Escola Tècnica Superior d'Enginyeries
Industrial i Aeronàutica de Terrassa
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Titulació:

INGENIERIA INDUSTRIAL

Alumne (nom i cognoms):
Roberto Vicente Martínez Osorio

Tema PFC:
Estudi i disseny mecànic d'un aparell que permeti pujar desnivells a cadires de rodes motoritzades amb limitació de pes màxim de 125 kg.

Director del PFC:

José Antonio Ortiz Marzo

Convocatòria d'entrega del PFC

Juny 2014

Contingut d'aquest volum: **- ANEX I: CÀLCULS I INFORMACIÓ TÉCNICA -**

Escola Tècnica Superior d'Enginyeries Industrial i Aeronàutica de Terrassa

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Enginyeria superior Industrial

DISSENY D'UN SISTEMA DE PUJADA D'ESGLAONS PER A CADIRES DE RODES MOTORITZADES.

- ANEX I -

CÀLCULS, ANÀLISI D'ENQUESTES I INFORMACIÓ TÉCNICA DELS FABRICANTS

Alumne: Roberto V. Martínez Osorio
Tutor: Jose Antonio Ortiz
Especialitat: Enginyeria Industrial mecànica

Juny 2014

ÍNDEX

1 INTRODUCCIÓ 1

2 ESTABILITAT ESTÀTICA 2

3 DIMENSIONAMENT DEL MOTOR 11

4 CÀLCUL DELS ENGRANATGES CILÍNDRICS 17

4.1 Dimensionament de la geometria i caracterització bàsica 17

4.1.1 Càlcul del diàmetre primitiu 17

4.1.2 Elecció del mòdul i del material 19

4.1.3 Característiques de l'engranatge 20

4.2 Càlcul de la càrrega màxima aplicada 20

4.2.1 Anàlisi de la càrrega aplicada als engranatges 21

4.3 Càlcul de la tensió estàtica generada pels esforços flectors 23

4.4 Anàlisi de resistència a fatiga per esforços de flexió 31

4.5 Anàlisi de resistència a fatiga superficial generades pels esforços de compressió 39

5 DIMENSIONAMNET DE L'EIX DE TRANSMISIÓ 43

5.1 Càlcul de les tensions de flexió i torsió sota el criteri de Tresca 44

5.2 Càlcul de les tensions de flexió i torsió sota el criteri de Von Mises 46

6 DIMENSIONAMENT DE LES XAVETES 49

6.1 Tensions generades per esforços tallants 50

6.2 Tensions generades per esforços de compressió 52

6.3 Dimensionament de xaveta i xaveters 53

7 CÀLCUL DE LES UNIONS CARGOLADES 57

7.1 Tria de les característiques bàsiques dels cargols 57

7.2 Càlcul de les sol·licitacions i del comportament 61

8 CÀLCUL DE LA PEÇA RAIL DE LA CREMALLERA 63

8.1 Tria del rail 63

8.2 Anàlisi de tensions sobre el rail. 64

8.2.1 Comprovació de resistència a compressió simple de l'estructura : 66

8.2.2 Comprovació de l'estabilitat elàstica del rail per el mètode Eulerià 67

9 CÀLCUL DEL SATÈL·LIT- PLANETARI 69

9.1 Determinació de les dimensions del satèl·lit i el planetari 69

9.2 Restricció 1: velocitat angular màxima 69

9.3 Restricció 2: Distància entre eixos. 72

10 CÀLCUL DELS ENGRANATGES CÒNICS 75

10.1 Dimensionament dels engranatges cònics 75

11 COMPORTAMENT DEL XASSÍS 81

12 ENTREVISTES AMB ELS USUARIS 85

12.1 Preguntes de la enquesta/entrevista 86

12.2 Preguntes genèriques sobre les cadires de rodes, usos i gustos 88

12.3 Sistema de pujada 100

12.4 Conclusions 103

13 DATASHEETS I ALTRES INFORMACIONS 105

Índex de figures

Figura 1. Centres de masses individuals d'un adult. Cotes en mil·límetres. 3

Figura 2. Longitud i profunditat de la cadira 3

Figura 3. Centre de masses d'una cadira. Cotes en mil·límetres. 4

Figura 4. Força estàtica total aplicada en el centre de gravetat. Cotes en mil·límetres. 6

Figura 5. Projecció del centre de gravetat respecte el sòl. Cotes en mil·límetres. 6

Figura 6. Centre de masses de la cadira quan puja d'esquenes. 7

Figura 7. Projecció ortogonal del centre de masses quan la cadira està pujant. 8

Figura 8. Distància del centre de masses a l'origen de coordenades. Cadira en posició de pujada 9

Figura 9. Màxim nombre d'esglaons que pot pujar abans d'activar els mecanismes davanters 10

Figura 10. Coordenades del centre de masses i força equivalent. 11

Figura 11. Posició acotada del centre de masses quan la cadira puja. 12

Figura 12. Cadires motoritzades. Xassís. 12

Figura 13. Estructura de barres rectes pel repartiment de càrregues 13

Figura 14. Càrrega dividida i estructura 14

Figura 15. Exemple d'una roda amb les dents trencades 23

Figura 16. Simplificació de la LLei de Lewis 24

Figura 17. Ecuació de Lewis 26

Figura 18. Diagrama de forces sobre una dent recte i paràbola de pressions 27

Figura 19. FACTOR J AGMA 29

Figura 20. Distribució de tensions en la base de la dent d'un engranatge 31

Figura 21. Càlcul del factor d'espessor d'anella (K_B) 32

Figura 22. gràfics empírics del factor dinàmic. [Font:AGMA] 33

Figura 23: tensió permisible de fatiga per esforços de flexió. [FONT:AGMA] 36

Figura 24. Gràfiques empíriques de l'evolució del factor de vida. [FONT : AGMA] 37

Figura 25. Exemples de micropitting 39

Figura 26. Resistencia a la fatiga superficial. [FONT:AGMA] 40

Figura 27. Factor de vida. [FONT: AGMA] 41

Figura 28. Esforços sobre un eix massís de transmissió simple 43

Figura 29. Dimensionat de xavetes 49

Figura 30. Característiques mecàniques ACER S275JR segons UNE-EN 10025 49

Figura 31. Xaveta DIN 6885 B 53

Figura 32. Extracte de la norma DIN 6885 – Xavetes 53

Figura 33. . Extracte de la norma DIN 6885 - Xaveters 54

Figura 34. Cargol sotmès a esforços tallants 58

Figura 35. Cap del cargol cònic. 59

Figura 36. Extracte del catàleg de Todo Industria.com 59

Figura 37. Plànol del rail i el patí. [FONT: Companyia System ProMount] 63

Figura 38. Rail y patí. [FONT: Companyia System ProMOUNT] 63

Figura 39. Dimensions rail. Estudi del vinclament [Font:pròpia] 64

Figura 40. Rail part inferior 65

Figura 41. Relació de variables entre el pinyó satèl·lit i el planetari 69

Figura 42. Moviment del satèl·lit 72

Figura 43. Dimensions principals d'un parell d'engranatges cònics amb dents rectes. 76

Figura 44. Factor de sobrecàrrega Ko. [FONT:AGMA 6010] 77

Figura 45. Factor Kv. [FONT: AGMA 6010] 77

Figura 46. Factor de distribució de càrrega Km per a engranatges cònics. [FONT: AGMA 6010] 78

Figura 47. Factor de geometria, J, per a engranatges cònics rectes amb angle de pressió de 20º. AGMA 6010-F97[] 78

Figura 48. Tensió de flexió admissible per engranatges cònics de dents rectes fets amb acers. [FONT: AGMA 2011-C-95] 79

Figura 49. Distància entre l'eix conduit, en la posició de transmissió de potencia, i el passador extern. [FONT:Pròpia] 81

Índex de taules

Taula 1. Masses que actuen sobre la cadira _____ *5*

Taula 2. Característiques técniques del motor triat _____ *16*

Taula 3. Característiques dels engranatges cilindrics de dents rectes E1 i E2 _____ *20*

Taula 4. Factor de seguretat en funcio de les hores de treball i el tipus de càrrega _____ *21*

Taula 5. Característiques geomètriques de l'engranatge cònic de dents rectes.[FONT: Transmisiones Zaragoza S.L] _____ *75*

Glossari

Magnitud	Símbol	Unitat
Angle pla	α, β...	rad, (º,',")
Longitud	l, (L)	m
Amplada	b	m
Altura	h	m
Radi	r	m
Diàmetre	d, D	m
Longitud de trajectòria	s	m
Àrea	A, (S)	m^2
Volum	V	m^3, (l, L)
Temps	t	s, (min, h, d)
Velocitat	u, v, w, c	m/s
Acceleració	a	m/s^2
Acceleració de la gravetat	g	m/s^2
Velocitat angular	ω	rad/s
Densitat	ρ	kg/m^3
Moment d'inèrcia	I, J	$kg \cdot m^2$
Moment cinètic	L	$kg \cdot m^2/s$
Força	F	N
Pes	F_g, (G, P, W)	N
Moment d'una força	M	N·m
Moment d'un parell	T	N·m
Pressió	p	Pa (bar)
Tensió Mòdul d'elasticitat	σ, τ E	Pa Pa
Mòdul de torsió	G	Pa
Moment quadràtic d'una àrea plana	I_a, (I)	m^4
Moment quadràtic polar d'una àrea plana	I_p	m^4

1 INTRODUCCIÓ

Durant aquest apartat es desenvoluparan tots els càlculs pertinents al disseny de les peces que conformen l'aparell. S'entén per disseny l'elecció raonada del material i de la geometria en funció de les càrregues a les quals estarà sotmès el sistema dins de les hipòtesis inicials.

Més endavant s'analitzen els resultats obtinguts amb les entrevistes fetes a usuaris de cadires de rodes.

Finalment s'adjunten els datasheets i fulls amb característiques tècniques dels aparells a adquirir.

2 ESTABILITAT ESTÀTICA

Primer de tot es determinarà l'estabilitat estàtica de la cadira de forma general. Degut a que existeixen molts models diferents, cadascú amb mides desiguals, s'ha creat un model propi a partir de sis models estàndards. L'objectiu és determinar un ordre de magnitud de les càrregues que haurà de suportar l'aparell que es vol dissenyar, i utilitzar aquests valors per a futurs càlculs. A més, amb els resultats que s'obtinguin es podrà determinar el sentit de pujada o possibles solucions constructives en el cas de la inestabilitat estàtica.

Els càlculs estan realitzats per a una persona de 100kg i s'aplicarà un coeficient de seguretat de 1,25. Aquests dos criteris estan extrets de la normativa UNE 11914-11:1995 analitzada anteriorment. Els centres de gravetat d'un adult segueixen els criteris estipulats en l'assaig de la normativa anterior, aplicant les toleràncies de forma que les mides representin el pitjor cas possible. És a dir, situar els centres en la posició més elevada possible i més a prop de la part posterior de la cadira.

