_f = 2 \cdot \frac{\Delta n_s}{2 \cdot n_s + \Delta n_s} \qquad \text{ec. A.13}$$

La fig. A.16 muestra la evolución del coeficiente de fluctuación ($C_f$) en función de la velocidad del eje secundario y para una pendiente dada. En azul se perfila el criterio establecido en la memoria. Tal y como se puede apreciar en el gráfico el coeficiente de fluctuación crece asintótica-mente conforme la velocidad del secundario se hace nula.

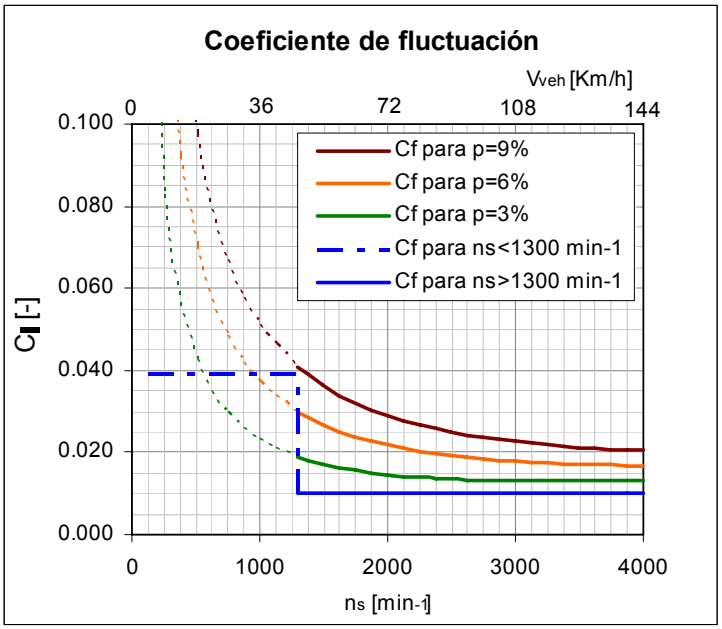



fig. A.16

Es por este motivo que para el ciclado 1ª⇨2ª⇨1ª ($n_s$<1300 $min^{-1}$) se establece como criterio el obtener una repetibilidad mínima en los ensayos ($C_f$=0.039). Por otro lado dicha gráfica tiende a una asíntota horizontal cuando la velocidad del secundario tiende a infinito. Es por este motivo que para el resto de ciclados ($n_s$>1300 $min^{-1}$) se establece como criterio un cierto valor mínimo como coeficiente de fluctuación ($C_f$=0.001).

### A.1.3 Velocidad crítica del sistema de inercia variable

Debido al riesgo para la integridad del accto. del secundario (en especial por la disposición en voladizo de los volantes de inercia), la velocidad crítica del sistema de inercia variable a sido el principal condicionante en el diseño del árbol del secundario. Ésta vendrá determinada básicamente por los elementos que descansan sobre éste y por la forma de apoyarlo (véase fig. A.17).

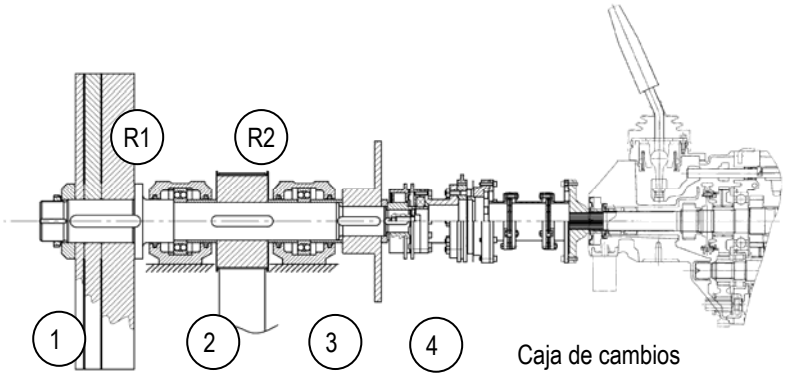



fig. A.17

a) Elementos que cargan sobre el árbol.
   1. Sistema de inercia variable: Esta formado por el conjunto de volantes de diferente inercia. Las diferentes combinaciones de estos determinan los estados de carga.
   2. Polea conducida: Dicha polea transmite el par motor al árbol. Sobre éste, además del propio peso de la polea, también existe la reacción de la correa (esta fuerza es variable y depende del par motor transmitido).
   3. Disco de freno: A parte de descansar sobre el árbol transmite esfuerzos debido al par de frenado, en las paradas de emergencia.
   4. Limitador de par, brida limitador-captador, captador de par, brida captador-acoplamiento y acoplamiento flexible de láminas: El peso de todo este conjunto descansa sobre el árbol y sobre el eje secundario de la caja de cambios.

b) Apoyos del árbol y sus cargas
   i) Rodamientos R1 y R2 oscilantes de bolas: Ambos rodamientos constituyen el apoyo del árbol. Los rodamientos oscilantes permiten que el árbol se deforme libremente. Es por este motivo que los apoyos no confieren rigidez al árbol y que este se puede tratar análogamente al caso de una viga biapoyada (sin empotramientos).
      R1. Rodamiento retenido axialmente: El rodamiento más cercano al Sistema de Inercia Variable se encuentra retenido axialmente y es por tanto el apoyo que posiciona en este sentido todo el conjunto.

R2. Rodamiento sin retención axial: El rodamiento opuesto es deslizante y por lo tanto puede absorber las desviaciones de la distancia entre apoyos producidas por la flexión del árbol.

ii) Eje secundario de la caja de cambios: Sin ser propiamente un apoyo del árbol se considera que la mitad del peso del acoplamiento flexible de láminas (siendo ésta la consideración más desfavorable para el árbol) es soportado por la caja de cambios

Con el fin de realizar un cálculo más preciso y dado que el árbol soporta distintas masas concentradas sobre si, se emplea el criterio de Rayleigh-Ritz con objeto de determinar la primera velocidad crítica. Para ello se sigue la siguiente metodología:

1. Definición y cálculo de las cargas
2. Cálculo de los esfuerzos cortantes y momentos flectores
3. Cálculo de la deformada
4. Cálculo de la velocidad crítica del árbol

### A.1.3.1 Definición y cálculo de las cargas

Las cargas que soporta el árbol se han discretizado según la fig. A.18, en función del tramo de aplicación de cada una de ellas. Cada tramo se caracteriza por las siguientes variables:

- m masa de cada una de las cargas
- M momento perpendicular al plano de carga (para cargas en voladizo)
- l longitud sobre la cual reposa la carga sobre el árbol del secundario

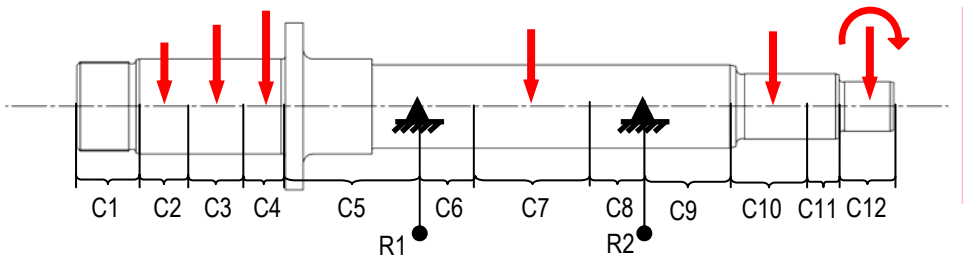



fig. A.18

Las cargas establecidas dentro del cálculo de la velocidad crítica comprenden las siguientes hipótesis:

a) Las cargas se consideran uniformemente repartidas sobre cada uno de los tramos (los cuales representan las superficies de apoyo entre los distintos elementos y el árbol). Asimismo se considera una distribución lineal de las cargas en los tramos que presenten momentos flectores.

b) En el tramo C7 se considera solo el peso de la polea y no se tiene en cuenta la fuerza transmitida por la correa. Ello es así porque dicha fuerza siempre es de sentido descendente y por tanto endereza el árbol, el cual en su mayor parte carga en los tramos en voladizo. Si dicha fuerza de la correa endereza el árbol la deformada disminuye favoreciendo la velocidad crítica del mismo. La fig. A.18 muestra las deformadas del árbol para el estado de carga con $I_s$=0 Kg·m$^2$ teniendo en cuenta un esfuerzo nulo y el esfuerzo máximo por parte de la correa. Como se aprecia en la fig. A.18 aun invirtiéndose el sentido de la flecha en el voladizo de los volantes y en el tramo entre rodamientos, la deformada del árbol bajo el esfuerzo de la correa es menor que la deformada sin tener en cuenta el esfuerzo.

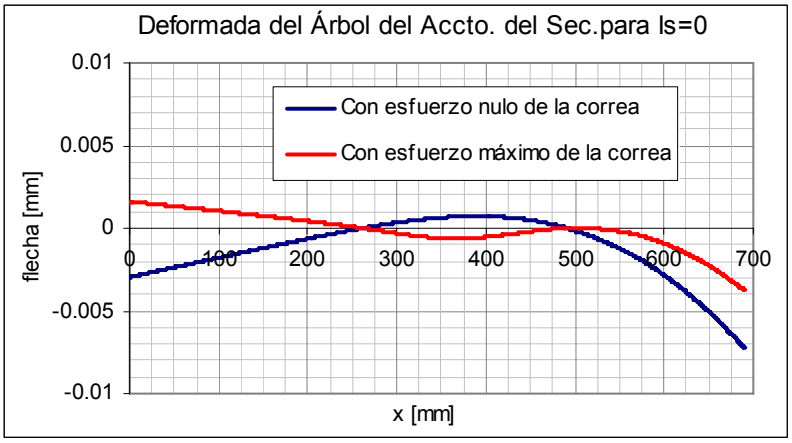



fig. A.18

c) En el tramo C12 se considera que todos los elementos (a excepción del acoplamiento de láminas del que solo se tiene en cuenta la mitad) descansan sobre este y por estar el centro de gravedad del conjunto fuera del árbol se tiene en cuenta el momento flector inducido.

La tabla A.5 resume los valores de cada uno de los tramos en función del tipo de carga que reciben. La numeración se corresponde con la de la fig. A.17.

| Tramo | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | R1 | C6 | C7 | C8 | R2 | C9 | C10 | C11 | C12 | C1-C12 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carga | - | | (1) | | - | | - | (2) | - | | - | (3) | - | (4) | Árb. | Tot. |
| m [Kg] | - | $m_2$ | $m_3$ | $m_4$ | - | | - | 5 | - | | - | 10 | - | 12 | 22 | 240 |
| M [N·mm] | - | - | - | - | - | | - | - | - | | - | - | - | -11273 | - | - |
| l [mm] | $l_1$ | $l_2$ | $l_3$ | $l_4$ | 85 | | 68 | 94 | 68 | | 71 | 73 | 10 | 45 | 690 | 690 |

tabla A.5

La tabla A.6 resume todos los valores de masa y longitud de apoyo de los tramos C1 a C4, para los 14 estados diferentes de carga según la inercia del secundario ($I_s$).

| Inercia Secundario [Kg·m$^2$] | Parámetros según Is | Tramo | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | C1 | C2 | C3 | C4 |
| 7,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | 1,0 | 2,0 | 4,0 |
| | m [Kg] | - | 27 | 55 | 109 |
| | l [mm] | 82 | 17 | 32 | 62 |
| 6,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | 0,5 | 2,0 | 4,0 |
| | m [Kg] | - | 19 | 55 | 109 |
| | l [mm] | 127 | 17 | 32 | 62 |
| 6,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | 2 | 4 |
| | m [Kg] | - | - | 55 | 109 |
| | l [mm] | 127 | 17 | 32 | 62 |
| 5,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | 0,5 | 1,0 | 4,0 |
| | m [Kg] | - | 19 | 27 | 109 |
| | l [mm] | 142 | 17 | 17 | 62 |
| 5,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | 1,0 | 4,0 |
| | m [Kg] | - | - | 27 | 109 |
| | l [mm] | 127 | 32 | 17 | 62 |
| 4,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | 0,5 | 4,0 |
| | m [Kg] | - | - | 19 | 109 |
| | l [mm] | 127 | 32 | 17 | 62 |
| 4,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | - | 4,0 |
| | m [Kg] | - | - | - | 109 |
| | l [mm] | 65 | 24 | 25 | 62 |
| 3,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | 0,5 | 1,0 | 2,0 |
| | m [Kg] | - | 19 | 27 | 55 |
| | l [mm] | 142 | 17 | 17 | 32 |
| 3,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | 1,0 | 2,0 |
| | m [Kg] | - | - | 27 | 55 |
| | l [mm] | 97 | 62 | 17 | 32 |
| 2,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | 0,5 | 2,0 |
| | m [Kg] | - | - | 19 | 55 |
| | l [mm] | 97 | 62 | 17 | 32 |
| 2,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | - | 2,0 |
| | m [Kg] | - | - | - | 55 |
| | l [mm] | 65 | 39 | 40 | 32 |
| 1,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | 0,5 | 1,0 |
| | m [Kg] | - | - | 19 | 27 |
| | l [mm] | 82 | 77 | 17 | 17 |
| 1,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | - | 1 |
| | m [Kg] | - | - | - | 27 |
| | l [mm] | 65 | 47 | 47 | 17 |
| 0,5 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | - | 0,5 |
| | m [Kg] | - | - | - | 19 |
| | l [mm] | 65 | 47 | 47 | 17 |
| 0,0 | $I_{volante}$ [Kg·m$^2$] | - | - | - | - |
| | m [Kg] | - | - | - | - |
| | l [mm] | 65 | 37 | 37 | 37 |

tabla A.6

### A.1.3.2 Cálculo de los Esfuerzos Cortantes y Momentos Flectores

En la fig. A.19 se muestra el criterio de signos empleado para la representación de las cargas y en consecuencia de los esfuerzos cortantes y momentos flectores.

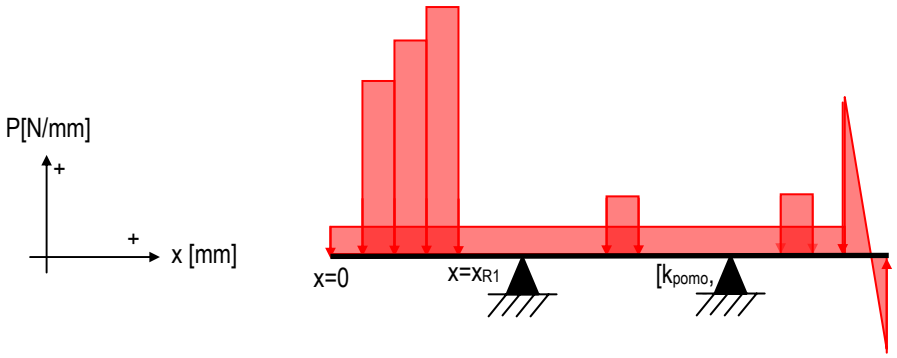



fig. A.19

La ec. A.14 muestra el cálculo para la determinación de las reacciones $R_{R1}$ y $R_{R2}$ en los apoyos (rodamientos R1 y R2) en función de las cargas ($m_j \cdot g$) y los momentos ($M_j$). El subíndice j indica el tramo al cual se refiere cada uno de los valores.

Reacciones

$$R_{R1} = -\left(\sum_{j=1}^{12} m_j \cdot g\right) - R_{R2}$$

$$R_{R2} = \frac{-\left(\sum_{j=1}^{12} M_{R1.j}\right)}{x_{R2} - x_{R1}} \quad \Rightarrow \quad \left\langle \begin{array}{l} \text{Momento con respecto al apoyo R1} \\ M_{R1.j} = -(m_j \cdot g)(x_j - x_{R1}) + M_j \end{array} \right.$$

ec. A.14

La ec. A.15 muestra el cálculo de la carga lineal ($p_j$) para cada uno de los tramos y en función de la longitud de cada uno de ellos ($l_j$). Para ello no solo se tiene en cuenta el peso de los elementos, sino también el momento que inducen debido a su desplazamiento con respecto al centro del tramo (caso del tramo C12).

Carga sobre el árbol para cada tramo

$$\left.\begin{array}{l} M_j = 2 \cdot \int_0^{l_j/2} \left( \left( \Delta p_j \cdot l - \Delta p_j \cdot \frac{l_j}{2} \right) \cdot \left( \frac{l_j}{2} - l \right) dl \right) \Rightarrow \Delta p_j = -12 \cdot \frac{M_j}{l_j^3} \\ \text{carga lineal según masa} \Rightarrow -m_j \cdot g / l_j \\ \text{carga lineal para } l = 0 \Rightarrow -\Delta p_j \cdot l_j / 2 \end{array}\right\} \Rightarrow p_j = -\frac{m_j \cdot g}{l_j} - \Delta p_j \cdot \frac{l_j}{2} \Rightarrow P_j(l) = \Delta p_j \cdot l + p_j + p_{arbol}$$

$$\text{carga lineal según masa árbol} \Rightarrow p_{arbol} = -\frac{m_{arbol} \cdot g}{L}$$

ec. A.15

En este caso se considera que la carga evoluciona linealmente a lo largo del tramo de tal forma que la integral de ésta con respecto la longitud del mismo da como resultado el peso de los elemento que apoyan. Asimismo la integral de la carga multiplicada por la distancia al centro del tramo da como resultado el momento debido al voladizo de la carga con respecto al centro del tramo.

La ec. A.16 muestra la carga lineal para cada tramo ($P_j$) en función de x (longitud general del árbol) y no l (longitud parcial de cada tramo) de la ec. A.15. Los tramos se delimitan según el valor inicial $x_{i.j}$ y final $x_{f.j}$ de x.

Carga sobre el Árbol

$$P_j(x) = \Delta p_j \cdot x + p_j - \left(\Delta p_j \cdot x_{i.j}\right) \quad \text{para } x_{i.j} < x < x_{f.j} \qquad \text{ec. A.16}$$

La ec. A.17 caracteriza el esfuerzo cortante ($T_j$) del árbol en función de x. Este se calcula integrando la expresión de la carga lineal y teniendo en cuenta las condiciones de contorno impuestas por los extremos del árbol y los apoyos.

Esfuerzo Cor tan te

$$\left.\begin{aligned} A_{T.j} &= \Delta p_j / 2 \\ B_{T.j} &= p_j - \left(\Delta p_j \cdot x_{i.j}\right) \\ C_{T.j} &= T_{j-1}(x_{i.j}) - \left(A_j \cdot {x_{i.j}}^2 + B_j \cdot x_{i.j}\right) + R^* \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} T_j(x) = A_{T.j} \cdot x^2 + B_{T.j} \cdot x + C_{T.j} \\ \text{para } x_{i.j} < x < x_{f.j} \end{cases} \qquad \text{ec. A.17}$$

(*) Si entre tramos se encuentra alguno de los dos apoyos, debe incluirse en el término C de los esfuerzos cortantes.

La ec. A.18 caracteriza el momento flector ($Mf_j$) del árbol en función de x. Este se calcula integrando la expresión del esfuerzo cortante y teniendo en cuenta que dicha función es continua, siendo nula en los extremos del árbol.

Momento Flector

$$\left.\begin{aligned} A_{M.j} &= A_{T.j} / 3 \\ B_{M.j} &= B_{T.j} / 2 \\ C_{M.j} &= C_{T.j} \\ D_{M.j} &= Mf_{j-1}(x_{i.j}) - \\ &- \left(A_{M.j} \cdot {x_{i.j}}^3 + B_{M.j} \cdot {x_{i.j}}^2 + C_{M.j} \cdot x_{i.j}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} Mf_j(x) = A_{M.j} \cdot x^3 + B_{M.j} \cdot x^2 + C_{M.j} \cdot x + D_{M.j} \\ \text{para } x_{i.j} < x < x_{f.j} \end{cases} \qquad \text{ec. A.18}$$

La tabla A.7 resume los cálculos expuestos con anterioridad para todos los tramos del árbol para el estado de mayor carga $I_s$=7 Kg·m$^2$. Esta tabla se encuentra implementada en archivo "CALCULO ARBOL ACCTO SECUNDARIO"

| Tramo | | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | R1 | C6 | C7 | C8 | R1 | C9 | C10 | C11 | C12 | Árbol |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Caract. Cargas | m·g [N] | - | -268 | -535 | -1069 | - | | - | -52 | - | | - | -98 | - | -122 | -212 |
| | M [N·mm] | - | - | - | - | - | | - | - | - | | - | - | - | -11272 | - |
| | x [mm] | 33 | 74 | 98 | 145 | 219 | | 295 | 376 | 457 | | 527 | 599 | 640 | 668 | 345 |
| | $M_{R1}$ [N·mm] | 0 | 50307 | 87211 | 123958 | 0 | | 0 | -6000 | 0 | | 0 | -33221 | 0 | -60716 | -17797 |
| | l [mm] | 65 | 17 | 32 | 62 | 85 | | 68 | 94 | 68 | | 71 | 73 | 10 | 45 | 690 |
| Pos. | $x_i$ [mm] | 0 | 65 | 82 | 114 | 176 | 261 | 261 | 329 | 423 | 491 | 491 | 562 | 635 | 645 | 0 |
| | $x_f$ [mm] | 65 | 82 | 114 | 176 | 261 | 261 | 329 | 423 | 491 | 491 | 562 | 635 | 645 | 690 | 690 |
| Carga unif. distrib. | $\Delta p$ [N/mm$^2$] | - | - | - | - | - | | - | - | - | | - | - | - | -1,48 | - |
| | $p_{par}$ [N/mm] | 0,00 | -15,78 | -16,72 | -17,24 | 0,00 | | 0,00 | -0,55 | 0,00 | | 0,00 | -1,35 | 0,00 | 30,70 | -0,31 |
| | p [N/mm] | -0,31 | -16,09 | -17,03 | -17,54 | -0,31 | | -0,31 | -0,86 | -0,31 | | -0,31 | -1,66 | -0,31 | 987,97 | |
| Esfuerzo cortante | $A{\cdot}x^2$ [N/mm$^2$] | - | - | - | - | - | | - | - | - | | - | - | - | -0,74 | |
| | $B{\cdot}x$ [N/mm] | -0,31 | -16,09 | -17,03 | -17,54 | -0,31 | | -0,31 | -0,86 | -0,31 | | -0,31 | -1,66 | -0,31 | 987,97 | |
| | C [N] | 0 | 1.026 | 1.103 | 1.162 | -1.872 | | 1.109 | 1.292 | 1.057 | | 432 | 1.190 | 333 | -328.286 | |
| | $T_i$ [N] | 0 | -20 | -293 | -838 | -1.926 | | 1.029 | 1.008 | 927 | | 281 | 259 | 139 | 135 | |
| | $T_f$ [N] | -20 | -293 | -838 | -1.926 | -1.952 | | 1.008 | 927 | 906 | | 259 | 139 | 135 | 0 | |
| Momento flector | $A{\cdot}x^3$ [N/mm$^2$] | - | - | - | - | - | | - | - | - | | - | - | - | -0,25 | |
| | $B{\cdot}x^2$ [N/mm] | -0,15 | -8,04 | -8,51 | -8,77 | -0,15 | | -0,15 | -0,43 | -0,15 | | -0,15 | -0,83 | -0,15 | 493,98 | |
| | $C{\cdot}x$ [N] | 0 | 1.026 | 1.103 | 1.162 | -1.872 | | 1.109 | 1.292 | 1.057 | | 432 | 1.190 | 333 | -328.286 | |
| | D [N·mm] | 0 | -33.341 | -36.492 | -39.843 | 227.101 | | -550.942 | -580.979 | -531.326 | | -224.468 | -437.410 | -165.555 | 72.616.309 | |
| | $M_i$ [N·mm] | 0 | -649 | -3.313 | -21.422 | -107.116 | | -271.934 | -202.677 | -111.730 | | -49.403 | -30.214 | -15.691 | -14.321 | |
| | $M_f$ [N·mm] | -649 | -3.313 | -21.422 | -107.116 | -271.934 | | -202.677 | -111.730 | -49.403 | | -30.214 | -15.691 | -14.321 | 0 | |
| Apoyos | x [mm] | - | - | - | - | - | 261 | - | - | - | 491 | - | - | - | - | |
| | R [N] | - | - | - | - | - | 2981 | - | - | - | -625 | - | - | - | - | |

tabla A.7

La fig. A.20 muestra la carga a lo largo del árbol para el estado de mayor solicitación.

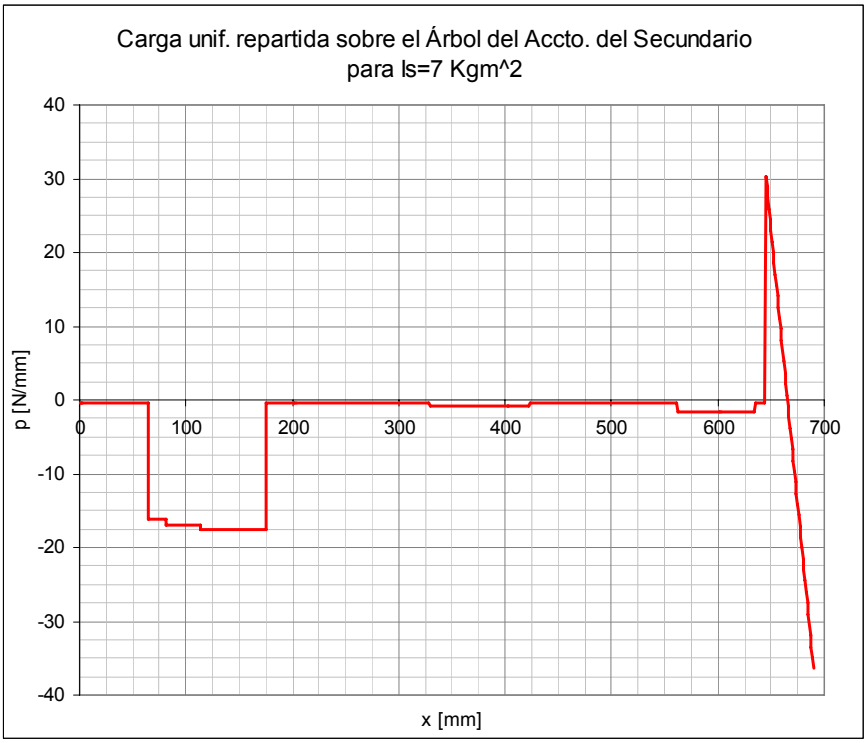



fig. A.20

La fig. A.21 muestra la evolución de los esfuerzos cortantes y momentos flectores a lo largo del árbol para el estado de mayor carga sobre el árbol.

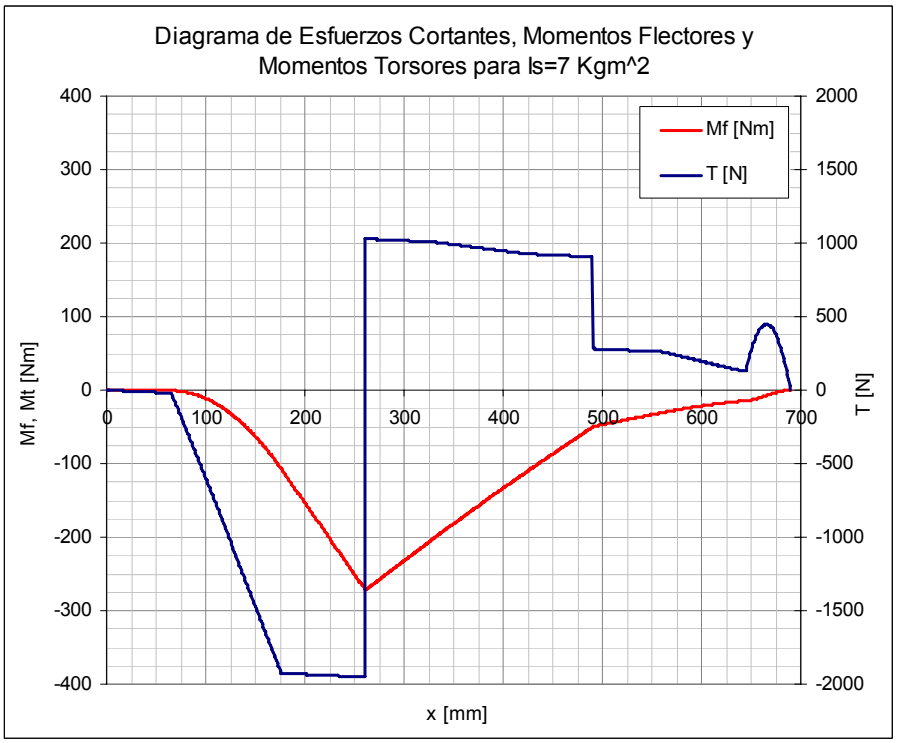



fig. A.21

### A.1.3.3 Cálculo de la deformada

Para el cálculo de la deformada del árbol es necesario establecer los momentos flectores (determinados en el apartado anterior) y la inercia de la sección del mismo.

Debido a la complejidad de la determinación de la función de la deformada existen programas comunes para las calculadoras HP series 48 y 49, las cuales determinan dicha función mediante procesos iterativos. Sin embargo únicamente permiten el cálculo de vigas de sección constante.

Dado que el árbol presenta diversos escalonado debido a la configuración de los distintos elementos que debe soportar, un cálculo de la deformada incluyendo los distintos cambios de sección resultaría mucho más preciso. Es por ello que mediante la implementación de *macros* en el archivo "CALCULO ARBOL ACCTO SECUNDARIO.xls" se realiza dicho cálculo teniendo en cuenta las distintas secciones del árbol.

La fig. A.22 muestra las distintas secciones del árbol

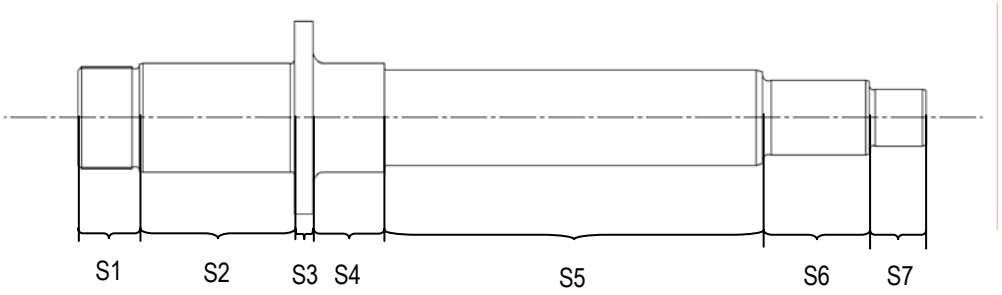



fig. A.22

La tabla A.8 muestra las características de las distintas secciones (diámetro y longitud), así como momento resistente ($W_f$) e inercia ($I_f$) tomando en todos los casos el módulo de Young del acero (E).

| **Sección árbol** | | ***S1*** | ***S2*** | ***S3*** | ***S4*** | ***S5*** | ***S6*** | ***S7*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Caract dim árbol** | D [mm] | 75 | 80 | 140 | 80 | 70 | 55 | 42 |
| | l [mm] | 50 | 126 | 15 | 58 | 307 | 87 | 47 |
| | $x_i$ [mm] | 0 | 50 | 176 | 191 | 249 | 556 | 643 |
| | $x_f$ [mm] | 50 | 176 | 191 | 249 | 556 | 643 | 690 |
| **Caract a Flexión** | $W_f$ [$mm^3$] | 41417 | 50265 | 269392 | 50265 | 33674 | 16334 | 7274 |
| | $I_f$ [$mm^4$] | 1553156 | 2010619 | 18857410 | 2010619 | 1178588 | 449180 | 152745 |
| | E [MPa] | 2,10E+05 | | | | | | |
| | $I_f$·E [$N{\cdot}mm^2$] | 3,26E+11 | 4,22E+11 | 3,96E+12 | 4,22E+11 | 2,48E+11 | 9,43E+10 | 3,21E+10 |

tabla A.8

El cálculo de la deformada se realiza en base a los teoremas I y II de Mohr (ec. A.19 y ec. A.20 respectivamente):

I Teorema de Mohr

$$\Delta\theta(x) = \int_a^b \frac{Mf(x)}{E \cdot I(x)} dx \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \text{si } x < x_{y_max} & \Rightarrow \quad a = x & b = x_{y_max} \\ \text{si } x > x_{y_max} & \Rightarrow \quad a = x_{y_max} & b = x \end{cases} \qquad \text{ec. A.19}$$

II Teorema de Mohr

$$\Delta y(x) = -\Delta\theta(x) \cdot x + \int_a^b \frac{Mf(x)}{E \cdot I(x)} \cdot x \cdot dx \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \text{si } x < x_{y_max} & \Rightarrow \quad a = x & b = x_{y_max} \\ \text{si } x > x_{y_max} & \Rightarrow \quad a = x_{y_max} & b = x \end{cases} \qquad \text{ec. A.20}$$

El primer teorema de Mohr expresa el ángulo debido a la flexión entre dos secciones de la viga y el segundo teorema (valiéndose del teorema I), la diferencia entre las flechas de las dos secciones anteriores. Es importante remarcar que la diferencia entre ambas flechas se obtiene a partir de la recta tangente a la deformada sobre la sección primera. Así pues con objeto de obtener una deformada de la viga referenciada a la horizontal de la misma, se toma como sección de referencia la correspondiente flecha máxima entre rodamientos. Es por este motivo que en ambos teoremas de Mohr (ec. A.19 y ec. A.20) se modifican los extremos de integración según si integramos para una sección anterior o posterior a $x_{y_max}$. Asimismo es seguro que se trata de un máximo y no un mínimo puesto que las cargas importantes se encuentran en voladizo y la deformado para todos los estados de carga presenta la misma forma.

La deformada original del árbol la obtendremos al llevar a cero los valores de deformada de los apoyos de los rodamientos.

Cálculo de la deformada del árbol: $y(x) = \Delta y(x) - \Delta y_{R1}$

La fig. A.23 representa la deformada con las variables anteriormente descritas de flecha y ángulo debido a la flexión, así como una representación gráfica de los cálculos realizados al aplicar los teoremas de Mohr. En su representación gráfica, el I Teorema de Mohr equivale al cálculo del área S(x) y el II Teorema de Mohr a S(x)·d(x).

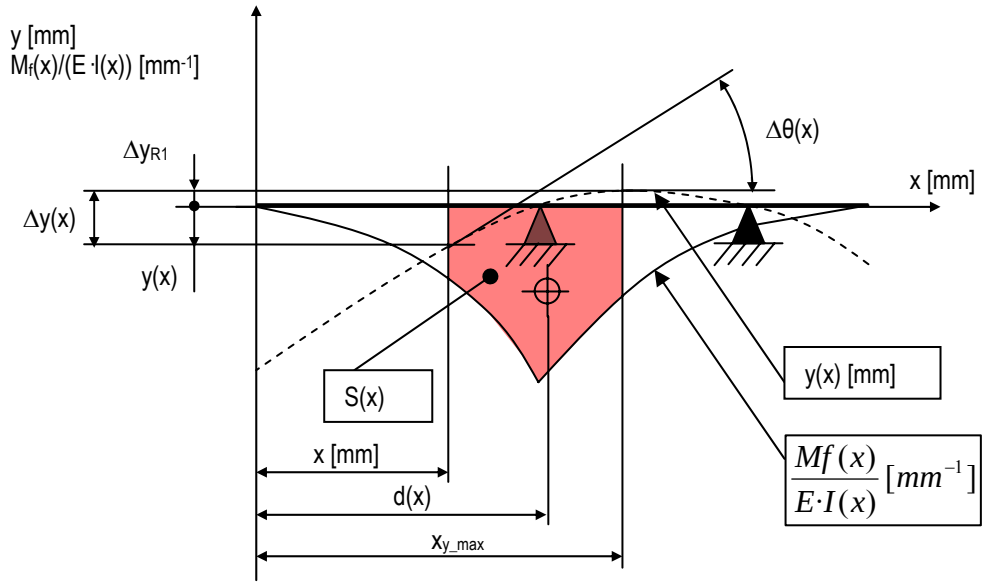



fig. A.23

En base a los cálculos anteriores es posible establecer para cada estado de carga la deformada del árbol, sin embargo y debido a que previamente al cálculo de la deformada no se puede determinar la sección entre rodamientos donde esta es máxima, es preciso realizar un proceso iterativo del cálculo de la misma tomando un valor de $x_{y_max}$ como hipótesis inicial. La comprobación de si la deformada calculada para cada iteración es correcta o no se realiza verificando que ambas secciones de los apoyos de los rodamientos presentan la misma flecha. Dicho proceso iterativo se esquematiza en la fig. A.24.

