CAPÍTULO 3

HERRAMIENTAS PARA FACILITAR EL CÁLCULO DE DEPÓSITOS CILÍNDRICOS

3.1.- INTRODUCCIÓN

Al estudiar los depósitos cilíndricos de hormigón armado ya planteamos las leyes de desplazamientos radiales $\omega(x)$, giros $\theta_x(x)$ y esfuerzos $N_\varphi(x)$, $M_x(x)$, $M_\varphi(x)$ y $Q_x(x)$. Recordemos que se trata de las ecuaciones (2.22), (2.23), (2.24), (2.25), (2.26) y (2.27) para el caso de empuje hidrostático, y de las ecuaciones (2.22), (2.28), (2.29), (2.25), (2.26) y (2.27) para el caso de empuje de tierras.

Seguidamente y para simplificar la resolución del problema, se hicieron unas hipótesis

consideradas aceptables en depósitos convencionales de hormigón armado, como eran suponer la lámina infinitamente larga, con lo que las constantes C_1 y C_2 eran nulas; y que la pared estaba empotrada en una cimentación absolutamente rígida.

En el siguiente capítulo se quiere abordar aquel mismo problema, pero de una manera más generalista, sin suponer nulas las constantes C_1 y C_2 y contemplando todos los posibles casos de unión pared-solera.

Queremos dar todas las herramientas que ayuden al técnico a calcular la pared de un depósito cilíndrico (armado o pretensado), en el caso más general y con las máximas facilidades.

3.2.- PARED SOLICITADA POR EL EMPUJE HIDROSTÁTICO

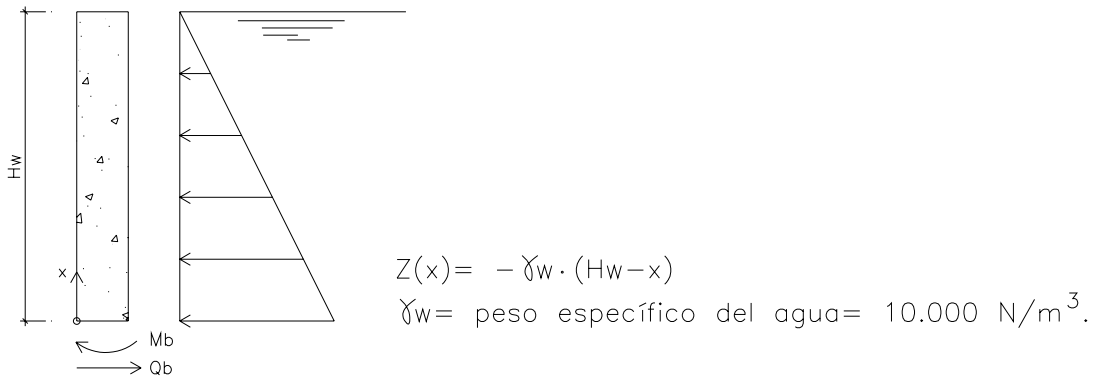

Figura 3.1.- Esquema de la acción del empuje hidrostático contra la pared

Ya conocemos el campo de desplazamientos radiales ω(x) para esta hipótesis de carga:

$$\omega(x) = C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) - \frac{\gamma_\omega \cdot (H_\omega - x) \cdot R^2}{E \cdot h} \qquad (3.1)$$

3.2.1.- Unión monolítica

El empotramiento entre la pared y la solera nos lleva a plantear las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{Bmatrix} \omega(x=0)=0 \\ \theta_x(x=0)=0 \\ M_x(x=H_\omega)=0 \\ Q_x(x=H_\omega)=0 \end{Bmatrix}$$

Que supone tener el siguiente sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (C_1,C_2,C_3 y C_4):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_\omega \cdot H_\omega \cdot R^2 / E \cdot h \\ -\gamma_\omega \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$

$a_{21} = 1$ $a_{22} = 1$ $a_{23} = -1$ $a_{24} = 1$

$a_{31} = e^{\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{32} = -e^{\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{33} = -e^{-\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{34} = e^{-\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$

$a_{41} = e^{\lambda H\omega}.(\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{42} = e^{\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{43} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{44} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)-\sin(\lambda H_\omega))$

3.2.2.- Unión articulada flexible

La pared apoya sobre la solera mediante apoyos de neopreno. En este caso, las condiciones de contorno son:

$$\begin{Bmatrix} M_x(x=0)=K_2 \cdot \theta_x(x=0) \\ Q_x(x=0)=K_1 \cdot \omega(x=0) \\ M_x(x=H_\omega)=0 \\ Q_x(x=H_\omega)=0 \end{Bmatrix}$$

Que supone tener el siguiente sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (C_1,C_2,C_3 y C_4):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_2 \cdot \gamma_\omega \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \\ K_1 \cdot \gamma_\omega \cdot H_\omega \cdot R^2 / E \cdot h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = -K_2$ $a_{12} = -(2.D.\lambda + K_2)$ $a_{13} = K_2$ $a_{14} = (2.D.\lambda - K_2)$

$a_{21} = K_1 - 2.D.\lambda^3$ $a_{22} = 2.D.\lambda^3$ $a_{23} = K_1 + 2.D.\lambda^3$ $a_{24} = 2.D.\lambda^3$

$a_{31} = e^{\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{32} = -e^{\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{33} = -e^{-\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{34} = e^{-\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$

$a_{41} = e^{\lambda H\omega}.(\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{42} = e^{\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{43} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{44} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)-\sin(\lambda H_\omega))$

Siendo:

K_1 la rigidez al desplazamiento radial, en N/m·m, que vale:

$$K_1 = \frac{a \cdot b \cdot G}{t \cdot n \cdot s} \text{ si hay un único apoyo centrado en la pared.} \quad (3.2)$$

$$K_1 = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot G}{t \cdot n \cdot s} \text{ si hay dos apoyos separados una distancia d entre ejes.} \quad (3.3)$$

Por su parte, K2 es la rigidez al giro, en N·m/m y vale:

$$K_2 = \frac{a^5 \cdot b \cdot G}{75 \cdot t^3 \cdot n \cdot s} \text{ si hay un único apoyo centrado en la pared.} \quad (3.4)$$

$$K_2 = \frac{a \cdot b \cdot d^2 \cdot E_n}{2 \cdot t \cdot n \cdot s} \text{ si hay dos apoyos separados una distancia d entre ejes.} \quad (3.5)$$

con:

a: dimensión en planta del neopreno según la dirección radial.

b: dimensión en planta del neopreno según la dirección circunferencial.

d: distancia entre ejes en el caso de disponer dos neoprenos.

n: número de capas de neopreno.

t: espesor de una de las capas de neopreno.