En la Figura 1 es visualitza una simplificació visual d'un cos humà amb els seus respectius centres de masses. Pel que fa als càlculs es treballarà amb les distancies acotades respecte el centre dels eixos cartesians. Aquestes distancies es prenen quan la persona està a sobre de la cadira. L'eix $d'abssises\ \vec{X}$ es troba situat sobre el pla del sòl; en canvi, l'eix d'ordenades $\vec{Y}$, coincideix amb el centre de les rodes posteriors de la cadira. Les projeccions sobre l'eix $\vec{Z}$ es poden obviar ja que tant la cadira com la figura de l'ésser humà tenen forma simètrica. A demés, la figura humana estarà centrada, per la qual cosa tots els centres de masses es poden determinar en el pla mig del conjunt.

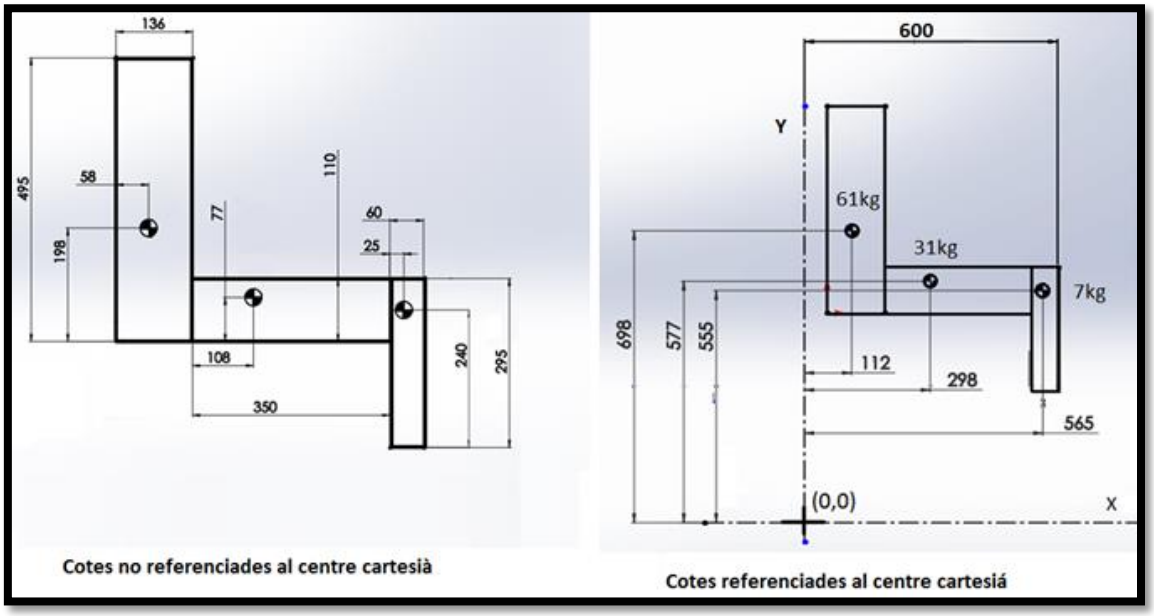


Figura 1. Centres de masses individuals d'un adult. Cotes en mil·límetres.

Les mides de la cadira són el resultat de realitzar una mitjana amb sis models de cadires diferents. Cap dels sis models triats superen el límit de càrrega màxima dels 125 kg. Per tant, estan englobats en el mateix rang de potencies que l'aparell que es vol dimensionar. Cal mencionar que la longitud mitja de les cadires analitzades va ser de 100cm.

Tot i això, les masses s'han projectat per a una distància màxima de 70 cm. El motiu ha estat crear un criteri propi de seguretat ja que disminuint la longitud de la cadira es proposa un escenari més desfavorable. D'aquesta manera els resultats que s'obtenen estaran contextualitzats sota un factor de seguretat extra ja que interessa maximitzar aquesta característica.

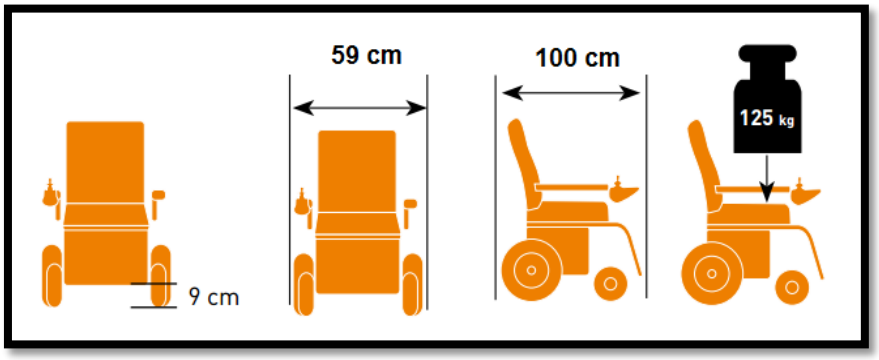


Figura 2. Longitud i profunditat de la cadira

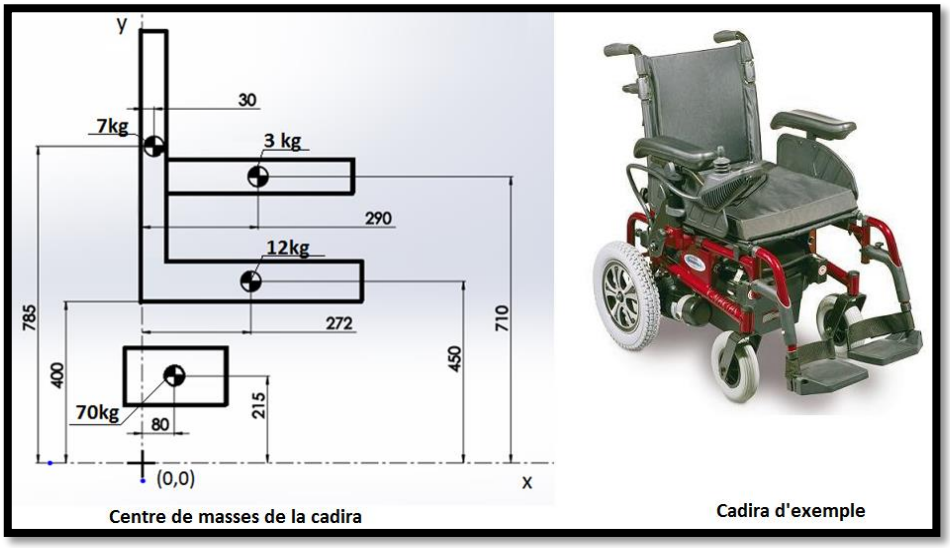


Figura 3. Centre de masses d'una cadira. Cotes en mil·límetres.

De l'anterior imatge, Figura 3, s'observen diferents centres de masses. El de 7kg engloba el respatller i el reposacaps així com l'estructura que el subjecta. La massa de 3kg fa referència als reposabraços, i elements electrònics. El seient més part de l'estructura han estat englobats en una massa de 12kg. Finalment, tot el conjunt de bateries, rodes, motors, i demés, està representat per la massa de 70kg.

Els càlculs s'han expressat en referencia a un sistema que conté una distribució discreta de masses, i separant les operacions segons els diferents eixos de coordenades.

$$X_{CM} = \frac{\sum_i^n m_i \cdot x_i}{\sum_i^n m_i} = \frac{(61\cdot 112)+(31\cdot 298)+(7\cdot 565)+(7\cdot 30)+(3\cdot 290)+(12\cdot 272)+(70\cdot 80)}{61+31+7+7+3+12+70} \approx 157mm$$

$$Y_{CM} = \frac{\sum_i^n m_i \cdot y_i}{\sum_i^n m_i} = \frac{(61\cdot 698)+(31\cdot 577)+(7\cdot 555)+(7\cdot 785)+(3\cdot 710)+(12\cdot 450)+(70\cdot 215)}{61+31+7+7+3+12+70} \approx 484mm$$

És interessant expressar la posició en coordenades polars per tal de facilitar els càlculs a l'hora de pivotar la cadira respecte un punt.

$$\theta_{CM} = \arctan\left(\frac{484}{157}\right) = 72{,}03º$$

$$r_{CM} = \sqrt{(157)^2 + (484)^2} = 508{,}827 \text{ mm}$$

El valor de la massa total que estarà aplicat en aquest punt és igual al sumatori de les masses (de la cadira i de l'humà) multiplicades pel coeficient de seguretat de 1,25:

Concepte	Massa (kg)	Massa · 1,25 (kg)
Tronc superior	61	76,25
Tronc inferior (1)	31	38,75
Tronc inferior (2)	7	8,75
Respatller	7	8,75
Reposabraços	3	3,75
Seient	12	15
Motors, bateries, Rodes, estructura de suport i aparell	70	87,5
Sumatori	191	238,75

Taula 1. Masses que actuen sobre la cadira

Per tant, es prendrà com a valor 239 kg com a massa global. La força que s'exerceix és igual a la massa total multiplicada per l'acceleració de la gravetat (9,8 m/s^2):

$$Força = 239 \cdot 9.8 \approx 2343\ N$$

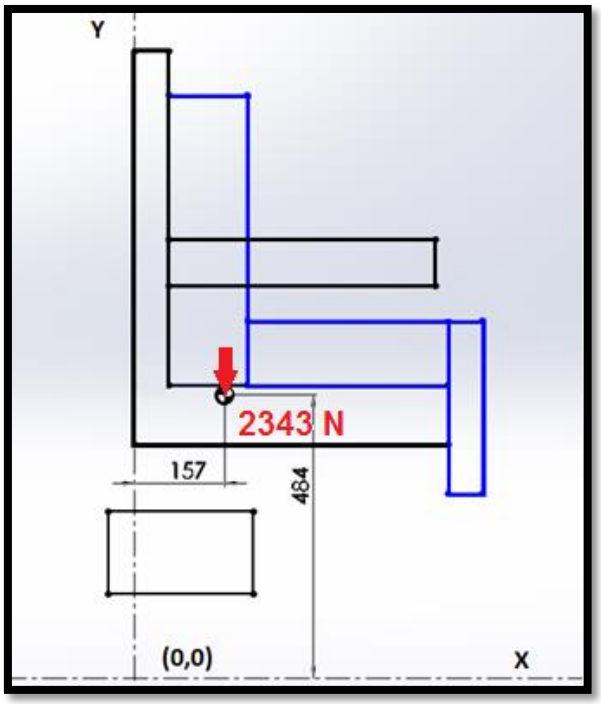


Figura 4. Força estàtica total aplicada en el centre de gravetat. Cotes en mil·límetres.