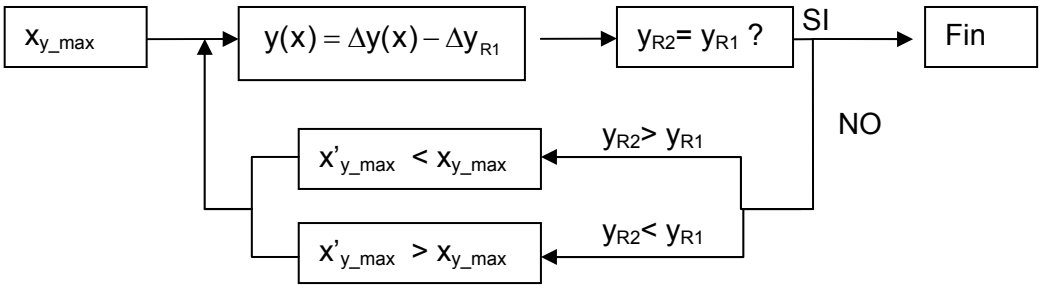



fig. A.24

En el fig. A.25 se muestran todas las deformadas del árbol para cada estado de carga después de realizar el proceso iterativo de cálculo mencionado anteriormente. Cabe destacar de nuevo que el proceso de cálculo empleado tiene en cuenta el escalonado de las secciones del árbol ($I_f$ (x)), siendo pues fiel a la deformada del mismo.

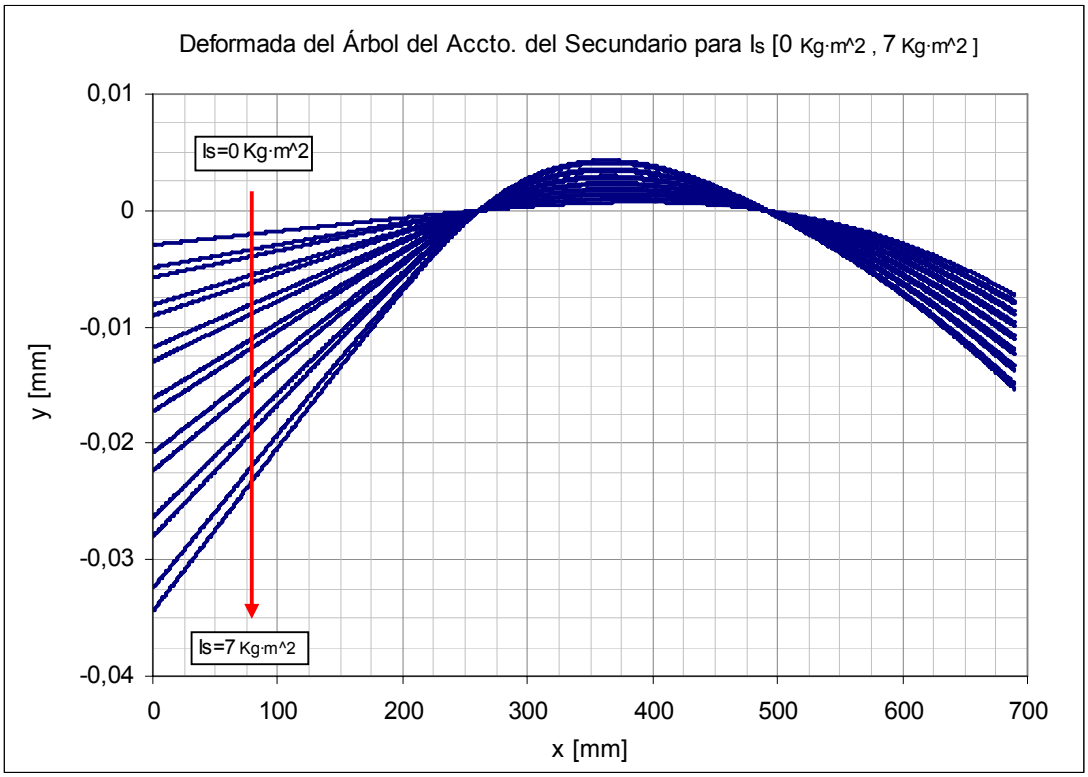



fig. A.25

A.1.3.4 Cálculo de la velocidad crítica del árbol

La determinación de la velocidad crítica del árbol para cada uno de los estados de carga se realiza mediante la ecuación de Rayleigh-Ritz (ec. A.21) donde:

$$n_c = \sqrt{\frac{g \cdot \sum_j m_j \cdot \frac{\delta_j}{1000}}{\sum_j m_j \cdot \frac{\delta_j^2}{1000}} \cdot \left(\frac{30}{\pi}\right)}$$

ec. A.21

$n_c$ velocidad crítica en [$min^{-1}$]
$m_j$ masa de las cargas y el rotor [Kg]
$\delta_j$ flecha para cada una de las masas concentradas [mm]
$g$ gravedad 9.81 $m/s^2$

La ecuación de Rayleigh-Ritz es aplicable como estimación de la velocidad crítica de un rotor con varias masas concentradas. Asimismo también es aplicada a rotores con masa distribuida (tal y como se ha calculado en este caso) siempre y cuando se divida en un conjunto de masas concentradas.

Según la ec. A.21 para el cálculo de la velocidad crítica deben tenerse en cuenta las masas concentradas de las cargas del rotor así como la flecha (correspondiente a la posición del c.d.g. de cada una de ellas) dentro de la deformada del árbol (véase fig. A.26). En principio todas las cargas descansan directamente sobre el árbol a excepción del elemento 4 (véase

apartado A.1.3), el cual se encuentra en voladizo con respecto al árbol. La deformada del árbol se ha calculado teniendo en cuenta el momento que aparece debido a que el elemento 4 se encuentre en voladizo. Con objeto de calcular la velocidad crítica adecuadamente, para este tramo se considerara la flecha del c.d.g. del elemento 4 teniendo en cuenta: el ángulo de la deformada en este punto ($\theta_{_C12}$) y la distancia del punto donde descansa la carga sobre el árbol al c.d.g. de la carga ($\Delta x_{_C12}$).

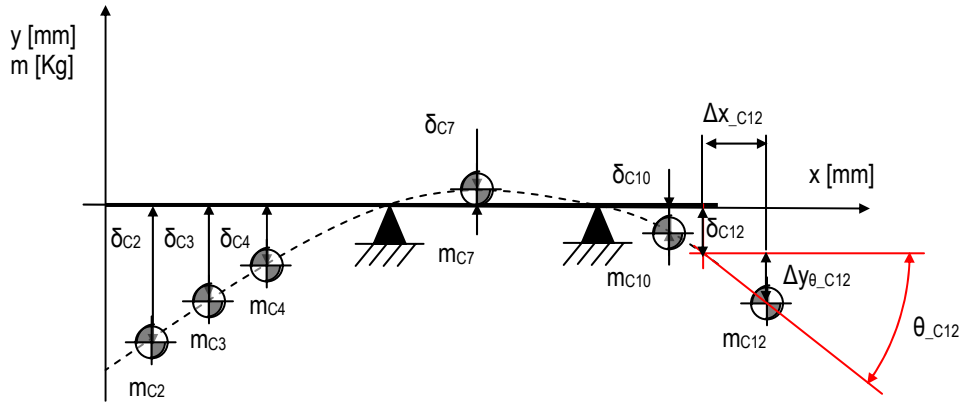



fig. A.26

La ec. A.22 define el valor de la flecha $\delta_j$ para cada uno de las masas concentradas de las cargas según el criterio anteriormente expuesto.

$$\theta_j = \frac{M_j}{m_j \cdot g} \quad \rightarrow \quad \Delta y_j = \tan(\theta_j) \cdot \Delta x_j \quad \rightarrow \quad \delta_j = y_j + \Delta y_j \qquad \text{ec. A.22}$$

En la tabla A.9 se muestran los valores de masa y flecha para el caso del árbol con la carga correspondiente a $I_s$=7 Kg·m$^2$. Las masas se suponen centradas en el tramo del árbol donde apoyan. Asimismo la flecha de cada una de las masas corresponden a el punto donde se supone concentrada la masa.

| Tramo | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | R1 | C6 | C7 | C8 | R2 | C9 | C10 | C11 | C12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carga | - | | (1) | | - | | - | (2) | - | | - | (3) | - | (4) |
| m [Kg] | - | 27 | 55 | 109 | - | | - | 5 | - | | - | 10 | - | 12 |
| M [Kg·mm] | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | -11273 |
| θ [º] | 0.008 | 0.008 | 0.008 | 0.008 | 0.007 | 0.005 | 0.003 | 0.001 | 0.003 | 0.003 | 0.004 | 0.005 | 0.005 | 0.006 |
| y [mm] | 0.030 | 0.024 | 0.021 | 0.014 | 0.005 | - | 0.002 | 0.004 | 0.002 | - | 0.002 | 0.007 | 0.011 | 0.013 |

| Tramo | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | R1 | C6 | C7 | C8 | R2 | C9 | C10 | C11 | C12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta y_\theta$ [mm] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0.009 |
| $\delta=y+\Delta y_\theta$ [mm] | 0.030 | 0.024 | 0.021 | 0.014 | 0.005 | | 0.002 | 0.004 | 0.002 | | 0.002 | 0.007 | 0.011 | 0.022 |

tabla A.9

Asimismo se realiza el mismo procedimiento teniendo en cuenta únicamente las masas del propio árbol (correspondientes en este caso a los mismos tramos establecidos para la rigidez del árbol). En la fig. A.27 se muestran los tramos caracterizados con las masas y flechas para el caso del árbol con la carga correspondiente a $I_s$=7 Kg·m$^2$.

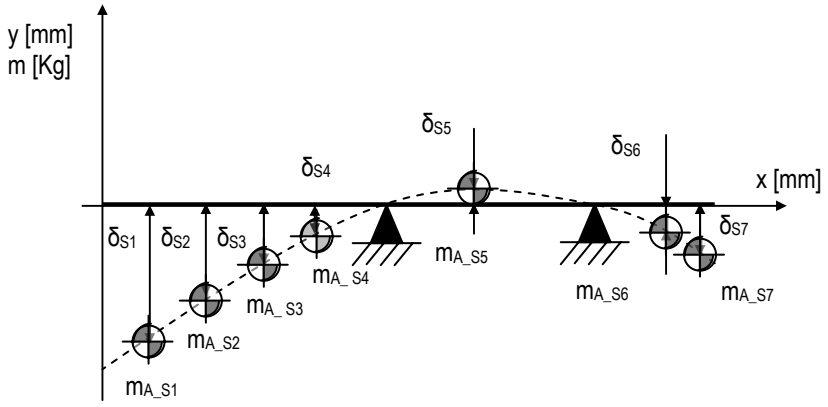



fig. A.27

En la tabla A.10 se muestran los valores de masa del árbol y flecha para el caso del árbol con la carga correspondiente a $I_s$=7 Kg·m$^2$.

| Tramo | S1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S6 | S7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_A$ [Kg] | 1.7 | 4.9 | 1.8 | 2.3 | 9.2 | 1.6 | 0.5 |
| $\delta_A$ [mm] | 0.031 | 0.019 | 0.009 | 0.004 | 0.004 | 0.007 | 0.013 |

tabla A.10

Con los datos anteriores, se obtiene que la velocidad crítica del árbol para el caso de $I_s$=7 Kg·m$^2$ es de: $n_c = 7004\ \text{min}^{-1}$

La tabla A.11 establece las velocidades críticas ($n_{s.c}$) para cada uno de los estados de carga en función de la inercia de los volantes ($I_s$).

| $I_s$ [Kg·m$^2$] | $n_{s.c}$ [min$^{-1}$] |
|---|---|
| 7,0 | 7004 |
| 6,5 | 7254 |
| 6,0 | 7942 |
| 5,5 | 8198 |
| 5,0 | 8973 |
| 4,5 | 9283 |
| 4,0 | 10055 |
| 3,5 | 10186 |
| 3,0 | 10793 |
| 2,5 | 10949 |
| 2,0 | 11123 |
| 1,5 | 11064 |
| 1,0 | 10778 |
| 0,5 | 10613 |
| 0,0 | 10299 |

tabla A.11

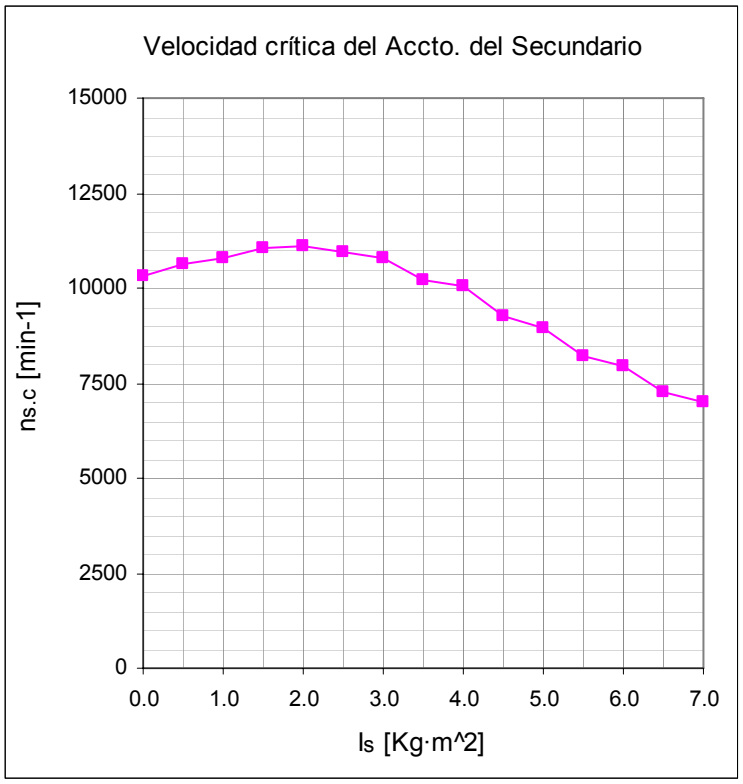



fig. A.28

### A.1.3.5 Implementación de las macros empleadas en el cálculo

A continuación se muestra la implementación de las "macros" empleadas para la determinación de:

i) Cálculo de los Esfuerzos Cortantes y Momentos Flectores
ii) Cálculo de la deformada
iii) Cálculo de la velocidad crítica del árbol

i) Cálculo de los Esfuerzos Cortantes y Momentos Flectores

```
Dim L As Single, Q As Single, R As Single, S As Single, a As Single, b As Single, C As Single, d As Single, x As Single 'Declaración de variables
Sub Calculo_T_Mf_Mt() 'Calculo del Esfuerzo Cortante (T), Momento Flector (Mf) y Momento Torsor (Mt) del Árbol del Accto. Secundario
Worksheets("Hoja1").Activate    'discretización del árbol por secciones de ancho Δx=1mm
Cells(2, 2) = Worksheets("ESTUDIO DE CARGAS").Cells(17, 16) 'L=longitud máxima del árbol
L = 0
For i = 0 To Cells(2, 2)
        Cells(4 + i, 2) = L
        L = L + 1
```

```
Next i
For j = 3 To 16  'Cálculo de las cargas para cada sección según los 12 tramos que definen las cargas
                 (C1-C12)
        Worksheets("ESTUDIO DE CARGAS").Activate
        If Cells(17, j) = Cells(16, j) Then  'si se trata de una carga puntual pasar a la siguiente
                 j = j + 1
        End If
        For i = Cells(16, j) To Cells(17, j)  'asignación de la carga para cada tramo'
                 x = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 2)
                 Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 6) = Cells(18, j) * x + Cells(20, j)
        Next i
Next j
For j = 3 To 16 'Calculo de T y Mf para 12 estados de carga (C1-C12) y 2 apoyos (R1 y R2)'
        Worksheets("ESTUDIO DE CARGAS").Activate
        If Cells(17, j) = Cells(16, j) Then   'si se trata de una carga puntual pasar al siguiente'
                 j = j + 1
        End If
        For i = Cells(16, j) To Cells(17, j) 'cálculo de T y Mf para el correspondiente tramo'
                 Q = Cells(21, j)          'Coeficiente A de T(x)=A·x^2+B·x+C
                 R = Cells(22, j)          'Coeficiente B de T(x)=A·x^2+B·x+C
                 S = Cells(23, j)          'Coeficiente C de T(x)=A·x^2+B·x+C
                 a = Cells(26, j)          'Coeficiente A de Mf(x)=A·x^3+B·x^2+C·x+D
                 b = Cells(27, j)          'Coeficiente B de Mf (x)=A·x^3+B·x^2+C·x+D
                 c = Cells(28, j)          'Coeficiente C de Mf (x)=A·x^3+B·x^2+C·x+D
                 d = Cells(29, j)          'Coeficiente D de Mf (x)=A·x^3+B·x^2+C·x+D
        x = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 2)
        Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 3) = Q * x ^ 2 + R * x + S
        'Esfuerzo Cortante T(x) en [N]'
        Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 4) = (a * x ^ 3 + b * x ^ 2 + C * x + d) / 1000
        'Momento Flector Mf(x) en [Nm]'
        Next i
Next j
For j = 3 To 16 'Cálculo de Mt para 12 estados de carga (C1-C12) y 2 apoyos (R1 y R2)'
        Worksheets("ESTUDIO DE CARGAS").Activate
        If Cells(32, j) = Cells(33, j) Then 'si se trata de una carga puntual pasar al siguiente'
                 j = j + 1
        End If
        For i = Cells(32, j) To Cells(33, j) 'cálculo de Mt para el correspondiente tramo'
                 R = Cells(34, j)          'Coeficiente A de Mt(x)=A·x+B
```

```
            S = Cells(35, j)            'Coeficiente B de Mt(x)=A·x+B
            x = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 2)
            Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 5) = R * x + S 'Momento Torsor Mt(x) en [Nm]
        Next i
Next j
End Sub
```

ii) Cálculo de la deformada

```
Dim Final As Boolean, p As Single, error_m As Single, error_rod2 As Single, x_rod1 As Single, x_rod2 As Single, f As Single, S As Single, a As Single, flecha As Single, f_rod1 As Single, x As Single 'Declaración de variables
Sub Calculo_flecha_y_angulo_girado()        'Cálculo de la flecha y el ángulo girado del árbol
Worksheets("ESTUDIO TENSIÓN DEFORMACIÓN").Activate
For j = 3 To 9 'Calculo de la rigidez del árbol en cada uno de los 7 tramos
        For i = Cells(6, j) To Cells(7, j)
            Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 11) = Cells(13, j) 'Rigidez a flexión
            Worksheets("Hoja1").Cells(4 + i, 14) = Cells(19, j) 'Rigidez a torsión
        Next i
Next j
Calculo_flecha_iter 'Cálculo de la flecha del árbol para x_Δθ=0 (x donde la función de la flecha es máxima) en una primera estimación
p = 0.1 'error máximo admisible en milésimas de milímetro (+/-) de la flecha '
Final = true
While Final 'iterar hasta que el error se encuentre dentro del margen p anterior
        If Cells(17, 4) > p Then 'si la flecha para x_R2 es mayor que +p
            Cells(15, 3) = Cells(15, 3) - 1 ' x_Δθ=0 = x_Δθ=0 -1 [mm]
            Calculo_flecha_iter 'volver a recalcular la flecha según la nueva x_Δθ=0
        ElseIf Cells(17, 4) < -p Then 'si la flecha para x_R2 es mayor que -p
            Cells(15, 3) = Cells(15, 3) + 1 ' x_Δθ=0 = x_Δθ=0 +1 [mm]
            Calculo_flecha_iter 'volver a recalcular la flecha según la nueva x_Δθ=0
        ElseIf -p < Cells(17, 4) < p Then 'si la flecha para x_R2 se encuentra dentro del inter ±p
            Final = False 'finalizar iteración
        End If
Wend
Worksheets("Hoja1").Activate 'corrección lineal del error p para X_R2
x_rod1 = Cells(1, 13) ' x_R1 [mm]'
x_rod2 = Cells(2, 13) ' x_R2 [mm]'
error_rod2 = Worksheets("ESTUDIO TENSIÓN DEFORMACIÓN").Cells(17, 4) / 1000
'error p en x_R2 [mm]'
```

```
error_m = error_rod2 / (x_rod2 - x_rod1) 'pendiente de la recta de corrección con origen en x_R1'
For j = 0 To Cells(2, 2) 'corrección para cada valor de x'
        x = Cells(4 + j, 2)
        Cells(4 + j, 13) = Cells(4 + j, 13) - error_m * (x - x_rod1)        'flecha en x - recta de corrección
Next j
Worksheets("ESTUDIO TENSIÓN DEFORMACIÓN").Activate  'escritura de los parámetros de la iteración
Cells(15, 4) = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + flecha, 13) 'flecha para x_Δθ=0 [mm]
Cells(16, 4) = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + Worksheets("Hoja1").Cells(1, 13), 13) * 1000
'flecha para x_R1 [µm] (comprobación que la flecha en el apoyo R1 es nula)
Cells(17, 4) = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + Worksheets("Hoja1").Cells(2, 13), 13) * 1000
'flecha para x_R2 [µm] (comprobación que la flecha en el apoyo R2 es nula)
Worksheets("Hoja1").Activate   'Cálculo del ángulo girado por el árbol (φ)
For j = 0 To Cells(2, 2) 'cálculo del ángulo girado φ(x) para cada valor de x
        a = 0 'el ángulo girado es acumulativo a lo largo de x, se inicializa con φ(0)=0
        x = Cells(4 + j, 2)
        For i = 0 To x
                a = (Cells(4 + i, 5) * 1000 / Cells(4 + i, 14)) + a
                ' φ(x)=M_t(x)/(G·I_t(x))·Δx + φ(x-1) [rad]     para x[0,L] (siendo Δx=1 mm)
        Next i
Cells(4 + j, 15) = a * (360 / (2 * 3.141516)) 'conversión del ángulo φ(x) a grados [º]
Next j
End Sub
Sub Calculo_flecha_iter()      'Cálculo de la flecha del árbol para x_Δθ=0 (x donde la función de la flecha es máxima) para una iteración
flecha = Cells(15, 3)     ' x_Δθ=0 supuesta donde la función de la flecha es máxima
Worksheets("Hoja1").Activate
For j = 0 To Cells(2, 2) 'Cálculo de la flecha y(x) para cada valor de x
a = 0
S = 0
x = Cells(4 + j, 2)        'inicialización de las variables
If x < flecha Then         'Caso para x< x_Δθ=0
        For i = x To flecha
                a = (Cells(4 + i, 4) * 1000 / Cells(4 + i, 11)) + a
                ' a(x) = Σ_{i=x}^{i=flecha} (M_f_i / (E·I_f_i))·Δx  siendo Δx=1mm
                S = (Cells(4 + i, 4) * 1000 / Cells(4 + i, 11)) * Cells(4 + i, 2) + S
```

$$'A\cdot d(x)=\sum_{i=x}^{i=flecha}\frac{M_{f_i}}{E\cdot I_{f_i}}\cdot x\cdot\Delta x \quad \text{siendo } \Delta x=1mm$$

Next i

Cells(4 + j, 12) = a * 180 / 3.141516 'I Teorema de Mohr (giro con respecto la flecha máxima) $\Delta\theta(x)=A(x)$ (conversión del giro a grados [º])

Cells(4 + j, 13) = -a * x + S 'II Teorema de Mohr (diferencia con respecto la flecha máxima). $\Delta y(x)=-A(x)\cdot x+A\cdot d(x)$ [mm]

ElseIf x > flecha Then 'Caso para $x>x_{\Delta\theta=0}$

For i = flecha To x

a = (Cells(4 + i, 4) * 1000 / Cells(4 + i, 11)) + a

$$'a(x)=\sum_{i=x}^{i=flecha}\frac{M_{f_i}}{E\cdot I_{f_i}}\cdot\Delta x \quad \text{siendo } \Delta x=1mm$$

S = (Cells(4 + i, 4) * 1000 / Cells(4 + i, 11)) * Cells(4 + i, 2) + S

$$'A\cdot d(x)=\sum_{i=x}^{i=flecha}\frac{M_{f_i}}{E\cdot I_{f_i}}\cdot x\cdot\Delta x \quad \text{siendo } \Delta x=1mm$$

Next i

Cells(4 + j, 12) = a * 180 / 3.141516 'I Teorema de Mohr (giro con respecto la flecha máxima) $\Delta\theta(x)=A(x)$ (conversión del giro a grados [º])

Cells(4 + j, 13) = a * x – S 'II Teorema de Mohr (diferencia con respecto la flecha máxima). $\Delta y(x)=-A(x)\cdot x+A\cdot d(x)$ [mm]

ElseIf Cells(4 + j, 2) = flecha Then 'Caso para $x=x_{\Delta\theta=0}$

Cells(4 + j, 12) = 0 '$\Delta\theta(x_{\Delta\theta=0})=0$

Cells(4 + j, 13) = 0 '$\Delta y(x_{\Delta\theta=0})=0$

End If

Next j

f_rod1 = Cells(4 + Cells(1, 13), 13) 'determinaciín de $\Delta y(x_{R1})$

For i = 0 To Cells(2, 2)

Cells(4 + i, 13) = Cells(4 + i, 13) - f_rod1 'determinación de la flecha $y(x)= \Delta y(x)- \Delta y(x_{R1})$

Next i

Worksheets("ESTUDIO TENSIÓN DEFORMACIÓN").Activate 'escritura de los parámetros de la iteración

Cells(15, 4) = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + flecha, 13) 'flecha para $x_{\Delta\theta=0}$ [mm]

Cells(16, 4) = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + Worksheets("Hoja1").Cells(1, 13), 13) * 1000

'flecha para $x_{R1}$ [µm] (comprobación que la flecha en el apoyo R1 es nula)

Cells(17, 4) = Worksheets("Hoja1").Cells(4 + Worksheets("Hoja1").Cells(2, 13), 13) * 1000

'flecha para $x_{R2}$ [µm] (si el programa se encuentra dentro del proceso iterativo $|x_{R2}|>|p|$)

**End Sub**

### iii) Cálculo de la velocidad crítica del árbol

```
Dim a As Single, b As Single, i As Single, y As Single, Ay As Single, omega As Single, x As Single, Ax As Single, m As Single 'Declaración de variables
Sub Calculo_Vel_critica()       'Cálculo de la velocidad crítica
a = 0; b = 0; i = 0; j = 0  'Inicialización de variables a 0 (a y b numerador y denominador de la fórmula para el cálculo de la vel. Crítica y i y j contadores de las masas
For x = 0 To Worksheets("Hoja1").Cells(2, 2)    'Cálculo de a y b para todas las masas a lo largo del árbol
y = 0; omega = 0; Ax = 0; Ay = 0; m = 0     'Inicialización a 0 de los parámetros de flecha y masa
   Worksheets("ESTUDIO DE CARGAS").Activate        'Masas correspondientes a las cargas
   If x = Int(Cells(13, 3 + i)) Then                ' x_i de la masa de carga m_i
      y = Abs(Worksheets("Hoja1").Cells(4 + x, 13))       ' y'_i del árbol para x_i
      omega = Abs(Worksheets("Hoja1").Cells(4 + x, 12))         ' θ_i para la masa de carga m_i
         If Cells(8, 3 + i) = 0 Then                          'Descentraje de la carga con
         Else                                                 respecto al árbol
         Ax = -Cells(9, 3 + i) / (9.81 * Cells(8, 3 + i))     ' Δx_i=-M_i/(9.81*m_i)
         End If
      Ay = Tan(omega * (3.141516 / 180)) * Ax          ' Δy_i=tan(θ_i)· Δx_i
      y = y + Ay                                       ' y_i=y'_i+ Δy_i   (flecha de la masa)
      m = Cells(8, 3 + i)                              ' masa de la carga m_i
      a = a + m * (y / 1000)                           ' a = ∑ m_i·(y_i/1000) + ∑ m_j·(y_j/1000)
      b = b + m * (y / 1000) ^ 2                       ' b = ∑ m_i·(y_i/1000)^2 + ∑ m_j·(y_j/1000)^2
      i = i + 1                                        ' siguiente masa de carga
   End If
y = 0; m = 0                        'Inicialización a 0 de los parámetros de flecha y masa
   Worksheets("ESTUDIO TENSIÓN DEFORMACIÓN").Activate
   'Masas correspondientes al árbol
   If x = Int((Cells(6, 3 + j) + Cells(7, 3 + j)) / 2) Then     ' x_j de la masa de la sección del arbol m_j
      y = Abs(Worksheets("Hoja1").Cells(4 + x, 13))      ' y_j del árbol para x_j
      m = (3.141516 * Cells(4, 3 + j) ^ 2 / 4 * Cells(5, 3 + j)) * 0.0000078
      ' masa de la sección del árbol      m_j=(π·(D_j^2/4)·L_j)·ρ_acero    (ρ_acero~desidad del acero)
      a = a + m * (y / 1000)                           ' a = ∑ m_i·(y_i/1000) + ∑ m_j·(y_j/1000)
      b = b + m * (y / 1000) ^ 2                       ' b = ∑ m_i·(y_i/1000)^2 + ∑ m_j·(y_j/1000)^2
      j = j + 1                                        ' siguiente masa del árbol
   End If
Next x                                                 ' siguiente masa del árbol
Worksheets("ESTUDIO TENSIÓN DEFORMACIÓN").Activate
Cells(25, 3) = (9.81 * a / b) ^ (1 / 2) * (30 / 3.141516)     ' n_c = (9.81·a/b)^0.5·(30/ π)
End Sub
```

# A.2 Accionamiento del primario

## A.2.1 Influencia de la inercia del accto. sobre el desgaste del sincro

Tal y como se ha visto en este mismo anexo en el apartado A.1.1, el desgaste del sincro depende del calor que debe disipar durante el cambio, estando éste íntimamente relacionado con el diferencial de energía cinética entre los estados anterior y posterior al cambio. Como se ha podido comprobar este salto energético depende de la velocidad del eje secundario, pero también de la inercia de la caja reducida al eje primario (determinada según lo expuesto en el apartado A.1.2.1). En este caso la relación entre el calor disipado por el sincro y la inercia de la caja reducida al primario es lineal.

Debido a que parte de los componentes del accionamiento del primario del banco se encuentran permanentemente acoplados al eje primario de la caja, es importante minimizar el impacto sobre la inercia de la misma así como tener cuantificada de forma precisa el incremento que supone, para que el ensayo sea representativo. La fig. A.29 muestra dichos componentes pertenecientes al conjunto del primario (encargado de transmitir el par motor) y de la dinamo (encargado de medir en todo momento la velocidad de este eje).

fig. A.29

### A.2.1.1 Cálculo de la inercia de los componentes

En general el cálculo de la inercia de cada uno de los componentes se ha realizado mediante el programa de CAD (Solid Edge) en el cual se han proyectado. Sin embargo debido a que algunos de los componentes no giran sobre la dirección principal de inercia, ha sido preciso realizar diversos cálculos para reducir la inercia al eje primario. Entre ellos se encuentra los rodamientos, la correa, la chaveta y el tornillo prisionero de la misma.

i) Rodamientos: Para el cálculo de la inercia de cada una de la pareja de rodamientos se ha tenido en cuenta la contribución del anillo interior así como de las bolas, teniendo en cuenta tanto su contribución debido a la translación alrededor del eje como a su rotación entorno a su propio centro.

Inercia del anillo interior: La ec. A.23 expresa el cálculo de la inercia de la pista en función de sus diámetros interior y exterior, así como la anchura de la misma (ver fig. A.30).

$$\left.\begin{aligned} I_A &= \frac{1}{2}\cdot m_A\cdot\left(\frac{D_e}{2}\right)^2 \Rightarrow m_A = \left(\pi\cdot\left(\frac{D_e}{2}\right)^2\cdot L\right)\cdot\rho \\ I_B &= \frac{1}{2}\cdot m_B\cdot\left(\frac{D_i}{2}\right)^2 \Rightarrow m_B = \left(\pi\cdot\left(\frac{D_i}{2}\right)^2\cdot L\right)\cdot\rho \end{aligned}\right\} I = I_A - I_B$$

ec. A.23

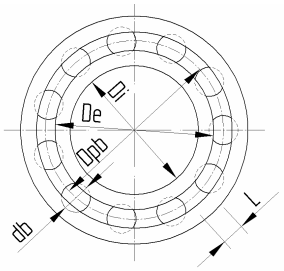



fig. A.30

Inercia de las bolas debido a la rotación y a la translación: Las ec. A.24 y ec. A.25 expresan respectivamente el cálculo de la inercia reducida al eje de giro del rodamiento, de las bolas debido a su rotación y a su translación. En ambos casos se ha aplicado el teorema de Steiner. En el caso de la rotación, el quebrado $w_b/w$ es la relación existente entre la velocidad de giro de la bola y la de la del eje de giro del rodamiento. En el caso de la translación $v_b/w$ relaciona la velocidad lineal de la bola con la del eje de giro del rodamiento.

$$\left.\begin{aligned} I_b &= \frac{2}{5}\cdot m_b\cdot\left(\frac{d_b}{2}\right)^2 \Rightarrow m_b = \left(\pi\cdot\frac{d_b^{\,3}}{6}\right)\cdot\rho \\ \frac{w_b}{w} &= \frac{D_{pb}-d_p}{2\cdot d_p} \end{aligned}\right\} I = I_b\cdot\left(\frac{w_b}{w}\right)^2$$

ec. A.24

$$\left.\begin{aligned} m_b &= \left(\pi\cdot\frac{d_b^{\,3}}{6}\right)\cdot\rho \\ \frac{v_b}{w} &= \frac{D_{pb}-d_p}{4} \end{aligned}\right\} I = m_b\cdot\left(\frac{v_b}{w}\right)^2$$

ec. A.25

La tabla A.12 resume el cálculo de la inercia total para cada tipo de rodamiento según las ecuaciones anteriores.

| | **Inercia rodamiento de la dinamo** | | **Inercia rodamiento del primario** | |
|---|---|---|---|---|
| | *Inercia del anillo interior* | | | |
| *Parámetro* | *Valor* | *Unidades* | *Valor* | *Unidades* |
| $\rho_{acero}$ | 7,80E-06 | [Kg/mm^3] | 7,80E-06 | [Kg/mm^3] |
| $D_e$ | 11,0 | [mm] | 43,2 | [mm] |
| $D_i$ | 8,0 | [mm] | 35,0 | [mm] |
| L | 6,0 | [mm] | 14,0 | [mm] |
| $m_A$ | 0,004 | [Kg] | 0,160 | [Kg] |
| $m_B$ | 0,002 | [Kg] | 0,105 | [Kg] |
| **I anillo int.** | **0,048** | [Kg·mm^2] | **21,251** | [Kg·mm^2] |
| | *Inercia de las bolas* | | | |
| $\rho_{acero}$ | 7,80E-06 | [Kg/mm^3] | 7,80E-06 | [Kg/mm^3] |
| $d_b$ | 4,0 | [mm] | 8,0 | [mm] |
| $D_{pb}$ | 13,5 | [mm] | 48,4 | [mm] |
| $m_b$ | 0,000 | [Kg] | 0,002 | [Kg] |
| $I_b$ | 0,000 | [Kg·mm^2] | 0,013 | [Kg·mm^2] |
| $w_b/w$ | 1,19 | - | 2,53 | - |
| **I rot. bola** | **0,001** | [Kg·mm^2] | **0,085** | [Kg·mm^2] |

| | **Inercia rodamiento de la dinamo** | | **Inercia rodamiento del primario** | |
|---|---|---|---|---|
| $v_b/w$ | 2,38 | - | 10,10 | - |
| **I trans. bola** | **0,001** | [Kg·mm^2] | **0,213** | [Kg·mm^2] |
| **I total x bola** | **0,002** | [Kg·mm^2] | **0,299** | [Kg·mm^2] |
| nº bolas | 7 | - | 11 | - |
| **I total bolas** | **0,014** | [Kg·mm^2] | **3,285** | [Kg·mm^2] |
| | *Inercia total del rodamiento* | | | |
| **I total** | **0,063** | [Kg·mm^2] | **24,536** | [Kg·mm^2] |

tabla A.12

ii) Correa Poly-V: En este caso se calcula la inercia de la correa reducida al primario considerando ésta como una masa concentrada que gira entorno al eje primario

La tabla A.13 resume el cálculo de la inercia a partir de la ec. A.26.

$$I = \frac{m}{\left(\frac{Ø_{prim}}{2}\right)^2}$$

$$m = \rho_{lineal} \cdot L \cdot n$$

ec. A.26

| *Parametro* | *Valor* | *Unidades* |
|---|---|---|
| $Ø_{prim}$ | 30,0 | [mm] |
| $\rho_{lineal}$ | 8,00E-06 | [Kg/mm] |
| L | 305,0 | [mm] |
| n | 2 | - |
| m | 0,005 | [Kg] |
| **I total** | **1,098** | [Kg·mm^2] |

tabla A.13

iii) Chaveta y tornillo prisionero: La tabla A.14 y tabla A.15 muestran el cálculo en ambos casos, donde se aplica el teorema de Steiner (ec. A.27) para calcular la inercia reducida al nuevo eje de rotación (r determina la distancia entre el eje de giro del primario y la dirección principal de inercia).

$$I = I_p + m \cdot r^2$$

ec. A.27

| *Inercia chaveta* | | |
|---|---|---|
| $\rho_{acero}$ | 7,80E-06 | [Kg/mm^3] |
| m | 0,008 | [Kg] |
| $I_p$ | 0,070 | [Kg·mm^2] |
| r | 11,45 | - |
| I total | **1,101** | [Kg·mm^2] |

tabla A.14

| *Inercia tornillo prisionero* | | |
|---|---|---|
| $\rho_{acero}$ | 7,80E-06 | [Kg/mm^3] |
| m | 0,001 | [Kg] |
| $I_p$ | 0,010 | [Kg·mm^2] |
| r | 18,36 | - |
| I total | **0,439** | [Kg·mm^2] |

tabla A.15

A.2.1.2 Cálculo de la inercia aportada por el accto.