G: módulo de rigidez tangencial del neopreno ($G \approx 0{,}90$ N/mm^2).

E_n: módulo de deformación del neopreno ($E_n \approx 600$ N/mm^2).

s: separación entre ejes de neoprenos en la dirección circunferencial.

3.2.3.- Unión articulada fija

La pared se introduce en una muesca de la solera, con lo que tiene coartado su desplazamiento horizontal. En este caso, las condiciones de contorno son:

$$\begin{Bmatrix} \omega(x=0)=0 \\ M_x(x=0)=0 \\ M_x(x=H_\omega)=0 \\ Q_x(x=H_\omega)=0 \end{Bmatrix}$$

Que supone tener el siguiente sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (C_1,C_2,C_3 y C_4):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_\omega \cdot H_\omega \cdot R^2 / E \cdot h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$

$a_{21} = 0$ $a_{22} = -1$ $a_{23} = 0$ $a_{24} = 1$

$a_{31} = e^{\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{32} = -e^{\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{33} = -e^{-\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{34} = e^{-\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$

$a_{41} = e^{\lambda H\omega}.(\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{42} = e^{\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{43} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{44} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)-\sin(\lambda H_\omega))$

Sea cual sea la unión pared-solera que tengamos, una vez resuelto el sistema, y por

tanto, conocidas las cuatro constantes de integración C_1,C_2,C_3 y C_4, ya nos queda totalmente determinado el campo de desplazamientos y el campo de esfuerzos en la totalidad de la pared solicitada por el empuje hidrostático, solo con aplicar las ecuaciones que ya conocemos:

$$\omega(x) = C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) - \frac{\gamma_\omega \cdot (H_\omega - x) \cdot R^2}{E \cdot h} \tag{3.6}$$

$$\theta_x(x) = C_1.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_2.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + .\lambda.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_4.\lambda.e^{-\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + \frac{\gamma_\omega \cdot R^2}{E \cdot h} \tag{3.7}$$

$$N_\varphi(x) = \left(\frac{-E \cdot h}{R}\right) \cdot [C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) - \frac{\gamma_\omega \cdot (H_\omega - x) \cdot R^2}{E \cdot h}]$$

$$M_x(x) = 2.D.\lambda^2.[C_1.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) - C_2.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) - C_3.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)] \tag{3.8}$$

$$M_\varphi(x) = \nu.M_x(x) \tag{3.9}$$

$$Q_x(x) = 2.D.\lambda^3.[C_1.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_2.e^{\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_4.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x))] \tag{3.10}$$

3.3.- PARED SOLICITADA POR EMPUJE DE TIERRAS CON H_t=H

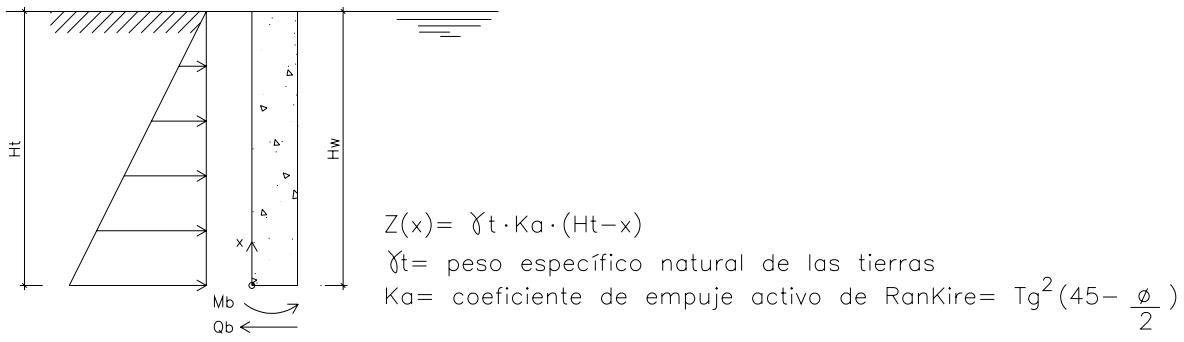

Figura 3.2.- Esquema de la acción del empuje de tierras contra la pared con el nivel del terreno llegando hasta la coronación del muro

El campo de desplazamientos radiales ω(x) para esta hipótesis de carga ya es conocido:

$$\omega(x) = C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot (H_t - x) \cdot R^2}{E \cdot h} \qquad (3.11)$$

siendo K_a el coeficiente de empuje activo de Rankine que vale: $K_a = tg^2(45º\text{-}ø/2)$

3.3.1.- Unión monolítica

El empotramiento pared-solera nos lleva a plantear las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{Bmatrix} \omega(x=0)=0 \\ \theta_x(x=0)=0 \\ M_x(x=H_t)=0 \\ Q_x(x=H_t)=0 \end{Bmatrix}$$

Que supone tener el siguiente sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (C_1,C_2,C_3 y C_4):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_t \cdot K_a \cdot H_t \cdot R^2 / E \cdot h \\ \gamma_t \cdot K_a \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$