La pitjor situació que es pot donar és tenir una escala de 28cm de petjada i 18,5cm de contrapetjada. En aquest cas, l'angle de pujada seria el següent:

$$\varphi_{max} = \arctan\left(\frac{18{,}5}{28}\right) = 33{,}45º$$

Sumant l'angle de pujada, φ_{max}, a la posició angular θ_{CM}, s'obté l'angle total d'inclinació del centre de masses respecte l'eix d'absicces:

$$\theta_{max} = \theta_{CM} + \varphi_{max} = 72{,}03 + 33{,}45 = 105{,}48\ º$$

Per tal de calcular la distància entre la projecció ortogonal al terra del centre de masses i el punt de contacte de les rodes posteriors, s'aplicarà la següent relació:

$$d = r_{CM} \cdot \cos\theta_{max} = 508{,}83 \cdot \cos 105{,}48 = -135{,}807\ mm$$

El signe negatiu indica que la distància està situada a més de 90º del centre de les coordenades polars. Per tant, és un valor que surt fora de la base de la cadira (s'entén com a punt final de la base el contacte entre les rodes posteriors, el centre de referencia, i el sòl) Figura 5.

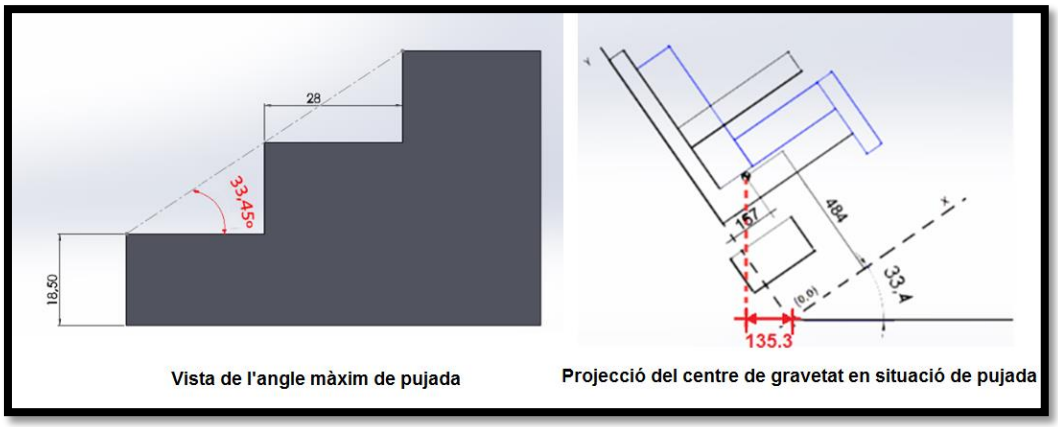


Figura 5. Projecció del centre de gravetat respecte el sòl. Cotes en mil·límetres.

Per tant, és pot concloure que en aquest sentit de pujada la **cadira bolcarà**, ja que el sumatori de moments està en desequilibri, o el que és el mateix, la projecció ortogonal del centre de gravetat es troba fora de la base del sistema (a 135 mm).
Existeixen diferents solucions teòriques a aquest problema:

- Variar la posició de les bateries. Per norma general, les cadires porten dues bateries que suposen una massa conjunta de 40 kg. Modificant la seva posició es podria canviar el centre de masses per tal de situar-lo de forma que la seva projecció estigui dins de la base.

- Reclinar el seient. Existeixen molts models que tenen la capacitat de reclinar el seient i variar la seva posició angular. L'estratègia a seguir seria elevar el seient i mantenir-lo paral·lel al sòl mentre que la cadira està pujant.

Aquestes dues solucions impliquen treballar de forma directe amb les diferents marques del mercat, i es vol crear un sistema de baix cost que s'adapti i funcioni de forma independent a les cadires de qualsevol fabricant. És aquest el motiu pel qual s'ha triat la següent solució final: **La cadira haurà de pujar d'esquenes a l'escala.**

Tenint en compte aquesta nova configuració, es calcula en coordenades polars la posició del centre de gravetat en referencia als eixos mostrats en la Figura 6.

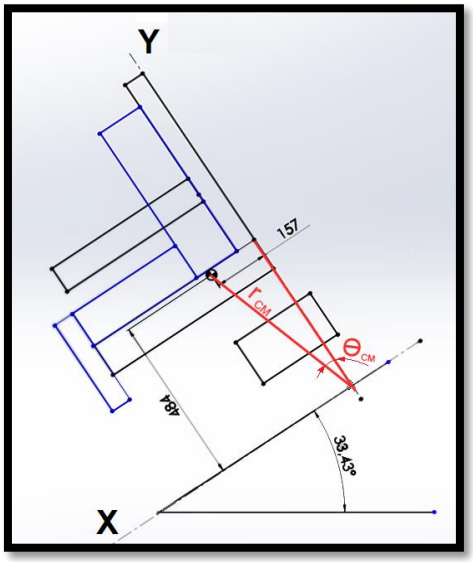


Figura 6. Centre de masses de la cadira quan puja d'esquenes.

$$\theta_{CM} = \arctan\left(\frac{157}{484}\right) = 17{,}97º \approx 18º$$

$$r_{CM} = \sqrt{(157)^2 + (484)^2} = 508{,}827 \approx 509\ mm$$

Per tal de calcular la distància a la qual es troba el centre de masses projectat respecte l'origen de coordenades, es fa servir el teorema del sinus:

$$d_1 = \frac{\sin(33{,}43) \cdot 484}{\sin(56{,}57)} = 319{,}5\ mm$$

$$d_2 = 157\ mm$$

$$d_{TOT} = 319{,}5 + 157 = 476{,}5\ mm$$

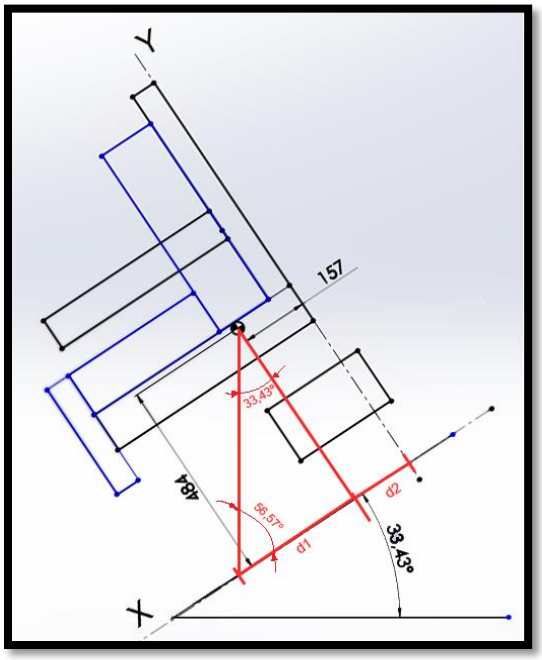


Figura 7. Projecció ortogonal del centre de masses quan la cadira està pujant.

Tenint en compte que una cadira estàndard pot tenir de longitud de base *1000mm* o *1100 mm*, es pot determinar que la projecció del centre de masses cau en el centre de la base. Per tant, es pot concloure que aquesta nova configuració de pujada és molt estable.

Finalment es converteixen les cotes de la Figura 7 a cotes referenciades a l'eix de coordenades establert prèviament.

Distància en X:

$$x = 476{,}5 \cdot \cos(33{,}43) = \mathbf{397{,}67\ mm}$$

Distància en Y:

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{157}{484}\right) = 17{,}92º$$

$$\alpha_2 = 17{,}92 + 33{,}43 = 51{,}4º$$

$$h = \frac{157}{\sin(17{,}92)} = 508{,}827\ mm$$

$$y = 508{,}8 \cdot \cos(51{,}4) = \mathbf{317{,}53\ mm}$$

Aquests valors es mostren en forma d'acotacions en el dibuix de la Figura 8.

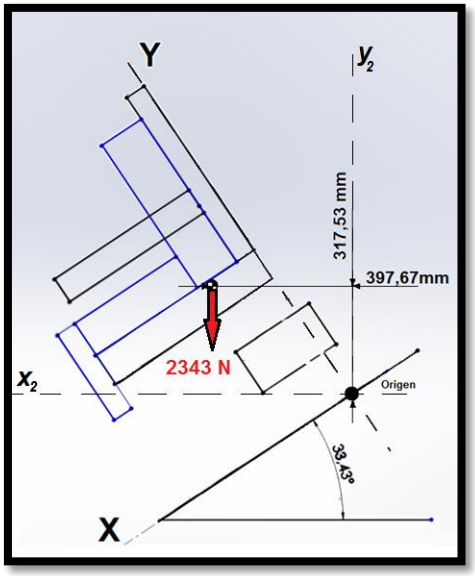


Figura 8. Distància del centre de masses a l'origen de coordenades. Cadira en posició de pujada

Finalment, cal indicar el número màxims d'esglaons que pot pujar la part posterior de la cadira sense que les rodes oposades deixin de mantenir el contacte amb el sòl. Això es pot calcular de forma simple utilitzant la següent relació pitagòrica:

$$L^2 = (P \cdot x)^2 + (C \cdot x)^2$$

On L és la longitud lateral de la cadira, en el nostre cas 110 cm. *P* és la longitud de la petjada (pitjor cas, petjada mínima, 28cm). *C* és la contrapetjada (la C màxima que permet el *Còdi Tècnic de la Edificació* és de 18,5 cm). La variable *x* és el nombre enter d'esglaons que pot pujar. Si substituïm en l'equació:

$$110^2 = (28x)^2 + (18{,}5x)^2$$

Aïllant *x:*

$$X = \left(\frac{100^2}{28^2 + 18.5^2}\right)^{0.5} = 3{,}27 \approx 3\ esglaons$$

Representant l'anterior explicació amb una il·lustració correctament acotada, es pot observar com efectivament el màxim nombre d'esglaons que pot pujar és de 3 (Figura 9):

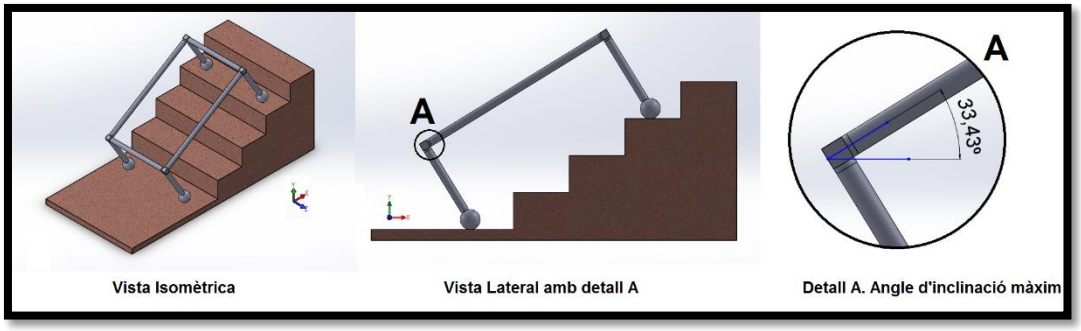


Figura 9. Màxim nombre d'esglaons que pot pujar abans d'activar els mecanismes davanters

3 DIMENSIONAMENT DEL MOTOR

Per poder seleccionar un motor que compleixi amb els requisits mecànics necessaris i que a demés sigui el més econòmic possible, s'ha de realitzar una sèrie de passos. El primer de tots és determinar quina és la potència mecànica necessària que ha d'exercir el motor. Contra més exacte sigui aquest càlcul millor es podrà dimensionar el motor, amb marge de seguretat, però sense exagerar els requeriments per no incórrer en un augment de la mida o costos innecessaris.