Con objeto de minimizar la inercia añadida, se ha optimizado el diseño de los distintos componentes en lo que a geometría se refiere. Por otro lado en todos aquellos componentes en donde ha sido posible se ha planteado la alternativa de emplear aluminio en vez de acero, puesto que la baja solicitación de los componentes lo permite. Con todo se plantean para cada conjunto (del primario y de la dinamo) dos posibles escenarios. La tabla A.16 y tabla A.17 muestran la inercia que aporta cada uno de los conjuntos en cada una de las posibles soluciones.

| Inercia comp. Conj. Dinamo [Kg·mm^2] | Acero δ=7.8E-6 [Kg/mm^2] | Aluminio δ=2.8E-6 [Kg/mm^2] | Otros --- |
|---|---|---|---|
| Correa Poly-V | --> | --> | 1,098 |
| Árbol | 1,950 | 0,700 | - |
| Rodamiento x2 | 0,126 | <-- | - |
| Casquillo | 0,045 | 0,016 | - |
| Anillo elástico | 0,005 | <-- | - |
| Rotor dinamo | --> | --> | 0,900 |
| Tornillo rotor | 0,003 | <-- | - |
| TOTAL | 4,127 | 2,848 | --- |

tabla A.16

| Inercia comp. Conj. Primario [Kg·mm^2] | Acero δ=7.8E-6 [Kg/mm^2] | Aluminio δ=2.8E-6 [Kg/mm^2] | Otros --- |
|---|---|---|---|
| Útil estriado | 79,044 | 28,375 | - |
| Árbol | 99,360 | 35,668 | - |
| Rodamiento x2 | 49,072 | <-- | - |
| Casquillo | 33,260 | 11,940 | - |
| Anillo elástico | 1,423 | <-- | - |
| Chaveta | 1,101 | <-- | - |
| Tornillo pris. | 0,439 | <-- | - |
| Plato embr. | 188,446 | 67,647 | - |
| Rotor embr. | --> | --> | 78,033 |
| TOTAL | 530,178 | 273,697 | --- |

tabla A.17

Como puede apreciarse la inercia del conjunto de la dinamo es dos ordenes de magnitud menor que el del primario. Es por ello que en este caso y con objeto de facilitar el mecanizado de las piezas (debido a su reducido tamaño), se decide hacerlas de acero. Por otro lado en el caso del conjunto del primario el hecho de realizar las piezas en aluminio supone una disminución de aproximadamente el 50% de la inercia. Es por ello que en este caso si se decide realizar las piezas en aluminio. Con todo la inercia total que aporta el accto. del primario es de: $\mathbf{I_{p.accto} = 277{,}824\ Kg{\cdot}mm^2}$

Ello supone en el caso de la menor de las inercias de caja ($I_p$=13067 Kg·mm$^2$), la aportación de tan solo un 2,1%, porcentaje lo suficientemente reducido para no afectar la representatividad del ensayo. Cabe mencionar que normalmente el disco de embrague empleado en los ensayos (elemento decisivo sobre la inercia de la caja), es especial y presenta una inercia superior a la prevista en el diseño definitivo de la caja. El objetivo es ensayar el peor de los escenarios posibles. Así pues el hecho de incrementar ligeramente la inercia de la caja no es un problema siempre y cuando este incremento sea conocido.

# A.3 Accionamiento de la palanca de cambios

## A.3.1 Grupo motor-reductor de inserción (Y)

### A.3.1.1 Selección según las solicitaciones del ensayo de prestaciones

El proceso de selección del conjunto motor-reductor se inicia con el análisis de las especificaciones para los ensayos de prestaciones. El análisis de los servomotores para estos ensayos permitirá descartar aquellos que no cumplan con las solicitaciones.

i) Determinación de la curva característica del accionamiento sobre el plano $\dot{P} - W$

A partir de las características del cambió según las cuales se determina un recorrido mínimo hasta el inicio de la sincronización y las especificaciones de velocidad al inicio de la sincronización, se establece la aceleración necesaria del pomo (ec. A.28 extraída del apartado 5.3.1.2).

$$\left.\begin{aligned} y_{obj} &= 50\ [mm] \\ \dot{y}_{obj} &= 2.000\ [mm/s] \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dot{y}_{obj} = 2.000\ [mm/s] \\ \ddot{y}_{obj} = \frac{1}{2}\cdot\frac{(\dot{y}_{obj})^2}{y_{obj}} = 40.000\ [mm/s^2] \end{cases} \qquad \text{ec. A.28}$$

Estos datos de velocidad máxima y aceleración junto con las características de los distintos elementos del actuador definen los valores de potencia transitoria ($P'_{c.y}$) y energía cinética doble ($W_{c.y}$) de la carga según la ec. A.29:

$$\dot{P}_{c.y} = \left(J_{c.y} + m_{c.y}\cdot r_y^{\,2}\right)\left(\frac{\ddot{y}_{obj}}{r_y}\right)^2$$

$$W_{c.y} = \left(J_{c.y} + m_{c.y}\cdot r_y^{\,2}\right)\left(\frac{\dot{y}_{obj}}{r_y}\right)^2 \qquad \text{ec. A.29}$$

La tabla A.18 resume los valores de inercia, masa y radio de los diferentes elementos del Actuador.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Actuador Lineal y Mecanismo del pomo* | $r_y$ | Radio prim. de las poleas A y B | 19,10 | [mm] |
| | $J_{c.y}$ | Inercia de los elementos del actuador (rodamientos, poleas…) | 87,0 | [Kg·mm$^2$] |
| | $m_{c.y}$ | Masa del sist. amort. y patín | 4,60 | [Kg] |

tabla A.18

La tabla A.19 muestra los valores que definen el diagrama de velocidades para el caso expuesto así como los de potencia transitoria y energía cinética doble de la carga:

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Solicitación según prestaciones máximas* | $y_{obj}$ | Carrera | 50,0 | [mm] |
| | $y'_{obj}$ | Velocidad máxima | 2.000 | [mm/s] |
| | $y''_{obj}$ | Aceleración | 40.000 | [mm/s$^2$] |
| | $t_{obj}$ | Tiempo | 0,050 | [s] |
| | $P'_{c.y}$ | Potencia transitoria de la carga | 7.742 | [Kg·(m/s$^2$)$^2$] |
| | $W_{c.y}$ | Energía cinética doble de la carga | 19,35 | [Kg·(m/s)$^2$] |

tabla A.19

Tal y como se ha expuesto en el apartado 5.3.1.2 a partir de la ecuación general del sistema se obtiene la expresión de la potencia transitoria mínima requerida ($P'_{m.y}$) en función del

coeficiente K. Si tenemos en cuenta que el cuadrado del factor K es igual a la diferencia entre la energía cinética doble del motor y la de la carga se obtiene la ecuación general del sistema según la ec. A.30.

$$\left.\begin{aligned} \dot{P}_{m.y} &= K^2 \cdot \left(1+\frac{1}{K^2}\right)^2 \cdot \dot{P}_{c.y} \\ K^2 &= \frac{W_m}{W_{c.y}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \dot{P}_{m.y} = \frac{W_m}{W_{c.y}} \cdot \left(1+\frac{W_{c.y}}{W_m}\right)^2 \cdot \dot{P}_{c.y} \qquad \text{ec. A.30}$$

La ec. A.30 expresa la potencia transitoria mínima que debe tener el motor ($P'_{m.y}$) para satisfacer las especificaciones, en función de la energía cinética doble del mismo.Es sencillo verificar que en caso que la energía cinética doble del motor sea igual a la de la carga, la potencia transitoria mínima del mismo debe ser cuatro veces la de la carga. Para este caso el factor K es igual a la unidad y por lo tanto la relación de transmisión seleccionada es la óptima. Es por este motivo que la función $P'_{m.y}$ presenta el mínimo para K=1 o lo que es lo mismo para $W_{m.y}= W_{c.y}$.

$$K = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dot{P}_{m.y} = 4 \cdot \dot{P}_{c.y} \\ W_{m.y} = W_{c.y} \end{cases}$$

En la fig. A.31 se representa con escala logarítmica tanto en el eje de abscisas como en el de ordenadas la potencia transitoria mínima del motor requerida por la carga ($P'_{m.y}$) en función de la energía cinética doble ($W_{m.y}$). Esta curva, que en adelante denominaremos Curva característica del accionamiento, permitirá seleccionar que servomotores son aptos para nuestra aplicación en función de la distribución de los mismos en el mismo plano.

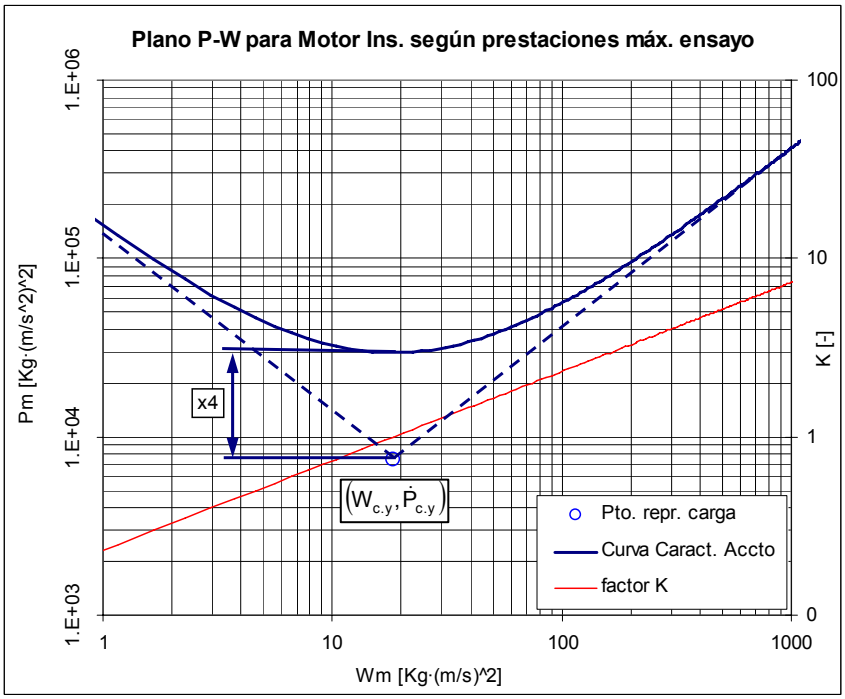



fig. A.31

ii) Determinación de los puntos característicos de los servomotores sobre el plano $\dot{P} - W$

Se definen los puntos representativos de cada uno de los servomotores (potencia transitoria y energía cinética doble) en función del par útil que desarrollan (para la aceleración del sistema), la velocidad máxima de giro y la inercia del motor. La ec. A.31 muestra el cálculo a realizar para cada uno de los servomotores que comprende el estudio:

$$\dot{P}_m = \frac{\Gamma_m^{\,2}}{J_m}$$

$$W_m = J_m \cdot \left( n_{m.max} \cdot \frac{\pi}{30} \right)^2 \qquad \text{ec. A.31}$$

El par útil de cada servomotor se obtiene teniendo en cuenta las perdidas mecánicas debido al rendimiento de los diferentes elementos que componen la transmisión. Asimismo se contabilizan los efectos debido a la inclinación del plano donde se encuentra la masa a movimentar (ver fig. A.32), así como la resistencia del sistema de control de la propia caja de cambios.

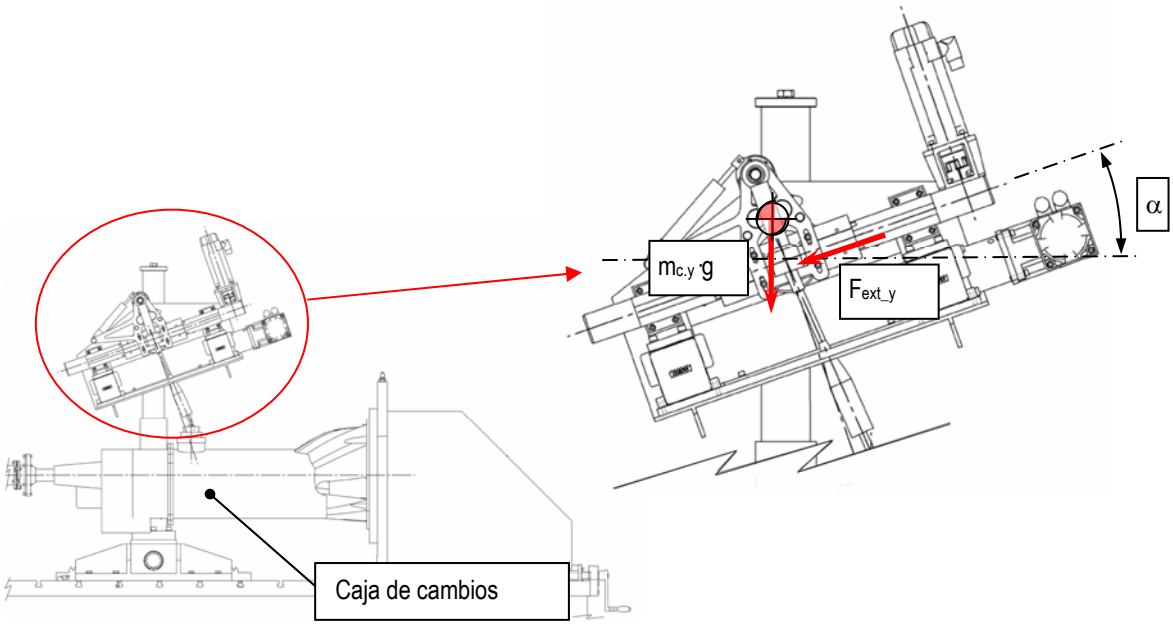



fig. A.32

La ec. A.32 muestra la expresión de $\Gamma_m$ como par útil de cada uno de los servomotores teniendo en cuenta el rendimiento, el peso del mecanismo del pomo así como la fuerza resistente de la caja. Cabe señalar que debido a que en este punto del estudio todavía se desconoce la relación de transmisión apropiada para cada uno de los servomotores, los esfuerzos sobre el pomo se trasladan al eje del motor según la relación de transmisión máxima que permite el sistema ($i_{p.v}$). Esta relación se obtiene a partir de las energías

cinéticas dobles de motor y carga, y no es más que la relación con la que se obtiene la velocidad lineal especificada a la máxima velocidad del motor.

Por otro lado la ec. A.32 también muestra el cálculo de la inercia de cada uno de los motores, la cual se obtiene de la suma de las inercias de motor, freno (variable en función del motor) y reductor (estimado de forma genérica en 50 Kg·mm$^2$ para todos los casos).

$$\Gamma_m = \Gamma_{ps}\cdot\eta - \left(F_{ext.y} + m_{c.y}\cdot g\cdot\sin(\alpha)\right)\frac{r_y}{i_{p.v}} \quad \text{donde} \quad i_{p.v} = \sqrt{\frac{W_m}{W_{c.y}}}\cdot i_0 \qquad \text{ec. A.32}$$

$$J_m = J_{motor} + J_{red} + J_m$$

La tabla A.20 resume los valores genéricos dentro del presente caso para el cálculo del par útil de cada servomotor.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Condiciones generales* | $\eta$ | Rendimiento motor+transmisión | 0,8 | [-] |
| | $F_{ext_y}$ | Fuerza resistente | 50 | [N] |
| | $\alpha$ | Inclinación del XY | 30 | [º] |

tabla A.20

La fig. A.33 muestra la curva característica de los servomotores partícipes de este estudio. Debido a que éste se centra en las condiciones para los ensayos de prestaciones (excluyendo los de durabilidad) consideraremos que la carga es de tipo intermitente y que por tanto el par y la velocidad que pueden desarrollar los servomotores son máximos.

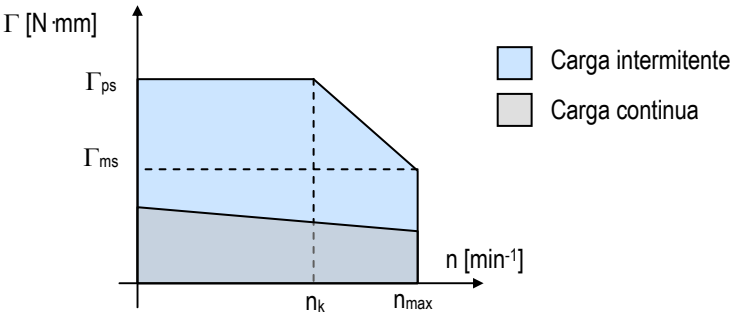



fig. A.33

La tabla A.21 resume los valores de potencia transitoria, energía cinética doble de los motores en función del par útil, la inercia polar y la velocidad máxima de giro de cada uno de los motores. Cabe destacar que los puntos representativos ($\dot{P}_m - W_m$) de cada uno de los motores se encuentran por encima de las prestaciones reales de los servomotores. Ello se debe a que el cálculo de ambos parámetros se realiza en base al par y velocidad máximos del motor y tal y como se aprecia en la fig. A.33 todos ellos presentan una inflexión llamada punto de rodilla. Debido a que el estudio según el plano $\dot{P} - W$ solo permite la caracterización de los motores mediante un solo valor de par y velocidad, éste fenómeno deberá ser tenido en cuenta una vez realizada la selección del servomotor.

| Serie | Modelo | $P_m$ [Kg·(m/s$^2$)$^2$] | $W_m$ [Kg·(m/s)$^2$] | $\Gamma_m$ [Nmm] | $\Gamma_{ps}$ [Nmm] | $J_m$ [Kg·mm$^2$] | $n_{max}$ [min$^{-1}$] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AKM 1x* | AKM 11B | 2.047 | 36,3 | 325 | 610 | 51,7 | 8.000 |
| | AKM 12C | 9.262 | 37,3 | 701 | 1.080 | 53,1 | 8.000 |
| | AKM 13C | 18.544 | 38,3 | 1.005 | 1.460 | 54,5 | 8.000 |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 46.725 | 47,2 | 1.773 | 2.420 | 67,3 | 8.000 |
| | AKM 23D | 113.380 | 34,1 | 2.873 | 3.840 | 72,8 | 6.540 |
| | AKM 23F | 96.704 | 51,1 | 2.653 | 3.520 | 72,8 | 8.000 |
| | AKM 24D | 162.783 | 25,2 | 3.568 | 4.760 | 78,2 | 5.420 |
| | AKM 24F | 164.012 | 54,9 | 3.581 | 4.680 | 78,2 | 8.000 |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 70.089 | 59,1 | 2.429 | 3.240 | 84,2 | 8.000 |
| | AKM 32D | 254.220 | 17,0 | 5.293 | 7.050 | 110,2 | 3.750 |
| | AKM 32H | 154.430 | 77,3 | 4.125 | 5.360 | 110,2 | 8.000 |
| | AKM 33E | 334.080 | 14,7 | 6.745 | 8.950 | 136,2 | 3.140 |
| | AKM 33H | 237.183 | 65,7 | 5.684 | 7.350 | 136,2 | 6.630 |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 115.857 | 35,5 | 3.996 | 5.330 | 137,8 | 4.850 |
| | AKM 41H | 94.419 | 54,4 | 3.607 | 4.780 | 137,8 | 6.000 |
| | AKM 42E | 264.145 | 16,6 | 7.301 | 9.720 | 201,8 | 2.740 |
| | AKM 42G | 269.067 | 48,1 | 7.369 | 9.560 | 201,8 | 4.660 |
| | AKM 42J | 177.390 | 79,7 | 5.983 | 7.750 | 201,8 | 6.000 |
| | AKM 43G | 390.265 | 35,1 | 10.185 | 13.200 | 265,8 | 3.470 |
| | AKM 43K | 212.251 | 104,9 | 7.511 | 9.660 | 265,8 | 6.000 |
| | AKM 44G | 468.453 | 30,2 | 12.430 | 16.100 | 329,8 | 2.890 |
| | AKM 44J | 306.876 | 90,8 | 10.060 | 12.900 | 329,8 | 5.010 |
| *AKM 5x* | AKM 51G | 197.428 | 54,3 | 8.986 | 11.700 | 409,0 | 3.480 |
| | AKM 51K | 125.311 | 161,5 | 7.159 | 9.220 | 409,0 | 6.000 |

tabla A.21

La fig. A.34 muestra los servomotores clasificados en función de cada una de las series. Los servomotores que se encuentran dentro de la zona roja cumplen con la solicitación, puesto que tienen capacidad suficiente de velocidad y par como para alcanzar los valores de velocidad y aceleración requeridos. Como puede apreciarse ninguno de los motores pertenecientes a la serie AKM 1x cumple con los requisitos. Así pues esta serie queda descartada del estudio.

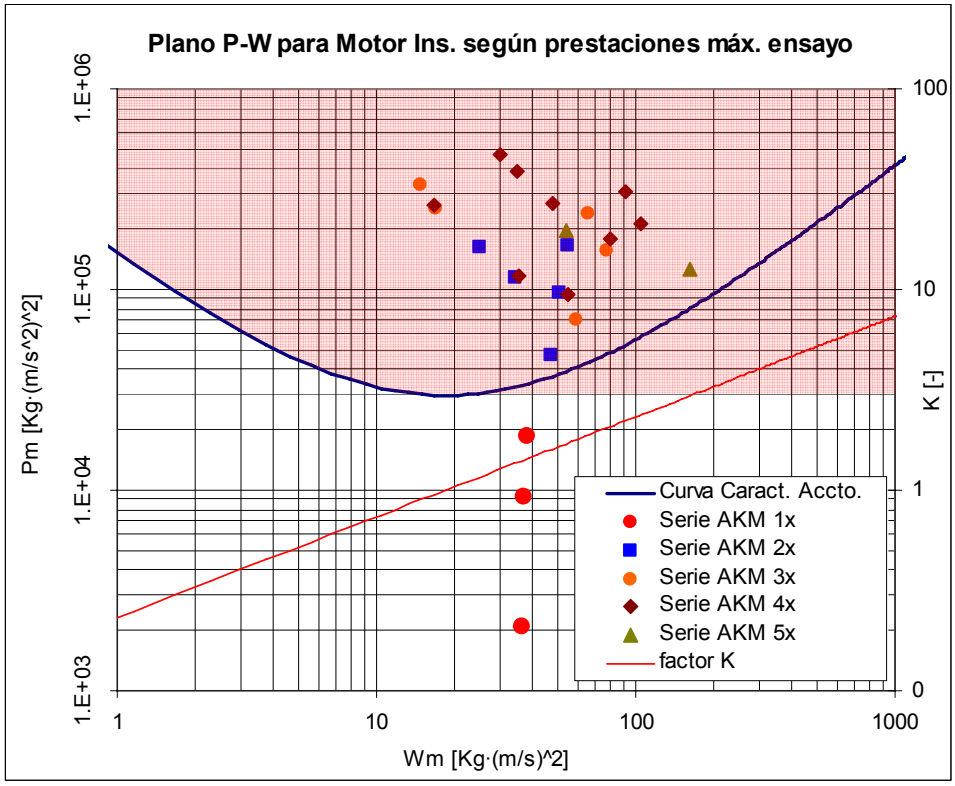



fig. A.34

A.3.1.2 Selección según la capacidad máxima del actuador de inserción

Debido a que el actuador lineal de inserción presenta unas prestaciones máximas en velocidad y aceleración, se analizará si dentro del conjunto de servomotores objeto del estudio existen algunos que puedan considerarse sobredimensionados para la aplicación.

i) Determinación de la curva característica del accionamiento sobre el plano $\dot{P} - W$

El actuador lineal NEFF WH50 puede soportar picos puntuales de velocidad y aceleración de: $\dot{y}_{max} = 6.500\ mm/s$ y $\ddot{y}_{max} = 80.000\ mm/s$. Análogamente al caso anterior a partir de los valores de velocidad y aceleración se obtienen los valores de potencia transitoria y energía cinética doble de la carga que definen la curva característica de la misma. La tabla A.22 resume estos valores.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Solicitación según prestaciones máximas* | $y'_{max}$ | Velocidad máxima | 6.500 | [mm/s] |
| | $y''_{max}$ | Aceleración | 80.000 | [mm/s$^2$] |
| | $P_{c.y}$ | Potencia transitoria de la carga | 30.966 | [Kg·(m/s$^2$)$^2$] |
| | $W_{c.y}$ | Energía cinética doble de la carga | 204,43 | [Kg·(m/s)$^{2]}$ |

tabla A.22

ii) Determinación de los puntos característicos de los servomotores sobre el plano $\dot{P} - W$

Los puntos característicos de los motores como en el caso anterior se calculan en base al par y velocidad máximos de estos. Sin embargo dentro de los parámetros generales que intervienen en el cálculo del par útil se toman las condiciones que favorecen una mayor aceleración para que en ningún caso se sobrepase los picos de velocidad y aceleración admisibles sobre el actuador. Los valores de la tabla A.23 muestran como se ha considerado una fuerza resistiva nula por parte de la caja y una inclinación negativa con objeto de simular la situación en la que el propio peso del mecanismo del pomo acelera el sistema.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Condiciones generales* | $\eta$ | Rendimiento motor+transmisión | 0,8 | [-] |
| | $F_{ext.y}$ | Fuerza resistente | 0 | [N] |
| | $\alpha$ | Inclinación del XY | -30 | [º] |

tabla A.23

La tabla A.24 muestra los valores de potencia transitoria y energía cinética doble de cada una de los servomotores.

| Serie | Modelo | $P_m$ [Kg·(m/s$^2$)$^2$] | $W_m$ [Kg·(m/s)$^2$] | $\Gamma_m$ [Nmm] | $\Gamma_{ps}$ [Nmm] | $J_m$ [Kg·mm$^2$] | $n_{max}$ [min$^{-1}$] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AKM 1x* | AKM 11B | 7.648 | 36,3 | 629 | 610 | 51,7 | 8.000 |
| | AKM 12C | 19.014 | 37,3 | 1.005 | 1.080 | 53,1 | 8.000 |
| | AKM 13C | 31.431 | 38,3 | 1.309 | 1.460 | 54,5 | 8.000 |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 64.088 | 47,2 | 2.077 | 2.420 | 67,3 | 8.000 |
| | AKM 23D | 144.576 | 34,1 | 3.244 | 3.840 | 72,8 | 6.540 |
| | AKM 23F | 120.092 | 51,1 | 2.957 | 3.520 | 72,8 | 8.000 |
| | AKM 24D | 206.227 | 25,2 | 4.016 | 4.760 | 78,2 | 5.420 |
| | AKM 24F | 192.989 | 54,9 | 3.885 | 4.680 | 78,2 | 8.000 |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 88.697 | 59,1 | 2.733 | 3.240 | 84,2 | 8.000 |
| | AKM 32D | 320.221 | 17,0 | 5.940 | 7.050 | 110,2 | 3.750 |
| | AKM 32H | 177.989 | 77,3 | 4.429 | 5.360 | 110,2 | 8.000 |
| | AKM 33E | 415.064 | 14,7 | 7.519 | 8.950 | 136,2 | 3.140 |
| | AKM 33H | 268.733 | 65,7 | 6.050 | 7.350 | 136,2 | 6.630 |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 146.708 | 35,5 | 4.496 | 5.330 | 137,8 | 4.850 |
| | AKM 41H | 116.793 | 54,4 | 4.012 | 4.780 | 137,8 | 6.000 |
| | AKM 42E | 332.156 | 16,6 | 8.187 | 9.720 | 201,8 | 2.740 |
| | AKM 42G | 308.463 | 48,1 | 7.890 | 9.560 | 201,8 | 4.660 |
| | AKM 42J | 202.197 | 79,7 | 6.388 | 7.750 | 201,8 | 6.000 |
| | AKM 43G | 445.731 | 35,1 | 10.885 | 13.200 | 265,8 | 3.470 |
| | AKM 43K | 235.738 | 104,9 | 7.916 | 9.660 | 265,8 | 6.000 |
| | AKM 44G | 533.921 | 30,2 | 13.270 | 16.100 | 329,8 | 2.890 |
| | AKM 44J | 337.155 | 90,8 | 10.545 | 12.900 | 329,8 | 5.010 |
| *AKM 5x* | AKM 51G | 229.277 | 54,3 | 9.684 | 11.700 | 409,0 | 3.480 |
| | AKM 51K | 139.878 | 161,5 | 7.564 | 9.220 | 409,0 | 6.000 |

tabla A.24

Contrariamente al caso anterior los servomotores cuyo punto característico se encuentra por debajo de la curva característica de la carga son apropiados para esta aplicación. Los servomotores comprendidos en la zona roja de la fig. A.35 no superan ambas capacidades de velocidad y aceleración del accionamiento lineal para cualquier relación de transmisión.

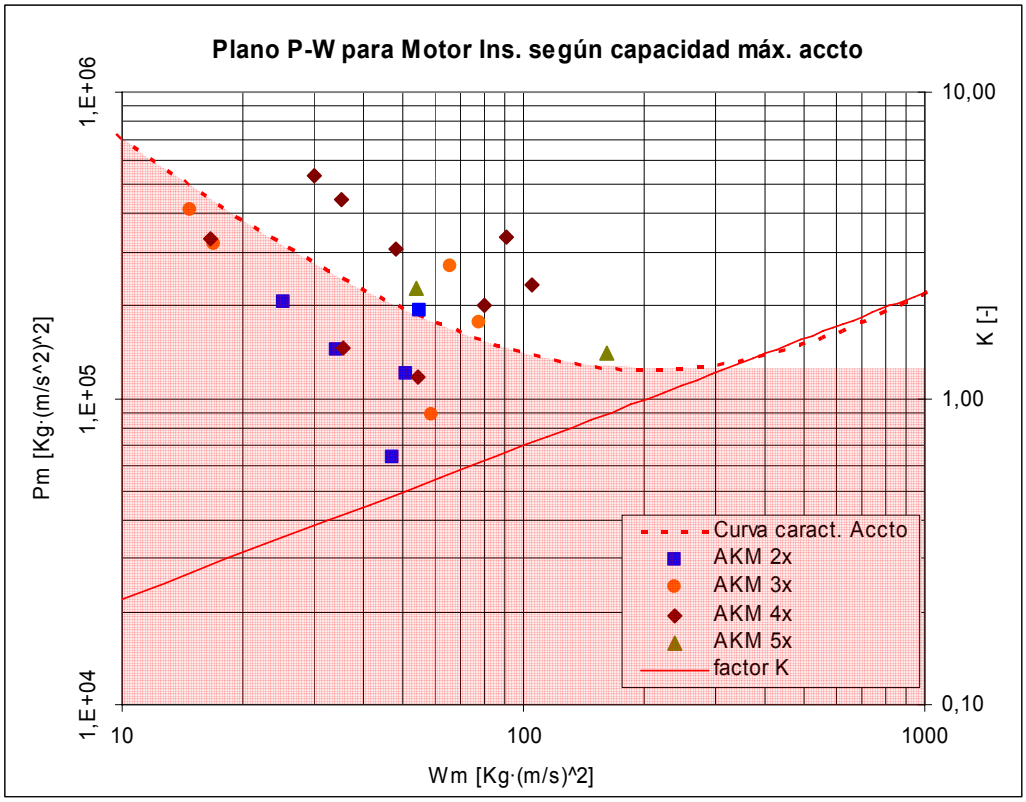



fig. A.35

### A.3.1.3 Establecimiento del rango de reducciones aplicables

De lo expuesto en los apartados A.3.1.1 y A.3.1.2 se extrae que:

a) Las solicitaciones de los ensayos de prestaciones establecen un rango admisible de valores de reducción. Este rango es fácilmente identificable en la fig. A.36. El valor mínimo, correspondiente a la limitación por aceleración mínima, resulta de buscar dentro de la curva característica el punto con la misma potencia transitoria del motor y con la mínima energía cinética doble. A partir de aquí es posible hallar el valor del factor $K_{p.a}$ y en consecuencia el de la reducción $i_{p.a}$. El valor máximo, correspondiente a la limitación por velocidad mínima, resulta directamente de la energía cinética doble del motor. De esta se desprenden análogamente los valores de $K_{p.v}$ e $i_{p.v}$. La fig. A.36 resume el proceso de obtención de los valores del factor K anteriormente descrito, para el servomotor AKM 22E.