$a_{21} = 1$ $a_{22} = 1$ $a_{23} = -1$ $a_{24} = 1$

$a_{31} = e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{32} = -e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{33} = -e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{34} = e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$

$a_{41} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{42} = e^{\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{43} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{44} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$

3.3.2.- Unión articulada flexible

La pared apoya sobre la solera mediante apoyos de neopreno. Las condiciones de contorno son:

$$\begin{Bmatrix} M_x(x=0)=K_2 \cdot \theta_x(x=0) \\ Q_x(x=0)=K_1 \cdot \omega(x=0) \\ M_x(x=H_t)=0 \\ Q_x(x=H_t)=0 \end{Bmatrix}$$

Que supone tener el siguiente sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (C_1,C_2,C_3 y C_4):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_2 \cdot \gamma_t \cdot K_a \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \\ -K_1 \cdot \gamma_t \cdot K_a \cdot H_t \cdot R^2 / E \cdot h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = -K_2$ $a_{12} = -(2.D.\lambda + K_2)$ $a_{13} = K_2$ $a_{14} = (2.D.\lambda - K_2)$

$a_{21} = K_1 - 2.D.\lambda^3$ $a_{22} = 2.D.\lambda^3$ $a_{23} = K_1 + 2.D.\lambda^3$ $a_{24} = 2.D.\lambda^3$

$a_{31} = e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{32} = -e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{33} = -e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{34} = e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$

$a_{41} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{42} = e^{\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{43} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{44} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$

3.3.3.- Unión articulada fija

La pared se introduce en una muesca de la solera. Las condiciones de contorno son:

$$\begin{Bmatrix} \omega(x=0) = 0 \\ M_x(x=0) = 0 \\ M_x(x=H_t) = 0 \\ Q_x(x=H_t) = 0 \end{Bmatrix}$$

Que supone tener el siguiente sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (C_1,C_2,C_3 y C_4):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_t \cdot K_a \cdot H_t \cdot R^2 / E \cdot h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$

$a_{21} = 0$ $a_{22} = -1$ $a_{23} = 0$ $a_{24} = 1$

$a_{31} = e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{32} = -e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{33} = -e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{34} = e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$

$a_{41} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{42} = e^{\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{43} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{44} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$

También en este caso, sea cual sea la unión pared-solera que tengamos, una vez resuelto el sistema, y por tanto, conocidas las cuatro constantes de integración C_1,C_2,C_3 y C_4, ya nos queda totalmente determinado el campo de desplazamientos y el campo de esfuerzos en la totalidad de la pared solicitada por el empuje de tierras con H_t=H, solo con aplicar las ecuaciones que ya conocemos:

$$\omega(x) = C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot (H_t - x) \cdot R^2}{E \cdot h} \quad (3.12)$$

$$\theta_x(x) = C_1.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_2.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.\lambda.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_4.\lambda.e^{-\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) - \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot R^2}{E \cdot h} \quad (3.13)$$

$$N_\varphi(x) = \left(\frac{-E \cdot h}{R}\right) \cdot [C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot (H_t - x) \cdot R^2}{E \cdot h}] \quad (3.14)$$

$$M_x(x) = 2.D.\lambda^2.[C_1.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) - C_2.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) - C_3.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)] \quad (3.15)$$

$$M_\varphi(x) = \nu.M_x(x) \quad (3.16)$$

$$Q_x(x) = 2.D.\lambda^3.[C_1.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_2.e^{\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_4.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x))] \quad (3.17)$$

3.4.-PARED SOLICITADA POR EMPUJE DE TIERRAS CON H_t <H

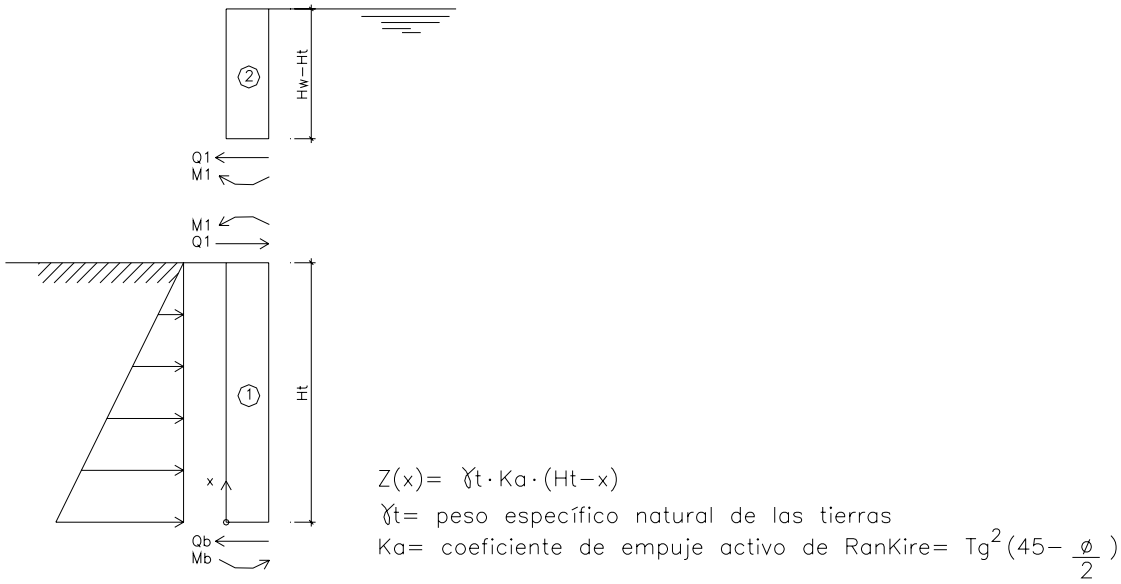

Figura 3.3.- Esquema de la acción del empuje de tierras contra la pared con el nivel del terreno por debajo la coronación del muro