El pes global de la cadira, incloent un pes aproximat per l'aparell que es vol dissenyar, es pot representar per un vector de força equivalent. Aquest es troba concentrat en el centre de gravetat amb direcció vertical i sentit descendent i té un mòdul de 2343*Newtons.* Per més informació en relació al posicionament del centre de masses i al valor del vector força equivalent, es recomana llegir l'apartat d'estabilitat estàtica; capítol 2.

Els eixos cartesians de referència es troben situats de la següent manera:

- L'eix d'abscisses és paral·lel i coincident amb el sòl.
- L'eix d'ordenades Y ocupa una posició perpendicular amb el terra i passa pel centre de les rodes motrius posteriors.

Tant la posició dels eixos com la del centre de masses queden representats en la Figura 10.

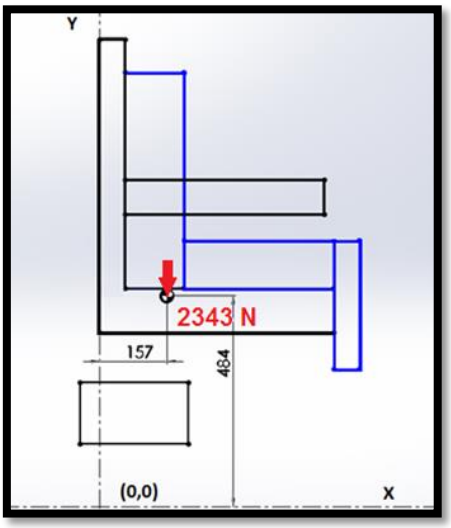


Figura 10. Coordenades del centre de masses i força equivalent.

Ara bé, aquesta posició és la de repòs total, la cadira es troba en horitzontal i les càrregues es troben repartides entre les 4 rodes. És a dir, l'aparell que s'està dissenyant no està sotmès a cap càrrega. Això ocorre únicament quan la cadira es troba en posició de pujada (Figura 11).

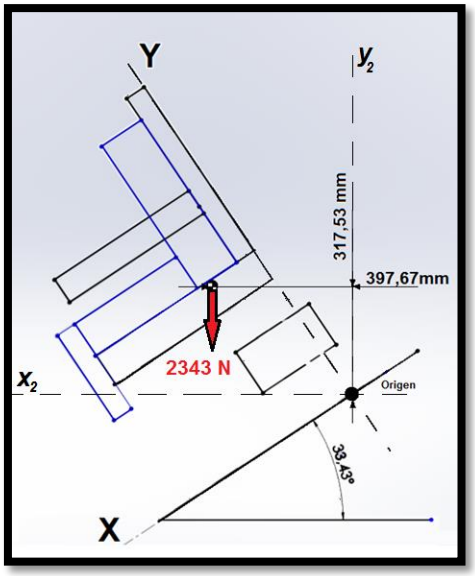


Figura 11. Posició acotada del centre de masses quan la cadira puja.

En aquesta posició la càrrega de 2343N no estarà repartida de forma equitativa, per tant, existirà un conjunt de dos aparells que suportin més càrrega que els altres dos.
Amb l'objectiu de calcular una càrrega aproximada i individual per cada aparell (es recorda que cada aparell consta d'un motor propi) es presenta una fotografia de com és, en general, el xassís de les cadires motoritzades (Figura 12):

Figura 12. Cadires motoritzades. Xassís.

Com es pot comprovar en l'anterior imatge, els xassís solen tenir una estructura tubular, amb formes rectes i senzilles. Serà aquesta la configuració que s'utilitzi per calcular el repartiment de càrregues en cada aparell (Figura 13).

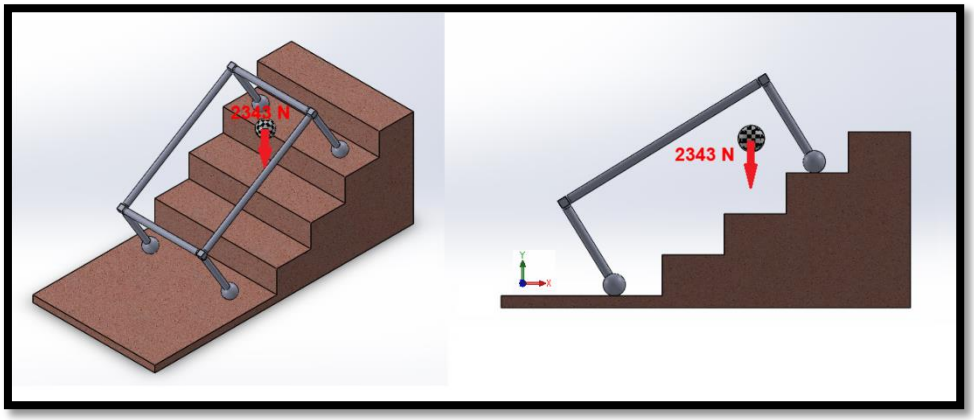


Figura 13. Estructura de barres rectes pel repartiment de càrregues

- La primera simplificació que es realitza és treballar amb la meitat de la càrrega total i únicament amb un lateral de l'estructura (ja que es pressuposa totalment simètrica).

- Com a segona hipòtesi, les càrregues estàn aplicades sobre l'eix central dels tubs.

- El tercer plantejament és que el centre de masses està conectat a les potes mitjançant una estructura fixa, per la qual cosa es transmet la totalitat de la força.

- En el càlcul de les càrregues s'interpretarà tot el sistema com si estigués en equilibri.

- Només es valoraran les càrregues que actuen sobre el pla XY i en direcció Y. El seu valor és el calculat en la Figura 14, i es consideren negligibles altres possibles esforços. Tampoc s'observen sobrecàrregues ni consideracions aleatòries ($F_{deterministes}$) que obliguin a aplicar un factor de servei, per tant $\vec{F}$ és constant.

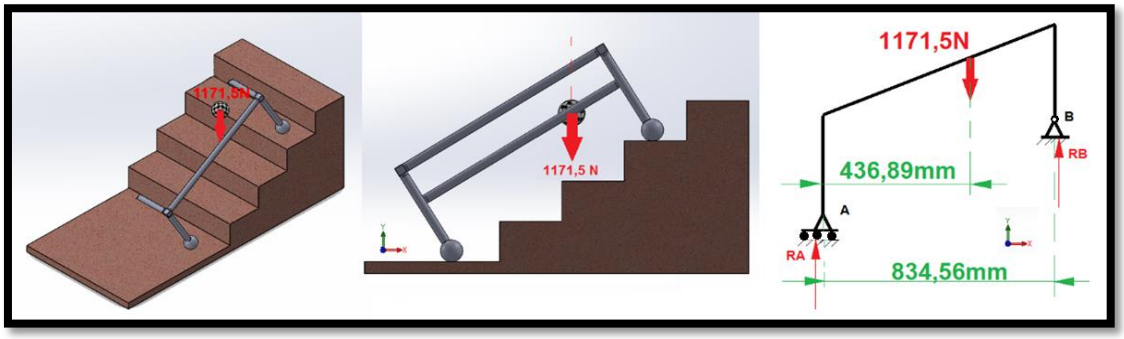


Figura 14. Càrrega dividida i estructura

De la Figura 14, es treballa amb la tercera vista per tal de calcular les reaccions RA i RB. El procediment és realitzar un sumatori de moments en la ròtula A (on es sap que el moment resultant és nul), i calcular el sumatori de forces que actuen paral·leles a l'eix d'ordenades.

$$\sum F_{y_i} = 0\,; \quad R_A + R_B = 1171{,}5\ N$$

$$\sum M_{zA} = 0\,; \quad 1171{,}5 \cdot 436{,}89 - R_B \cdot 834{,}66 = 0; \quad R_B = 613{,}27\ \approx \mathbf{614\ N}$$

Substituint R_B en la primera equació tenim:

$$\sum F_{y_i} = 0\,; \quad R_A + 613{,}27 = 1171{,}5\ N; \quad R_A = 558{,}223\ \approx \mathbf{559\ N}$$

Per tant, la càrrega dels motors posteriors és superior al dels motors davanters.

Amb l'objectiu de conèixer la potència mecànica necessària del motor, i un cop coneguda la força, cal determinar la velocitat del desplaçament. Com es va comentar en l'apartat d'anàlisi de normatives, el valor de desplaçament màxim en vertical és de 0,15 m/s. Per aquesta velocitat, el temps per alçar el conjunt 19 cm (una mica més de l'alçada de l'esglaó màxim) seria:

$$t_{mín}{}' = \frac{0{,}19m}{\frac{0{,}15m}{s}} = 1{,}27\ seg$$

Amb aquest temps es pot calcular la potencia que hauria de tenir el motor. El procediment és dividir l'energia potencial, necessària per pujar el pes una distància de 0,19 m, entre el temps anteriorment calculat. A més, es vol proiritzar la seguretat del

sistema, i és per això que s'aplica un **factor de seguretat de 2**. A més, es tenen en compte les pèrdues energètiques com un 5% de la potència total del motor. Per tant, també hi haurà un factor de pèrdues de 1,05. Finalment, la potència necessària per a una velocitat lineal de 0,15m/s serà:

$$P'_{max} = \frac{E_p}{t} \cdot FS = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \cdot 2 \cdot 1{,}05 = \frac{614 \cdot 0{,}19 \cdot 2 \cdot 1{,}05}{1{,}27} = 193\ W$$

Ara bé, tal i com es va comentar en les conclusions derivades de les entrevistes, el usuaris prefereixen, amb diferència, la durabilitat de les bateries abans de la velocitat de trasllat. A més, un motor menys potent significa menys pes i menys cost. Són aquests els motius pels quals es decideix, amb criteri personal, rebaixar la velocitat lineal màxima de desplaçament a 0,06m/s, i conseqüentment, disminuir la potencia del motor a demés d'augmentar la sensació d'estabilitat per l'usuari.