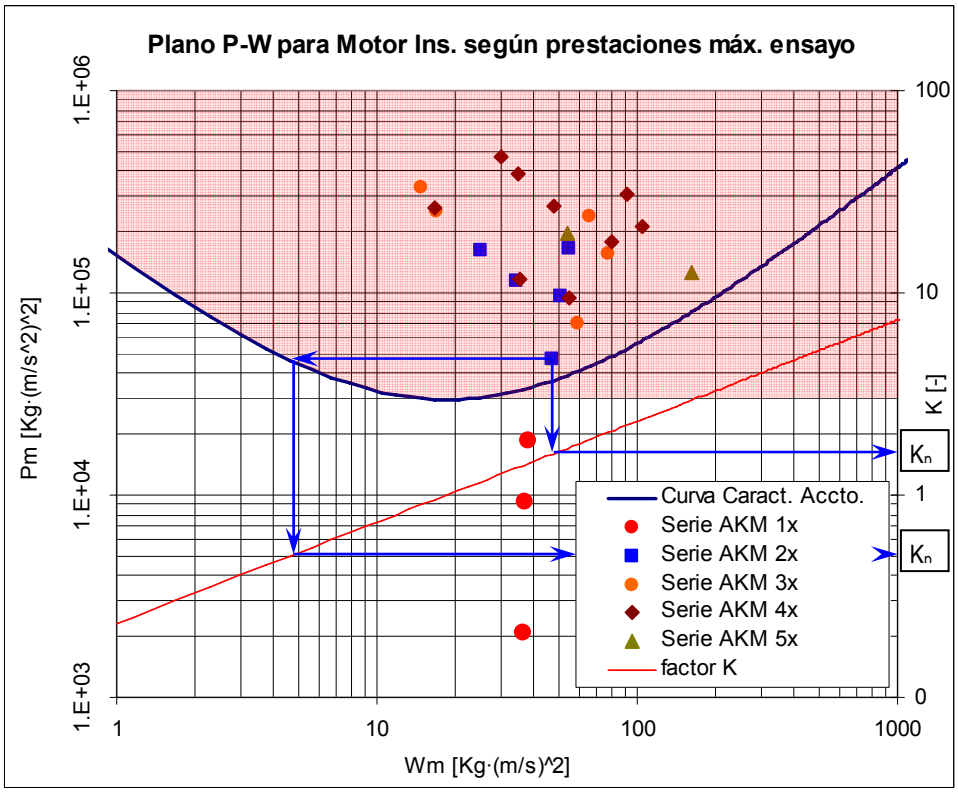



fig. A.36

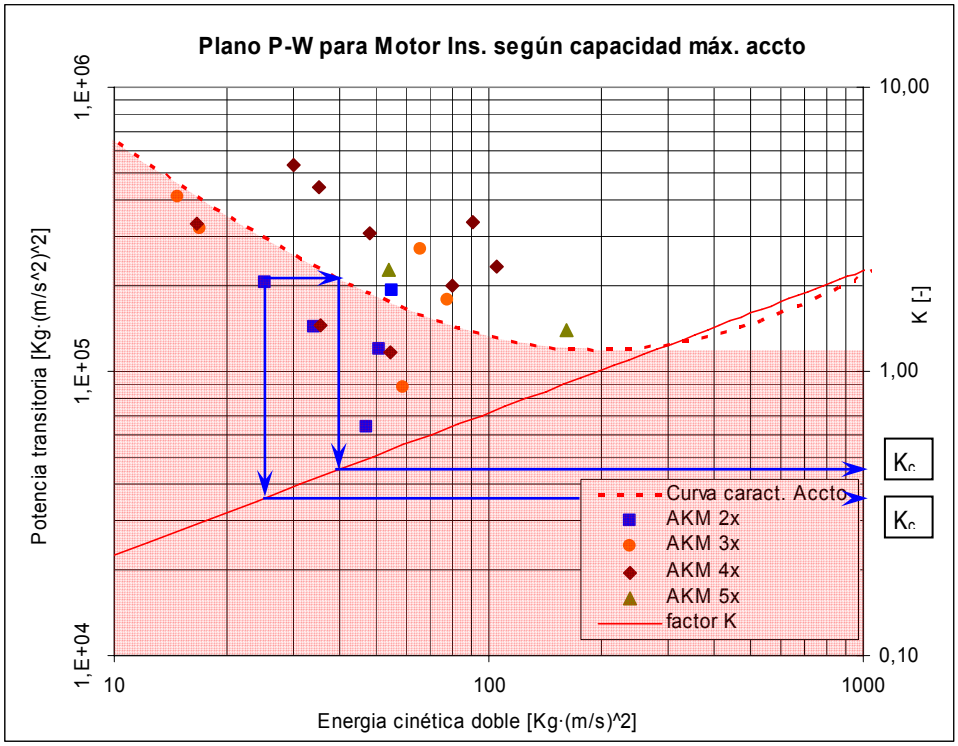



fig. A.37

b) Igualmente, según la capacidad máxima del actuador de inserción es posible establecer un rango de reducciones admisible para cada motor. Sin embargo debido a que en este caso se trata de una limitación y no de un requisito, los valores máximo y mínimo se permutan en concepto. De esta manera el valor mínimo, correspondiente a la velocidad máxima, también resultará de la energía cinética doble del motor. Por otro lado el valor máximo, correspondiente a la aceleración máxima, dependerá de la curva característica y la potencia transitoria del motor. El fig. A.37 muestra la determinación de ambos valores $K_{c.a}$ y $K_{c.v}$ que posibilitan la determinación de $i_{p.v}$ e $i_{p.v}$, para el motor AKM 24D.

En la fig. A.38 se resume el proceso para establecer el rango de valores de reducción admisibles para cada uno de los motores.

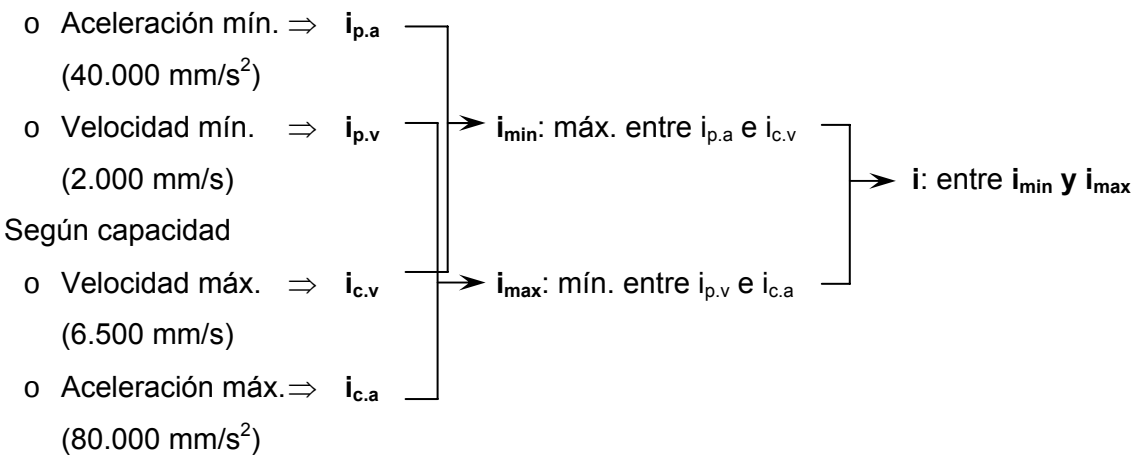



fig. A.38

La tabla A.25 muestra los valores del factor K y de su correspondiente valor de reducción i, para cada uno de los cuatro casos anteriores. Asimismo se incluye la situación del punto de rodilla del motor con respecto a la velocidad máxima del mismo, así como la relación de transmisión a partir de la cual, para la velocidad del ensayo de prestaciones (2.000 mm/s), el motor vería decrementado su par. Es importante tener en cuenta este factor puesto que para una relación de transmisión superior, el motor posee una potencia transitoria menor que la calculada. Por otro lado se marcan en rojo los motores que quedan excluidos del estudio por presentar un rango de reducción imposible. Asimismo, de los marcados en verde se plantea el rango de valores de reducción posible en números enteros (debido a los saltos entre las relaciones de los diferentes reductores).

| Serie | Modelo | Prestaciones Aceleración | | Capacidad Velocidad | | Red. Min. | Red. Opt. | Capacidad Aceleración | | Prestaciones Velocidad | | Red. Max. | Reducción Seleccionada | | Punto de rodilla de motor | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K.i_{p.a}$ | $i_{p.a}$ | $K.i_{c.v}$ | $i_{c.v}$ | $i_{min}$ | $i_0$ | $K.i_{c.a}$ | $i_{c.a}$ | $K.i_{p.v}$ | $i_{p.v}$ | $i_{max}$ | K.i | i | Perd. Par? | $\frac{n_{max_r}}{n_{max}}$ [%] |
| *AKM 1x* | AKM 11B | --- | ∞ | 0,4 | 2,5 | ∞ | 5,8 | --- | --- | 1,4 | 8,0 | **8,0** | --- | **imin>imax** | 7,7 | 96% |
| | AKM 12C | --- | ∞ | 0,4 | 2,5 | ∞ | 5,8 | --- | --- | 1,4 | 8,0 | **8,0** | --- | **imin>imax** | 7,9 | 99% |
| | AKM 13C | --- | ∞ | 0,4 | 2,5 | ∞ | 5,7 | --- | --- | 1,4 | 8,0 | **8,0** | --- | **imin>imax** | 6,1 | 76% |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 0,5 | 2,6 | 0,5 | 2,5 | **2,6** | 5,1 | --- | --- | 1,6 | 8,0 | **8,0** | 0,8 | **3 --> 8** | 6,0 | 75% |
| | AKM 23D | 0,3 | 1,4 | 0,4 | 2,0 | **2,0** | 4,9 | 0,7 | 3,3 | 1,3 | 6,5 | **3,3** | 0,6 | **2 --> 3** | 3,0 | 46% |
| | AKM 23F | 0,3 | 1,5 | 0,5 | 2,5 | **2,5** | 4,9 | --- | --- | 1,6 | 8,0 | **8,0** | 0,6 | **3 --> 8** | 7,7 | 96% |
| | AKM 24D | 0,2 | 1,1 | 0,4 | 1,7 | **1,7** | 4,8 | 0,5 | 2,3 | 1,1 | 5,4 | **2,3** | 0,4 | **2** | 2,6 | 48% |
| | AKM 24F | 0,2 | 1,1 | 0,5 | 2,5 | **2,5** | 4,8 | 0,5 | 2,4 | 1,7 | 8,0 | **2,4** | --- | **imin>imax** | 5,6 | 70% |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 0,4 | 1,7 | 0,5 | 2,5 | **2,5** | 4,6 | --- | --- | 1,7 | 8,0 | **8,0** | 0,7 | **3 --> 8** | 5,0 | 63% |
| | AKM 32D | 0,2 | 0,7 | 0,3 | 1,2 | **1,2** | 4,0 | 0,3 | 1,4 | 0,9 | 3,8 | **1,4** | 0,2 | **1** | 1,7 | 45% |
| | AKM 32H | 0,2 | 0,9 | 0,6 | 2,5 | **2,5** | 4,0 | 0,5 | 2,2 | 2,0 | 8,0 | **2,2** | --- | **imin>imax** | 6,6 | 82% |
| | AKM 33E | 0,2 | 0,6 | 0,3 | 1,0 | **1,0** | 3,6 | 0,3 | 1,1 | 0,9 | 3,1 | **1,1** | 0,3 | **1** | 1,6 | 52% |
| | AKM 33H | 0,2 | 0,7 | 0,6 | 2,0 | **2,0** | 3,6 | 0,4 | 1,4 | 1,8 | 6,6 | **1,4** | --- | **imin>imax** | 5,0 | 76% |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 0,3 | 1,0 | 0,4 | 1,5 | **1,5** | 3,6 | 0,7 | 2,4 | 1,4 | 4,9 | **2,4** | 0,6 | **2** | 2,1 | 44% |
| | AKM 41H | 0,3 | 1,1 | 0,5 | 1,8 | **1,8** | 3,6 | --- | --- | 1,7 | 6,0 | **6,0** | 0,6 | **2 --> 6** | 5,1 | 85% |
| | AKM 42E | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0,8 | **0,8** | 3,0 | 0,3 | 1,0 | 0,9 | 2,7 | **1,0** | 0,3 | **1** | 1,3 | 46% |
| | AKM 42G | 0,2 | 0,5 | 0,5 | 1,4 | **1,4** | 3,0 | 0,4 | 1,1 | 1,6 | 4,7 | **1,1** | --- | **imin>imax** | 2,5 | 54% |
| | AKM 42J | 0,2 | 0,6 | 0,6 | 1,8 | **1,8** | 3,0 | 0,5 | 1,4 | 2,0 | 6,0 | **1,4** | --- | **imin>imax** | 5,5 | 91% |
| | AKM 43G | 0,1 | 0,4 | 0,4 | 1,1 | **1,1** | 2,6 | 0,3 | 0,7 | 1,3 | 3,5 | **0,7** | --- | **imin>imax** | 2,0 | 58% |
| | AKM 43K | 0,2 | 0,5 | 0,7 | 1,8 | **1,8** | 2,6 | 0,4 | 1,1 | 2,3 | 6,0 | **1,1** | --- | **imin>imax** | 5,1 | 85% |
| | AKM 44G | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,9 | **0,9** | 2,3 | 0,3 | 0,6 | 1,2 | 2,9 | **0,6** | --- | **imin>imax** | 1,8 | 61% |
| | AKM 44J | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 1,5 | **1,5** | 2,3 | 0,3 | 0,8 | 2,2 | 5,0 | **0,8** | --- | **imin>imax** | 3,8 | 76% |
| *AKM 5x* | AKM 51G | 0,2 | 0,4 | 0,5 | 1,1 | **1,1** | 2,1 | 0,4 | 0,9 | 1,7 | 3,5 | **0,9** | --- | **imin>imax** | 1,9 | 55% |
| | AKM 51K | 0,3 | 0,6 | 0,9 | 1,8 | **1,8** | 2,1 | 0,7 | 1,5 | 2,9 | 6,0 | **1,5** | --- | **imin>imax** | 4,7 | 79% |

tabla A.25

### A.3.1.4 Selección según las solicitaciones del ensayo de durabilidad

A partir de los servomotores que no han sido excluidos del estudio se analiza cuales de ellos son aptos para los ensayos de durabilidad.

Para ello análogamente al estudio realizado según las solicitaciones del ensayo de prestaciones, debe comprobarse si existe una relación de transmisión para cada uno de los motores que permita cumplir con las solicitaciones del ensayo de durabilidad. Sin embargo en este caso el análisis de las prestaciones de los diferentes servomotores se complica, puesto que el par que pueden desarrollar depende de la carga a la que se encuentran sometidos. En principio si el motor tiene suficiente tiempo para refrigerarse, éste puede alcanzar el par máximo. Sin embargo en el caso de verse sometido a una carga continua deberá desarrollar un par menor. En la mayoría de casos este par es menor que la mitad del par máximo y además decae con la velocidad. Sin embargo en el caso que el motor opere de forma intermitente, no es necesario que el pico de par este dentro del área de carga continua (ver fig. A.39). Aun así, es importante que el valor RMS de la carga éste dentro de la zona de carga continua. De esta manera los periodos en los cuales el motor resta inactivo o a baja carga permiten la refrigeración del mismo.

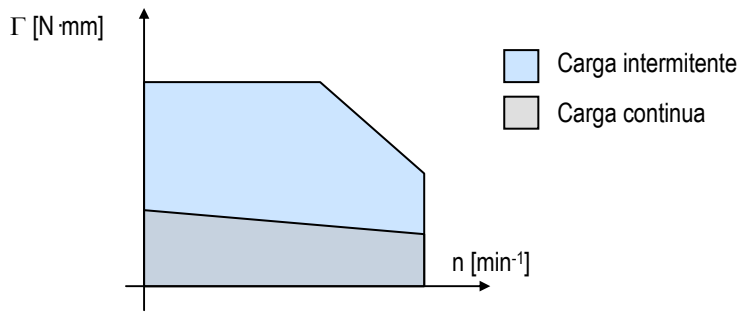



fig. A.39

i) Selección según la capacidad de carga de los servomotores

Para verificar que los nueve servomotores aptos para los ensayos de prestaciones lo son también para los de durabilidad, se comprobará que el valor RMS de par para un cambio tipo se encuentra dentro de la carga continua. Para ello, de ser posible se selecciona un valor de reducción dentro del rango establecido en el apartado A.3.1.3, para el cual el servomotor no trabaja sobrecargado. En el caso que sean varios los valores de reducción posibles, se seleccionará el de reducción menor.

Dicho cambio se establecerá en base a las condiciones mas severas del ensayo de durabilidad. Tal y como se ha descrito en el apartado 5.3.1.2 el cambio entre marchas esta constituido básicamente por dos etapas, una caracterizada por el movimiento del pomo y otra por la sincronización. La fig. A.40 muestra el cambio tipo con los esfuerzos y tiempos para cada una de las etapas. El cambio se basa en un ciclado de 30 ciclos/min. Cada ciclo engloba dos cambios y dentro de cada cambio la mitad del tiempo el accionamiento del pomo permanece estático y con la marcha de destino engranada.

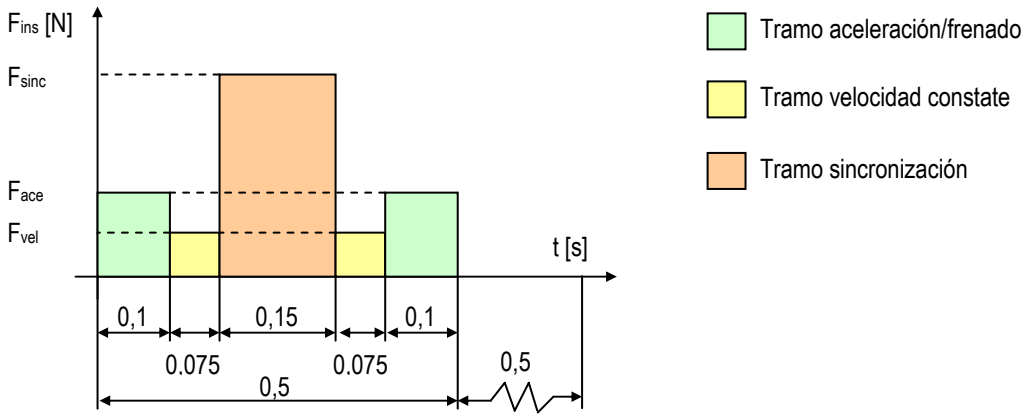



fig. A.40

Debido a que el cálculo de la carga se refiere inicialmente al esfuerzo en pomo, es necesario expresar la masa de todo el accionamiento según la ec. A.33 y en función de la relación de transmisión $i_y$ seccionada.

$$m_{r.accto} = \frac{J_m \cdot i_y^{\,2} + J_{c.y}}{r_y^{\,2}} + m_{c.y} \quad [Kg] \qquad \text{ec. A.33}$$

La ec. A.34 expresa el cálculo de los esfuerzos de las diferentes etapas así como del esfuerzo RMS para todo el cambio.

$$\left.\begin{aligned} F_{ace} &= F_{ext.y} + m_{c.y} \cdot g \cdot \sin(\alpha) + \frac{\ddot{y}}{1000} \cdot m_{r.accto} \\ F_{vel} &= F_{ext.y} + m_{c.y} \cdot g \cdot \sin(\alpha) \\ F_{sinc} &= F_{obj} + m_{c.y} \cdot g \cdot \sin(\alpha) \end{aligned}\right\} F_{RMS} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(F_{ace}^{\,2} \cdot t_{ace}\right) + 2 \cdot \left(F_{vel}^{\,2} \cdot t_{vel}\right) + F_{sinc}^{\,2} \cdot t_{sinc}}{2 \cdot t_{ace} + 2 \cdot t_{vel} + t_{sinc}}} \quad [N] \qquad \text{ec. A.34}$$

La ec. A.35 traslada el esfuerzo RMS al valor de par motor análogo.

$$\Gamma_{RMS} = F_{RMS} \frac{r_y}{\eta \cdot i_y} \quad [N \cdot mm] \qquad \text{ec. A.35}$$

La tabla A.26 y tabla A.27 resumen los valores necesarios para calcular el par RMS.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Solicitación según ensayo durabilidad* | $y_{obj}$ | Longitud | 50,0 | [mm] |
| | $y'_{obj}$ | Velocidad máxima | 1.000 | [mm/s] |
| | $y''_{obj}$ | Aceleración | 10.000 | [mm/s$^2$] |
| | $t_{obj}$ | Tiempo | 0,100 | [s] |
| | $P_{c.y}$ | Potencia transitoria de la carga | 484 | [Kg·(m/s$^2$)$^2$] |
| | $W_{c.y}$ | Energía cinética doble de la carga | 4,84 | [Kg·(m/s)$^{2]}$ |

tabla A.26

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Condiciones generales* | $\eta$ | Rendimiento motor+transmisión | 0,8 | [-] |
| | $F_{ext.y}$ | Fuerza resistente | 50 | [N] |
| | $F_{obj}$ | Fuerza de sincronización objetivo | 198 | [N] |
| | $\alpha$ | Inclinación del XY | 30 | [º] |

tabla A.27

Por otro lado se determina el valor de par admisible como la media entre el par continuo en estático y el dado a velocidad nominal de motor. Aunque el valor obtenido es aproximado, éste se considera válido puesto que el par máximo dentro de la zona de carga continua resulta poco sensible a la velocidad de giro del motor (fig. A.41).

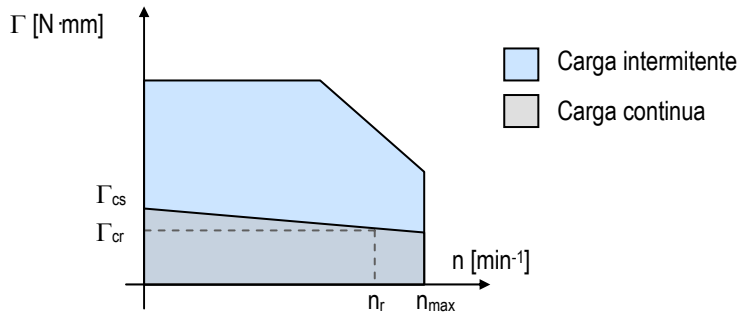



fig. A.41

La ec. A.36 muestra el cálculo anteriormente mencionado y la ec. A.37 expresa la determinación del factor de carga $r_c$. Un factor de carga por encima del 100% expresa que el motor se encuentra sobrecargado.

$$\Gamma_{adm} = \frac{\Gamma_{cr} + \Gamma_{cs}}{2} \quad [\text{N·mm}] \qquad \text{ec. A.36}$$

$$r_c = \frac{\Gamma_{RMS}}{\Gamma_{adm}} \cdot 100 \quad [\%] \qquad \text{ec. A.37}$$

La tabla A.28resume el procedimiento expuesto en este apartado, aplicado para cada uno de los servomotores. Ninguno de los servomotores presenta sobrecarga, rondando valores entre el 68 y el 95% del valor RMS admisible.

| Serie | Modelo | Reducción Seleccionada | | $J_m$ [Kg·mm$^2$] | $m_{r.accto}$ [Kg] | $\Gamma_{RMS}$ [Nmm] | $\Gamma_{cr}$ [Nmm] | $\Gamma_{cs}$ [Nmm] | $\Gamma_{adm}$ [Nmm] | $r_c$ [%] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K_{i.y}$ | $i_y$ | | | | | | | |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 0,8 | 4 | 67,3 | 7,8 | 670 | 700 | 870 | 785 | 85% |
| | AKM 23D | 0,6 | 3 | 72,8 | 6,6 | 870 | 1030 | 1160 | 1095 | 79% |
| | AKM 23F | 0,6 | 3 | 72,8 | 6,6 | 870 | 940 | 1180 | 1060 | 82% |
| | AKM 24D | 0,4 | 2 | 78,2 | 5,7 | 1277 | 1290 | 1410 | 1350 | 95% |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 0,7 | 3 | 84,2 | 6,9 | 876 | 950 | 1200 | 1075 | 81% |
| | AKM 33E | 0,2 | 1 | 136,2 | 5,2 | 2526 | 2620 | 2790 | 2705 | 93% |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 0,6 | 2 | 137,8 | 6,3 | 1296 | 1820 | 2020 | 1920 | 68% |
| | AKM 41H | 0,6 | 2 | 137,8 | 6,3 | 1296 | 1620 | 2060 | 1840 | 70% |
| | AKM 42E | 0,3 | 1 | 201,8 | 5,4 | 2536 | 3120 | 3420 | 3270 | 78% |

tabla A.28

ii) Selección según la capacidad de aceleración de los servomotores

Seguidamente, como en el caso del ensayo de prestaciones, se establece el par de aceleración y en consecuencia la potencia transitoria y la energía cinética doble de cada uno de los servomotores. Debido a que el par $\Gamma_m$ depende del factor de carga se calcula el esfuerzo de aceleración para un factor de carga del 100% $F_{ace.r100}$. Seguidamente se establece la relación entre el esfuerzo de aceleración y el admisible $q_{c100}$. Este valor permite estimar el par máximo para el tramo de aceleración.

$$F_{ace.r100} = \sqrt{\frac{\left(\Gamma_{adm}\cdot\frac{\eta\cdot i_y}{r_y}\right)^2\cdot\left(2\cdot t_{ace}+2\cdot t_{vel}+t_{sinc}\right)-2\cdot\left(F_{vel}{}^2\cdot t_{vel}\right)-F_{sinc}{}^2\cdot t_{sinc}}{2\cdot t_{ace}}}$$

$$q_{c100} = \frac{F_{ace.r100}}{\Gamma_{adm}\cdot\frac{\eta\cdot i_y}{r_y}} \quad [-] \qquad \text{ec. A.38}$$

$$\Gamma_m = \Gamma_{adm}\cdot\eta\cdot r_{c100} - \left(F_{ext.y}+m_{r.y}\cdot g\cdot\sin(\alpha)\right)\frac{r_y}{i_y}$$

La tabla A.29 resume el procedimiento antes descrito para cada uno de los servomotores.

| Serie | Modelo | Reducción Seleccionada | | $P_m$ [Kg·(m/s$^2$)$^2$] | $W_m$ [Kg·(m/s)$^2$] | $q_{c100}$ [-] | $\Gamma_m$ [N·mm] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K_{iy}$ | $i_y$ | | | | |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 0.8 | 4.0 | 7.268 | 2.95 | 1,63 | 699 |
| | AKM 23D | 0.6 | 3.0 | 15.108 | 1.80 | 1,69 | 1049 |
| | AKM 23F | 0.6 | 3.0 | 12.791 | 1.80 | 1,65 | 965 |
| | AKM 24D | 0.4 | 2.0 | 8.467 | 0.86 | 1,36 | 814 |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 0.7 | 3.0 | 11.904 | 2.08 | 1,67 | 1001 |
| | AKM 33E | 0.3 | 1.0 | 19.800 | 0.37 | 1,36 | 1642 |

| Serie | Modelo | Reducción Seleccionada | | $P_m$ [Kg·(m/s²)²] | $W_m$ [Kg·(m/s)²] | $q_{c100}$ [-] | $\Gamma_m$ [N·mm] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K_{iy}$ | $i_y$ | | | | |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 0.6 | 2.0 | 35.025 | 1.51 | 1,85 | 2197 |
| | AKM 41H | 0.6 | 2.0 | 29.686 | 1.51 | 1,82 | 2023 |
| | AKM 42E | 0.3 | 1.0 | 47.952 | 0.55 | 1,69 | 3111 |

tabla A.29

La fig. A.42 muestra los puntos de cada uno de los servomotores en el plano $\dot{P} - W$ . Como era de esperar, puesto que ninguno de los servomotores presenta sobrecarga para la durabilidad, todos ellos se encuentran en el área roja. Cabe mencionar que la energía cinética doble de los puntos característicos de cada motor se calcula a partir de la relación de transmisión seleccionada y por tanto es menor a la obtenida mediante la velocidad máxima del servomotor. A priori parece ser el más pequeño de los motores (AKM 22E) el óptimo para nuestra aplicación, puesto que aun teniendo poco par presenta mayor margen de potencia transitoria que otros. Ello se debe a que la relación de transmisión seleccionada es próxima a la óptima.

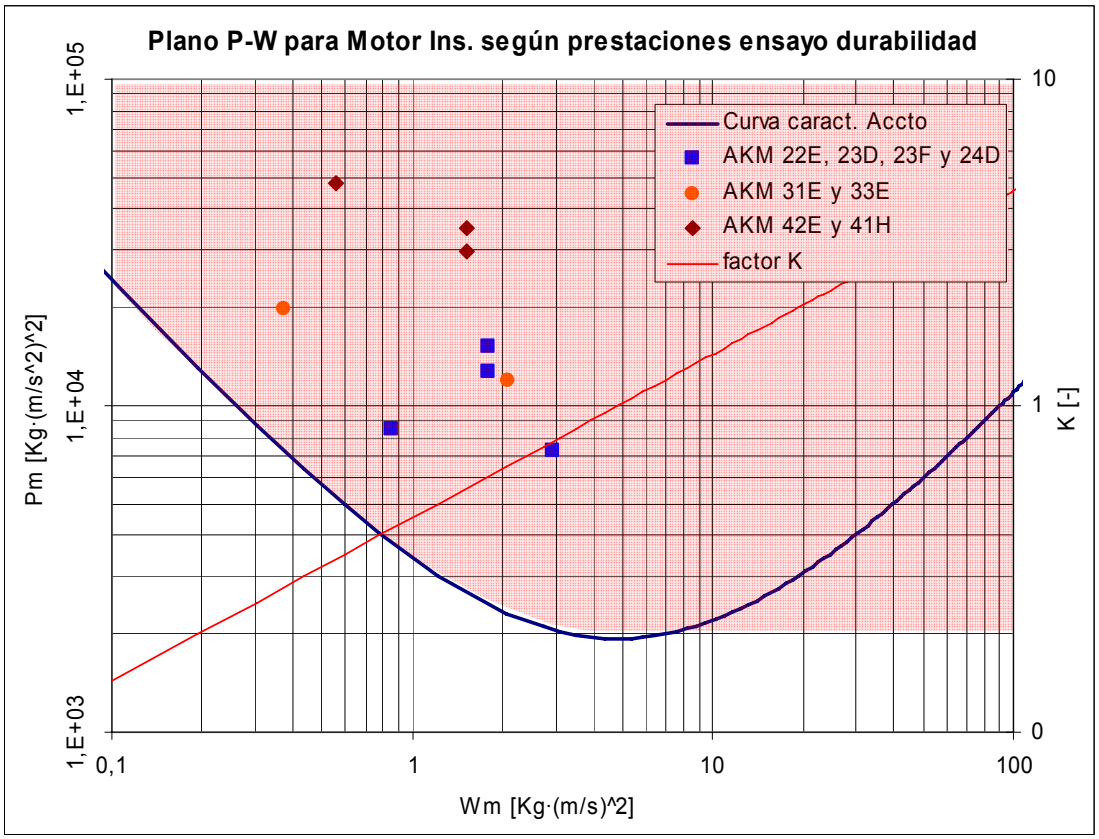



fig. A.42

iii) Selección según la masa reducida del accto.

En la tabla A.30 se muestra los valores de reducción escogidos así como los de masa reducida.

| Serie | Modelo | $i_y$ | $m_{r,accto}$ [Kg] | $m_{r.pomo}$ [Kg] |
|---|---|---|---|---|
| *AKM 2x* | AKM 22E | 4 | 7,6 | 0,2 |
| | AKM 23D | 3 | 6,4 | |
| | AKM 23F | 3 | 6,4 | |
| | AKM 24D | 2 | 5,5 | |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 3 | 6,7 | |
| | AKM 33E | 1 | 5,0 | |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 2 | 6,1 | |
| | AKM 41H | 2 | 6,1 | |
| | AKM 42E | 1 | 5,2 | |

tabla A.30

Tal y como se ha descrito en el apartado 5.3.3 de la memoria, uno de los puntos más complejos en el control de la movimentación y la fuerza por parte del accto. de la palanca durante el cambio, es el inicio de la sincronización. En esta etapa el accto. pasa de estar en movimiento (a la velocidad máxima objetivo) a permanecer estático dentro de un equilibrio de fuerzas (a una fuerza objetivo determinada). Con objeto de suavizar esta transición, se ha escogido el servomotor AKM 33E, el cual ofrece el valor mínimo con lo que a masa reducida del actuador se refiere (en verde en la tabla A.30)

## A.3.2 Grupo motor-reductor de selección (X)

### A.3.2.1 Selección según las solicitaciones del ensayo de prestaciones

Análogamente al caso del accto. de inserción, el proceso de selección del conjunto motor-reductor se inicia con el análisis de las especificaciones para los ensayos de prestaciones.

i) Determinación de la curva característica del accionamiento sobre el plano $\dot{P} - W$

A partir de las características del cambio para un vehículo todo-terreno, según las cuales se determina una carrera entre carriles y el tiempo disponible para el movimiento, se establece la aceleración necesaria del pomo así como la velocidad máxima del movimiento (ec. A.39 extraída del apartado 5.3.1.2).

$$\left.\begin{array}{l} t_{obj} = 0.05\,[s] \\ x_{obj} = 25\,[mm] \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_{obj} = \ddot{x}_{obj} \cdot \dfrac{t_{obj}}{2} = 1.000\,[mm/s] \\ \ddot{x}_{obj} = \dfrac{x_{obj}}{\left(\dfrac{t_{obj}}{2}\right)^2} = 40.000\,[mm/s^2] \end{cases} \qquad \text{ec. A.39}$$

A partir de los datos de velocidad máxima y aceleración y junto con las características de los distintos elementos del actuador, en la tabla A.31 se definen los valores de potencia transitoria ($P'_{c.x}$) y energía cinética doble ($W_{c.x}$).

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Actuador Lineal y accto. de inserción* | $r_x$ | Radio prim. de las poleas A y B | 31,83 | [mm] |
| | $J_{c.x}$ | Inercia de los elementos del actuador (rodamientos, poleas…) | 3876,5 | [Kg·mm$^2$] |
| | $m_{c.x}$ | Masa del accto. en Y y los patines | 22,82 | [Kg] |

tabla A.31

La tabla A.32 muestra los valores que definen el diagrama de velocidades para el caso expuesto así como los de potencia transitoria y energía cinética doble de la carga:

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Solicitación según prestaciones máximas* | $x_{obj}$ | Carrera | 25,0 | [mm] |
| | $x'_{obj}$ | Velocidad máxima | 1.000 | [mm/s] |
| | $x''_{obj}$ | Aceleración | 40.000 | [mm/s$^2$] |
| | $t_{obj}$ | Tiempo | 0,050 | [s] |
| | $P'_{c.x}$ | Potencia transitoria de la carga | 42.314 | [Kg·(m/s$^2$)$^2$] |
| | $W_{c.x}$ | Energía cinética doble de la carga | 26,45 | [Kg·(m/s)$^2$] |

tabla A.32

ii) Determinación de los puntos característicos de los servomotores sobre el plano $\dot{P} - W$

A diferencia del accto. de inserción, para el cálculo del par útil de cada uno de los servomotores no se tiene en cuenta el peso de la masa a movimentar puesto que el sistema X- Y no se encuentra inclinado para el eje Y. La ec. A.40 resume el cálculo.

$$\Gamma_m = \Gamma_{ps} \cdot \eta - F_{ext.x} \cdot \frac{r_y}{i_{p.v}} \quad \text{donde} \quad i_{p.v} = \sqrt{\frac{W_m}{W_{c.y}}} \cdot i_0 \qquad \text{ec. A.40}$$

$$J_m = J_{motor} + J_{red} + J_m$$

La tabla A.33 resume los valores genéricos dentro del presente caso para el cálculo del par útil de cada servomotor.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Condiciones generales* | $\eta$ | Rendimiento motor+transmisión | 0,8 | [-] |
| | $F_{ext_x}$ | Fuerza resistente | 50 | [N] |

tabla A.33

La fig. A.43 muestra la curva característica de los servomotores partícipes de este estudio. Debido a que el estudio se centra en las condiciones para los ensayos de prestaciones (no tratándose de un ensayo de durabilidad) consideraremos que la carga es de tipo intermitente y que por tanto el par y la velocidad que puede desarrollar el servomotor son máximos.