Tenemos que subdividir la pared en dos anillos: el anillo inferior 1 hasta dónde llega el nivel de tierras H_t, y el anillo superior 2, situado por encima. El campo de desplazamientos radiales será:

$$\omega_1(x) = C_1.e^{\lambda x}\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot (H_t - x) \cdot R^2}{E \cdot h} \tag{3.18}$$

$$\omega_2(x) = C_5.e^{\lambda x}\cos(\lambda x) + C_6.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_7.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_8.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) \tag{3.19}$$

3.4.1.- Unión monolítica

El empotramiento pared-solera nos lleva a plantear las siguientes condiciones de

contorno:

$$\left.\begin{cases}\omega_1(x=0)=0\\ \theta_{x1}(x=0)=0\\ M_{x1}(x=H_t)=M_1\\ Q_{x1}(x=H_t)=Q_1\end{cases}\right\}\quad\left\{\begin{cases}M_{x2}(x=H_t)=M_1\\ Q_{x2}(x=H_t)=Q_1\\ M_{x2}(x=H_\omega)=0\\ Q_{x2}(x=H_\omega)=0\end{cases}\right\}\quad\left\{\begin{cases}\omega_1(x=H_t)=\omega_2(x=H_t)\\ \theta_{x1}(x=H_t)=\theta_{x2}(x=H_t)\end{cases}\right\}$$

que supone tener el siguiente sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas (C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8,M_1 y Q_1):

$$\begin{pmatrix}a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}a_{17}a_{18}a_{19}a_{110}\\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}a_{27}a_{28}a_{29}a_{210}\\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}a_{37}a_{38}a_{39}a_{310}\\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}a_{47}a_{48}a_{49}a_{410}\\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}a_{57}a_{58}a_{59}a_{510}\\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}a_{67}a_{68}a_{69}a_{610}\\ a_{71}a_{72}a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}a_{77}a_{78}a_{79}a_{710}\\ a_{81}a_{82}a_{83}a_{84}a_{85}a_{86}a_{87}a_{88}a_{89}a_{810}\\ a_{91}a_{92}a_{93}a_{94}a_{95}a_{96}a_{97}a_{98}a_{99}a_{910}\\ a_{101}a_{102}a_{103}a_{104}a_{105}a_{106}a_{107}a_{108}a_{109}a_{1010}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}C_1\\ C_2\\ C_3\\ C_4\\ C_5\\ C_6\\ C_7\\ C_8\\ M_1\\ Q_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\gamma_t\cdot K_a\cdot H_t\cdot R^2/E\cdot h\\ \gamma_t\cdot K_a\cdot R^2/E\cdot h\cdot\lambda\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \gamma_t\cdot K_a\cdot R^2/E\cdot h\cdot\lambda\end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$ $a_{15} = 0$ $a_{16} = 0$ $a_{17} = 0$ $a_{18} = 0$ $a_{19} = 0$ $a_{110} = 0$

$a_{21} = 1$ $a_{22} = 1$ $a_{23} = -1$ $a_{24} = 1$ $a_{25} = 0$ $a_{26} = 0$ $a_{27} = 0$ $a_{28} = 0$ $a_{29} = 0$ $a_{210} = 0$

$a_{31} = e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{32} = -e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{33} = -e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{34} = e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$

$a_{35} = 0$ $a_{36} = 0$ $a_{37} = 0$ $a_{38} = 0$ $a_{39} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot\lambda^2}$ $a_{310} = 0$

$a_{41} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{42} = e^{\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{43} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{44} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$

$a_{45} = 0$ $a_{46} = 0$ $a_{47} = 0$ $a_{48} = 0$ $a_{49} = 0$ $a_{410} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot\lambda^3}$

$a_{51} = 0$ $a_{52} = 0$ $a_{53} = 0$ $a_{54} = 0$ $a_{55} = e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$

$a_{56} = -e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{57} = -e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{58} = e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{59} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot\lambda^2}$ $a_{510} = 0$

$a_{61} = 0$ $a_{62} = 0$ $a_{63} = 0$ $a_{64} = 0$ $a_{65} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{66} = e^{\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$ $a_{67} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{68} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$ $a_{69} = 0$ $a_{610} = \dfrac{-1}{2 \cdot D \cdot \lambda^3}$

$a_{71} = 0$ $a_{72} = 0$ $a_{73} = 0$ $a_{74} = 0$ $a_{75} = e^{\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$

$a_{76} = -e^{\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{77} = -e^{-\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{78} = e^{-\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{79} = 0$ $a_{710} = 0$

$a_{81} = 0$ $a_{82} = 0$ $a_{83} = 0$ $a_{84} = 0$ $a_{85} = e^{\lambda H\omega}.(\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{86} = e^{\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{87} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{88} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)-\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{89} = 0$ $a_{810} = 0$

$a_{91} = e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{92} = e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{93} = e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{94} = e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$

$a_{95} = -e^{\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{96} = -e^{\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$ $a_{97} = -e^{-\lambda Ht}.\cos(\lambda H_t)$ $a_{98} = -e^{-\lambda Ht}.\sin(\lambda H_t)$

$a_{99} = 0$ $a_{910} = 0$

$a_{101} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$ $a_{102} = e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{103} = e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$ $a_{104} = e^{-\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$

$a_{105} = -e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$ $a_{106} = -e^{\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)+\sin(\lambda H_t))$

$a_{107} = -e^{-\lambda Ht}.(-\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$ $a_{108} = -e^{-\lambda Ht}.(\cos(\lambda H_t)-\sin(\lambda H_t))$ $a_{109} = 0$ $a_{1010} = 0$