Es torna a calcular la potència mecànica nominal que hauria de tenir el motor, aplicant un factor de seguretat (FS) de 2 i un factor de pèrdues energètiques del (5%):

$$t = \frac{0{,}19m}{\frac{0{,}06m}{s}} = 3{,}17\ seg$$

$$P_{motor\ davanter} = \frac{E_p}{t} \cdot FS \cdot F_p = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \cdot 2 \cdot 1{,}05 = \frac{614 \cdot 0{,}19 \cdot 2 \cdot 1{,}05}{3{,}17} =$$

$$= 77{,}2W \approx 78W$$

La potència màxima calculada haurà de ser la potencia nominal del motor escollit. Per tant, i si es normalitza la potencia necessària, es té:

$$\boldsymbol{P_{nom} = 80\ W}$$

Finalment es presenten les dades del motor i del reductor en una taula resum:

Característiques tècniques	
Concepte	*Valor*
Voltatge nominal del motor	**24 V**
Potència del conjunt motor-reductor	**80 W**
Intensitat pic d'arrencada del motor	130 A
Intensitat màxima permanent del motor	5,6A
Intensitat nominal del conjunt	**6,2 A**
Velocitat nominal del motor en càrrega	3091 min^{-1}
Inèrcia del motor	**$1,28 \cdot 10^{-5}$ $kg \cdot m^2$**
Velocitat nominal de sortida del reductor	**19,3 min^{-1}**
Parell nominal de sortida del reductor	**24 N·m**
Pes del conjunt	**1,98 kg**
Diàmetre del conjunt	**65 mm**
Longitud del conjunt	**212,5 ± 2 mm**
Diàmetre de l'eix de sortida del reductor	**12 + 0,008 mm**
Longitud de l'eix de sortida del reductor	**25 ± 1mm**
Dimensions xaveta de l'eix del reductor	**4x6,5mm**
Estandardització de la xaveta	DIN 6888 sèrie A
ALTRES	
Dos sentits de gir	
Encoder incremental a 15 polsos	
Control de velocitat, posició i par integrat	

Taula 2. Característiques técniques del motor triat

4 CÀLCUL DELS ENGRANATGES CILÍNDRICS

En aquest apartat s'exposen els càlculs referits a la tria dels engranatges (geometria, material i mòdul) i també es mostren els càlculs de càrregues i tensions en referencia als engranatges triats.

4.1 Dimensionament de la geometria i caracterització bàsica

Com a punt de partida es calcula el diàmetre primitiu de l'engranatge. Després s'escull el mòdul i finalment el material.

4.1.1 Càlcul del diàmetre primitiu

Pel cas d'estudi es triarà un engranatge en funció del parell de torsió de sortida del reductor i la velocitat lineal necessària. El primer que es calcula és el diàmetre primitiu dels engranatges E2 i 10 segons el parell necessari.

$$M_{resist} = F_t \cdot r$$

On *M* és el parell desenvolupat a la sortida del reductor (24 N·m), F_t és la força tangencial màxima sobre la cada de la dent i *r* el radi de l'engranatge que podria treballar amb el mateix parell. Per tant:

$$24 = 1105{,}1 \cdot r$$

$$r = 0{,}0217 \approx 0{,}021\, m \Leftrightarrow \emptyset_p = 42\, mm$$

Per tal de poder igualar el parell resistent, cal un engranatge de diàmetre màxim de 42 mm. Ara es calcula quin ha de ser el diàmetre necessari per transformar una velocitat d'entrada de 19,4 min^{-1} a una velocitat lineal de 6 cm/s.

Tenint en compte que la cremallera mesura 300mm, les voltes que haurà de fer l'engranatge per tal de desplegar-les seran iguals a:

$$n_{voltes} = \frac{300\, mm}{\pi \cdot D \frac{mm}{rev}} = \frac{300}{D \cdot \pi}\ [rev]$$

I si la velocitat d'entrada és de 19,4 min^{-1}, el temps que triga en fer una volta complerta és:

$$t_{una\,rev} = \frac{60seg}{1\,min} \cdot \frac{1}{19{,}4\frac{rev}{min}} = \frac{300}{97}\left[\frac{seg}{rev}\right] = 3{,}093\ \left[\frac{seg}{rev}\right]$$

Per tant, es pot trobar el diàmetre necessari per desplegar la cremallera en 5 segons amb la següent expressió:

$$3{,}093\ \left[\frac{seg}{rev}\right] \cdot \frac{300}{D \cdot \pi}\ [rev] = 5\ [seg]$$

Si s'aïlla *D*:

$$D = 59{,}07\ mm\ \approx 59\ mm = \emptyset_p$$

Amb aquest diàmetre la cremallera exerciria un parell resistent de:

$$M_{reist} = 29{,}5 \cdot 1105{,}5 = 32{,}61225\ N > M_{motor}$$

No és factible utilitzar un engranatge amb 59 mm de diàmetre. Es considera la millor opció triar el de diàmetre primitiu de 42 mm ja que el motor podrà superar el parell resistent. Per contra el temps de desplegament de la cremallera ascendeix a:

$$t_{cicle} = \frac{60}{19{,}4} \cdot \frac{300}{2\pi \cdot 21} = 7\ seg$$

Es considera vàlid el resultat ja que és un valor comprès en el rang que es va marcar en un principi. Tot i això, en aquest apartat cal comprovar que els engranatges, en funció del diàmetre primitiu, tinguin suficient material per acollir el forat de l'eix, i a més aguantar esforços.

En el cas d'anàlisi (42 mm de diàmetre primitiu), els engranatges normalitzats poden portar un forat per l'eix de mínim 10mm fins a 20 mm màxim de diàmetre. Per tant, aquest engranatge podrà allotjar el forat per l'eix del reductor de 12 mm i un xaveter per la xaveta DIN 6888 sèrie A del mateix eix.

Com a conclusió, es tria un engranatge de 42 mm de diàmetre primitiu.

4.1.2 Elecció del mòdul i del material

El mòdul que s'escull a priori és *m=1*. Hi ha dos motius principals pels qual s'ha escollit aquest mòdul:

- Els espessors normalitzats de les dents, per aquest mòdul, són de 15mm i 25mm. Un mòdul més petit implica valors d'espessors inferiors, que es descarten directament ja que no suportarien les tensions generades en el moment de la transmissió de forces. Havent realitzat càlculs previs, s'ha determinat que l'espessor de 15mm no aguanta els esforços de treball. És a dir, amb el mateix mòdul, la millora geomètrica que es pot aplicar immediatament és augmentar l'espessor de dent sense variar el mòdul. És per això que es tria mòdul 1, espessor 25 mm.

- El preu dels engranatges augmenta de forma directa amb el l'increment del mòdul i en major magnitud que en l'augment de l'espessor. Per tant, es comença l'anàlisi de tensions definint el mòdul més petit raonable (el més econòmic).

En funció del mòdul i el diàmetre es troben les altres característiques ja que estan directament relacionades i es poden trobar en catàlegs normalitzats. Tot i això cal definir el material del pinyó. Es tria un material de construcció industrial molt comú i de baix cost (prioritat en el desenvolupament del projecte): Acer F1140. La nomenclatura és segons normes UNE.

4.1.3 Característiques de l'engranatge

Finalment, es presenta una taula amb la caracterització dels pinyons triats. En cas de no resultar efectius es modificarà la geometria i es realitzarà una segona iteració en el procés de càlcul.

Caracterització de la geometria bàsica de l'engranatge.	
Mòdul (m)	*1 mm*
Pas	*3,1415*
Número de dents (Z)	*42 mm*
Diàmetre exterior (De)	*44 mm*
Diàmetre primitiu (Dp)	*42 mm*
Diàmetre mínim per l'eix	*10 mm*
Diàmetre màxim per l'eix	*20 mm*
Diàmetre de disseny per l'eix	*12 mm*
Espessor de dent (b)	*25 mm*
Angle de pressió (α)	*20º*
Radi de finalització de l'eina	*0,25 mm*
Límit elàstic del material (σ)	*340 MPa*

Taula 3. Característiques dels engranatges cilindrics de dents rectes E1 i E2

4.2 Càlcul de la càrrega màxima aplicada

Amb les dades obtingudes anteriorment, ara es calcula quines són les tensions màximes de treball dels engranatges i com es comporten sota els esforços pertinents. Cal deixar constància que es treballa amb la força màxima en tots els casos i que, a més, es consideren tots els engranatges del mateix material.

L'organització d'aquest apartat és la següent: en primer lloc es calcula quina es la tensió màxima a la qual estarà sotmès l'engranatge (tensió de treball). Això es farà utilitzant una fórmula teòrica, equació de *Lewis*, modificada i normalitzada per

l'entitat "Associació de Fabricants d'Engranatges Americans", o AGMA. Quan s'obtingui el valor màxim de la tensió de treball es compararà amb la tensió del límit elàstic.

En segon lloc s'analitzaran les tensions de fatiga. Aquestes estaran causades per esforços de flexió i de compressió. Els dos casos seran calculats individualment. Per tal de fer-ho s'utilitzaran les fórmules publicades i validades per l'AGMA.

Un cop s'hagin calculat les tensions es determina si els pinyons triats aguanten els esforços, i per tant, són els òptims pel sistema.

4.2.1 Anàlisi de la càrrega aplicada als engranatges

El primer pas és calcular **la càrrega tangencial sobre les dents** dels pinyons i de la cremallera. Durant el càlcul de les dades de caracterització dels engranatges els resultats s'han obtingut en un règim teòric de funcionament perfecte. És a dir, no es pressuposen cops, deformacions estructurals, desalineacions entre dents, errors de mecanització, etc.

És aquest el motiu pel qual s'ha d'aplicar un coeficient de seguretat que oscil·la entre 1,5 i 3. El criteri recomanable per fabricants, alhora d'escollir aquest valor és el temps de funcionament del sistema i el tipus de càrrega.

Temps de treball (hores/dia)	Tipus de càrrega		
	Uniforme (1-30 Kg)	Moderada (30-150Kg)	Pesada (150-300Kg)
Ocasional (1-2 hores)	1.5	1.8	2.3
Intermitent (3 hores)	1.8	2	2.5
Laboral (8-10)	2	2.25	2.8
Intensiva (24 h)	2	2.5	3

Taula 4. Factor de seguretat en funcio de les hores de treball i el tipus de càrrega

De la taula anterior s'extreu el coeficient de seguretat que s'aplicarà sobre l'esforç anteriorment calculat. Es preveu un baix ús continuat, per tant es tria la opció de 1~2 hores al dia. En quant al tipus de càrrega s'ha seleccionat la columna de *moderada (30-150Kg)*, ja que la força que ha de suportar és de 614 N o 61,4 Kg aproximadament. Amb això **s'obté un FS (factor de seguretat) de 1,8.**

La força aplicada tangencialment a les puntes de les dents serà:

$$\boxed{\boldsymbol{F_T = 614 \cdot 1.8 = 1105,2\ N}}$$

4.3 Càlcul de la tensió estàtica generada pels esforços flectors

Una vegada triat el coeficient o factor de seguretat i la força tangencial, s'ha d'aplicar l'equació de *Lewis* per determinar les tensions en les dents dels engranatges i calcular les tensions límits abans de la trencada de la dent per la base. Aquest pas és molt important ja que una falla com aquesta pot provocar greus problemes en el funcionament del mecanisme, i conseqüentment, afecta la seguretat del sistema. En la Figura 15 es mostra l'exemple d'una roda sotmesa a sobrecàrregues i el resultat físic d'aquest.

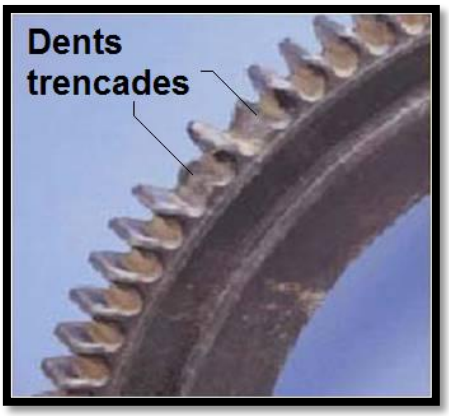


Figura 15. Exemple d'una roda amb les dents trencades

La llei de *Lewis* serveix per calcular la tensió de flexió a la qual estan sotmeses las dents d'un engranatge tenint en compte efectes estàtics i de fabricació. Amb aquesta informació es pot determinar la càrrega màxima i evitar deformacions plàstiques i fractures.