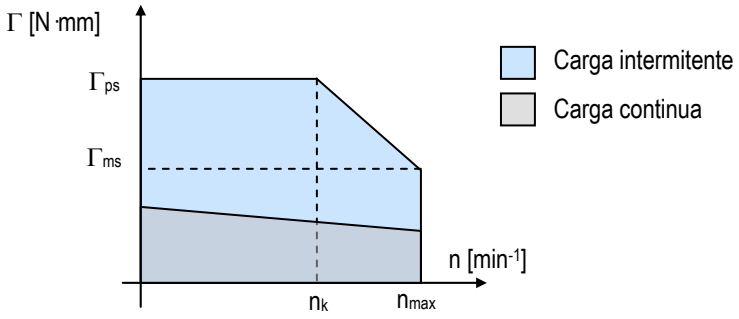



fig. A.43

La tabla A.34 resume los valores de potencia transitoria, energía cinética doble de los motores en función del par útil, la inercia polar y la velocidad máxima de giro de cada uno de los motores.

| Serie | Modelo | $P_m$ [Kg·(m/s²)²] | $W_m$ [Kg·(m/s)²] | $\Gamma_m$ [Nmm] | $\Gamma_{ps}$ [Nmm] | $J_m$ [Kg·mm²] | $n_{max}$ [min⁻¹] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AKM 1x* | AKM 11B | 3.548 | 36,3 | 428 | 610 | 51,7 | 8.000 |
| | AKM 12C | 12.183 | 37,3 | 804 | 1.080 | 53,1 | 8.000 |
| | AKM 13C | 22.539 | 38,3 | 1.108 | 1.460 | 54,5 | 8.000 |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 52.312 | 47,2 | 1.876 | 2.420 | 67,3 | 8.000 |
| | AKM 23D | 123.543 | 34,1 | 2.999 | 3.840 | 72,8 | 6.540 |
| | AKM 23F | 104.358 | 51,1 | 2.756 | 3.520 | 72,8 | 8.000 |
| | AKM 24D | 176.953 | 25,2 | 3.720 | 4.760 | 78,2 | 5.420 |
| | AKM 24F | 173.583 | 54,9 | 3.684 | 4.680 | 78,2 | 8.000 |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 76.159 | 59,1 | 2.532 | 3.240 | 84,2 | 8.000 |
| | AKM 32D | 275.768 | 17,0 | 5.513 | 7.050 | 110,2 | 3.750 |
| | AKM 32H | 162.238 | 77,3 | 4.228 | 5.360 | 110,2 | 8.000 |
| | AKM 33E | 360.582 | 14,7 | 7.008 | 8.950 | 136,2 | 3.140 |
| | AKM 33H | 247.670 | 65,7 | 5.808 | 7.350 | 136,2 | 6.630 |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 125.920 | 35,5 | 4.166 | 5.330 | 137,8 | 4.850 |
| | AKM 41H | 101.747 | 54,4 | 3.744 | 4.780 | 137,8 | 6.000 |
| | AKM 42E | 286.355 | 16,6 | 7.602 | 9.720 | 201,8 | 2.740 |
| | AKM 42G | 282.137 | 48,1 | 7.546 | 9.560 | 201,8 | 4.660 |
| | AKM 42J | 185.627 | 79,7 | 6.120 | 7.750 | 201,8 | 6.000 |
| | AKM 43G | 408.677 | 35,1 | 10.422 | 13.200 | 265,8 | 3.470 |
| | AKM 43K | 220.084 | 104,9 | 7.648 | 9.660 | 265,8 | 6.000 |
| | AKM 44G | 490.193 | 30,2 | 12.715 | 16.100 | 329,8 | 2.890 |
| | AKM 44J | 316.993 | 90,8 | 10.225 | 12.900 | 329,8 | 5.010 |
| *AKM 5x* | AKM 51G | 207.971 | 54,3 | 9.223 | 11.700 | 409,0 | 3.480 |
| | AKM 51K | 130.166 | 161,5 | 7.296 | 9.220 | 409,0 | 6.000 |

tabla A.34

Como puede apreciarse en la fig. A.44 ninguno de los motores de las series AKM 1x y 2x (a excepción del 24F y 24D) son aptos para esta aplicación. Asimismo tampoco los modelos AKM 31E, 32H, 41E, 41H y 51K cumplen con los requisitos. Así pues estos modelos quedan descartados del estudio.

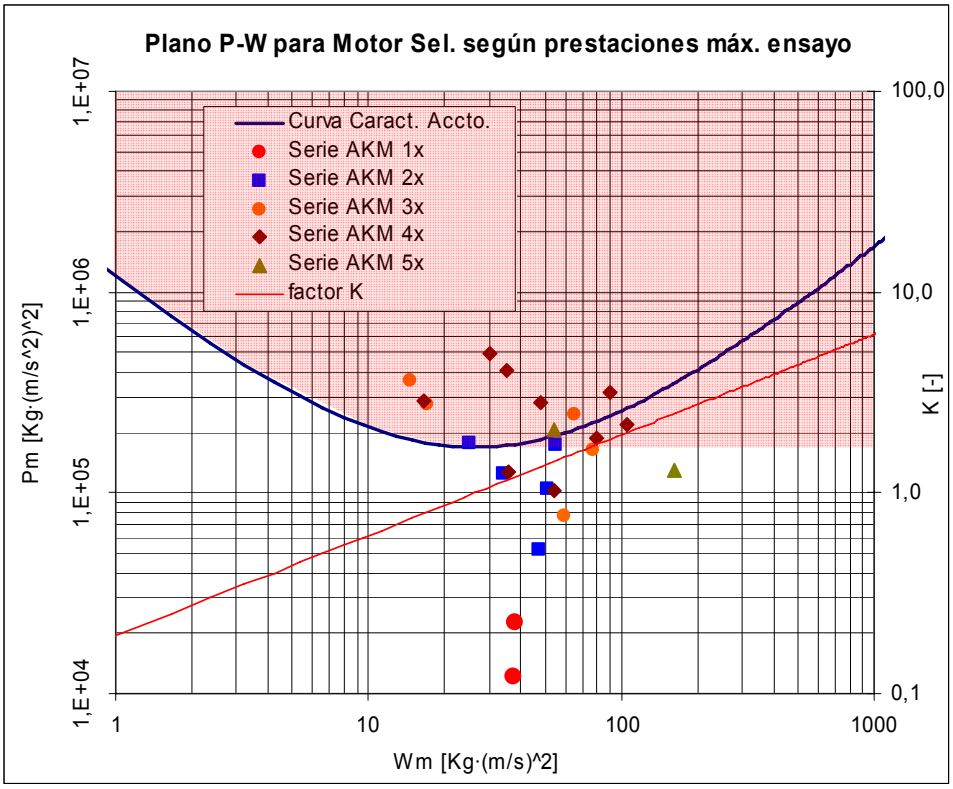



fig. A.44

A.3.2.2 Selección según la capacidad máxima del actuador de selección

Debido a que el actuador lineal de selección también presenta unas prestaciones máximas en velocidad y aceleración, se analizarán si dentro del conjunto de servomotores objeto del estudio existen algunos que puedan considerarse sobredimensionados para la aplicación.

ii) Determinación de la curva característica del accionamiento sobre el plano $\dot{P} - W$

El actuador lineal NEFF WH80 puede soportar picos puntuales de velocidad y aceleración de: $\dot{x}_{max} = 10.000\ mm/s$ y $\ddot{x}_{max} = 80.000\ mm/s$. La tabla A.35 resume los valores de potencia transitoria y energía cinética doble de la carga.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Solicitación según prestaciones máximas* | $x'_{max}$ | Velocidad máxima | 10.000 | [mm/s] |
| | $x''_{max}$ | Aceleración | 80.000 | [mm/s$^2$] |
| | $P_{c.x}$ | Potencia transitoria de la carga | 169.254 | [Kg·(m/s$^2$)$^2$] |
| | $W_{c.x}$ | Energía cinética doble de la carga | 2.644,6 | [Kg·(m/s)$^2$] |

tabla A.35

ii) Determinación de los puntos característicos de los servomotores sobre el plano $\dot{P} - W$

A partir de los valores (ver tabla A.36) que definen el par útil de los servomotores, se determina los puntos característicos de cada uno de ellos (ver tabla A.37)

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Condiciones generales* | $\eta$ | Rendimiento motor+transmisión | 0,8 | [-] |
| | $F_{ext_y}$ | Fuerza resistente | 0 | [N] |

tabla A.36

| Serie | Modelo | $P_m$ [Kg·(m/s$^2$)$^2$] | $W_m$ [Kg·(m/s)$^2$] | $\Gamma_m$ [Nmm] | $\Gamma_{ps}$ [Nmm] | $J_m$ [Kg·mm$^2$] | $n_{max}$ [min$^{-1}$] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *AKM 1x* | AKM 11B | 4.606 | 36,3 | 488 | 610 | 51,7 | 8.000 |
| | AKM 12C | 14.058 | 37,3 | 864 | 1.080 | 53,1 | 8.000 |
| | AKM 13C | 25.032 | 38,3 | 1.168 | 1.460 | 54,5 | 8.000 |
| *AKM 2x* | AKM 22E | 55.692 | 47,2 | 1.936 | 2.420 | 67,3 | 8.000 |
| | AKM 23D | 129.632 | 34,1 | 3.072 | 3.840 | 72,8 | 6.540 |
| | AKM 23F | 108.927 | 51,1 | 2.816 | 3.520 | 72,8 | 8.000 |
| | AKM 24D | 185.433 | 25,2 | 3.808 | 4.760 | 78,2 | 5.420 |
| | AKM 24F | 179.252 | 54,9 | 3.744 | 4.680 | 78,2 | 8.000 |
| *AKM 3x* | AKM 31E | 79.792 | 59,1 | 2.592 | 3.240 | 84,2 | 8.000 |
| | AKM 32D | 288.653 | 17,0 | 5.640 | 7.050 | 110,2 | 3.750 |
| | AKM 32H | 166.851 | 77,3 | 4.288 | 5.360 | 110,2 | 8.000 |
| | AKM 33E | 376.399 | 14,7 | 7.160 | 8.950 | 136,2 | 3.140 |
| | AKM 33H | 253.850 | 65,7 | 5.880 | 7.350 | 136,2 | 6.630 |
| *AKM 4x* | AKM 41E | 131.943 | 35,5 | 4.264 | 5.330 | 137,8 | 4.850 |
| | AKM 41H | 106.117 | 54,4 | 3.824 | 4.780 | 137,8 | 6.000 |
| | AKM 42E | 299.634 | 16,6 | 7.776 | 9.720 | 201,8 | 2.740 |
| | AKM 42G | 289.851 | 48,1 | 7.648 | 9.560 | 201,8 | 4.660 |
| | AKM 42J | 190.486 | 79,7 | 6.200 | 7.750 | 201,8 | 6.000 |
| | AKM 43G | 419.540 | 35,1 | 10.560 | 13.200 | 265,8 | 3.470 |
| | AKM 43K | 224.688 | 104,9 | 7.728 | 9.660 | 265,8 | 6.000 |
| | AKM 44G | 503.015 | 30,2 | 12.880 | 16.100 | 329,8 | 2.890 |
| | AKM 44J | 322.930 | 90,8 | 10.320 | 12.900 | 329,8 | 5.010 |
| *AKM 5x* | AKM 51G | 214.204 | 54,3 | 9.360 | 11.700 | 409,0 | 3.480 |
| | AKM 51K | 133.020 | 161,5 | 7.376 | 9.220 | 409,0 | 6.000 |

tabla A.37

Debido a que todo los servomotores se encuentran comprendidos en la zona roja de la fig. A.45, ninguno de ellos supera los límites de velocidad o aceleración del accionamiento lineal y en consecuencia no es necesario eliminar ninguno de ellos.

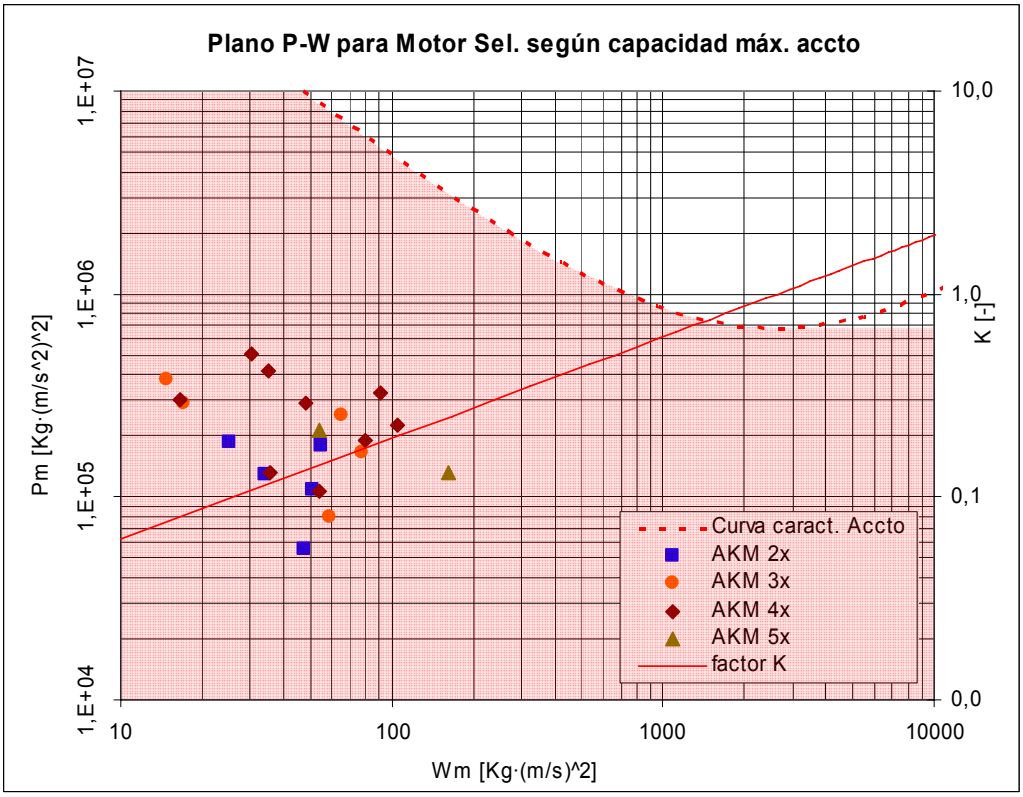



fig. A.45

### A.3.2.3 Establecimiento del rango de reducciones aplicables

Puesto que en el apartados A.3.2.2 no se ha procedido a la eliminación de ninguno de los servomotores motivo de estudio, el establecimiento de el rango se reducciones aplicables se reduce a las limitaciones de velocidad y aceleración según las solicitaciones del ensayo de prestaciones descrito en el apartados A.3.1.1 (ver fig. A.46).

Según prestaciones

- Aceleración mín. ⇒ $\mathbf{i_{p.a}}$ (40.000 mm/s$^2$)
- Velocidad mín. ⇒ $\mathbf{i_{p.v}}$ (1.000 mm/s)

Según capacidad

- Velocidad máx. ⇒ $i_{c.v}$ (10.000 mm/s)
- Aceleración máx. ⇒ $i_{c.a}$ (80.000 mm/s$^2$)

$\mathbf{i_{min}}$: $i_{p_a}$

$\mathbf{i_{max}}$: $i_{p_v}$

**i**: entre $\mathbf{i_{min}}$ **y** $\mathbf{i_{max}}$

fig. A.46

La tabla A.38 muestra los valores del factor K y de su correspondiente valor de reducción i, para cada uno de los cuatro casos anteriores. Asimismo se incluye la situación del punto de rodilla del motor con respecto a la velocidad máxima del mismo, así como la relación de transmisión a partir de la cual, para la velocidad del ensayo de prestaciones (1.000 mm/s), el motor vería decrementado su par. Es importante tener en cuenta este factor puesto que para una relación de transmisión superior, el motor posee una potencia transitoria menor que la calculada. Por otro lado se marcan en rojo los motores que excluidos del estudio. Asimismo, de los marcados en verde se selecciona una relación de transmisión que, estando dentro del rango de valores de reducción posible, sea próximo a la relación de transmisión óptima para la aceleración ($i_0$).

| Serie | Modelo | Prestaciones Aceleración | | Red. Opt. | Prestaciones Velocidad | | Reducción Seleccionada | | Punto de rodilla de motor | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K.i_{p.a}$ | $i_{p.a}$ | $i_0$ | $K.i_{p.v}$ | $i_{p.v}$ | K.i | i | Perd. Par? | $\frac{n_{max_\Gamma}}{n_{max}}$ [%] |
| *AKM 1x* | AKM 11B | --- | ∞ | 22,8 | 1,2 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 25,7 | 96% |
| | AKM 12C | --- | ∞ | 22,5 | 1,2 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 26,3 | 99% |
| | AKM 13C | --- | ∞ | 22,2 | 1,2 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 20,3 | 76% |
| *AKM 2x* | AKM 22E | --- | ∞ | 20,0 | 1,3 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 20,0 | 75% |
| | AKM 23D | --- | ∞ | 19,2 | 1,1 | **21,8** | --- | **imin>imax** | 10,1 | 46% |
| | AKM 23F | --- | ∞ | 19,2 | 1,4 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 25,6 | 96% |
| | AKM 24D | 0,8 | **15,0** | 18,5 | 1,0 | **18,1** | 1,0 | **18,0** | 8,7 | 48% |
| | AKM 24F | 0,9 | **15,8** | 18,5 | 1,4 | **26,7** | 1,0 | **18,0** | 18,6 | 70% |
| *AKM 3x* | AKM 31E | --- | ∞ | 17,8 | 1,5 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 16,7 | 63% |
| | AKM 32D | 0,5 | **7,5** | 15,6 | 0,8 | **12,5** | 0,6 | **9,0** | 5,6 | 45% |
| | AKM 32H | --- | ∞ | 15,6 | 1,7 | **26,7** | --- | **imin>imax** | 21,9 | 82% |
| | AKM 33E | 0,4 | **5,6** | 14,0 | 0,7 | **10,5** | 0,6 | **8,0** | 5,5 | 52% |
| | AKM 33H | 0,5 | **7,4** | 14,0 | 1,6 | **22,1** | 1,0 | **14,0** | 16,8 | 76% |
| *AKM 4x* | AKM 41E | --- | ∞ | 13,9 | 1,2 | **16,2** | --- | **imin>imax** | 7,1 | 44% |
| | AKM 41H | --- | ∞ | 13,9 | 1,4 | **20,0** | --- | **imin>imax** | 16,9 | 85% |
| | AKM 42E | 0,5 | **5,4** | 11,5 | 0,8 | **9,1** | 0,6 | **7,0** | 4,2 | 46% |
| | AKM 42G | 0,5 | **5,5** | 11,5 | 1,3 | **15,5** | 1,0 | **11,0** | 8,4 | 54% |
| | AKM 42J | 0,7 | **8,5** | 11,5 | 1,7 | **20,0** | 1,0 | **11,0** | 18,2 | 91% |
| | AKM 43G | 0,4 | **3,7** | 10,0 | 1,2 | **11,6** | 0,9 | **9,0** | 6,7 | 58% |
| | AKM 43K | 0,6 | **5,9** | 10,0 | 2,0 | **20,0** | 1,0 | **10,0** | 17,1 | 85% |
| | AKM 44G | 0,3 | **2,9** | 9,0 | 1,1 | **9,6** | 1,0 | **7,0** | 5,9 | 61% |
| | AKM 44J | 0,4 | **3,9** | 9,0 | 1,9 | **16,7** | 1,0 | **9,0** | 12,7 | 76% |
| *AKM 5x* | AKM 51G | 0,6 | **5,1** | 8,1 | 1,4 | **11,6** | 1,0 | **8,0** | 6,4 | 55% |
| | AKM 51K | --- | ∞ | 8,1 | 2,5 | **20,0** | --- | **imin>imax** | 15,8 | 79% |

tabla A.38

Los motores AKM 24D, 32D, 33E, 42E, 42G, 43G, 44G y 51G se eliminan del estudio por no presentar un par constante durante el movimiento de selección.

### A.3.2.4 Selección según las solicitaciones del ensayo de durabilidad

En este apartado se verifica si los motores presentan o no sobrecarga durante los ensayos de durabilidad así como si cumplen con la solicitación del mismo.

i) Selección según la capacidad de carga de los servomotores

En este caso el patrón que sigue el accto. de selección en cada ciclo es el mostrado en la fig. A.47.

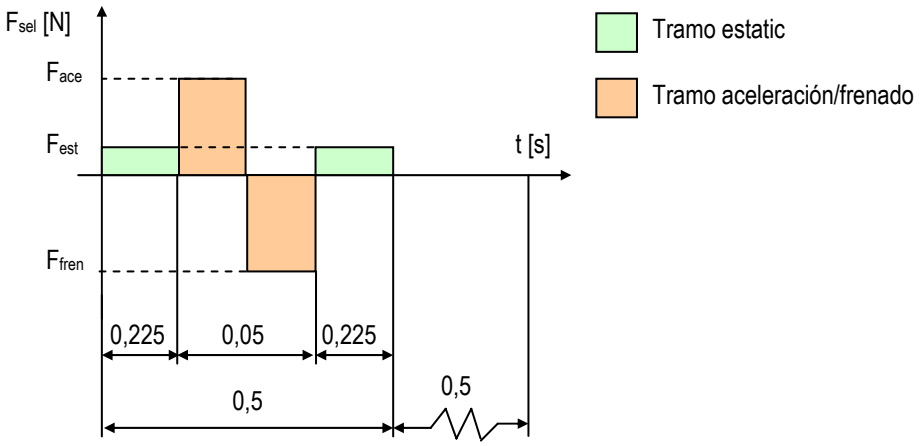



fig. A.47

Debido a que el cálculo de la carga se refiere inicialmente al esfuerzo en pomo, es necesario expresar la masa de todo el accionamiento según la ec. A.41 y en función de la relación de transmisión $i_x$ seccionada.

$$m_{r.accto} = \frac{J_m \cdot i_x^{\,2} + J_{c.x}}{r_x^{\,2}} + m_{c.x} \quad [Kg] \qquad \text{ec. A.41}$$

La ec. A.42 expresa el cálculo de los esfuerzos de las diferentes etapas así como del esfuerzo RMS para todo el cambio.

$$\left.\begin{aligned} F_{ace} &= F_{ext.x} + \frac{\ddot{x}}{1000} \cdot m_{r.accto} \\ F_{est} &= F_{ext.x} \end{aligned}\right\} F_{RMS} = \sqrt{\frac{F_{ace}^{\,2} \cdot t_{ace} + 2 \cdot \left(F_{est}^{\,2} \cdot t_{est}\right)}{t_{ace} + 2 \cdot t_{est}}} \quad [N] \qquad \text{ec. A.42}$$

La ec. A.43 traslada el esfuerzo RMS al valor de par motor análogo.

$$\Gamma_{RMS} = F_{RMS} \frac{r_x}{\eta \cdot i_x} \quad [N \cdot mm] \qquad \text{ec. A.43}$$

Las tabla A.39 y tabla A.40 resumen los valores necesarios para calcular el par RMS. Nótese que la solicitación del ensayo de durabilidad es la misma que el de prestaciones.

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Solicitación según ensayo durabilidad* | $x_{obj}$ | Longitud | 25,0 | [mm] |
| | $x'_{obj}$ | Velocidad máxima | 1.000 | [mm/s] |
| | $x''_{obj}$ | Aceleración | 40.000 | [mm/s$^2$] |
| | $x_{obj}$ | Tiempo | 0,050 | [s] |
| | $P_{c.x}$ | Potencia transitoria de la carga | 42.314 | [Kg·(m/s$^2$)$^2$] |
| | $W_{c.x}$ | Energía cinética doble de la carga | 26,45 | [Kg·(m/s)$^2$] |

tabla A.39

| Caract. | Variable | Definición | Valor | Unidades |
|---|---|---|---|---|
| *Condiciones generales* | $\eta$ | Rendimiento motor+transmisión | 0,8 | [-] |
| | $F_{ext.x}$ | Fuerza resistente | 50 | [N] |

tabla A.40

La ec. A.44 muestra el cálculo del par admisible como el promedio entre ambos pares del motor en continuo. Por otro lado la ec. A.45 expresa la determinación del factor de carga $r_c$. Un factor de carga por encima del 100% expresa que el motor se encuentra sobrecargado.

$$\Gamma_{adm} = \frac{\Gamma_{cr} + \Gamma_{cs}}{2} \quad [N{\cdot}mm] \quad \text{ec. A.44} \qquad r_c = \frac{\Gamma_{RMS}}{\Gamma_{adm}} \cdot 100 \quad [\%] \quad \text{ec. A.45}$$

Tal y como se aprecia en la tabla A.41 ninguno de los servomotores presenta sobrecarga.

| Serie | Modelo | Reducción Seleccionada | | $J_m$ [Kg·mm$^2$] | $m_{r.accto}$ [Kg] | $\Gamma_{RMS}$ [Nmm] | $\Gamma_{cr}$ [Nmm] | $\Gamma_{cs}$ [Nmm] | $\Gamma_{adm}$ [Nmm] | $r_c$ [%] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K_{i.y}$ | $i_y$ | | | | | | | |
| *AKM 2x* | AKM 24F | 1,0 | 18 | 78,2 | 51,5 | 1045 | 1120 | 1420 | 1270 | 82% |
| *AKM 3x* | AKM 33H | 1,0 | 14 | 136,2 | 52,8 | 1377 | 2270 | 2880 | 2575 | 53% |
| *AKM 4x* | AKM 42J | 1,0 | 11 | 201,8 | 50,5 | 1680 | 2380 | 3560 | 2970 | 57% |
| | AKM 43K | 1,0 | 10 | 265,8 | 52,7 | 1924 | 2620 | 4900 | 3760 | 51% |
| | AKM 44J | 1,0 | 9 | 329,8 | 52,8 | 2143 | 3840 | 6000 | 4920 | 44% |

tabla A.41

ii) Selección según la capacidad de aceleración de los servomotores

Análogamente al accto. de inserción, según el nivel de carga de cada uno de los servomotores es posible calcular el par útil que proporcionaría cada uno de ellos empleándolos al 100%. En este caso resulta sencillo comprobar que dicho par se encuentra por encima del par máximo que pueden proporcionar los servomotores. Es decir, que aun haciendo trabajar los servomotores a par máximo, éstos no exceden de la capacidad máxima en continuo. Ello se debe a la brevedad de la intervención del accto. de selección.

Así pues podemos calcular los puntos característicos de los servomotores para durabilidad a partir del par máximo. La tabla A.42 resume el cálculo y el fig. A.48 muestra los puntos.

| Serie | Modelo | Reducción Seleccionada | | $P_m$ [Kg·(m/s$^2$)$^2$] | $W_m$ [Kg·(m/s)$^2$] | $\Gamma_m$ [Nmm] | $\Gamma_{ps}$ [Nmm] | $J_m$ [Kg·mm$^2$] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $K_{i.y}$ | $i_y$ | | | | | |
| *AKM 2x* | AKM 24F | 1,0 | 18 | 173.583 | 25,01 | 3684 | 4.680 | 78,2 |
| *AKM 3x* | AKM 33H | 1,0 | 14 | 247.670 | 26,35 | 5808 | 7.350 | 136,2 |
| *AKM 4x* | AKM 42J | 1,0 | 11 | 185.627 | 24,10 | 6120 | 7.750 | 201,8 |
| | AKM 43K | 1,0 | 10 | 220.084 | 26,23 | 7648 | 9.660 | 265,8 |
| | AKM 44J | 1,0 | 9 | 316.993 | 26,37 | 10225 | 12.900 | 329,8 |

tabla A.42

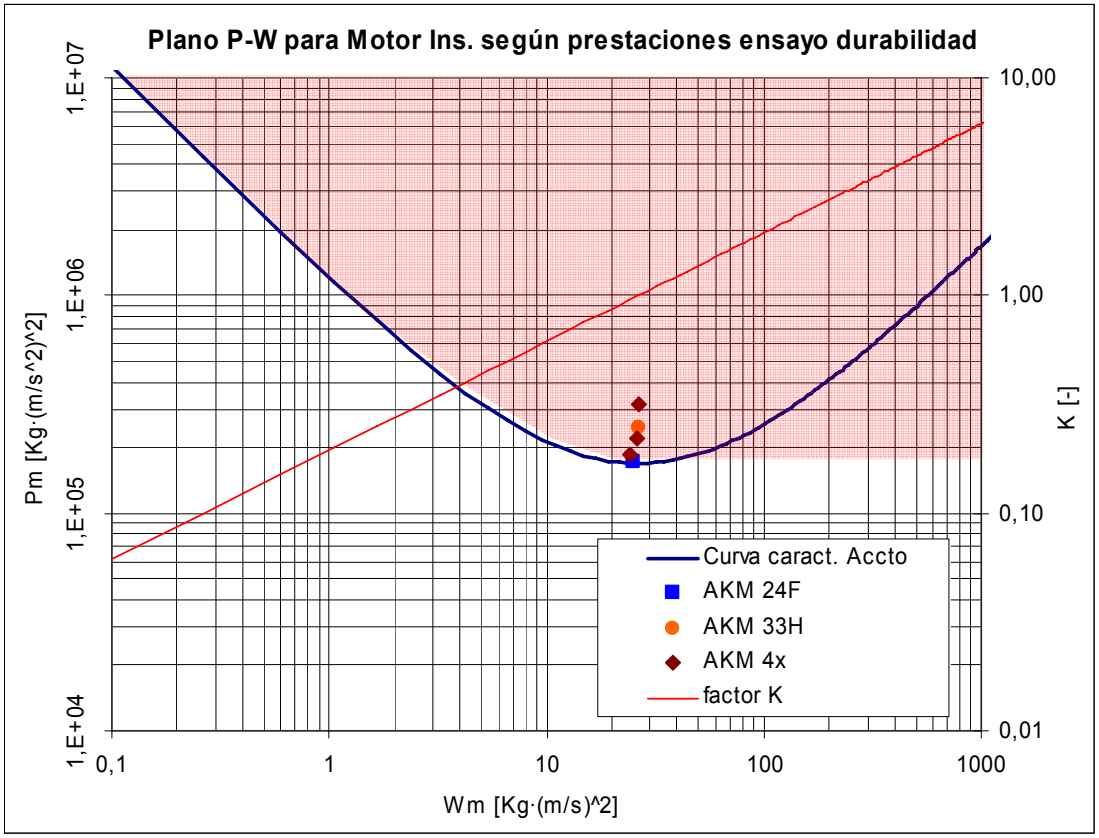



fig. A.48

Debido a que en este caso no existe restricción alguna, se selecciona el motor AKM 44J, por presentar mayor potencia transitoria y requerir de una menor reducción.

## A.3.3 Sistema de amortiguación

En el apartado 5.3.3.1 de la memoria se explica el procedimiento seguido para el cálculo del sistema de amortiguación de impacto en pomo para el movimiento de inserción. Los parámetros característicos de éste son:

| Condición ensayo * | | | Amortiguación necesaria | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Carga | $\dot{y}_{OBJ}$ [mm/s] | $F_{YOBJ}$ [N] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | Compresión máx [mm] |
| Básica | 500 | 98,1 | 0,196 | 0,196 | 7,7 | 25,48 |
| Alta carga | 1000 | 196,2 | 0,196 | 0,196 | 7,7 | 12,74 |

* En el ensayo de prestaciones no se realiza control del esfuerzo de sincronización, éste únicamente se realiza en la durabilidad.

tabla A.43

Dichos parámetros se calculan considerando a la palanca de cambios como elemento rígido y, a continuación, se estudia la respuesta del sistema real. A continuación se detalla la parte restante del estudio del sistema de amortiguación.

### A.3.3.1 Cálculo del sistema simplificado

Con el objeto de verificar la adecuación de los parámetros calculados con anterioridad, se comprueba analíticamente la forma en que evoluciona la respuesta del sistema con el tiempo. Las ecuaciones de la ec. A.46 a ec. A.50 permiten calcular la evolución temporal del sistema de 1 G.L.

$$F_{accto} = \begin{cases} Max\left\{K_{P.accel}\cdot\left(\dot{y}_{obj} - \dot{y}_{accto}\right); F_{y.max}\right\} \Leftarrow t < t_{inicio.sinc} \\ Max\left\{K_{P}\cdot\left(\dot{y}_{obj} - \dot{y}_{accto}\right); F_{y.max}\right\} \Leftarrow t \geq t_{inicio.sinc} \end{cases} \qquad \text{ec. A.46}$$

$$\dot{y}_{accto(t_{i+1})} = \dot{y}_{accto(t_i)} + \frac{\Delta t\cdot\left(F_{accto} - F_{sinc}\right)}{m_{r.accto}} \qquad \text{ec. A.47}$$

$$\dot{y}_{pomo(t_{i+1})} = \begin{cases} \dot{y}_{accto(t_{i+1})} \Leftarrow t < t_{inicio.sinc} \\ 0 \Leftarrow t \geq t_{inicio.sinc} \end{cases} \qquad \text{ec. A.48}$$

$$F_{k(t_{i+1})} = F_{k(t_i)} + k_{util}\cdot\Delta t\cdot\left(\dot{y}_{accto(t_i)} - \dot{y}_{pomo(t_i)}\right) \qquad \text{ec. A.49}$$

$$F_{c(t_{i+1})} = c_{util}\cdot\left(\dot{y}_{accto(t_{i+1})} - \dot{y}_{pomo(t_{i+1})}\right) \qquad \text{ec. A.50}$$

Se realiza el cálculo de la evolución temporal para los parámetros calculados como óptimos:

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | $\zeta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,196 | 0,196 | 7,699 | 1 |

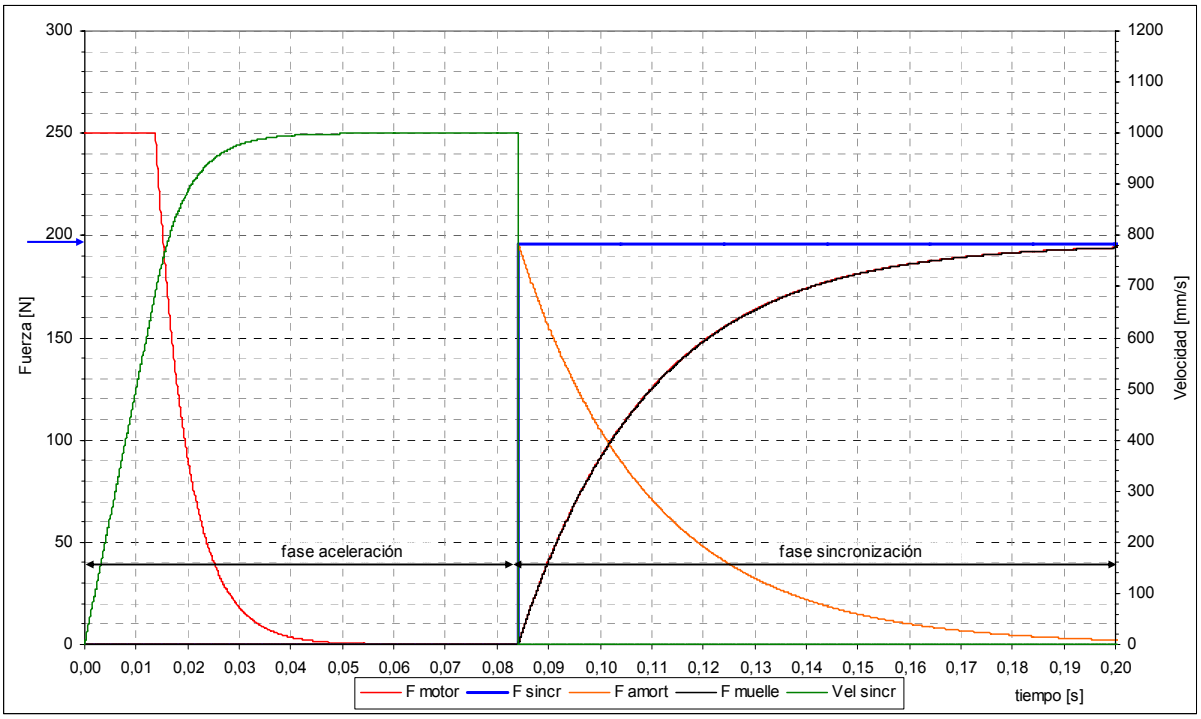



fig. A.49

En la fig. A.49 se muestra la evolución de la sincronización en el modelo simplificado utilizando los parámetros óptimos. El pico inicial es inexistente y, además, la fuerza necesaria de sincronización se alcanza y se mantiene constante desde el instante inicial. El gráfico representa la consecución ideal de los objetivos del sistema de amortiguación.