3.4.2.- Unión articulada flexible

La pared apoya sobre la solera mediante apoyos de neopreno. Las condiciones de contorno son:

$$\left\{\begin{array}{l} M_{x1}(x=0) = K_2 \cdot \theta_{x1}(x=0) \\ Q_{x1}(x=0) = K_1 \cdot \omega_1(x=0) \\ M_{x1}(x=H_t) = M_1 \\ Q_{x1}(x=H_t) = Q_1 \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} M_{x2}(x=H_t) = M_1 \\ Q_{x2}(x=H_t) = Q_1 \\ M_{x2}(x=H_\omega) = 0 \\ Q_{x2}(x=H_\omega) = 0 \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} \omega_1(x=H_t) = \omega_2(x=H_t) \\ \theta_{x1}(x=H_t) = \theta_{x2}(x=H_t) \end{array}\right\}$$

que supone tener el siguiente sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas (C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8,M_1 y Q_1):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}a_{17}a_{18}a_{19}a_{110} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}a_{27}a_{28}a_{29}a_{210} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}a_{37}a_{38}a_{39}a_{310} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}a_{47}a_{48}a_{49}a_{410} \\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}a_{57}a_{58}a_{59}a_{510} \\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}a_{67}a_{68}a_{69}a_{610} \\ a_{71}a_{72}a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}a_{77}a_{78}a_{79}a_{710} \\ a_{81}a_{82}a_{83}a_{84}a_{85}a_{86}a_{87}a_{88}a_{89}a_{810} \\ a_{91}a_{92}a_{93}a_{94}a_{95}a_{96}a_{97}a_{98}a_{99}a_{910} \\ a_{101}a_{102}a_{103}a_{104}a_{105}a_{106}a_{107}a_{108}a_{109}a_{1010} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ M_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_2 \cdot \gamma_t \cdot K_a \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \\ -K_1 \cdot \gamma_t \cdot K_a \cdot H_t \cdot R^2 / E \cdot h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_t \cdot K_a \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \end{pmatrix}$$

$a_{11} = -K_2$ $a_{12} = -(2.D.\lambda + K_2)$ $a_{13} = K_2$ $a_{14} = (2.D.\lambda - K_2)$ $a_{15} = 0$

$a_{16} = 0$ $a_{17} = 0$ $a_{18} = 0$ $a_{19} = 0$ $a_{110} = 0$

$a_{21} = K_1 - 2.D.\lambda^3$ $a_{22} = 2.D.\lambda^3$ $a_{23} = K_1 + 2.D.\lambda^3$ $a_{24} = 2.D.\lambda^3$ $a_{25} = 0$

$a_{26} = 0$ $a_{27} = 0$ $a_{28} = 0$ $a_{29} = 0$ $a_{210} = 0$

a_{31} hasta a_{1010} quedan igual que en el caso anterior.

3.4.3.- Unión articulada fija

La pared se introduce en una muesca de la solera. Las condiciones de contorno son:

$$\begin{Bmatrix} \omega_1(x=0)=0 \\ M_{x1}(x=0)=0 \\ M_{x1}(x=H_t)=M_1 \\ Q_{x1}(x=H_t)=Q_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{x2}(x=H_t)=M_1 \\ Q_{x2}(x=H_t)=Q_1 \\ M_{x2}(x=H_\omega)=0 \\ Q_{x2}(x=H_\omega)=0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1(x=H_t)=\omega_2(x=H_t) \\ \theta_{x1}(x=H_t)=\theta_{x2}(x=H_t) \end{Bmatrix}$$

que supone tener el siguiente sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas (C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8,M_1 y Q_1):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}a_{17}a_{18}a_{19}a_{110} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}a_{27}a_{28}a_{29}a_{210} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}a_{37}a_{38}a_{39}a_{310} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}a_{47}a_{48}a_{49}a_{410} \\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}a_{57}a_{58}a_{59}a_{510} \\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}a_{67}a_{68}a_{69}a_{610} \\ a_{71}a_{72}a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}a_{77}a_{78}a_{79}a_{710} \\ a_{81}a_{82}a_{83}a_{84}a_{85}a_{86}a_{87}a_{88}a_{89}a_{810} \\ a_{91}a_{92}a_{93}a_{94}a_{95}a_{96}a_{97}a_{98}a_{99}a_{910} \\ a_{101}a_{102}a_{103}a_{104}a_{105}a_{106}a_{107}a_{108}a_{109}a_{1010} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ M_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_t \cdot K_a \cdot H_t \cdot R^2 / E \cdot h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma_t \cdot K_a \cdot R^2 / E \cdot h \cdot \lambda \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$ $a_{15} = 0$ $a_{16} = 0$ $a_{17} = 0$ $a_{18} = 0$ $a_{19} = 0$ $a_{110} = 0$
$a_{21} = 0$ $a_{22} = -1$ $a_{23} = 0$ $a_{24} = 1$ $a_{25} = 0$ $a_{26} = 0$ $a_{27} = 0$ $a_{28} = 0$ $a_{29} = 0$ $a_{210} = 0$
a_{31} hasta a_{1010} quedan igual que en el caso anterior

También en este caso, sea cual sea la unión pared-solera que tengamos, una vez resuelto el sistema, y por tanto, conocidas las ocho constantes de integración C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7 y C_8, ya nos queda totalmente determinado el campo de desplazamientos y el campo de esfuerzos en los dos anillos solicitados por el empuje de tierras con $H_t \leq H$, y por tanto, en la totalidad de la pared, solo con aplicar las ecuaciones que ya conocemos:

$$\omega_1(x) = C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot (H_t - x) \cdot R^2}{E \cdot h} \tag{3.20}$$

$$\theta_{x1}(x) = C_1.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_2.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.\lambda.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_4.\lambda.e^{-\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) - \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot R^2}{E \cdot h} \tag{3.21}$$

$$N_{\varphi 1}(x) = \left(\frac{-E \cdot h}{R}\right) \cdot [C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + \frac{\gamma_t \cdot K_a \cdot (H_t - x) \cdot R^2}{E \cdot h}] \tag{3.22}$$

$$M_{x1}(x) = 2.D.\lambda^2.[C_1.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) - C_2.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) - C_3.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)] \quad (3.23)$$