Cal remarcar que aquesta llei, una de les principals alhora de fabricar engranatges, està deduïda sota tres **hipòtesis** que la simplifiquen i alhora la limiten:

- La càrrega està aplicada a la punta de la dent, i aquesta s'analitza com si treballés en voladís.
- Només es considera una parella de dents en contacte.
- Nomes es considera la flexió a peu de dent deguda a la carrega tangencial (no es considera flexo-compressió).

En la Figura 16 es mostra en forma de diagrames de forces el cas real d'una dent sotmesa a esforços i la simplificació hipotètica utilitzada en la llei de *Lewis*.

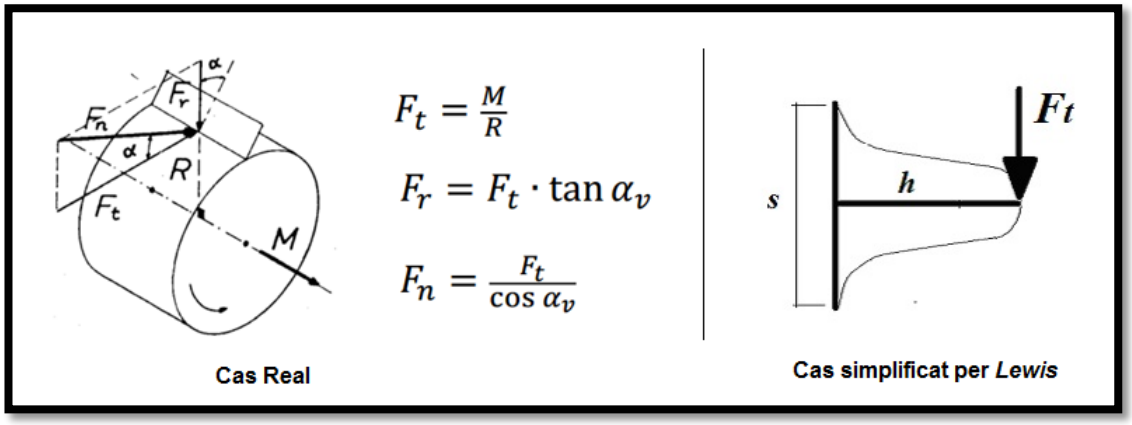


Figura 16. Simplificació de la LLei de Lewis

Les **limitacions** que comporten aquestes simplificacions, i que s'han de tenir en compte alhora d'avaluar els resultats, són:

- Tenint en compte un contacte d'un sol dent a la part superior de l'arrel és molt pessimista. Comporta un sobre-dimensionament.
- No es té en compte l'esforç de compressió generada pel component radial de la força de contacte.
- Determinar l'arrel de la dent no és trivial i defineix tot el comportament així com els resultats. Per la definició d'engranatges de gran precisió aquesta llei pot generar problemes.

El desenvolupament de la llei de *Lewis* comença amb el supòsit de que la dent de la cremallera treballa en la situació de voladís mostrada en la Figura 16, amb espessor de base *s* i altura de la dent *h*. El seu nivell tensional es pot definir com:

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

On M és el moment flector en la base de la dent i W és el valor del mòdul resistent de la secció en el punt de mesura. Aquest es pot expressar com:

$$W = \frac{I}{y_{màx}}$$

Siguent *I* el moment d'inèrcia del perfil de la dent respecte el seu eix de rotació. En aquest cas:

$$I = b \cdot \frac{s^3}{12}$$

On *s* és l'espessor de la dent en la base i b l'amplada de la cara de la dent (el rang de referència és entre 3p<b<5p, sent *p* el pas). Així mateix, $y_{màx}$ és la distància de l'eix neutre de la secció transversal de la dent a la fibra més allunyada de la mateixa. En el cas de la dent:

$$y_{màx} = \frac{s}{2}$$

En quant al moment flector, es pot expressar com:

$$M = F_T \cdot h$$

Sent F_T la força tangencial transmesa d'una dent a una altra, en el cas que ens pertoca:

$$F_T = 614 \cdot 1.8 = 1105{,}2\ N$$

I *h* l'alçada de la dent des de la base fins a l'extrem. Substituint els valors anteriors en la expressió de la tensió s'obtindrà el valor que aquesta aconsegueix en la base de la dent:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{6 \cdot F_T \cdot h}{b \cdot s^2}$$

De la expressió anterior, els paràmetres *s* i *h* són purament geomètrics del perfil de la dent, i poden ser substituïts per una nova expressió que estigui en funció del mòdul (*m*) i d'un nou factor *Y*, anomenat *factor de Lewis,* que depèn exclusivament de la geometria de la dent. Aquest valor es pot calcular (o aproximar mitjançant taules tabulades pels fabricants.

Aïllant de l'anterior expressió la força tangencial F_T transmesa i tenint en compte l'anterior consideració, s'obté:

$$F_T = \sigma \cdot b \cdot m \cdot Y$$

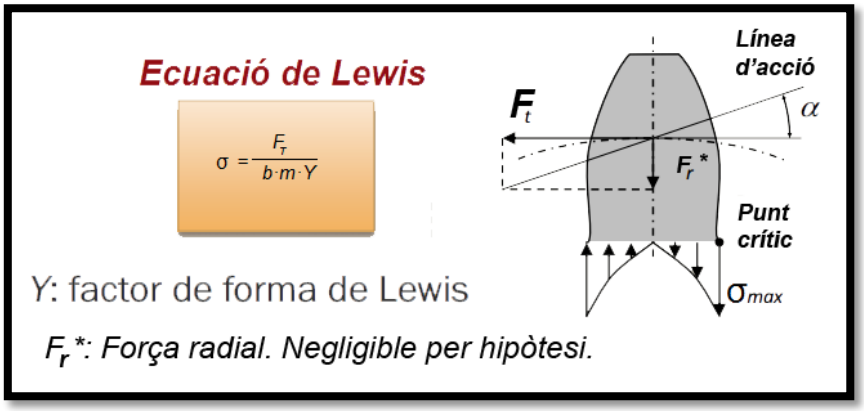


Figura 17. Ecuació de Lewis

I conseqüentment, l'expressió bàsica de la força tangencial admissible:

$$F_{T_{màx}} = \sigma_{adm} \cdot b \cdot m \cdot Y$$

Aquesta equació relaciona els diferents paràmetres sense tenir en compte l'efecte dinàmic produït durant el moviment de gir de l'engranatge. En efecte, la rotació dels components introdueix noves forces lligades a les inèrcies de les masses en moviment, que produeixen un increment de la força transmesa a la dent.

Amb l'objectiu d'incloure aquest efecte, es modifica l'equació anterior afectant-la amb un coeficient *Cs* de majoració de la càrrega, en funció de la velocitat lineal de gir $\vec{v}$ en la circumferència primitiva de l'engranatge. Per a una $\vec{v}$ menor a 10m/s ($\vec{v} < 10m/s$) i un engranatge que no requereixi una gran precisió de muntatge el coeficient C_s es defineix com:

$$C_s = \frac{180 + v}{180}$$

I per tant, l'equació que relaciona la força tangencial amb les altres variables quedaria:

$$F_{T_{màx}} = \sigma_{adm} \cdot b \cdot m \cdot Y \cdot C_s$$

Finalment, encara s'ha de tenir en compte un altre paràmetre. Aquest és l'efecte que té l'entalladura de l'engranatge en la base de les dents. És a dir, el perfil de l'entalladura és un punt de concentració de tensions en l'arrel de la dent. Per tal de tenir en compte aquest nou efecte, l'Associació Americana de Fabricadors

d'Engranatges (*AGMA)* modifica l'expressió de *Lewis* introduint un factor corrector indicat per la lletra *J* que substitueix al *Y*.

Aquest factor *J*, té en compte el radi d'entalladura, altura de les dents, l'efecte de concentració d'esforços, l'angle de pressió i el lloc geomètric on es desenvolupa l'esforç (a les puntes de les dents o en un punt intermig). Es pot trobar en taules tabulades o gràfics en funció de l'angle de pressió, el número de dents i el tipus de dents.

Per tant, l'equació final de Lewis, actualitzada per l'AGMA, que contempla efectes estàtics, dinàmics i constructius, queda definida de la següent manera:

$$F_{T_{màx}} = \sigma_{adm} \cdot b \cdot m \cdot C_s \cdot J$$

On:
$F_{Tmàx}$: Força tangencial màxima
σ_{adm}: Tensió màxima admissible del material
b: Profunditat de la dent
m: Mòdul de l'engranatge
C_S: Coeficient de majoració de la càrrega
J: Coeficient d'efectes dinàmics definit per l'AGMA

La Figura 18 pot ajudar a entendre aquesta nomenclatura:

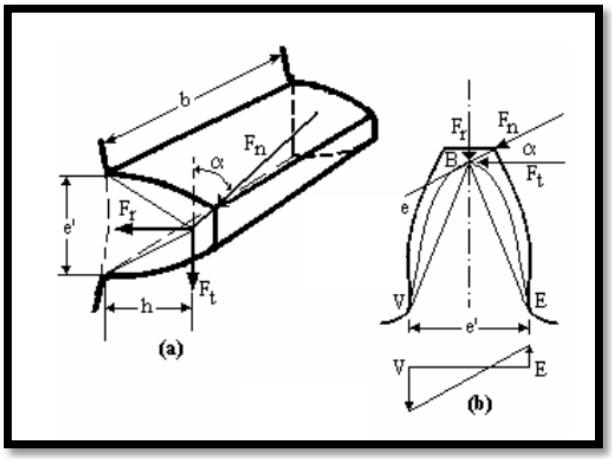


Figura 18. Diagrama de forces sobre una dent recte i paràbola de pressions

En el cas d'estudi es tria un engranatge de 42 dents amb mòdul igual a 1, 25 mm d'espessor, angle de pressió de 20º, c=1 (adendum i dendendum = 0). El material és acer al carboni C45E. Segons nomenclatura UNE: acer F1140. El seu límit elàstic (σ) és de 340 MPa.

Per tant,

$$F_{T_{màx}} = 614 \cdot 1{,}8 = 1105{,}1\ N$$

$$C_s = \frac{180 + 6}{180} = 1{,}0\hat{3}$$

$$b = 0{,}025\ m$$

$$m = 1$$

$$z = 42$$

El valor J ha estat extret de la taula 908-B89 p. 30, per a perfils simètrics (adendum = dedendum), amb angle de pressió de 20º, angle d'hèlix 0º, càrregues aplicades en les puntes de les dents i radi de finalització de l'eina 0,25mm. Es contempla que tant el material de la roda com el dels pinyons serà el mateix. En la taula el valor de 42 dents no surt estrictament, es troba entre el rang de 35 i 55. Per seguretat es tria el pitjor cas, el de 35 dents (Figura 19). D'aquesta manera es defineix l'esforç màxim al qual estarà sotmès l'engranatge amb el valor més alt possible.