A continuación se muestran algunas figuras ejemplo de la respuesta de posibles sistemas de amortiguación con ajustes que difieren de los calculados:

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | ζ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,196 | 0,150 | 5,993 | 1 |

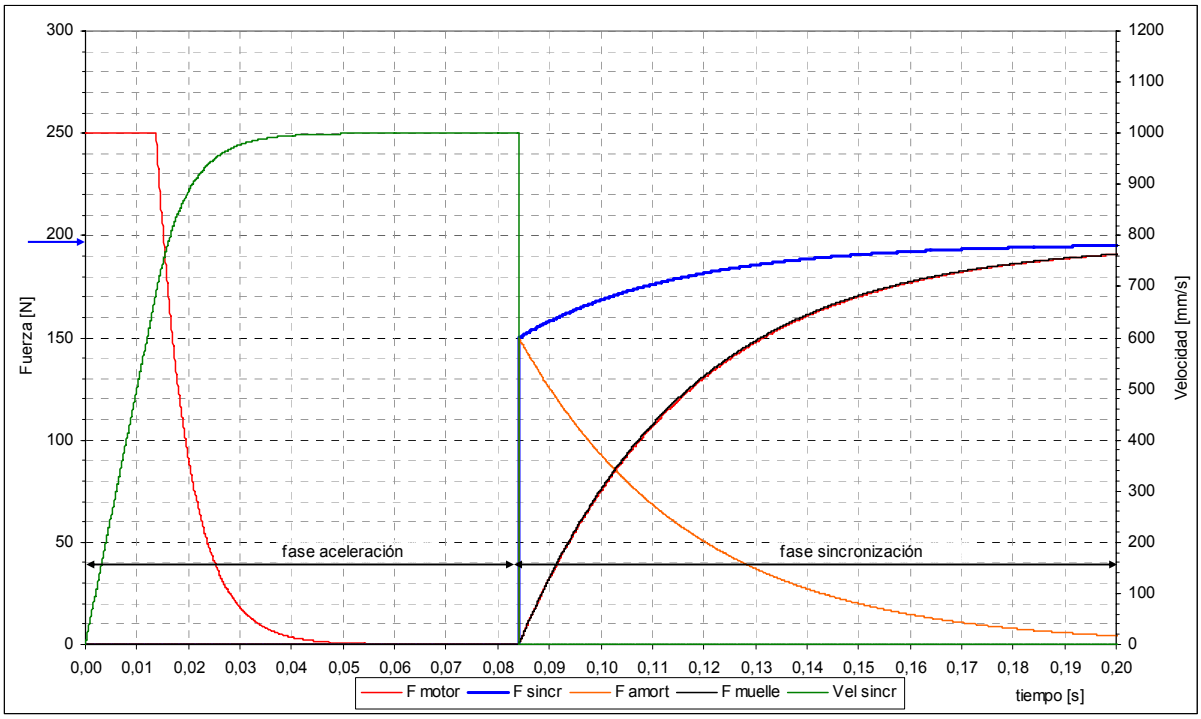



fig. A.50

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | ζ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,196 | 0,260 | 10,406 | 1 |

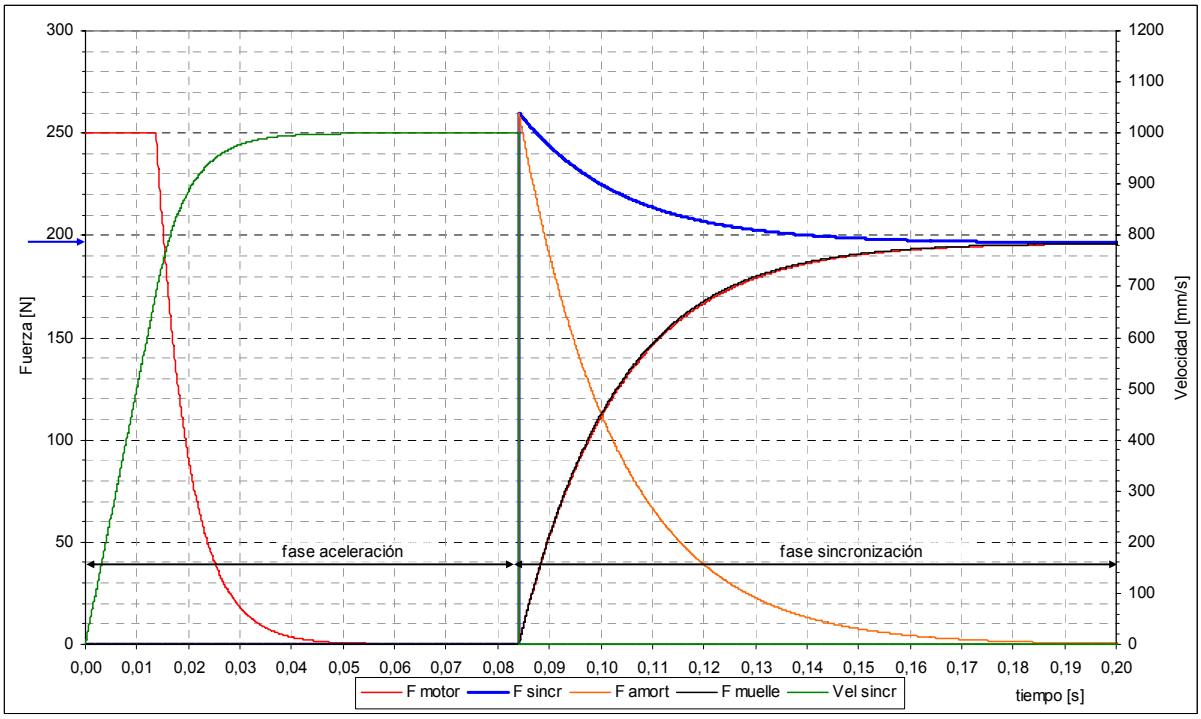



fig. A.51

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | $\zeta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,150 | 0,196 | 5,993 | 1 |

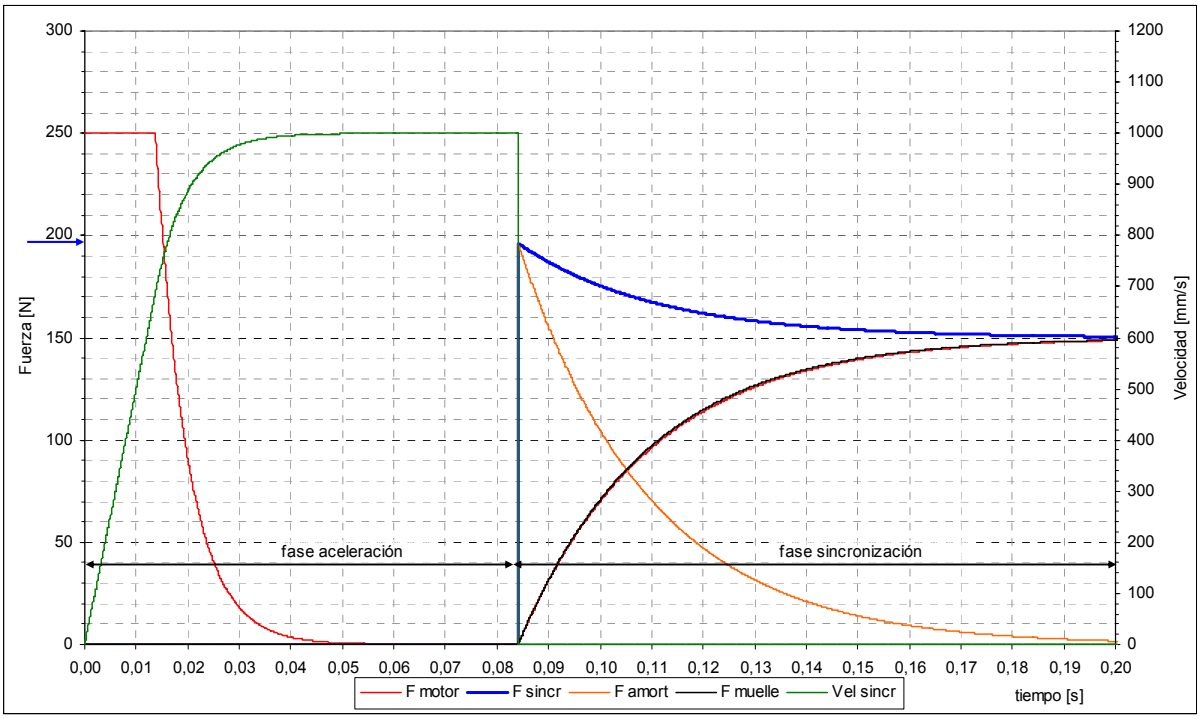



fig. A.52

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | $\zeta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,260 | 0,196 | 10,406 | 1 |

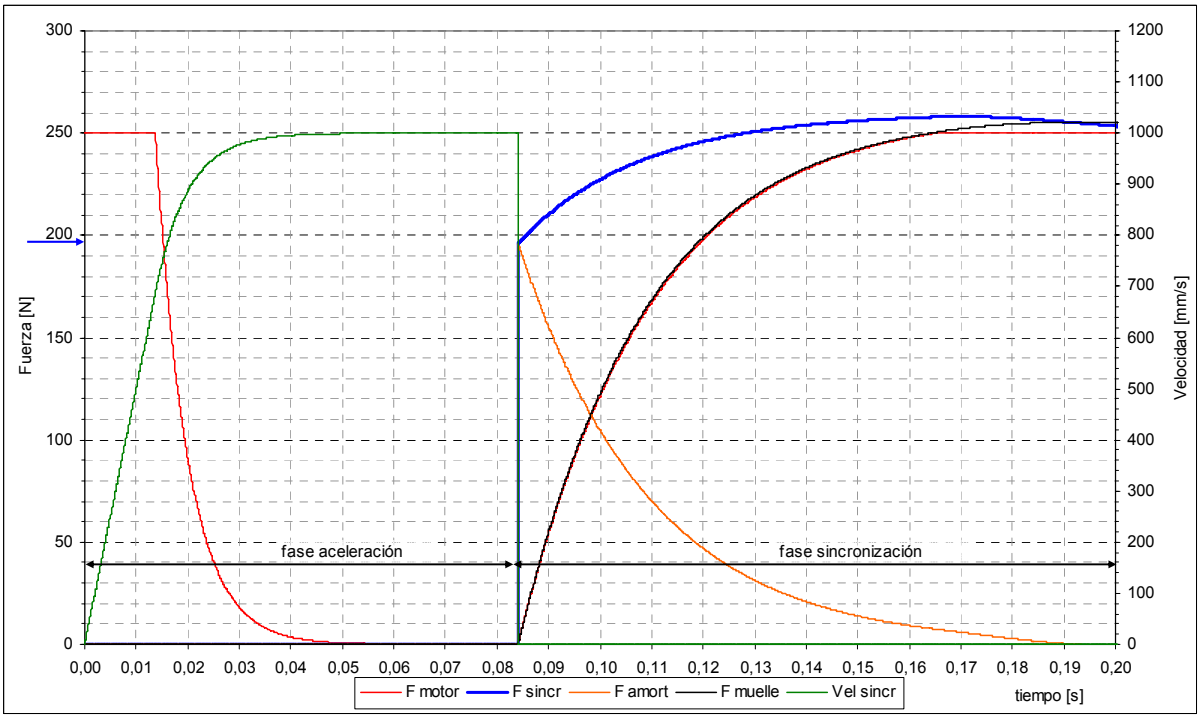



fig. A.53

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | ζ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,196 | 0,196 | 6,500 | > 1 |

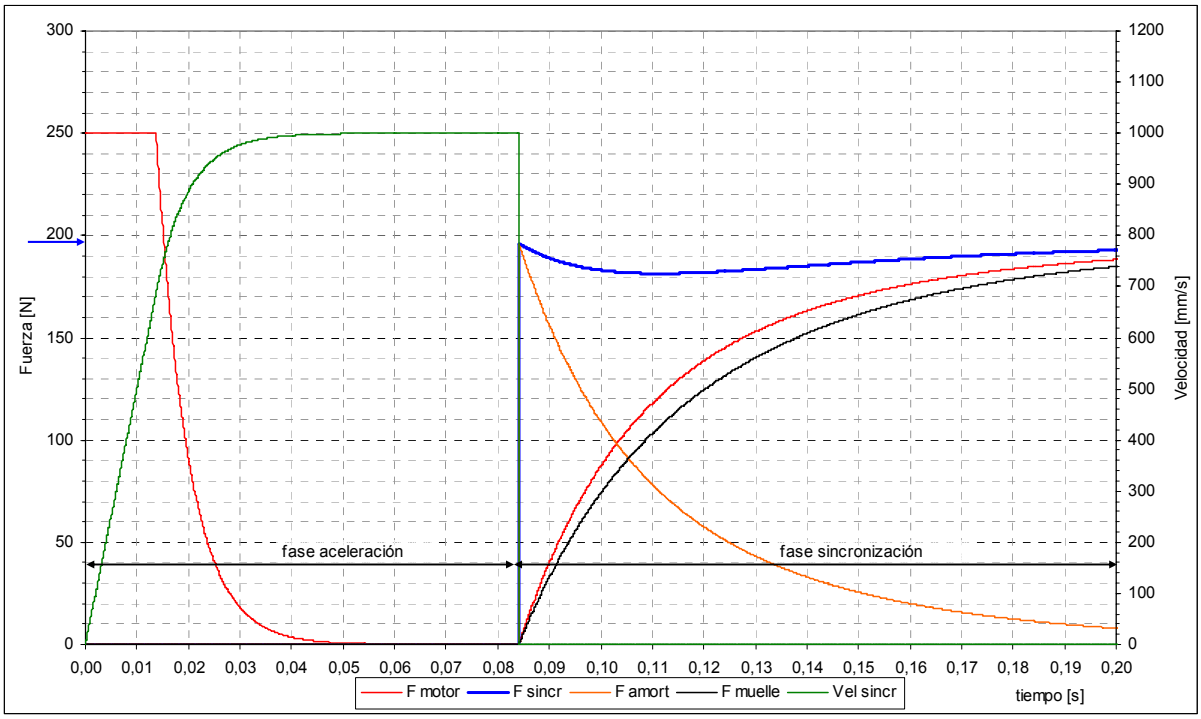



fig. A.54

| $\dot{y}_{obj}$ [mm/s] | $F_{Yobj}$ [N] | $k_{caja}$ [N/mm] | $K_P$ [N·s/mm] | $c_{util}$ [N·s/mm] | $k_{util}$ [N/mm] | ζ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 196,2 | ∞ | 0,196 | 0,196 | 15,000 | < 1 |

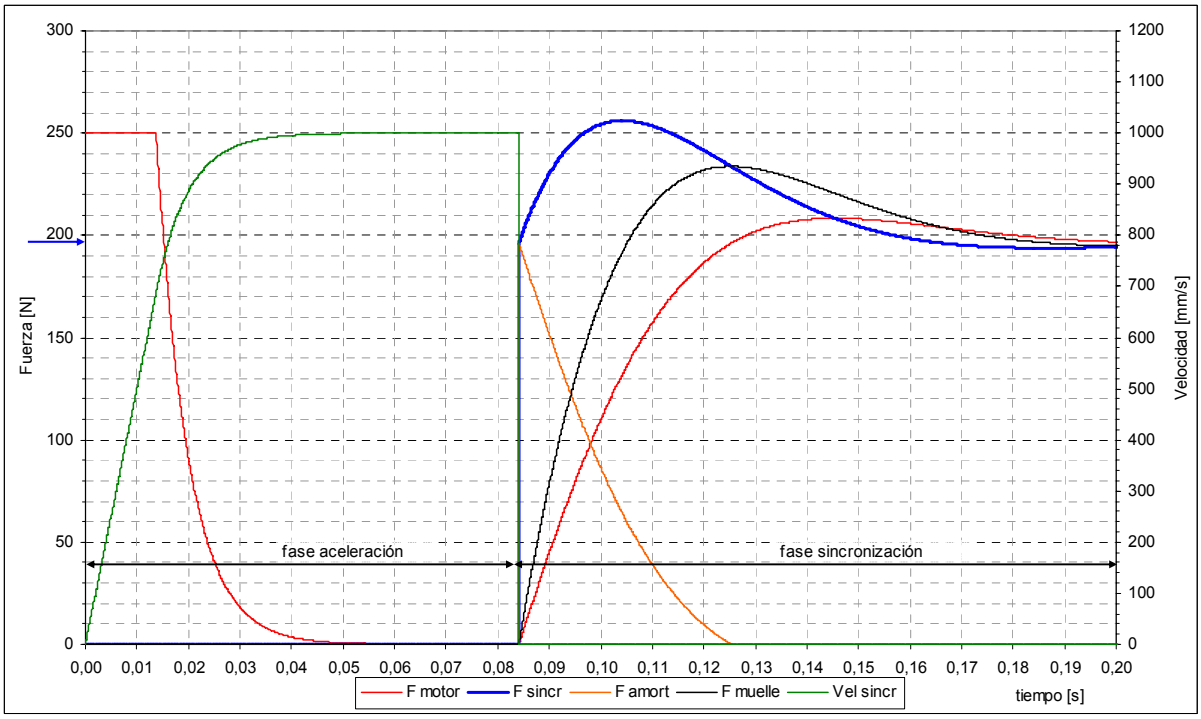



fig. A.55

En la fig. A.50 se disminuye el valor de $c_{util}$ manteniendo el sistema con amortiguación crítica. Se puede apreciar que, pese a que finalmente se converge en el valor de esfuerzo deseado, en el instante inicial éste queda por debajo. Más desfavorable resulta el impacto si se aumenta el valor de $c_{util}$, tal y como aparece en la fig. A.51, ya que en ese caso lo que ocurre es que se supera el valor de esfuerzo objetivo.

Al actuar únicamente sobre la $K_P$ ocurre lo contrario: el instante inicial alcanza el esfuerzo objetivo pero converge en otro valor distinto, tal y como muestran las fig. A.52 y fig. A.53.

Finalmente, si se reduce la $k_{util}$ se varía el grado de amortiguación del sistema. De esta forma la respuesta del sistema empeora entre el impacto inicial y la convergencia final. En un sistema sobreamortiguado (menor rigidez) el esfuerzo disminuye en dicha zona, mientras que en un sistema sobreamortiguado (mayor rigidez) la respuesta se vuelve inestable pasado el impacto inicial. Como ejemplo, se muestran las fig. A.54 y fig. A.55 respectivamente.

### A.3.3.2 Cálculo del sistema real

En el caso de no considerar la palanca como elemento rígido y tener en cuenta su elasticidad, el sistema pasa a ser de 2 grados de libertad. La figura y ecuación siguientes detallan el sistema de amortiguación sin simplificar:

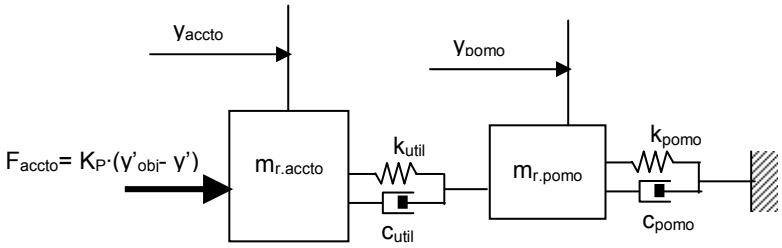



fig. A.56

$$\left.\begin{aligned} m_{r.accto}\cdot\ddot{y}_{accto}+c_{util}\cdot\left(\dot{y}_{accto}-\dot{y}_{pomo}\right)+k_{util}\cdot\left(y_{accto}-y_{pomo}\right)&=K_P\cdot\left(\dot{y}_{obj}-\dot{y}_{accto}\right)\\ m_{r.pomo}\cdot\ddot{y}_{pomo}+c_{pomo}\cdot\dot{y}_{pomo}+k_{pomo}\cdot y_{pomo}&=k_{util}\cdot\left(y_{accto}-y_{pomo}\right)+c_{util}\cdot\left(\dot{y}_{accto}-\dot{y}_{pomo}\right)\end{aligned}\right\} \quad \text{ec. A.51}$$

Con la idea de calcular analíticamente los parámetros óptimos para el sistema anterior, se intenta desacoplar el sistema, de 2 G.L., en dos sistemas independientes de 1 G.L.

$$\begin{cases} M = \begin{bmatrix} m_{r.accto} & 0 \\ 0 & m_{r.pomo} \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} c_{util} + K_P & -c_{util} \\ -c_{util} & c_{util} + c_{pomo} \end{bmatrix} \\ K = \begin{bmatrix} k_{util} & -k_{util} \\ -k_{util} & k_{util} + k_{pomo} \end{bmatrix} \\ F = \begin{bmatrix} K_P \cdot \dot{y}_{obj} \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad \text{ec. A.52}$$

$$M \cdot \ddot{q} + C \cdot \dot{q} + K \cdot q = F \quad \text{ec. A.53}$$

$$q = \begin{bmatrix} y_{accto} \\ y_{pomo} \end{bmatrix} \quad \text{ec. A.54}$$

$$D = M^{-1} \cdot K \quad \text{ec. A.55}$$

Las ec. A.52 a ec. A.54 representan el sistema en forma matricial. La ec. A.55 permite calcular la matriz dinámica del sistema. Se calculan los valores y vectores propios de dicha matriz.

Valor propio 1: $\lambda_1 \Rightarrow$ Vector propio 1: $p_1$

Valor propio 2: $\lambda_2 \Rightarrow$ Vector propio 2: $p_2$

Mediante la matriz de vectores propios P, se intenta desacoplar el sistema de 2 G.L.

$$P = \{p_1, p_2\}^T ; \ \xi = \{\xi_1, \xi_2\}^T = P^{-1} \cdot \{y_{accto}, y_{pomo}\}^T$$

$$\Downarrow \quad \text{ec. A.56}$$

$$P^T \cdot M \cdot P \cdot \ddot{\xi} + P^T \cdot C \cdot P \cdot \dot{\xi} + P^T \cdot K \cdot P \cdot \xi = P^T \cdot F$$

Mediante el proceso anterior se pretende tener, en la ec. A.51, dos sistemas de un grado de libertad en lugar de un sistema de dos. Desacoplar el sistema es posible siempre y cuando las matrices $P^T \cdot M \cdot P$, $P^T \cdot K \cdot P$ y $P^T \cdot C \cdot P$ sean diagonales.

Se detallan a continuación los resultados obtenidos utilizando los valores de $c_{util}$, $K_{util}$ y $K_P$ obtenidos mediante el sistema simplificado.

$$M = \begin{bmatrix} 5{,}0 & 0 \\ 0 & 0{,}2 \end{bmatrix} \qquad K = \begin{bmatrix} 7699 & -7699 \\ -7699 & 7699 + 20 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 196{,}2 + 196{,}2 & -196{,}2 \\ -196{,}2 & 196{,}2 + 6{,}0 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 196{,}2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1539{,}8 & -1539{,}8 \\ -38495{,}0 & 138495{,}0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 1108{,}36; p_1 = \{-0{,}09996, 0{,}01118\}^T \\ \lambda_2 = 138926{,}44; p_2 = \{-0{,}028001, -0{,}99726\}^T \end{cases}$$

$$P^T \cdot M \cdot P = \begin{bmatrix} 0{,}05012 & 0 \\ 0 & 0{,}19953 \end{bmatrix} \qquad P^T \cdot K \cdot P = \begin{bmatrix} 55{,}5482 & 0 \\ 0 & 27720{,}0 \end{bmatrix}$$

$$P^T \cdot C \cdot P = \begin{bmatrix} 2{,}9812 & -14{,}279 \\ -14{,}279 & 205{,}83 \end{bmatrix} \qquad P^T \cdot F = \begin{bmatrix} -19{,}61 \\ 2{,}193 \end{bmatrix}$$

Se puede apreciar en los resultados anteriores que el sistema no es desacoplable y, por tanto, no puede ser resuelto analíticamente. Sí que puede realizarse, sin embargo, un cálculo aproximado del nuevo coeficiente de amortiguación. Para ello se parte la ec. A.56, denominando $m_i$, $k_i$ y $c_i$ a los términos diagonales de las matrices $P^T \cdot M \cdot P$, $P^T \cdot K \cdot P$ y $P^T \cdot C \cdot P$ respectivamente:

Factor amortiguación: $$\zeta_i = \frac{c_i}{2 \cdot \sqrt{k_i \cdot m_i}} \qquad \text{ec. A.57}$$

Para el caso de $k_{util}$ = 7,699 N/mm: $\zeta_1 = 0{,}89336$, $\zeta_2 = 1{,}38384$. Por lo tanto, se pasa de tener un sistema de 1 G.L. de amortiguación crítica a tener un sistema de 2 G.L. con un modo propio subamortiguado y otro sobreamortiguado.

Se repite el cálculo para diversos valores de $k_{util}$ para ver la forma en que evolucionan los factores de amortiguación (aproximados) en función de la rigidez del útil. Los resultados se resumen en la fig. A.57:

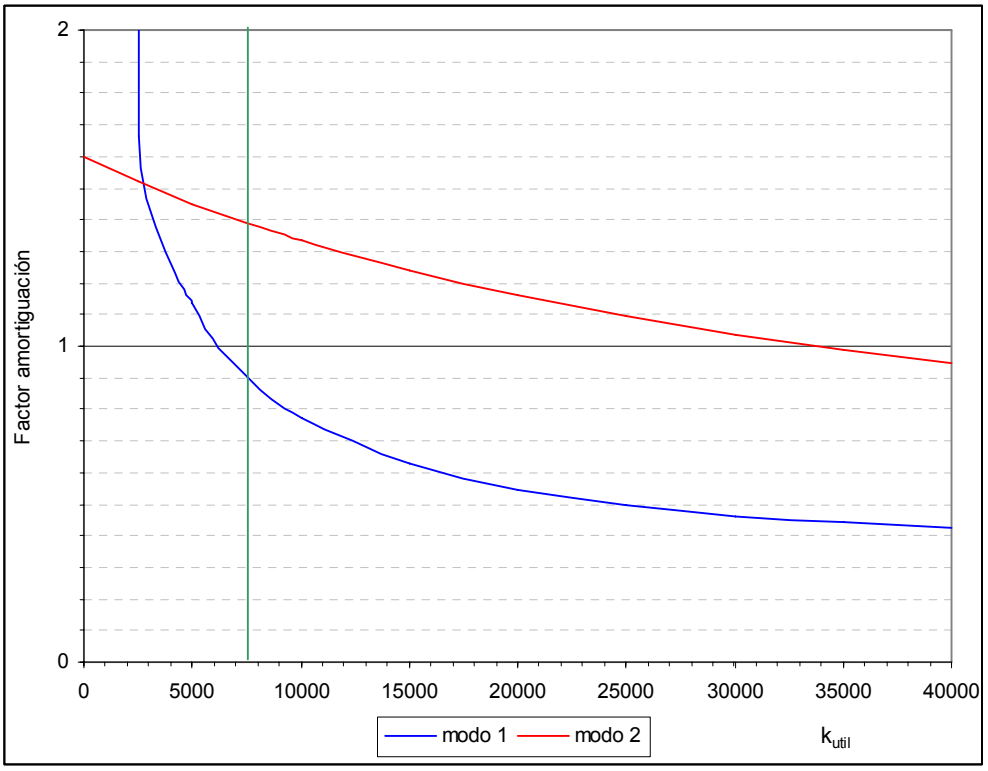



fig. A.57

Dado que analíticamente no es posible recalcular para el sistema real los parámetros de funcionamiento óptimos, se decide continuar el estudio de éste mediante herramientas de simulación, verificándose la respuesta del sistema partiendo de los parámetros calculados mediante el sistema simplificado a 1 G.L.

A.3.3.3 Simulación del sistema real

Para estudiar el comportamiento del sistema de accionamiento del pomo real se utiliza el programa Working Model 2D©, el cual permite realizar simulaciones de modelos físicos bidimensionales.

Mediante dicho programa se calcula la respuesta del sistema utilizando los parámetros calculados previamente mediante el sistema simplificado. Adicionalmente, se realizan ligeras variaciones en dichos parámetros para comprobar el efecto sobre la respuesta.

Los datos que representan las gráficas siguientes han sido obtenidos mediante el mencionado programa de simulación. Dichas gráficas muestran en línea continua la evolución de la sincronización utilizando los parámetros calculados mediante el sistema de 1 G.L. (despreciando la elasticidad de la palanca). Se comprueba el efecto causado por la modificación de los distintos parámetros del sistema. En línea continua se grafica la evolución de la sincronización utilizando los valores de obtenidos mediante el sistema simplificado. Las otras líneas muestran el efecto de modificar los distintos parámetros del útil de amortiguación.

El principal inconveniente derivado de la elasticidad de la palanca es que la respuesta en el instante inicial se hace más lenta (ver fig. A.58 en adelante, línea continua). Este efecto deriva del bajo valor de amortiguación que presenta la palanca, resultando la reacción de ésta en el instante inicial insuficiente para poder alcanzar el valor de esfuerzo de sincronización deseado. Únicamente cuando la palanca alcanza un cierto nivel de compresión, se consigue transmitir dicho nivel de esfuerzo. Al no poderse intervenir sobre el valor de rigidez de la palanca, no es posible reducir la duración de dicho retraso sin sobrepasar como contrapartida el esfuerzo objetivo.

Se puede apreciar que el tiempo necesario para alcanzar la fuerza objetivo pasa de ser nulo a ser de unos 0,05 s. Dado que el tiempo de sincronización se moverá normalmente entorno a valores de 0,3 a 0,4 s, el sistema tendrá un margen suficiente para alcanzar en todo momento el esfuerzo de sincronización.

En la fig. A.58 se puede apreciar cómo afecta a la respuesta del sistema la constante de rigidez del muelle del utillaje. Aumentando el valor de rigidez (línea de puntos y rallas; 20% más de rigidez) se llega antes a realizar el esfuerzo objetivo. Sin embargo, si se aumenta en exceso la rigidez, una vez alcanzado el valor objetivo éste es superado. Si se disminuye la rigidez (línea discontinua; 20% menos de rigidez), la respuesta se hace aún más lenta, de forma que incluso puede no llegar a dar tiempo de alcanzar la fuerza objetivo:

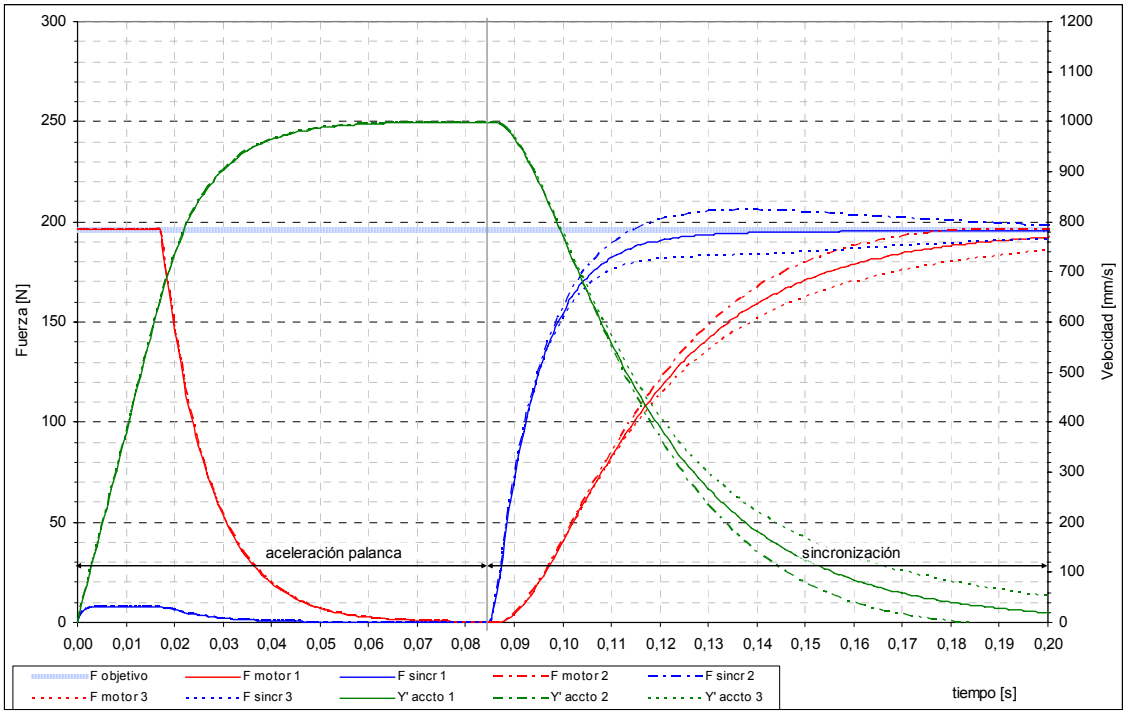



fig. A.58

Un exceso de amortiguación (fig. A.59, línea puntos y rallas; 20% más de coef. de amortiguación) sobrepasará inicialmente el valor objetivo para después disminuir por debajo de éste, no llegando a estabilizarse el sistema. Un descenso de la amortiguación (línea discontinua; 20% menos de amortiguación) llevará a sobrepasar el valor objetivo una vez alcanzado éste:

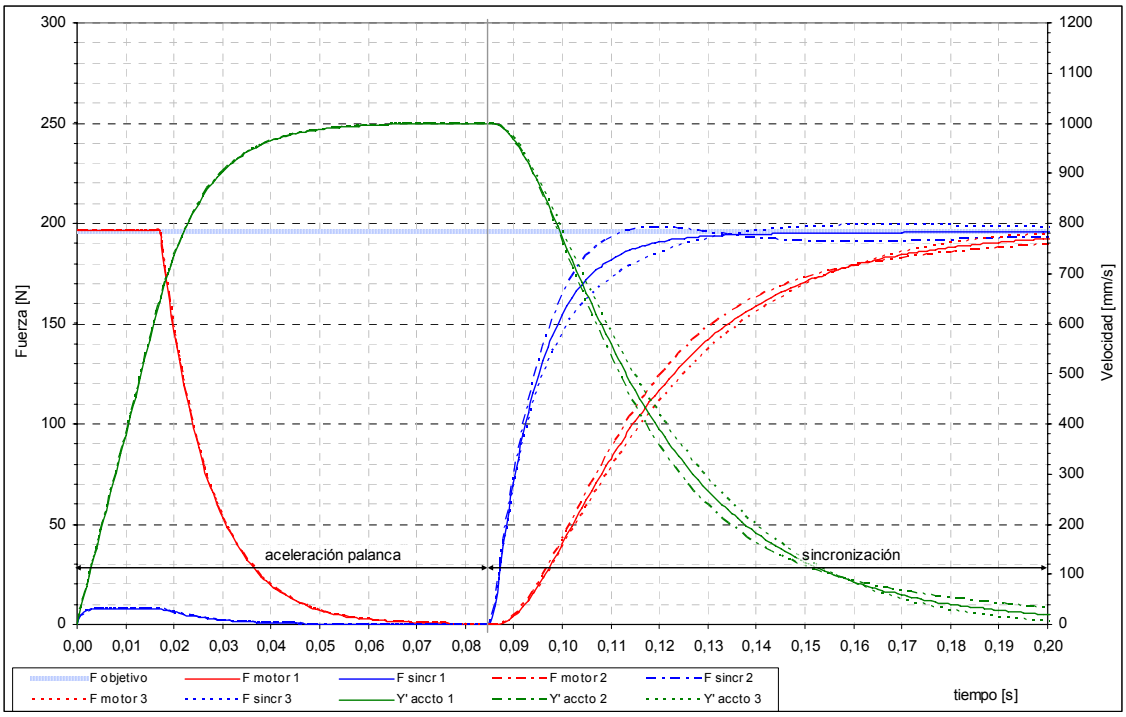



fig. A.59

Por último, el efecto de la $K_P$ será, al igual que en el caso simplificado, el de estabilizarse en un valor superior al objetivo si se aumenta (línea de puntos y rallas; 20% más de $K_P$) o en un valor más bajo si se disminuye.