$$M_{\varphi 1}(x) = \nu.M_{x1}(x) \quad (3.24)$$

$$Q_{x1}(x) = 2.D.\lambda^3.[C_1.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_2.e^{\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_4.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x))] \quad (3.25)$$

$$\omega_2(x) = C_5.e^{\lambda x}\cos(\lambda x) + C_6.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_7.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_8.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) \quad (3.26)$$

$$\theta_{x2}(x) = C_5.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_6.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_7.\lambda.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_8.\lambda.e^{-\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) \quad (3.27)$$

$$N_{\varphi 2}(x)=\left(\frac{-E\cdot h}{R}\right)\cdot[C_5.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x)+C_6.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x)+C_7.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)+C_8.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x)] \quad (3.28)$$

$$M_{x2}(x) = 2.D.\lambda^2.[C_5.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) - C_6.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) - C_7.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_8.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)] \quad (3.29)$$

$$M_{\varphi 2}(x) = \nu.M_{x2}(x) \quad (3.30)$$

$$Q_{x2}(x) = 2.D.\lambda^3.[C_5.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_6.e^{\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_7.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_8.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x))] \quad (3.31)$$

3.5.- PARED SOLICITADA POR EL PRETENSADO

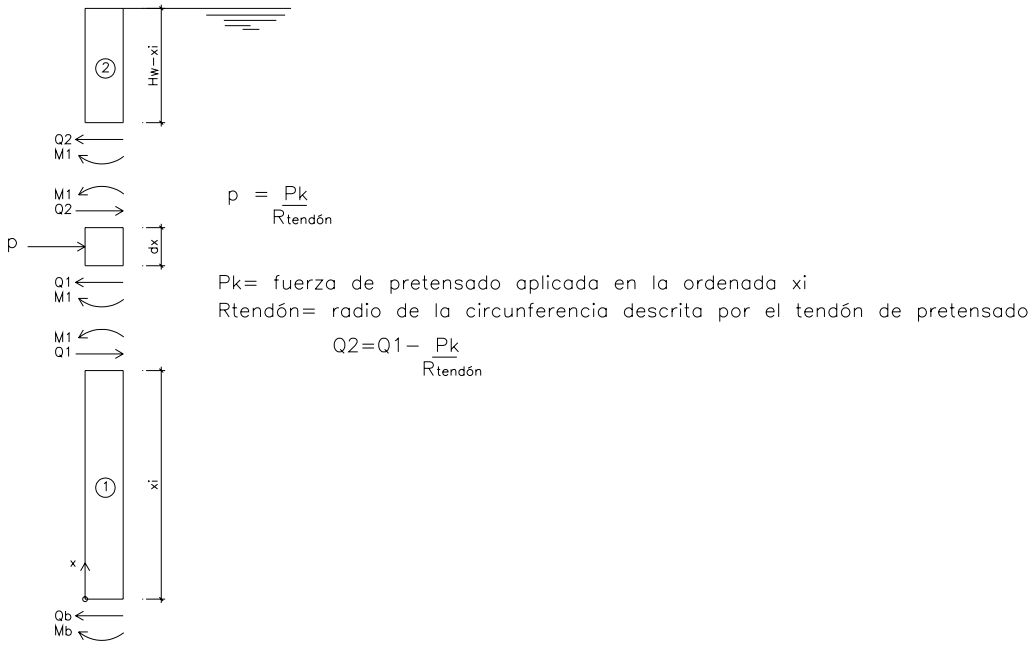

Figura 3.4.- Esquema de la acción del pretensado contra la pared

Cuando la acción es el pretensado, el problema se resuelve fácilmente estudiando independientemente cada uno de los tendones, y superponiendo posteriormente los resultados.

Subdividimos la pared en dos anillos: el anillo inferior 1 hasta la posición x_i del tendón de pretensado, y el anillo superior 2, situado por encima. El campo de desplazamientos radiales será:

$$\omega_1(x) = C_1.e^{\lambda x}\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) \qquad (3.32)$$

$$\omega_2(x) = C_5.e^{\lambda x}\cos(\lambda x) + C_6.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_7.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_8.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) \qquad (3.33)$$

3.5.1.- Unión monolítica

El empotramiento pared-solera nos lleva a plantear las siguientes condiciones de

contorno:

$$\begin{Bmatrix} \omega_1(x=0)=0 \\ \theta_{x1}(x=0)=0 \\ M_{x1}(x=x_i)=M_1 \\ Q_{x1}(x=x_i)=Q_1 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} M_{x2}(x=x_i)=M_1 \\ Q_{x2}(x=x_i)=Q_1-\dfrac{P_k}{R_{tendón}} \\ M_{x2}(x=H_\omega)=0 \\ Q_{x2}(x=H_\omega)=0 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \omega_1(x=x_i)=\omega_2(x=x_i) \\ \theta_{x1}(x=x_i)=\theta_{x2}(x=x_i) \end{Bmatrix}$$

siendo P_k la fuerza de pretensado aplicada en la ordenada x_i, y $R_{tendón}$ el radio de la circunferencia descrita por el tendón de pretensado. Todo ello supone tener el siguiente sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas (C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8,M_1 y Q_1):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}a_{17}a_{18}a_{19}a_{110} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}a_{27}a_{28}a_{29}a_{210} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}a_{37}a_{38}a_{39}a_{310} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}a_{47}a_{48}a_{49}a_{410} \\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}a_{57}a_{58}a_{59}a_{510} \\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}a_{67}a_{68}a_{69}a_{610} \\ a_{71}a_{72}a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}a_{77}a_{78}a_{79}a_{710} \\ a_{81}a_{82}a_{83}a_{84}a_{85}a_{86}a_{87}a_{88}a_{89}a_{810} \\ a_{91}a_{92}a_{93}a_{94}a_{95}a_{96}a_{97}a_{98}a_{99}a_{910} \\ a_{101}a_{102}a_{103}a_{104}a_{105}a_{106}a_{107}a_{108}a_{109}a_{1010} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ M_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P_k \ /(2\cdot R_{tendón}\cdot D\cdot\lambda^3) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$ $a_{15} = 0$ $a_{16} = 0$ $a_{17} = 0$ $a_{18} = 0$ $a_{19} = 0$ $a_{110} = 0$