GEAR TEETH		PINION TEETH 12 P	12 G	14 P	14 G	17 P	17 G	21 P	21 G	26 P	26 G	35 P	35 G	55 P	55 G	135 P	135 G
12	I																
	J	U	U														
14	I																
	J	U	U	U	U												
17	I																
	J	U	U	U	U	U	U										
21	I								0.078								
	J	U	U	U	U	U	U	0.24	0.24								
26	I								0.084		0.079						
	J	U	U	U	U	U	U	0.24	0.25	0.25	0.25						
35	I								0.091		0.088		0.080				
	J	U	U	U	U	U	U	0.24	0.26	0.25	0.26	0.26	0.26				
55	I								0.102		0.101		0.095		0.080		
	J	U	U	U	U	U	U	0.24	0.28	0.25	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28		
135	I								0.118		0.121		0.120		0.112		0.080
	J	U	U	U	U	U	U	0.24	0.29	0.25	0.29	0.26	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29

1 The letter "U" indicates a gear tooth combination which produces an undercut tooth form in one or both components and should be avoided. See Section 7 and Fig 7-1.

Figura 19. FACTOR J AGMA

$$Factor\ J \Rightarrow\ J = 0{,}26$$

Amb aquestes dades es procedeix al càlcul de la tensió de treball a la qual estarà sotmesa una dent ($\sigma_{treball}$) per esforços de flexió estàtics.

$$\sigma_{Treball} = \frac{F_{T_{màx}}}{b \cdot m \cdot C_s \cdot J} = \frac{1105{,}1}{25 \cdot 1 \cdot 1{,}0333 \cdot 0{,}26} = 164{,}53155\ MPa$$

Si es compara amb el valor del límit elàstic del material (σ_l):

$$\sigma_{Treball} < \sigma_l \qquad\qquad 274{,}22MPa < 340MPa$$

Com a conclusió es pot afirmar que **l'engranatge aguantarà les tensions generades pels esforços a flexió ja que la tensió de treball no supera la tensió del límit elàstic del material.** És a dir, no s'arribarà a la zona plàstica del material. S'evitaran falles per deformacions permanents i trencades a la base de les dents.

4.4 Anàlisi de resistència a fatiga per esforços de flexió

La dinàmica del funcionament dels engranatges implica que aquests estan sotmesos a esforços cíclics i càrregues fluctuants. En la majoria de casos, aquesta és la principal causa de fallada. Les càrregues es generen en la base de la dent una concentració de tensions tal i com es mostra en la Figura 20.

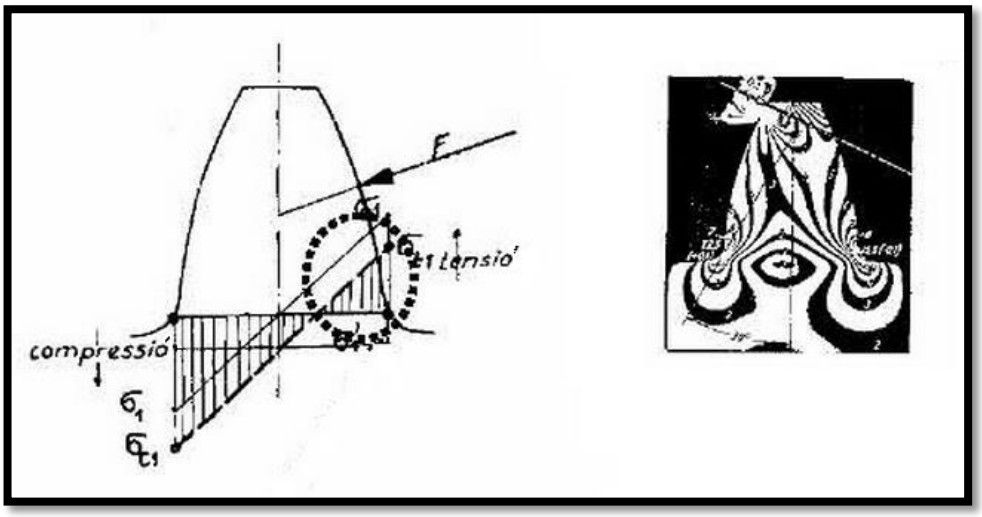


Figura 20. Distribució de tensions en la base de la dent d'un engranatge

Anteriorment s'ha calculat la tensió segons la equació de Lewis actualitzada amb els coeficients de l'AGMA. Ara es calcularà la mateixa tensió per flexió (σ) del material originada per les condicions de treball en la base de la dent però emprant una equació totalment empírica publicada per l'AGMA:

$$\sigma = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_s \cdot K_B \cdot K_I}{K_v} \cdot \frac{F_T}{b \cdot J \cdot m}$$

On:

K_a és el factor d'aplicació. Té en compte càrregues dinàmiques degudes a les màquines (sobrecàrregues, variacions inesperades de càrrega, etc).

K_m és el factor de distribució de la càrrega sobre la cara de la dent. Té en compte que l'esforç no està uniformement distribuït ja que hi pot haver una desalineació axial dels engranatges o una desviació axial de la forma de les dents.

K_s és el factor de mida. L'entitat AGMA no ha establert normes o criteris sobre aquest factor. Únicament recomanen que per engranatges molt grans es triï un valor de 1,25 o 1,5. Per la resta de casos K_S adopta un valor de 1.

K_v és el factor dinàmic. Considera càrregues dinàmiques (vibracions i impactes) produïdes per la inexactitud del perfil (error de transmissions). És funció de la FT i de la velocitat perifèrica.

K_B és el factor d'espessor d'anella (espai entre la base de la dent i el centre de l'engranatge). Es té en compte que aquesta part pot entrar en ruptura. El factor KB es calcula de la següent manera (Figura 21):

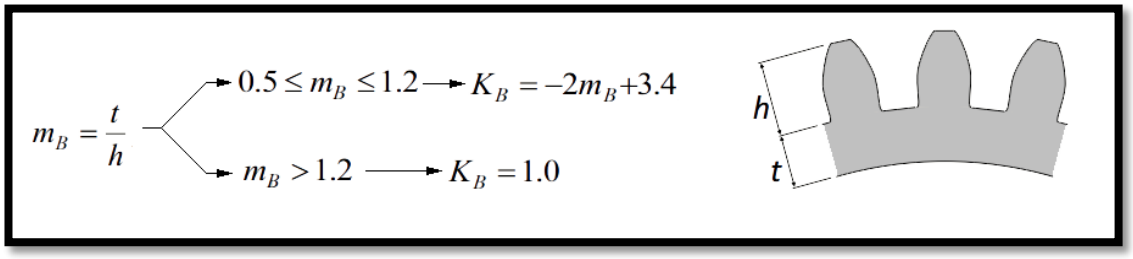


Figura 21. Càlcul del factor d'espessor d'anella (K_B)

K_I és un factor corrector que te en compte si l'engranatge es boig o no (gira lliurement o no). Per engranatge bojos es pren un valor recomanat de 1,42. Per engranatges que no siguin bojos el valor de KI és de 1.

F_T *és la força tangencial transmesa a la dent*

b és l'amplada de la dent

J és el factor *AGMA*¸ explicat en l'apartat anterior.

m és el mòdul de l'engranatge.

A continuació s'exposa el mètode d'aplicació de l'anterior equació.

Factor *K_v o factor dinàmic*

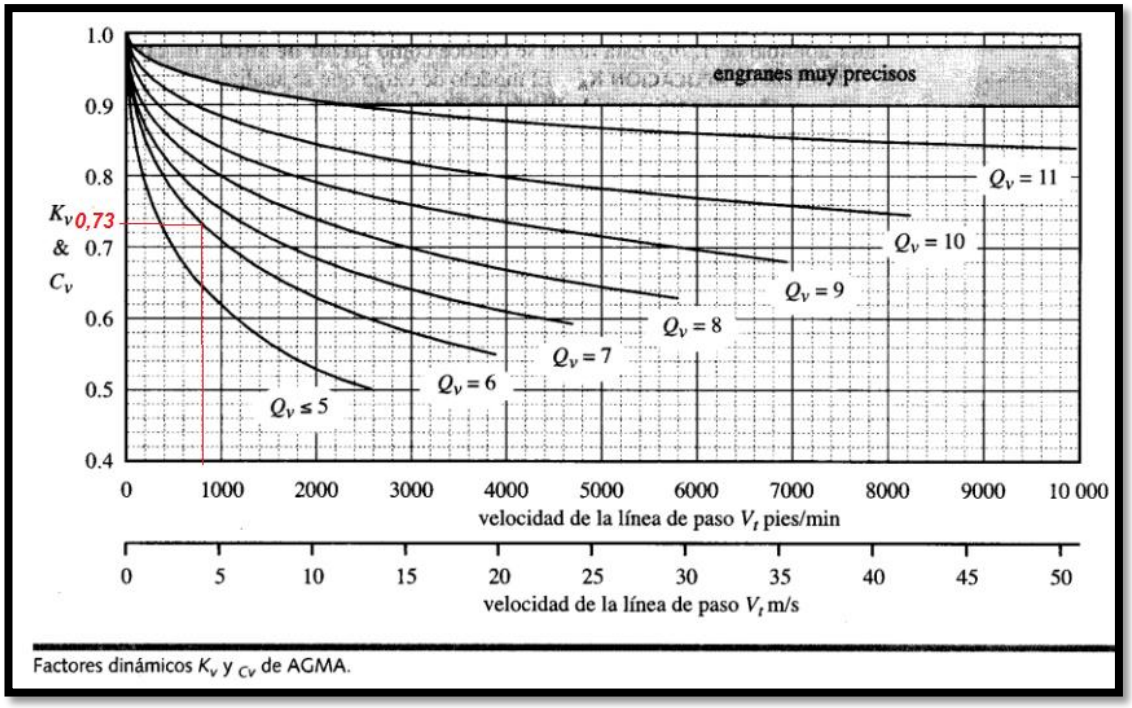


Figura 22. gràfics empírics del factor dinàmic. [Font:AGMA]

Per a una velocitat de 4,3m/s, i un valor de Q_v = 6 (precisió del muntatge, s'agafa un valor petit per seguretat) Kv val:

$$K_v = 0{,}73$$

Factor *K_m: factor de distribució de la càrrega*

La càrrega no es distribueix de forma uniforme al llarg de la dent. Això pot ser degut a desalineacions axials de la càrrega, desviacions geomètriques en les dents, etc. AGMA presenta una taula que té en compte aquest fenomen i que està en funció de l'espessor de la dent.

B (mm)	< 50	150	250	≥ 500
K_m	1.6	1.7	1.8	2.0

B = 25 mm

K_m=1,6

Factor K_A: *factor d'aplicació*

Té en compte càrregues dinàmiques com sobrecàrregues, tensions de pic, vibracions súbdites.