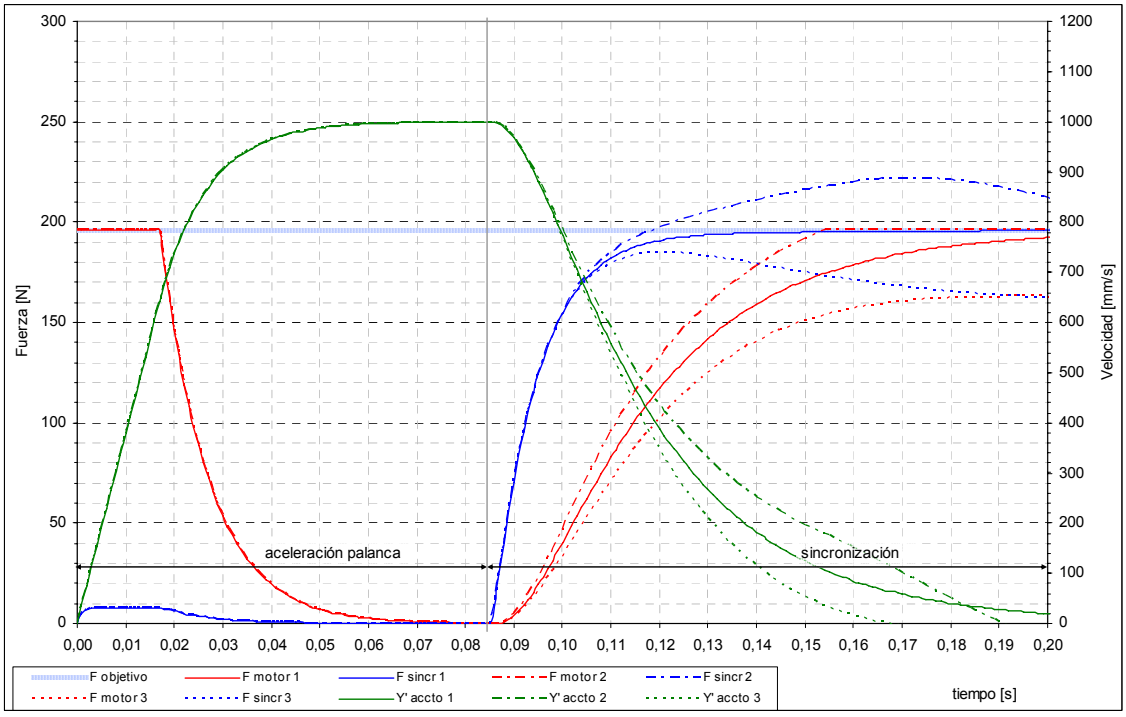



fig. A.60

Pese al retardo inicial, que resulta inevitable, se verifica que con los valores calculados con el sistema simplificado la respuesta es suficientemente buena, cumpliendo plenamente los requisitos impuestos. Por tanto, se diseña el útil en base a los valores de la tabla A.43.

Dado que no se aprecian posibilidades de mejora en la respuesta del sistema mediante la variación de los parámetros obtenidos con el sistema de 1 G.L. y, adicionalmente, dichos parámetros cumplen totalmente los requisitos del sistema de amortiguación, se prosigue con el diseño del sistema utilizando los parámetros calculados mediante el modelo simplificado.

### A.3.3.4 Configuración del sistema

El diseño del elemento de amortiguación, además de los requisitos expuestos en el apartado anterior, es también un requerimiento básico el ajustarse exactamente al valor de masa reducida al movimiento de inserción para el cual han sido diseñados tanto sus componentes como todo el sistema de movimentación.

$m_{r.util} = m_{c.y} – m_{pomo} - m_{patín} = 3{,}5$ Kg donde $m_{c.y}$ resulta la masa total a movimentar

Se plantean dos posibles configuraciones de diseño:

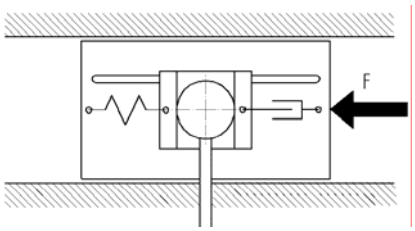
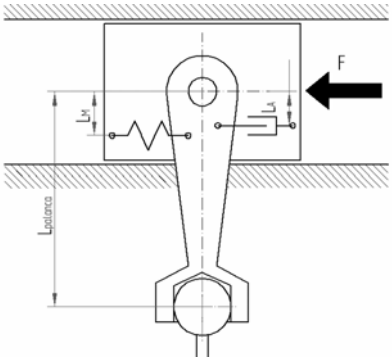
| CONFIGURACIÓN | ADECUACIÓN |
|---|---|
| *Desplazamiento relativo entre pomo y actuador mediante guía lineal en Y*<br>  | √ La elasticidad y la amortiguación son completamente constantes a lo largo del desplazamiento relativo.<br>× Complejidad de mecanismo guiado.<br>× Muelle y amortiguador deben ofrecer exactamente las prestaciones requeridas por el ensayo. |
| *Desplazamiento relativo entre pomo y actuador mediante elemento articulado*<br>  | √ Mecanismo más simple.<br>√ Posibilidad de adaptar muelles y amortiguadores de diferentes características mediante la relación de palanca.<br>× La elasticidad y la amortiguación no son totalmente constantes a lo largo del desplazamiento relativo. |

tabla A.44

De entre las ventajas e inconvenientes expuestos en la tabla A.44 resulta ser especialmente determinante la posibilidad de poder adaptar elementos con características diferentes a las exigidas gracias a la relación de palanca ya que, tal y como se explica más adelante, resulta complicado encontrar amortiguadores lineales con un rango de utilización que comprenda los requerimientos del sistema de amortiguación. Por tanto, se escoge la configuración de brazo articulado, permitiendo ésta modificar las características de muelle y amortiguador mediante la ec. A.58 y ec. A.59.

$$k_{util} = k_{muelle} \frac{L_{palanca}^{\ 2}}{L_M^{\ 2}}; c_{util} = c_{amort} \frac{L_{palanca}^{\ 2}}{L_A^{\ 2}} \qquad \text{ec. A.58} \qquad \text{ec. A.59}$$

A.3.3.5 Selección del amortiguador

Requisitos básicos:

| c [N·mm/s] | vel. máx. [mm/s] | carrera máx. [mm] | F @ 1000 mm/s [N] | F @ 500 mm/s [N] |
|---|---|---|---|---|
| 0,1962 | > 1000 | > 24,5* | 196,2 | 98,1 |

* Carrera necesaria para cada sentido de inserción

tabla A.45

La oferta más extensa de amortiguadores se encuentra en los amortiguadores de impacto. Sin embargo, éstos no cumplen con los requisitos expuestos anteriormente al no permitir un control preciso de la fuerza que realizan en función de la velocidad (están más orientados a controlar la cantidad de energía disipada, pero no la forma en que ésta es disipada).

Al centrar la selección únicamente en amortiguadores de control de velocidad, se reduce notablemente la oferta. No es posible encontrar una solución que cumpla los requisitos especificados si no se aplica una reducción de velocidad de impacto y un aumento de la fuerza de amortiguación mediante la relación de palanca.

Teniendo en cuenta que los requisitos pueden ser modificados mediante la relación de palanca, finalmente la selección se centra entre los siguientes tipos de amortiguador:

| AMORTIGUADOR | ADECUACIÓN |
|---|---|
| ACE VC | √ Característica lineal.<br>√ Elevada precisión.<br>× Únicamente a compresión.<br>× Tiene que trabajar frente a superficie totalmente perpendicular (sólo permite ±1º de desviación respecto a la perpendicular). |
| ACE MVC | √ Muy compacto y ligero.<br>× Únicamente a compresión.<br>× Velocidad máxima admisible muy pequeña. |
| ACE DVC | √ A tracción y compresión.<br>√ Puede trabajar con cualquier ángulo.<br>× Característica muy poco lineal con la velocidad.<br>× Fuerza mínima (a baja velocidad) demasiado elevada. |
| ENIDINE ADA 500 | √ A tracción y compresión.<br>√ Puede trabajar con cualquier ángulo.<br>× Característica poco lineal con la velocidad para esfuerzos pequeños. |

tabla A.46

El amortiguador ACE VC queda descartado debido al inconveniente de que necesita trabajar perpendicular a la superficie de apoyo, algo que no es posible a lo largo del desplazamiento frente al brazo de palanca.

El modelo ACE MVC queda descartado debido a la poca velocidad máxima admisible. Se requeriría una palanca de longitud superior a 1 m para reducir suficientemente la velocidad, algo totalmente inviable.

Finalmente los dos modelos ACE DVC y ENIDINE ADA 505 se adaptan a los requisitos impuestos. Dado que la característica del segundo es mucho más lineal que la del primero, especialmente cuando los esfuerzos son elevados, se escoge finalmente el modelo ENIDINE ADA 505.

El amortiguador escogido ofrece la posibilidad de regular la característica de amortiguación. Se busca una relación para el brazo de palanca que permita al amortiguador cubrir todas las condiciones de ensayo mediante las posibles posiciones de regulación.

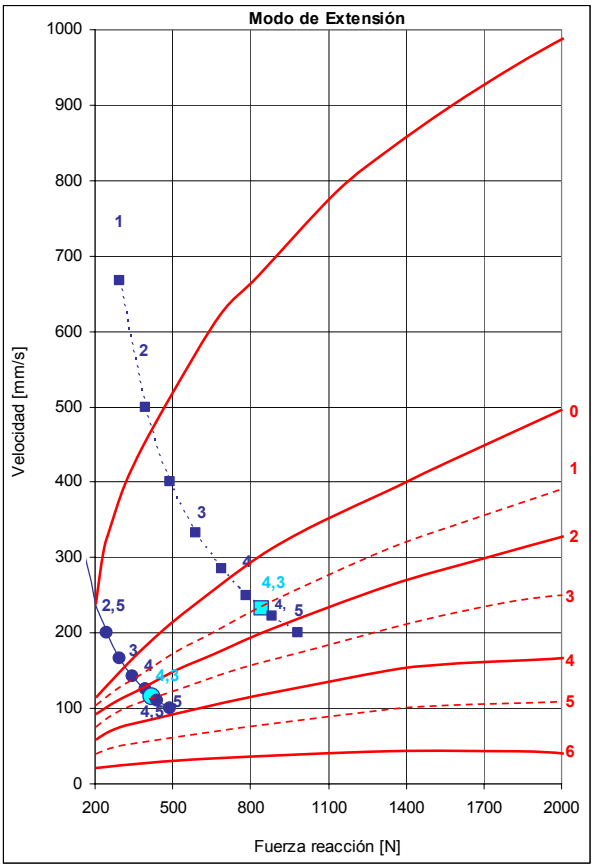



fig. A.61

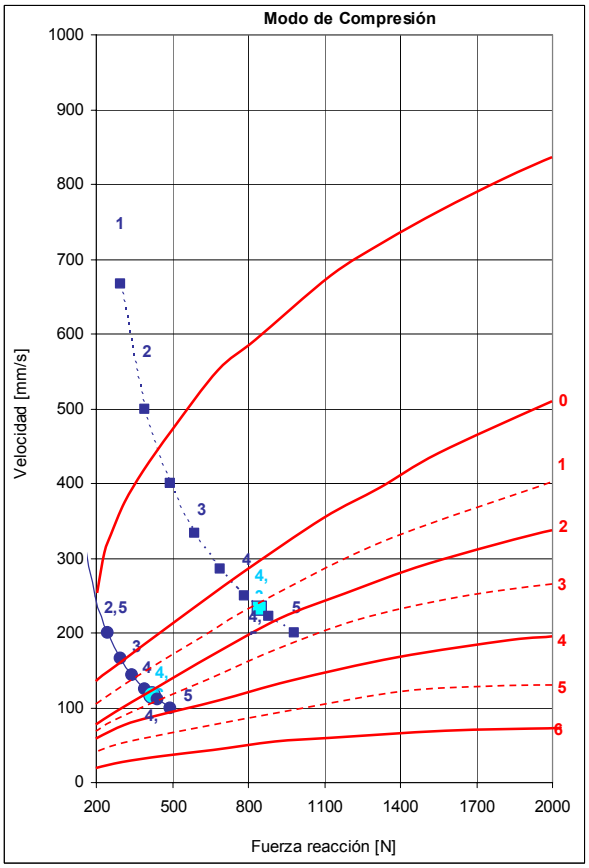



fig. A.62

La fig. A.61 y fig. A.62 han sido extraídas del catálogo del fabricante. Se puede apreciar que la característica de amortiguación (color rojo) para las posiciones de regulación (de 0 a 6), exceptuando el funcionamiento totalmente abierto (que queda sin numerar), se aproxima bastante a una característica lineal. Sin embargo, y especialmente a baja velocidad, la característica del amortiguador difiere ligeramente de la deseada.

Para la selección de la reducción y la característica de amortiguación necesaria se da prioridad al instante de impacto inicial, ya que éste es el momento en que el trabajo del amortiguador presenta mayor relevancia. La prioridad es, por tanto, que para la velocidad de inicio de sincronización el amortiguador ejerza la fuerza objetivo de sincronización, independientemente de que la constante de amortiguación no sea en este caso exactamente igual al valor calculado.

Los puntos superpuestos sobre las gráficas de fabricante de las fig. A.61 y fig. A.62 corresponden a la posición del impacto inicial para cada condición de ensayo (azul discontinua, condición 1; azul continua, condición 2) para cada posible valor de transmisión del brazo de palanca. Se puede apreciar claramente que, sin reducción (punto número 1), el

impacto se produciría fuera de la zona de trabajo del amortiguador. Es necesario realizar reducciones de 4 o más para conseguir la característica de amortiguación deseada en ambas condiciones de ensayo.

Se escoge una reducción de 4,3 (punto azul claro), la cual permite que el amortiguador tenga una característica prácticamente igual a la requerida en el momento del impacto inicial tanto a tracción como a compresión y para cualquiera de las condiciones de ensayo:

| | | **Condición de ensayo** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **1** | | **2** | |
| | | **Tensión** | **Compr.** | **Tensión** | **Compr.** |
| Valor ensayo | $v_{inicial}$ [mm/s] | 1000 | | 500 | |
| | $F_{inicial}$ [N] | 196,2 | | 98,1 | |
| Reducción | i | 4,3 | | | |
| Valor sobre amortiguador | $v_{inicial}$ [mm/s] | 232,6 | | 116,3 | |
| | $F_{inicial}$ [N] | 843 | | 421 | |
| Valor real amortiguador | Pos. regulación | 1 | 1 | 2 | 2 |
| | $F_{inicial}$ [N] | 876 | 872 | 396 | 454 |
| Diferencia fuerza [%] | | +4,0 | +3,4 | -6,1 | +7,7 |

tabla A.47

En la tabla A.47 se detalla la diferencia de fuerza existente en el impacto inicial entre el valor teórico de ensayo y el valor real conseguido mediante el amortiguador ENIDINE ADA 505 en la posición de regulación correspondiente y con una relación en el brazo de palanca de 4,3. La diferencia en el peor caso es de 7,7%, valor que es considerado aceptable.

### A.3.3.6 Selección del muelle

Según la configuración escogida se requiere un muelle lineal, cuya constante de rigidez es multiplicada por el brazo de palanca. Ésta es, sin embargo, únicamente una configuración básica. Para el elemento elástico se pueden plantear varias posibilidades:

| **MUELLE** | **ADECUACIÓN** |
|---|---|
| COMPRESIÓN | √ No requiere pretensión.<br>× Necesarios dos muelles.<br>× Se requiere utillaje para adaptar los muelles al sistema. |
| TRACCIÓN | √ Puede adaptarse al sistema fácilmente.<br>× Necesarios dos muelles.<br>× Pretensión inicial muy elevada (≥ al desplazamiento máximo) |
| TORSIÓN | √ Un único muelle es suficiente.<br>√ Fácil de adaptar al movimiento rotativo del brazo de palanca.<br>× Debe adaptarse la articulación del brazo para alojar el muelle.<br>× Preferible hacer trabajar el muelle en sentido de enrollamiento. |

tabla A.48

El muelle de tracción es descartado desde el principio debido a la elevada pretensión que requiere: dado que se trabaja en dos sentidos opuestos y dos muelles son necesarios, el muelle que no trabaje debe permitir el movimiento del brazo. Para ello, requiere de una pretensión de, como mínimo, la carrera máxima que pueda realizar el brazo. En el peor de los casos, esto supone una pretensión de casi 200 N, un valor que dificultaría al operario el montaje y regulación del útil.

Se estudia en detalle la posibilidad de montar dos muelles de compresión. Ello requeriría sin embargo de un utillaje de adaptación al movimiento de la palanca, elemento que aumentaría la masa del conjunto, muy limitada. Esta opción es, por tanto, descartada.

Finalmente se escoge como mejor opción montar un muelle de torsión, aprovechando de esta forma la configuración escogida de funcionamiento del útil de amortiguación.

### A.3.3.7 Disposición del muelle

Previamente al diseño del muelle, debe decidirse la forma en que éste trabajará. Se pretende utilizar un único muelle para simplificar y aligerar el mecanismo del útil. También se pretende evitar hacer trabajar al muelle en ambos sentidos de enrollamiento, ya que la característica de un muelle torsional cambia en función del sentido de giro y, además, el trabajo en sentido contrario al enrollamiento es más crítico para la fatiga del material. Se diseña un sistema de accionamiento del muelle mediante bulones que permite que éste trabaje siempre en sentido de enrollamiento, independientemente del movimiento del brazo.

La fig. A.63 muestra un esquema de la forma de actuar sobre el muelle torsional (pos. 4). El brazo (pos. 1) gira en el eje (pos. 2) conjuntamente con la placa (pos. 3) y los bulones (pos. 5). Los otros dos bulones (pos. 6) son solidarios al actuador.

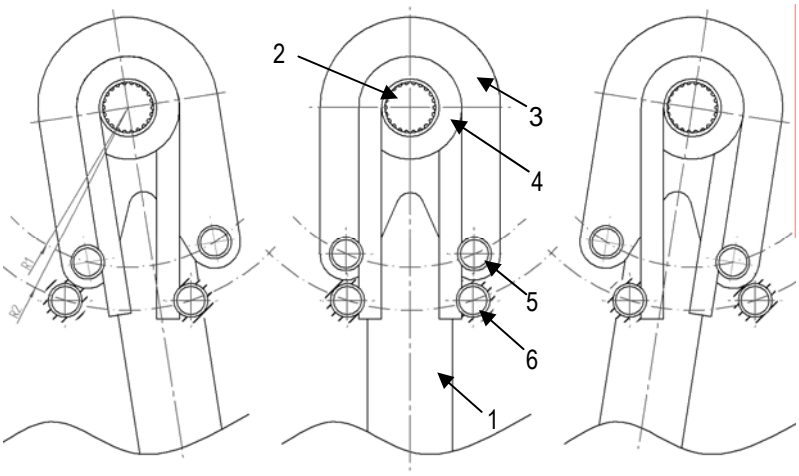



fig. A.63

A.3.3.8 Cálculo del muelle

i. Diseño del diámetro del muelle

Dado que, al trabajar únicamente en sentido de enrollamiento, la tensión a la que es sometido el muelle es función únicamente del diámetro del hilo y del esfuerzo aplicado, se calcula en primer lugar el diámetro mínimo de hilo necesario para la vida infinita a fatiga:

Para un muelle helicoidal a torsión, se puede calcular la tensión a tracción-compresión mediante la ecuación siguiente [Riba Romeva, 1993, p. 44].

$$\sigma = \frac{32 \cdot M_t \cdot q_1}{\pi \cdot d^3} \qquad \text{ec. A.60}$$

Donde:

$M_t$ = momento torsor sobre el muelle, $M_t = F_{pomo} \cdot L_{brazo}$

$q_1$ = factor de corrección de la tensión

d = diámetro de hilo del muelle

Dado que el muelle trabaja siempre en el sentido de enrollamiento, $q_1 = 1$ independientemente de la relación de enrollamiento. Por lo tanto, la tensión del muelle es únicamente función del diámetro de hilo (además del momento torsor).

Para la fabricación del muelle se escoge un acero de muelles (acero de elevado límite elástico) de calidad C según la norma DIN 17223. Según [Riba Romeva, 1993, p. 45], para un muelle helicoidal a torsión sometido a una carga estática se puede aplicar la ec. A.61, mientras que para el caso de una carga dinámica alternativa, se aplica la ec. A.62.

$\sigma_{adm} = 0{,}7 \cdot R_m$ ec. A.61

$\sigma_{a.adm} = 0{,}7 \cdot S_f = 0{,}35 \cdot R_m$ ec. A.62

Para un acero de muelles de calidad C DIN 17223 se puede considerar un valor de $R_m$ = 2250 [Riba Romeva, 1993, p. 46]. Por tanto, resulta que $\sigma_{adm}$ = 1575 MPa, $\sigma_{a.adm}$ = 787,5 MPa.

Se dimensiona el muelle a fatiga, ya que éste estará sometido a continuos ciclos de trabajo. El muelle no está sometido, sin embargo, a una carga alternativa, ya que éste trabaja siempre en el sentido del enrollamiento. Suponiendo el caso más desfavorable, el muelle trabajará entre ciclados consecutivos con $F_{pomo}$ = 196 N. El valor de tensión obtenido

mediante la ec. A.60 se denomina por tanto $\sigma_{max}$. Los ciclos de fatiga se centrarán en una tensión $\sigma_{m.eq} = \frac{\sigma_{max}}{2}$, entorno a la cuál actuará la tensión alternativa $\sigma_{a.eq} = \sigma_{max} - \sigma_{m.eq}$.

Aplicando Goodman, se calculan los coefs. de seguridad $S_1$ a $S_4$. Para más detalles del procedimiento, éste queda resumido en el subapartado B.1.1.2 del Anexo B.1.1.2.

En el caso del muelle torsional estudiado, una posible sobrecarga en éste afectaría en la misma proporción a la tensión media y alternativa equivalentes, ya que ambas son proporcionales al mismo valor de tensión máxima. Por lo tanto, el coef. de seguridad en base al cuál se debe dimensionar es $S_2$.

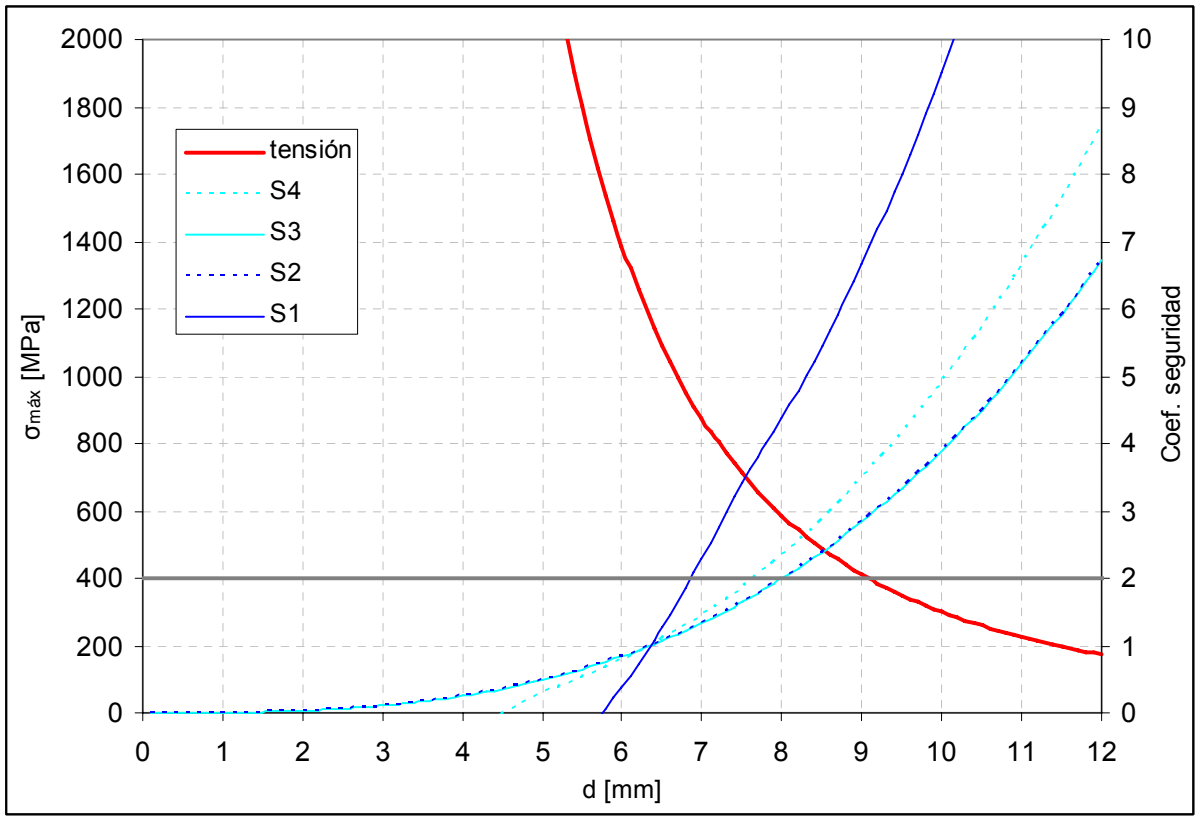



fig. A.64

En la fig. A.64 se detalla la evolución de la tensión máxima y los coefs. de seguridad en función del diámetro de hilo del muelle. Tal y como se puede apreciar, para conseguir un valor de $S_2 \geq 2$ es necesario un diámetro de hilo de 8 mm o más.

ii. Estudio de la rigidez del muelle

La rigidez del muelle de torsión viene determinada por la rigidez del muelle propiamente dicho y por la rigidez de las patas del mismo. Por lo tanto:

$$K_\theta = \frac{1}{\frac{1}{K_{\theta m}} + \frac{1}{K_{\theta L1}} + \frac{1}{K_{\theta L2}}} \qquad \text{ec. A.63}$$

Donde: $K_{\theta m}$ = rigidez muelle torsional [Nmm/º]

$K_{\theta L1}$ = rigidez pata 1 [Nmm/º]

$K_{\theta L2}$ = rigidez pata 2 [Nmm/º]

La rigidez de un muelle helicoidal de torsión puede calcularse mediante la ecuación siguiente:

$$K_{\theta m} = \frac{d^4 \cdot E}{64 \cdot D \cdot N} \cdot \frac{\pi}{180} \quad \text{[Nmm/º]} \qquad \text{ec. A.64}$$

Donde:

E = módulo de elasticidad del material

D = diámetro medio de la espira

N = número de espiras activas

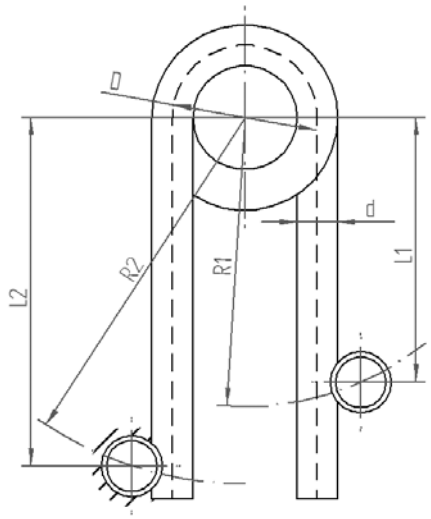



fig. A.65

Para calcularse la rigidez elástica de una pata, se emplea la expresión para rigideces de láminas o barras a flexión:

$$K = \frac{\lambda_1 \cdot I_f \cdot E}{\lambda_2 \cdot L^3} \qquad \text{[N/mm]} \qquad \text{ec. A.65}$$

Donde:

$I_f$ = momento de inercia de la sección de la pata

L = longitud de la pata

$\lambda_1$ = factor de fuerza (lámina o barra a flexión)

$\lambda_2$ = factor de desplazamiento (lámina o barra a flexión)

Las patas del muelle torsional se pueden considerar barras con un extremo encastado y un extremo en voladizo. Por tanto, $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 1/3$:

$$K_{Li} = \frac{3 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot E}{64 \cdot L_i^{\ 3}} \Rightarrow K_{\theta Li} = \frac{3 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot E}{64 \cdot L_i^{\ 3}} \cdot \frac{R_i}{\arctan\left(\frac{1}{Li}\right)} \qquad \text{ec. A.66}$$

La longitud en voladizo de la pata, $L_i$, se calcula de la siguiente forma:

$$L_i = \sqrt{R_i^{\ 2} - \left(\frac{D}{2}\right)^2} \qquad \text{ec. A.67}$$

La relación entre rigidez torsional y rigidez lineal en el pomo de la palanca es la siguiente:

$$K_{util} = \frac{K_\theta}{L_{brazo}} \cdot \arctan\left(\frac{1}{L_{brazo}}\right) \qquad \text{ec. A.68}$$

Por lo tanto, combinando las ecuaciones ec. A.63, ec. A.64, ec. A.65, ec. A.66, ec. A.67 y ec. A.68 se puede calcular la constante de rigidez del conjunto del muelle.

$$\frac{1}{K_{util}} = \frac{L_{brazo}}{\arctan\left(\frac{1}{L_{brazo}}\right)} \left[ \frac{64 \cdot D \cdot N}{d^4 \cdot E} \cdot \frac{180}{\pi} + \sum_{i=1}^{2} \frac{64 \cdot \left(R_i^{\ 2} - \left(\frac{D}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{3 \cdot \pi \cdot d^4 \cdot E} \cdot \frac{\arctan\left(\left(R_i^{\ 2} - \left(\frac{D}{2}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right)}{R_i} \right] \qquad \text{ec. A.69}$$

Se aplica la ec. anterior con el objeto de encontrar las características de muelle necesarias para obtener la rigidez $k_{util}$ objetivo calculada anteriormente.

Los valores que no pueden ser modificados son:

$L_{brazo}$ = 150 mm
E = 210000 N/mm

Por otra parte, las distancias entre el centro del muelle y los bulones fijo y móvil han sido ya fijados durante el diseño a $R_1$ = 56,8 mm y $R_2$ = 72 mm. Dichas distancias tienen una gran influencia sobre la rigidez del muelle. A menor distancia, mayor es la rigidez del conjunto a igualdad de características, lo cuál facilita el diseño de éste (ya que la rigidez necesaria es bastante elevada teniendo en cuenta las dimensiones del conjunto). En contrapartida, mayores son también las tensiones a soportar por los bulones, especialmente los fijos (que

presentan un mayor voladizo). Los valores anteriores han sido escogidos por suponer un buen compromiso entre rigidez de las patas y esfuerzo soportado por los bulones.

Se obtienen varias combinaciones de d, D y N que cumplen con los requisitos establecidos, partiendo del diámetro mínimo de hilo necesario para garantizar la resistencia a fatiga calculado previamente. El diámetro de hilo aumenta en intervalos de 0,5 mm según la norma DIN 2076.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

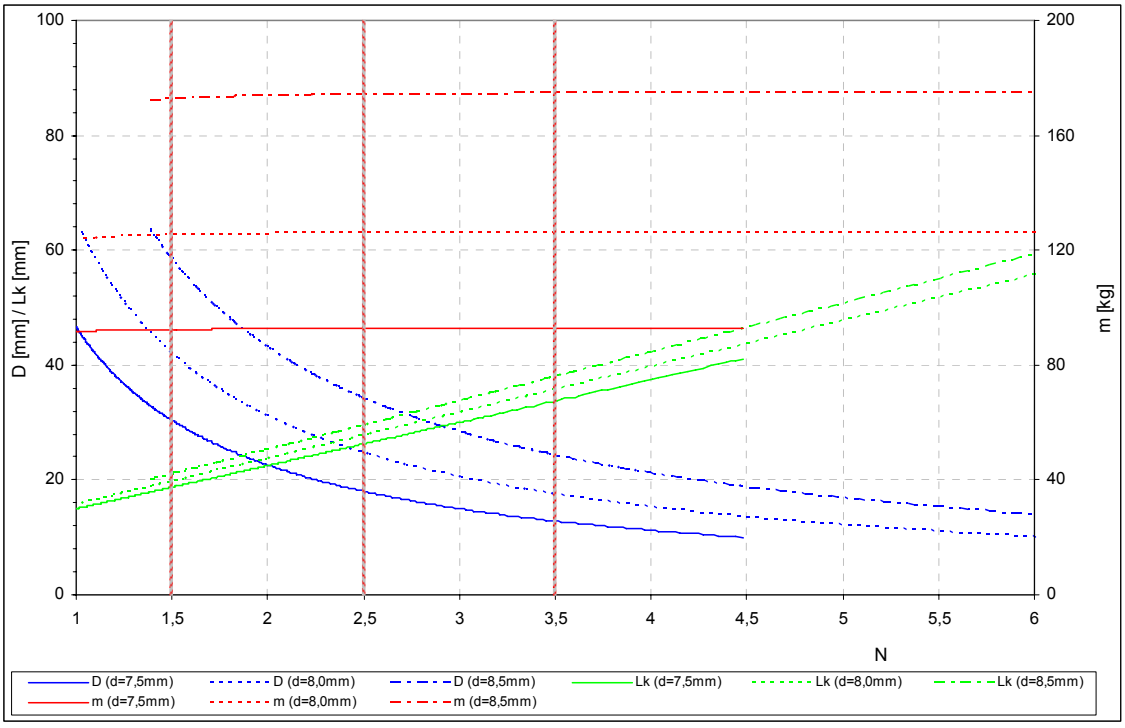



fig. A.66

Se puede apreciar en la fig. A.66 que el diámetro de espira necesario es inversamente proporcional al número de espiras activas. A mayor diámetro de hilo, además, mayor es el diámetro de espira necesario. La masa aumenta principalmente en función del diámetro de hilo, manteniéndose prácticamente independiente del número de espiras o el diámetro de espira. La longitud del bloque ($L_K$) aumenta de forma lineal con el número de espiras.

Debido al sistema de funcionamiento de muelle escogido, se buscan muelles a 180º. Por tanto, son válidos valores de N tales tipo (2n+1)/2 (por ejemplo, 1,5, 2,5, 3,5, …).