$a_{21} = 1$ $a_{22} = 1$ $a_{23} = -1$ $a_{24} = 1$ $a_{25} = 0$ $a_{26} = 0$ $a_{27} = 0$ $a_{28} = 0$ $a_{29} = 0$ $a_{210} = 0$

$a_{31} = e^{\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$ $a_{32} = -e^{\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{33} = -e^{-\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$ $a_{34} = e^{-\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$

$a_{35} = 0$ $a_{36} = 0$ $a_{37} = 0$ $a_{38} = 0$ $a_{39} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot\lambda^2}$ $a_{310} = 0$

$a_{41} = e^{\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$ $a_{42} = e^{\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$

$a_{43} = e^{-\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$ $a_{44} = e^{-\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$

$a_{45} = 0$ $a_{46} = 0$ $a_{47} = 0$ $a_{48} = 0$ $a_{49} = 0$ $a_{410} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot\lambda^3}$

$a_{51} = 0$ $a_{52} = 0$ $a_{53} = 0$ $a_{54} = 0$ $a_{55} = e^{\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$

$a_{56} = -e^{\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{57} = -e^{-\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$ $a_{58} = e^{-\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{59} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot \lambda^2}$ $a_{510} = 0$

$a_{61} = 0$ $a_{62} = 0$ $a_{63} = 0$ $a_{64} = 0$ $a_{65} = e^{\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$

$a_{66} = e^{\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$ $a_{67} = e^{-\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$

$a_{68} = e^{-\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$ $a_{69} = 0$ $a_{610} = \dfrac{-1}{2\cdot D\cdot \lambda^3}$

$a_{71} = 0$ $a_{72} = 0$ $a_{73} = 0$ $a_{74} = 0$ $a_{75} = e^{\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$

$a_{76} = -e^{\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{77} = -e^{-\lambda H\omega}.\sin(\lambda H_\omega)$ $a_{78} = e^{-\lambda H\omega}.\cos(\lambda H_\omega)$ $a_{79} = 0$ $a_{710} = 0$

$a_{81} = 0$ $a_{82} = 0$ $a_{83} = 0$ $a_{84} = 0$ $a_{85} = e^{\lambda H\omega}.(\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{86} = e^{\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{87} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)+\sin(\lambda H_\omega))$

$a_{88} = e^{-\lambda H\omega}.(-\cos(\lambda H_\omega)-\sin(\lambda H_\omega))$ $a_{89} = 0$ $a_{810} = 0$

$a_{91} = e^{\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{92} = e^{\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$ $a_{93} = e^{-\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{94} = e^{-\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$

$a_{95} = -e^{\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{96} = -e^{\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$ $a_{97} = -e^{-\lambda xi}.\cos(\lambda x_i)$ $a_{98} = -e^{-\lambda xi}.\sin(\lambda x_i)$

$a_{99} = 0$ $a_{910} = 0$

$a_{101} = e^{\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$ $a_{102} = e^{\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$

$a_{103} = e^{-\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$ $a_{104} = e^{-\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$

$a_{105} = -e^{\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$ $a_{106} = -e^{\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)+\sin(\lambda x_i))$

$a_{107} = -e^{-\lambda xi}.(-\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$ $a_{108} = -e^{-\lambda xi}.(\cos(\lambda x_i)-\sin(\lambda x_i))$ $a_{109} = 0$ $a_{1010} = 0$

3.5.2.- Unión articulada flexible

La pared apoya sobre la solera mediante apoyos de neopreno. Las condiciones de contorno son:

$$\left\{\begin{array}{l} M_{x1}(x=0) = K_2\cdot\theta_{x1}(x=0) \\ Q_{x1}(x=0) = K_1\cdot\omega_1(x=0) \\ M_{x1}(x=x_i) = M_1 \\ Q_{x1}(x=x_i) = Q_1 \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} M_{x2}(x=x_i) = M_1 \\ Q_{x2}(x=x_i) = Q_1 - \dfrac{P_k}{R_{tend}} \\ M_{x2}(x=H_\omega) = 0 \\ Q_{x2}(x=H_\omega) = 0 \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} \omega_1(x=x_i) = \omega_2(x=x_i) \\ \theta_{x1}(x=x_i) = \theta_{x2}(x=x_i) \end{array}\right\}$$

que supone tener el siguiente sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas (C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8,M_1 y Q_1):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}a_{17}a_{18}a_{19}a_{110} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}a_{27}a_{28}a_{29}a_{210} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}a_{37}a_{38}a_{39}a_{310} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}a_{47}a_{48}a_{49}a_{410} \\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}a_{57}a_{58}a_{59}a_{510} \\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}a_{67}a_{68}a_{69}a_{610} \\ a_{71}a_{72}a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}a_{77}a_{78}a_{79}a_{710} \\ a_{81}a_{82}a_{83}a_{84}a_{85}a_{86}a_{87}a_{88}a_{89}a_{810} \\ a_{91}a_{92}a_{93}a_{94}a_{95}a_{96}a_{97}a_{98}a_{99}a_{910} \\ a_{101}a_{102}a_{103}a_{104}a_{105}a_{106}a_{107}a_{108}a_{109}a_{1010} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ M_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P_k/(2\cdot R_{tendón}\cdot D\cdot \lambda^3) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = -K_2$ $a_{12} = -(2.D.\lambda + K_2)$ $a_{13} = K_2$ $a_{14} = (2.D.\lambda - K_2)$ $a_{15} = 0$

$a_{16} = 0$ $a_{17} = 0$ $a_{18} = 0$ $a_{19} = 0$ $a_{110} = 0$

$a_{21} = K_1 - 2.D.\lambda^3$ $a_{22} = 2.D.\lambda^3$ $a_{23} = K_1 + 2.D.\lambda^3$ $a_{24} = 2.D.\lambda^3$ $a_{25} = 0$

$a_{26} = 0$ $a_{27} = 0$ $a_{28} = 0$ $a_{29} = 0$ $a_{210} = 0$

a_{31} hasta a_{1010} quedan igual que en el caso anterior.

3.5.3.- Unión articulada fija

La pared se introduce en una muesca de la solera. Las condiciones de contorno son:

$$\begin{Bmatrix} \omega_1(x=0)=0 \\ M_{x1}(x=0)=0 \\ M_{x1}(x=x_i)=M_1 \\ Q_{x1}(x=x_i)=Q_1 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} M_{x2}(x=x_i)=M_1 \\ Q_{x2}(x=x_i)=Q_1-\dfrac{P_k}{R_{tendón}} \\ M_{x2}(x=H_\omega)=0 \\ Q_{x2}(x=H_\omega)=0 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \omega_1(x=x_i)=\omega_2(x=x_i) \\ \theta_{x1}(x=x_i)=\theta_{x2}(x=x_i) \end{Bmatrix}$$

que supone tener el siguiente sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas (C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8,M_1 y Q_1):

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}a_{15}a_{16}a_{17}a_{18}a_{19}a_{110} \\ a_{21}a_{22}a_{23}a_{24}a_{25}a_{26}a_{27}a_{28}a_{29}a_{210} \\ a_{31}a_{32}a_{33}a_{34}a_{35}a_{36}a_{37}a_{38}a_{39}a_{310} \\ a_{41}a_{42}a_{43}a_{44}a_{45}a_{46}a_{47}a_{48}a_{49}a_{410} \\ a_{51}a_{52}a_{53}a_{54}a_{55}a_{56}a_{57}a_{58}a_{59}a_{510} \\ a_{61}a_{62}a_{63}a_{64}a_{65}a_{66}a_{67}a_{68}a_{69}a_{610} \\ a_{71}a_{72}a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}a_{77}a_{78}a_{79}a_{710} \\ a_{81}a_{82}a_{83}a_{84}a_{85}a_{86}a_{87}a_{88}a_{89}a_{810} \\ a_{91}a_{92}a_{93}a_{94}a_{95}a_{96}a_{97}a_{98}a_{99}a_{910} \\ a_{101}a_{102}a_{103}a_{104}a_{105}a_{106}a_{107}a_{108}a_{109}a_{1010} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ M_1 \\ Q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P_k/(2\cdot R_{tendón}\cdot D\cdot\lambda^3) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$a_{11} = 1$ $a_{12} = 0$ $a_{13} = 1$ $a_{14} = 0$ $a_{15} = 0$ $a_{16} = 0$ $a_{17} = 0$ $a_{18} = 0$ $a_{19} = 0$ $a_{110} = 0$
$a_{21} = 0$ $a_{22} = -1$ $a_{23} = 0$ $a_{24} = 1$ $a_{25} = 0$ $a_{26} = 0$ $a_{27} = 0$ $a_{28} = 0$ $a_{29} = 0$ $a_{210} = 0$
a_{31} hasta a_{1010} quedan igual que en el caso anterior.

También en este caso, sea cual sea la unión pared-solera que tengamos, una vez resuelto el sistema, y por tanto, conocidas las ocho constantes de integración C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7 y C_8, ya nos queda totalmente determinado el campo de desplazamientos y el campo de esfuerzos en los dos anillos solicitados por el pretensado, y por tanto, en la totalidad de la pared, solo con aplicar las ecuaciones que ya conocemos:

$$\omega_1(x) = C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) \quad (3.34)$$

$$\theta_{x1}(x) = C_1.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_2.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.\lambda.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_4.\lambda.e^{-\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) \quad (3.35)$$

$$N_{\varphi 1}(x)=\left(\frac{-E\cdot h}{R}\right)\cdot[C_1.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x)+C_2.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x)+C_3.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)+C_4.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x)] \quad (3.36)$$

$$M_{x1}(x) = 2.D.\lambda^2.[C_1.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) - C_2.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) - C_3.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_4.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)] \quad (3.37)$$

$$M_{\varphi 1}(x) = \nu.M_{x1}(x) \quad (3.38)$$

$$Q_{x1}(x) = 2.D.\lambda^3.[C_1.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_2.e^{\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_3.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_4.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x))] \quad (3.39)$$

$$\omega_2(x) = C_5.e^{\lambda x}\cos(\lambda x) + C_6.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_7.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x) + C_8.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) \quad (3.40)$$

$$\theta_{x2}(x) = C_5.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_6.\lambda.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_7.\lambda.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) + C_8.\lambda.e^{-\lambda x}.(\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x)) \quad (3.41)$$

$$N_{\varphi 2}(x)=\left(\frac{-E\cdot h}{R}\right)\cdot[C_5.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x)+C_6.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x)+C_7.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)+C_8.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x)] \quad (3.42)$$

$$M_{x2}(x) = 2.D.\lambda^2.[C_5.e^{\lambda x}.\sin(\lambda x) - C_6.e^{\lambda x}.\cos(\lambda x) - C_7.e^{-\lambda x}.\sin(\lambda x) + C_8.e^{-\lambda x}.\cos(\lambda x)] \quad (3.43)$$

$$M_{\varphi 2}(x) = \nu.M_{x2}(x) \quad (3.44)$$

$$Q_{x2}(x) = 2.D.\lambda^3.[C_5.e^{\lambda x}.(\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_6.e^{\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_7.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)+\sin(\lambda x)) + C_8.e^{-\lambda x}.(-\cos(\lambda x)-\sin(\lambda x))] \quad (3.45)$$