El diámetro de espira disminuye substancialmente al pasar de N =1,5 a 2,5. Sin embargo, la disminución es bastante más pequeña al pasar a 3,5 y, a cambio, la longitud de bloque aumenta linealmente. Por tanto, se centra la selección en N = 2,5.

Finalmente se escoge d = 8,0 mm y N = 2,5, siendo ésta la opción que, cumpliendo el cálculo a fatiga con un valor de $S_2 \geq 2$, resulta más compacta y ligera.

iii. Comprobación del muelle a sobrecarga

Finalmente, se calcula que en la posición de límite de carrera del brazo de palanca, 14º, la tensión del muelle no supere el límite admisible.

Con un ángulo de brazo α = 14º, $M_t = k_{util} \cdot L_{brazo}{}^2 \cdot \text{sen}(\alpha) =$ 41913 Nmm. Para este valor, resulta una tensión $\sigma_{max}$ = 833,8 MPa. Por lo tanto, resulta un coef. de seguridad a sobrecarga de 1,9, valor que es considerado suficiente.

## A.3.4 Simulación del accto. de la palanca de cambios

Tal y como se ha indicado en el apartado 5.3.4 de la memoria, para verificar el correcto comportamiento del accto. de la palanca de cambios, se ha desarrollado una simulación. Para ello se han empleado dos programas: Working Model 2D© (en adelante WM2D) y MATLAB 7.0© (en adelante MATLAB). El primero permite la simulación física de los elementos, siendo el programa principal ya que permite iniciar la simulación así como analizar los resultados de la misma. El segundo, basado en lenguaje de programación C++, permite representar el comportamiento de los controladores de cada uno de los actuadores.

### A.3.4.1 Simulación de la parte mecánica (WM 2D)

En este programa se simulan distintos elementos pertenecientes a: la caja de cambios, el accto. de inserción y el accto. de selección. Adicionalmente se incluyen las condiciones del ensayo mediante los parámetros característicos de velocidad y fuerza.

En principio las diferentes variables que se introducen en el WM2D, permiten simular cualquier tipo de ensayo. Sin embargo el presente apartado se centra en el caso de un ciclado 2ª⇒3ª⇒2ª de un ensayo de durabilidad a alta carga para una caja de cambios de un todo-terreno, el mas desfavorable para el accto. de la palanca de cambios.

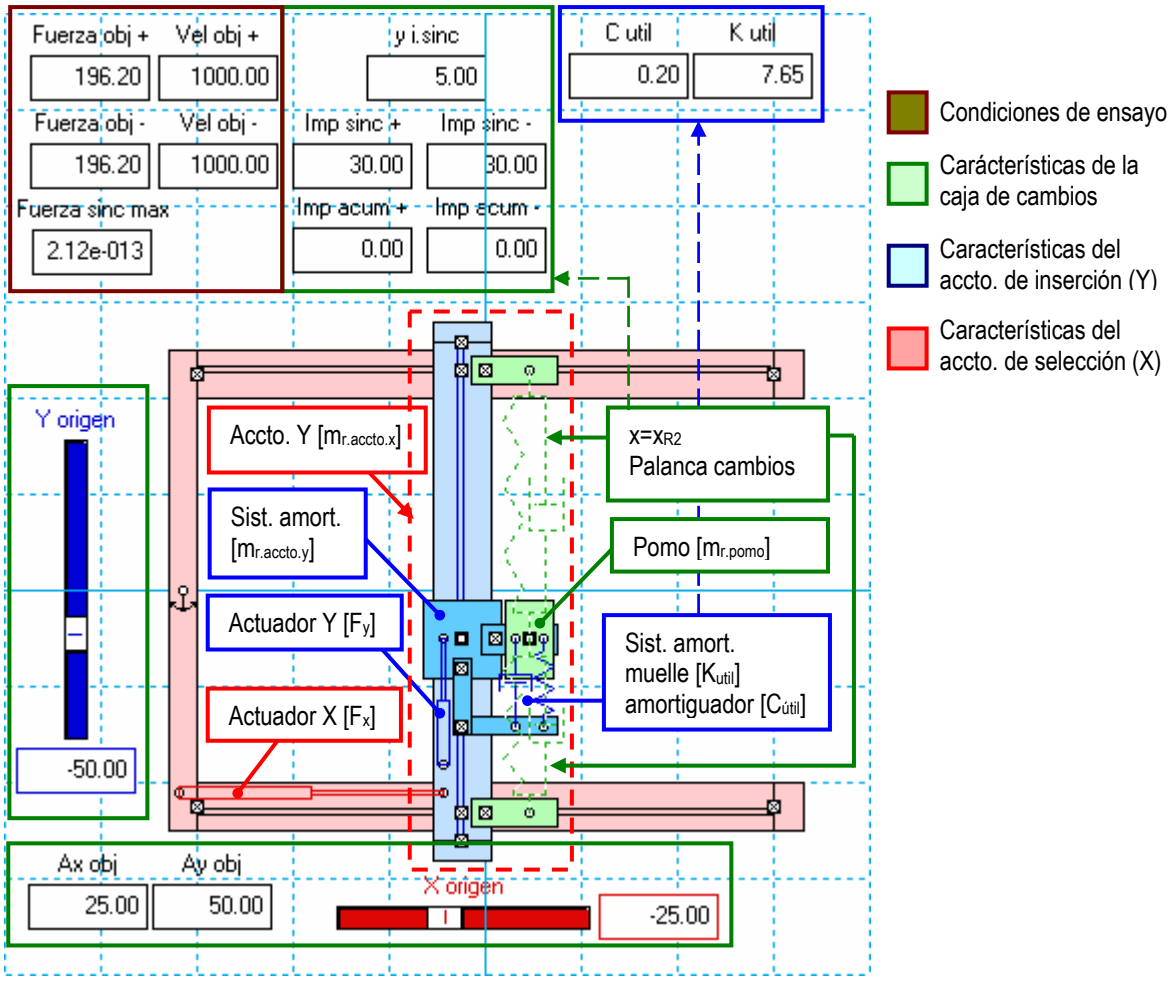



fig. A.67

i) Condiciones de ensayo: Aunque se introducen en el WM2D por ser el programa principal, se emplean básicamente en MATLAB como señales de comando para los controladores. Los valores viene determinados por la norma de ensayos.

   a) Fuerza sobre el pomo [$F_{obj}$]. Corresponde a la fuerza máxima que el actuador debe alcanzar durante la sincronización de la caja.

   b) Velocidad del pomo [$v_{obj}$]. Es la velocidad que el actuador de inserción debe haber alcanzado justo antes de iniciarse la sincronización.

ii) Características del sistema de control de la caja de cambios: Básicamente influyen sobre la trayectoria que debe describir el accto. XY y en la resistencia que muestra la caja durante la sincronización.

   a) Posición de la marcha de destino [$y_{obj}$, $x_{obj}$]: Se caracteriza por las coordenadas de la pareja de marchas que participan dentro de un mismo ciclado. Para la simulación se considera que la posición de las marchas en la dirección de inserción es simétrica con respecto al neutro (y=0), y que por tanto la coordenada en y de la

marcha de destino es igual en valor pero contraria en signo a la de origen. En el caso de la selección, la coordenada de destino se obtiene sumando o restando a la posición de origen la carrera entre carriles.

b) Trazado durante el cambio de carril [$\Delta y_{obj}$]: La trayectoria para el cambio de carril se define de forma lineal según la ventana que permite el sistema de control, en la dirección de inserción, y la distancia entre carriles. Esta distancia depende de la precisión del cambio y puede extraerse si previamente se define el contorno del mismo (ver fig. A.68).

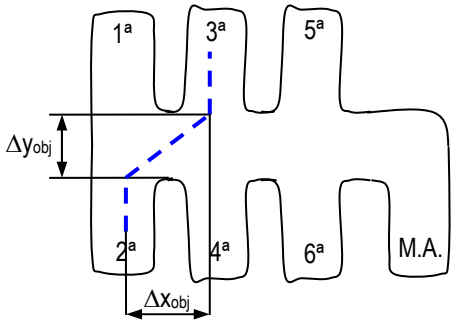



fig. A.68

Ello es posible mediante un ensayo complementario que se realiza con una caja de cambios libre de elementos resistivos tales como selectores o muelles.

c) Masa reducida al pomo [$m_{r.pomo}$]: Es la masa de todo el sistema de control reducida al pomo de la palanca de cambios.

d) Rigidez y amortiguación [$k_{pomo}$, $c_{pomo}$]: Estos dos parámetros simulan la oposición de la caja de cambios al avance de la palanca durante la etapa de sincronización. Así pues, ambos parámetros únicamente intervendrán durante la sincronización. Representan la rigidez y la amortiguación (siendo la rigidez el parámetro más importante) de todo el sistema de control, desde el pomo hasta el anillo sincronizador.

e) Punto de inicio de la etapa de sincronización [$y_{i.sinc}$]: Establece el inicio de la sincronización activando $k_{pomo}$ y $c_{pomo}$.

f) Impulso de sincronización [$i_{sinc}$]: Establece el fin de la sincronización desactivando $k_{pomo}$ y $c_{pomo}$.

iii) Características del accto. de inserción (Y): Aunque cada uno de los accionamientos se compone de un servomotor (provisto de un reductor en el caso del de selección) y un actuador lineal, a efectos de la simulación solo se contempla el accionamiento como un cilindro controlado por fuerza.

a) Sistema de amortiguación (conjunto muelle-amortiguador) [$k_{util}$, $c_{util}$]: Se simulan ambas constantes, de rigidez y amortiguación, del sistema de amortiguación. El valor de cada una de ellas condiciona la bondad de la evolución de la fuerza durante la sincronización.

b) Masa reducida en el patín [$m_{r.accto.y}$]: Es la masa de todo el accto. (teniendo en cuenta tanto la masa a movimentar como la inercia de los elementos rotativos) reducida al patín.

c) Fuerza del actuador [$F_y$]: Es la fuerza que realiza el actuador según la orden recibida por el controlador implementado en el programa MATLAB.

iv) Características del accto. de selección (X)

a) Masa reducida en el patín [$m_{r.accto.x}$]: Es la masa de todo el accto. (teniendo en cuenta tanto la masa a movimentar como la inercia de los elementos rotativos) reducida al patín.

b) Fuerza del actuador [$F_x$]: Es la fuerza que realiza el actuador según la orden recibida por el controlador implementado en el programa MATLAB.

La tabla A.48 resume los parámetros anteriormente descritos así como los valores escogidos para la simulación. Por otro lado, debido a la imposibilidad de nombrar las variables de igual forma a la empleada en la memoria, se indica el nombre equivalente usado en cada uno de los programas.

| | Valores objetivo [unidades] | WM 2D | MATLAB |
|---|---|---|---|
| $F_{obj}$ | ±196 [N] | Fuerza obj + / - | fobj_u, fobj_d |
| $F_{sinc}$ | - [N] | - | f_sin |
| $F_{sinc.max}$ | - [N] | Fuerza sinc max | f_sin_max |
| $\dot{y}_{obj}$ | ±1.000 [mm/s] | Vel obj + / - | vy_u, vy_d |
| $\dot{y}$ | - [mm/s] | - | vy |
| $y_{obj}$ | ±50 [mm] | Y obj | y_com |
| y | - [mm] | - | py |
| $x_{obj}$ | 25⇔0 [mm] | X obj | px_com |
| $\Delta y_{obj}$ | 50 [mm] | Ay obj | |
| x | - [mm] | - | px |
| $\dot{x}$ | - [mm/s] | - | vx |
| $m_{r.pomo}$ | 0,2 [Kg] | - | - |
| $k_{pomo}$, $c_{pomo}$ | 20,0 [N/mm], $6{,}32 \cdot 10^{-3}$ [N·s/mm] | - | - |
| $i_{sinc}$ | ±30,0 [N·s] | Imp sinc + / - | - |
| $i_{sinc.ac}$ | - [N·s] | Imp acum + / - | i_sin_up, i_sin_down |
| $y_{i.sinc}$ | ±5 [mm] | Y i.sinc | - |
| $k_{util}$, $c_{util}$ | 7,65 [N/mm], 0,196 [N·s/mm] | - | - |
| $m_{r.accto.y}$ | 5,0 [Kg] | - | - |
| $F_y$ | - [N] | F inserción | fy |
| $F_y$^2·dt | - [$N^2$·s] | - | Ty |
| $m_{r.accto.x}$ | 47,8+5,0+0,2 [Kg] | - | - |

| | Valores objetivo [unidades] | WM 2D | MATLAB |
|---|---|---|---|
| $F_x$ | - [N] | F selección | fx |
| $F_x$^2·dt | - [$N^2$·s] | - | Tx |
| tiempo real | - [s] | - | time |

fig. A.69

### A.3.4.2 Comunicación entre ambos programas (WM2D y MATLAB)

La comunicación entre ambos programas se realiza a través de 3 funciones principales: dos para la simulación del cálculo de los controladores y una tercera para el cálculo de variables físicas que, debido a limitaciones de implementación del programa WM2D, se realizan en MATLAB. La fig. A.70 muestra los parámetros aportados por WM2D para cada una de las funciones de MATLAB. En líneas generales para el cálculo de la fuerza de cada uno de los actuadores, es necesario aportar los valores de comando de posición, velocidad y fuerza, así como las lecturas reales de éstos. Por otro lado para sincronizar las distintas funciones también se aporta el tiempo. En el caso de la función para el cálculo de las variables físicas, se aportan los valores de fuerza de los actuadotes, así como la que recibe la caja de cambios durante la sincronización. Con estas es posible calcular el impulso acumulado para cada cambio, así como la fuerza máxima de sincronización y la carga de los actuadotes.

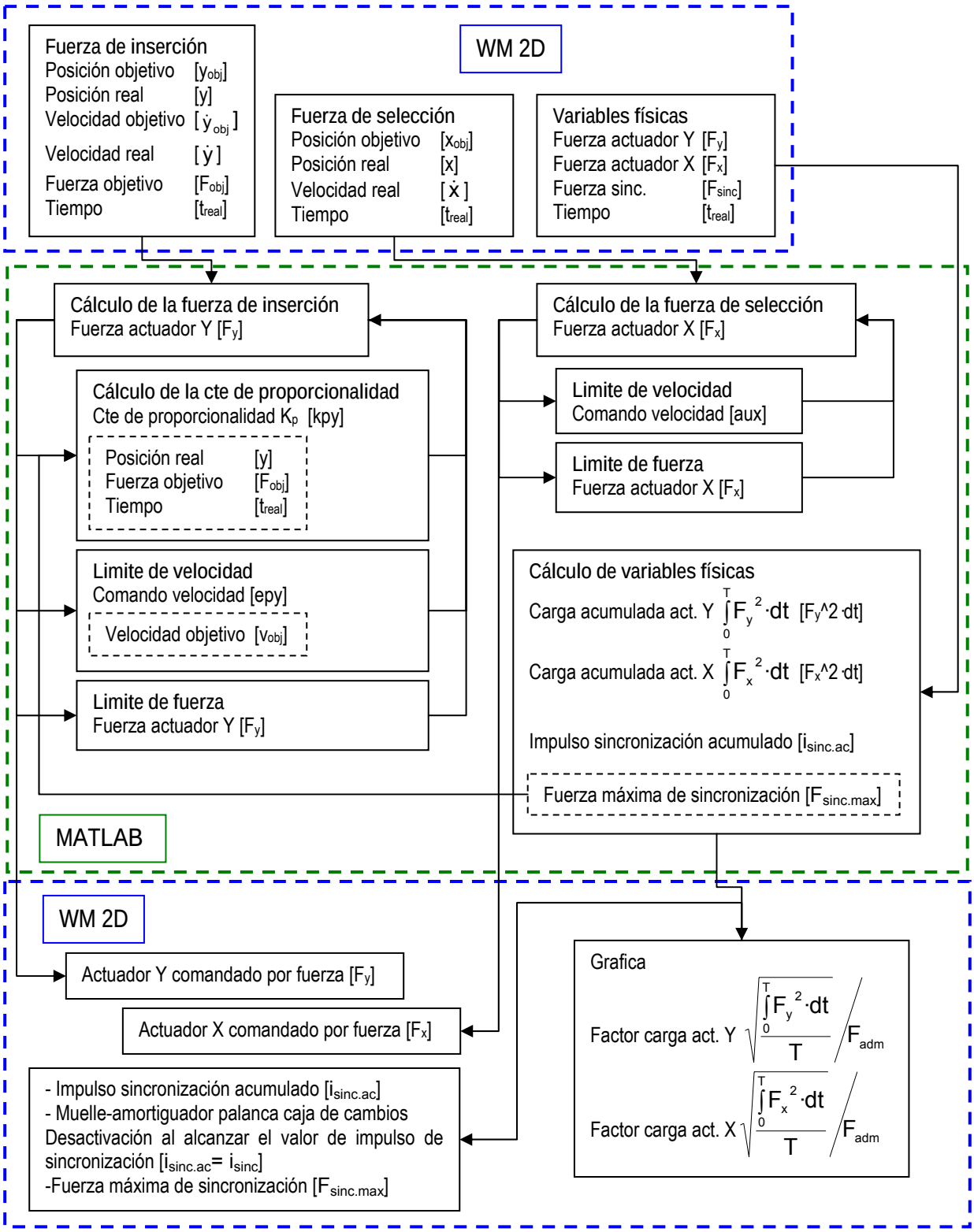

WM 2D
Fuerza de inserción
Posición objetivo [yobj]
Posición real [y]
Velocidad objetivo [ẏobj]
Velocidad real [ẏ]
Fuerza objetivo [Fobj]
Tiempo [treal]
Fuerza de selección
Posición objetivo [xobj]
Posición real [x]
Velocidad real [ẋ]
Tiempo [treal]
Variables físicas
Fuerza actuador Y [Fy]
Fuerza actuador X [Fx]
Fuerza sinc. [Fsinc]
Tiempo [treal]
Cálculo de la fuerza de inserción
Fuerza actuador Y [Fy]
Cálculo de la fuerza de selección
Fuerza actuador X [Fx]
Cálculo de la cte de proporcionalidad
Cte de proporcionalidad Kp [kpy]
Posición real [y]
Fuerza objetivo [Fobj]
Tiempo [treal]
Limite de velocidad
Comando velocidad [aux]
Limite de fuerza
Fuerza actuador X [Fx]
Limite de velocidad
Comando velocidad [epy]
Velocidad objetivo [vobj]
Limite de fuerza
Fuerza actuador Y [Fy]
Cálculo de variables físicas
Carga acumulada act. Y ∫0T Fy2·dt [Fy^2·dt]
Carga acumulada act. X ∫0T Fx2·dt [Fx^2·dt]
Impulso sincronización acumulado [isinc.ac]
Fuerza máxima de sincronización [Fsinc.max]
MATLAB
WM 2D
Actuador Y comandado por fuerza [Fy]
Actuador X comandado por fuerza [Fx]
- Impulso sincronización acumulado [isinc.ac]
- Muelle-amortiguador palanca caja de cambios
Desactivación al alcanzar el valor de impulso de sincronización [isinc.ac= isinc]
-Fuerza máxima de sincronización [Fsinc.max]
Grafica
Factor carga act. Y √(∫0T Fy2·dt / T) / Fadm
Factor carga act. X √(∫0T Fx2·dt / T) / Fadm

fig. A.70

### A.3.4.3 Simulación de los controladores (MATLAB)

La implementación de ambos controladores se ha realizado, dentro del entorno MATLAB, con lenguaje C++. Tras valorar la posibilidad de implementarlos en Simulink (más intuitivo y con mayores prestaciones para la simulación de controladores), se optó por la programación en C++ por ser el único entorno que permitía la comunicación entre ambos programas.

El diagrama de la fig. A.71 muestra la estructura de ambos controladores así como las variables obtenidas o cedidas al programa WM2D. Como se ha visto en el apartado 5.3.2.1 y 5.3.2.2 de la memoria, básicamente ambos controladores se basan en un doble lazo de posición (con constante de proporcionalidad) y velocidad (con constante de proporcionalidad e integración) en cascada. Adicionalmente el actuador de selección presenta las ganancias de velocidad y aceleración de la señal de comando las cuales mejoran sensiblemente la respuesta del mismo.

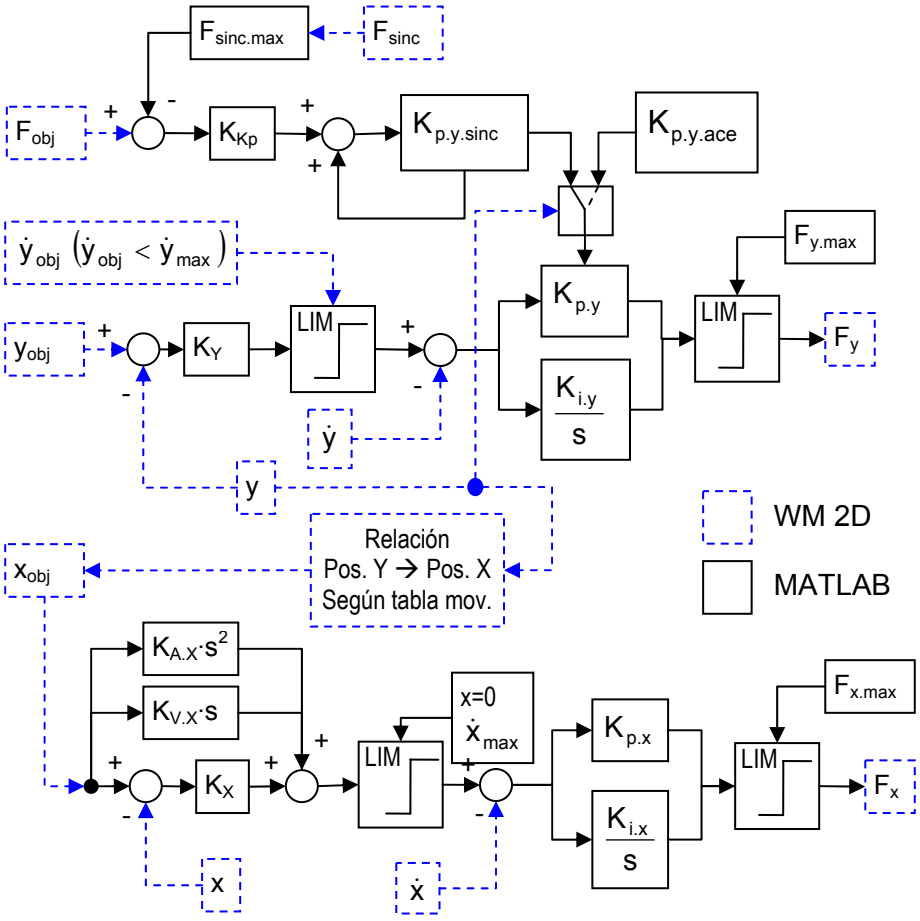



fig. A.71

Con mayor detalle en la fig. A.71 se muestra como entre ambos lazos (de posición y de velocidad), la señal de comando de velocidad se limita, bien por la señal de comando de velocidad (en el caso del actuador de inserción), bien por la capacidad máxima del actuador (en el caso del de selección). Asimismo se limita la fuerza realizada por cada uno de los actuadotes según la capacidad de los mismos.

Por otro lado el controlador de inserción presenta una subfunción encargada de determinar el valor de la $K_p$ del lazo de velocidad según la etapa en la cual se encuentra el accto. Existe un conmutador que selecciona si la etapa actual corresponde a la extracción de la marcha de origen o a la inserción de la de destino (etapa de sincronización) aplicando un valor u otro para la constante de proporcionalidad $K_{p.y}$. Cada una de las etapas se distingue por el paso por el neutro (y=0) en función del cambio realizado. De esta manera para el cambio $2^a \Rightarrow 3^a$ inicialmente el controlador toma el valor de $K_{p.y.ace}$ para cambiar a $K_{p.y.sinc}$ tras el paso por el neutro (y=0). En esta misma función se incluye el controlador que permite modificar el valor de $K_{p.y.sinc}$ para alcanzar la $F_{obj}$. Ambos parámetros se registran ciclo a ciclo en una variable tipo tabla para poder controlar su evolución.

Las constantes de los controladores se han implementado según la tabla A.49 y tabla A.50. Se ha anulado la ganancia $K_{A.X}$ por volverse inestable el sistema, así como las constantes de integración por desvirtuar, en el caso del accto. en Y, el control de la fuerza máxima de sincronización. Los valores de las constantes se han determinado tras analizar la respuesta de la simulación. La determinación de éstos mediante los métodos propios de dinámica de sistemas y control por computador quedan fuera de alcance de este proyecto.

Constantes accto. Y

| Const. | Valor |
|---|---|
| $K_{Kp}$ | 0.001 |
| $K_Y$ | 200 |
| $K_{p.y.mov}$ | 0.5 |
| $K_{p.y.sinc}$* | 0.196 |
| $K_{i.y}$ | 0 |

tabla A.49

Constantes accto. X

| Const. | Valor |
|---|---|
| $K_X$ | 150 |
| $K_{V.X}$ | 0.9 |
| $K_{A.X}$ | 0 |
| $K_{p.x}$ | 20 |
| $K_{i.x}$ | 0 |

tabla A.50

Capacidad accto. XY

| Const. | Valor |
|---|---|
| $\dot{y}_{max}$ | 6280 [mm/s] |
| $F_{y.max}$ | 375 [N] |
| $\dot{x}_{max}$ | 1856 [mm/s] |
| $F_{x.max}$ | 3647 [N] |

tabla A.51

* Valor al inicio de la simulación.

Por otro lado la tabla A.51 muestra los valores máximos de velocidad y fuerza de los actuadores para limitar las distintas variables dentro de los controladores.

A continuación se muestran las funciones de MATLAB según la implementación realizada en C++.

Inicialización

```
%INICIALIZACIÓN DE VARIABLES COMUNES A AMBOS ACTUADORES (INSERCIÓN Y
SELECCIÓN)

global h;   %Periodo de calculo del controlador [s].
            %Para h=0.001 seg es sincrono con el cálculo de las variables
            físicas de WM
global cad;    %Cadencia de ciclado [Hz]
global ciclos; %Contador de ciclos [-]
h=0.001;
cad=0.5;
ciclos=0;

%INICIALIZACIÓN PARA EL CONTROLADOR DE INSERCIÓN DE MARCHA

%Definición constantes
global vy_max;       %Velocidad máxima del actuador en Y [mm/s]
global fy_max;       %Fuerza máxima del actuador en Y [N]
global kp;           %Constante de prop. para el control de la Kp
global kpy_ace;      %En el tramo de aceleración: Constante de prop. para
                     el control de velocidad
global kpy_up_sin;   %En el tramo de sincr.: Constante de prop. para el
                     control de velocidad para el cambio ascendente del
                     ciclo
global kpy_down_sin; %En el tramo de sincr.: Constante de prop. para el
                     control de velocidad para el cambio descendente del
                     ciclo
global kiy;          %Constante de integración para el control de
                     velocidad. En este caso es nula.
global kdy;          %Constante de derivación para el control de velocidad.
                     En este caso es nula.
global Kyy;          %Constante de prop. para el control de posición.

   %Capacidad máxima del actuador
   vy_max=6280;
   fy_max=375;

   %Constantes del controlador PID para el lazo de velocidad
   kp=0.001;
   kpy_ace=0.5;
   kpy_up_sin=0.196;
   kpy_down_sin=0.196;
   kiy=0;
   kdy=0;
   Kyy=200;

%Definición variables
global Hist_up;      %Registro de la fuerza max. de sincr. y kpy_up_sinc
                     para el cambio ascendente del ciclo.
global Hist_down;    %Registro de la fuerza max. de sincr. y kpy_down_sinc
                     para el cambio descendente del ciclo.
global kpy1_u;       %kpy_up_sin como variable
global kpy1_d;       %kpy_down_sin como variable

%Inicialización variables PID para el lazo de velocidad
   kpy1_u=kpy_up_sin;   %Inicialmente 0.196 --> Estabilizado 0.2064;
```

```
   kpy1_d=kpy_down_sin; %Inicialmente 0.196 --> Estabilizado 0.1715;
   Hist_up(:,:)=[];
   Hist_down(:,:)=[];

%INICIALIZACIÓN PARA EL CONTROLADOR DE SELECCIÓN DE MARCHA

%Definición constantes
global vx_max; %Velocidad máxima del actuador X [mm/s]
global fx_max; %Fuerza máxima del actuador en X [N]
global kpx; %Constante de prop. para el control de velocidad.
global kix; %Constante de integración para el control de velocidad. En este
            caso es nula.
global kdx; %Constante de derivación para el control de velocidad. En este
            caso es nula.
global Kxx; %Constante de prop. para el control de posición.
global Kvx; %Constante de prop. de la velocidad para el control de
            posición.
global Kax; %Constante de prop. de la aceleración para el control de
            posición.En este caso es nula.

   %Capacidad máxima del actuador
   vx_max=1856;
   fx_max=3647;

   %Constantes del controlador
   %PID para el lazo de velocidad
   kpx=20;
   kix=0;
   kdx=0;
   %P+feed-forward para el lazo de posición
   Kxx=150;
   Kvx=0.9;
```

i) Controlador de inserción

a) Inicialización de variables

```
%INICIALIZACIÓN DE VARIABLES COMUNES A AMBOS ACTUADORES (INSERCIÓN Y
SELECCIÓN)
global t; %Reloj
t=0;

%INICIALIZACIÓN PARA EL CONTROLADOR DE INSERCIÓN DE MARCHA
%Definición variables
global ey1;
global ey2;
global fy1;
   %Inicialización variables PID para el lazo de velocidad
   ey1=0;
   ey2=0;
   fy1=0;
```

b) Cálculo de la fuerza del accto.

```
function fy=ins(y_com,py,vy,time,vy_u,vy_d,fobj_u,fobj_d);

global t;
global h;
global kiy;
global kdy;
```

```
global Kyy;
global ey1;
global ey2;
global fy1;

kpy=ins_kpy(py,fobj_u,fobj_d,time);

if t<=time

   epy=Kyy*(y_com-py);
   epy=ins_lim_vel(epy,vy_u,vy_d);
   ey=epy-vy;

   c0=kpy+(h/2)*kiy+(1/h)*kdy;
   c1=-kpy+(h/2)*kiy-(2/h)*kdy;
   c2=(1/h)*kdy;

   fy=fy1+c0*ey+c1*ey1+c2*ey2;

   fy1=fy;
   ey2=ey1;
   ey1=ey;

   fy=ins_lim_fuer(fy);
end

if t>time
   fy=fy1;
   fy=ins_lim_fuer(fy,py);
end
```

c) Cálculo de la constante de proporcionalidad Kpy

```
function kpy=ins_kpy(py,fobj_u,fobj_d,time);

global kpy_ace;
global kpy_up_sin;
global kpy_down_sin;
global cad;
global ciclos;
global fy_max_sin;
global kp;
global kpy1_u;
global kpy1_d;
global i_sin_up;
global i_sin_down;
global Hist_up;
global Hist_down;

kpy=kpy_ace;

if time==cad
    Hist_up(ciclos+1,1)=fy_max_sin;
    Hist_up(ciclos+1,2)=kpy1_u;
    kpy1_u=kpy_up_sin;
    ekp_u=fobj_u-fy_max_sin;
    kpy_up_sin=kpy1_u+kp*ekp_u;
    ekp1_u=ekp_u;
    fy_max_sin=0;
    i_sin_up=0;
```

```
elseif time<cad
    if py>0
    kpy=kpy_up_sin;
    elseif py<=0
    kpy=kpy_ace;
    end
elseif time==2*cad
    Hist_down(ciclos+1,1)=fy_max_sin;
    Hist_down(ciclos+1,2)=kpy1_d;
    kpy1_d=kpy_down_sin;
    ekp_d=fobj_d-fy_max_sin;
    kpy_down_sin=kpy1_d+kp*ekp_d;
    ekp1_d=ekp_d;
    ciclos=ciclos+1;
    fy_max_sin=0;
    i_sin_down=0;
elseif time>cad & time<2*cad
    if py<0
    kpy=kpy_down_sin;
   elseif py>=0
    kpy=kpy_ace;
   end
end
```

d) Límite de fuerza

```
function fy=ins_lim_fuer(fy);

global fy_max;

if fy>=fy_max
   fy=fy_max;
elseif fy<=-fy_max
   fy=-fy_max;
end
```

e) Límite de velocidad

```
function epy=ins_lim_vel(epy,vy_u,vy_d);

global vy_max;

if epy>vy_u
   epy=vy_u;
elseif epy<-vy_d
   epy=-vy_d;
end

if epy>vy_max
   epy=vy_max;
elseif epy<-vy_max
   epy=-vy_max;

end
```

ii) Controlador del accto. de selección

a) Inicialización

```
%INICIALIZACIÓN PARA EL CONTROLADOR DE SELECCIÓN DE CARRIL
%Definición variables
global ex1;
global ex2;
global fx1;
global px_com1;
global vx_com1;
   %Inicialización variables
   %PID para el lazo de velocidad
      ex1=0;
      ex2=0;
      fx1=0;
   %P+feed-forward para el lazo de posición
      px_com1=0;

      vx_com1=0;
```

b) Cálculo de la fuerza del accto.

```
function fx=selec(px_com,px,vx,time);

global t;
global h;
global kpx;
global kix;
global kdx;
global Kxx;
global Kvx;
global Kax;
global fx1;
global ex1;
global ex2;
global px_com1;
global vx_com1;

if t<=time

   epx=px_com-px;
   vx_com=(px_com-px_com1)/h;
   ax_com=(vx_com-vx_com1)/h;

   aux=(Kxx*epx+Kvx*vx_com+Kax*ax_com);

   aux=sel_lim_vel(aux);

   ex=aux-vx;

   c0=kpx+(h/2)*kix+(1/h)*kdx;
   c1=-kpx+(h/2)*kix-(2/h)*kdx;
   c2=(1/h)*kdx;

   fx=fx1+c0*ex+c1*ex1+c2*ex2;

   fx1=fx;
   ex2=ex1;
   ex1=ex;
```

```
   px_com1=px_com;
   vx_com1=vx_com;

   fx=sel_lim_fuer(fx);
   t=t+h;
end

if t>time
   fx=fx1;
   fx=sel_lim_fuer(fx);
end
```

c) Límite de fuerza

```
function fx=sel_lim_fuer(fx);

global fx_max;

if fx>=fx_max;
   fx=fx_max;
elseif fx<=-fx_max
   fx=-fx_max;

end
```

d) Límite de velocidad

```
function aux=sel_lim_vel(aux);

global vx_max;

if aux>vx_max
   aux=vx_max;
elseif aux<-vx_max
   aux=-vx_max;

end
```

iii) Cálculos físicos

a) Inicialización

```
%Fuerza maxima de sincronización
global fy_max_sin;
fy_max_sin=0;

%Impulso mecánico del cambio
global i_sin_up;
i_sin_up=0;
global i_sin_down;
i_sin_down=0;

%Energia total absorbida por el amortiguador
global Ed;
Ed=0;

%Par RMS insercion
global Ty;
global Tx;
```

```
Ty=0;

Tx=0;
```

b) Cálculos de variables físicas

```
global fy_max_sin;
global i_sin_up;
global i_sin_down;
global Ed;
global Ty;
global Tx;
global cad;
global t;

%Calculo magnitudes físicas
%Ed=Ed+A*AT; % - constraintforce(92).x*Constraint[92].dv.x/1000
Ty=Ty+Ay^2*AT;
rmsy=Ty
Tx=Tx+Ax^2*AT;
rmsx=Tx

if sin(time/cad*pi)>0
   i_sin_up=i_sin_up+f_sin*AT;
elseif sin(time/cad*pi)<0
   i_sin_down=i_sin_down+f_sin*AT;
end

if fy_max_sin<f_sin
   fy_max_sin=f_sin;

end
```