Máquina impulsora	Máquina impulsada		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto severo
Uniforme (motor eléctrico, turbina)	1.00	1.25	≥ 1.75
Impacto ligero (motor multicilindro)	1.25	1.50	≥ 2.00
Impacto medio (motor de un solo cilindro)	1.50	1.75	≥ 2.25

Ja que la maquinaria no ha d'estar sotmesa a grans inèrcies amb aturades seques, brusques, etc. es tria, per a K_A, un valor de:

$K_A = 1$

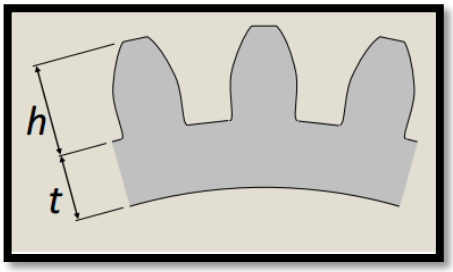
Factor K_s: *factor de mida*

Per a engranatges petits (D<250 mm), AGMA recomana un valor unitari. Per tant:

KS=1

Factor K_B: *factor d'espessor d'anella*

Té en compte la possibilitat de falla en l'anella (Espai entre el peu de la dent i el forat per l'eix).



Tenint en compte que h = 4 mm i t = 24 mm:

$$m_B = \frac{t}{h} = \frac{24}{4} = 6$$

Per una $\mathrm{m_B} > 1{,}2$ (condició recomanada) K_B val:

$$\boxed{K_B = 1}$$

<u>Factor K_l</u>

Ja que l'engranatge no gira lliure, és a dir, no és un engranatge boig, K_l pren un valor unitari.

$$\boxed{K_l = 1}$$

Finalment és calcula l'esforç màxim de fatiga a flexió (σ_b) de l'engranatge recte:

$$\sigma_b = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_s \cdot K_B \cdot K_I}{K_v} \cdot \frac{F_T}{b \cdot J \cdot m} = \frac{1 \cdot 1{,}6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{0{,}73} \cdot \frac{1105{,}1}{0{,}025 \cdot 0{,}26 \cdot 1}$$

$$\boxed{\sigma_b = 372{,}633 MPa}$$

Ara s'ha de comparar amb la tensió de fatiga, provocada per esforços de tensió, permissible i corregida (σ_{fb}), segons el criteri de l'AGMA:

$$\sigma_{fb} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot \sigma'_{fb} > \sigma_b$$

On σ'_{fb} (la tensió de fatiga a flexió permissible I sense ser corregida) es calcula mitjançant una gràfica tabulada empíricament per a diferents materials. En el cas de l'acer F114 amb una duresa HB de 220kg/mm^2:

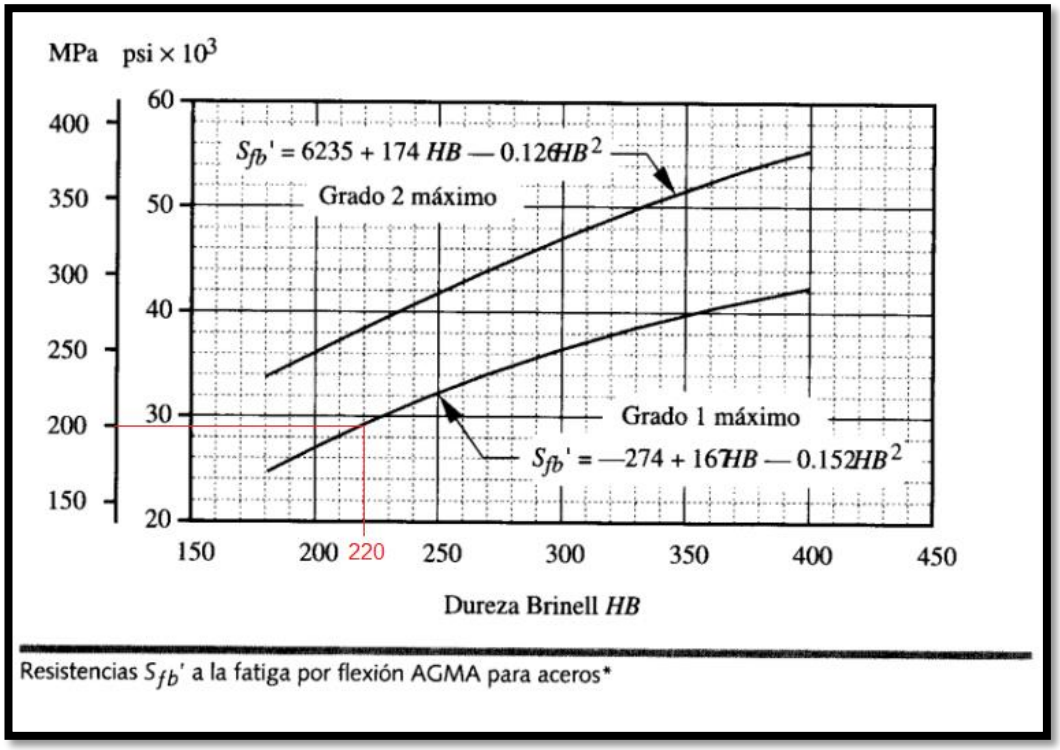


Figura 23: tensió permisible de fatiga per esforços de flexió. [FONT:AGMA]

I ajustant-se a l'expressió matemàtica:

$$\sigma'_{fb} = [-274 + 167 \cdot 220 - 0{,}152\,(220)^2] \cdot \frac{0{,}006894757\ MPa}{1\ psi}$$

$$\boxed{\sigma'_{fb} = 200{,}7\ Mpa}$$

Per calcular σ_{fb} cal determinar els factors pertinents:

Factor K_L: *factor de vida*

Generalment els engranatges es calculen per a una vida útil basada en 10^7 cicles i una duresa de 220 HB.

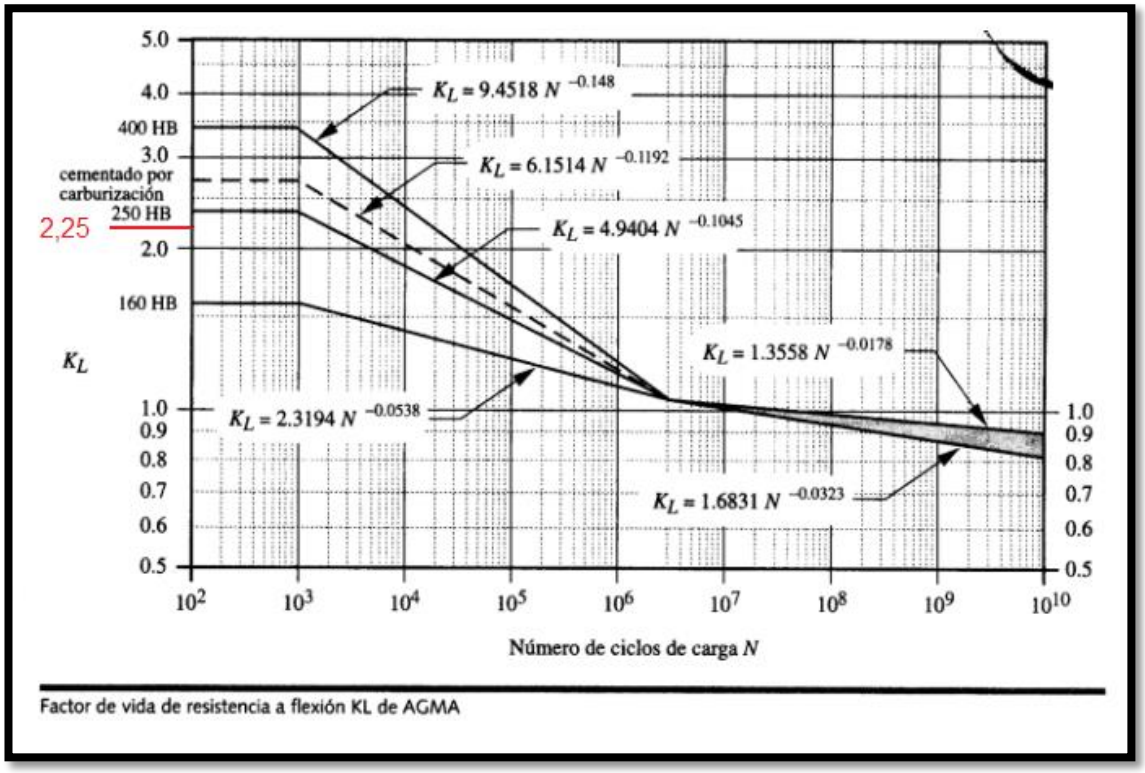


Figura 24. Gràfiques empíriques de l'evolució del factor de vida. [FONT : AGMA]

KL = 2,25

Factor K_T: Factor de temperatura

El factor KT contempla la temperatura de treball del mecanisme. S'ha de tenir en compte que els engranatges treballaran a temperatura ambient (293ºF). Segons l'AGMA per a temperatures de treball superiors a 250ºF, el valor KT adopta la següent expressió:

$$K_T = \frac{460 + T}{620} = \frac{460 + 293}{620} = 1{,}21$$

K_T=1,21

Factor K_R: Factor de confiabilitat

El factor KR fa referencia a la fiabilitat dels resultats empírics obtinguts durant els assajos que defineixen els altres factors.

Confiabilitat (%)	90	99	99.9	99.99
K_R	0.85	1.00	1.25	1.50

Es prendrà un valor de K_R= 1. Implica un 99% de fiabilitat en els resultats obtinguts.

$K_R = 1$

Finalment, la tensió màxima de fatiga permesa i corregida val:

$$\sigma_{fb} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot \sigma'_{fb} = \frac{2{,}25}{1{,}12 \cdot 1} \cdot 200{,}7 = 403{,}2\ MPa$$

$$\sigma_{fb} = 403{,}2\ MPa$$

$Condició\ necessaria\ indicada\ per\ l'AGMA$: $\sigma_{fb} > \sigma_b$

Valors obtinguts: $\sigma_{fb} = 403{,}2\ MPa$ i $\sigma_b = 372{,}63 MPa$. Per tant, es compleix la condició. L'engranatge aguantarà els esforços de fatiga a flexió sense arribar al seu límit.

4.5 Anàlisi de resistència a fatiga superficial generades pels esforços de compressió

La fatiga superficial està produïda per tensions localitzades que es desenvolupen com dos superfícies corbes en contacte i deformen la peça així com li varien la duresa en la superfície de contacte. A més, generen una secció crítica per sota de la superfície del cos, que per esforços cíclics, resulta ser l'origen d'escates o picades en les superfícies dels cossos.

Per tal de calcular la fatiga superficial per tensions de contacte s'utilitzaran les equacions empíriques publicades per AGMA. També es podrien calcular amb les formules de *Hertz*, però es considera que les expressions publicades per l'AGMA estan molt més actualitzades ja que són del 2002, molt més noves que el procediment purament teòric. Realitzar aquests tipus d'anàlisi suposa evitar el fenòmens conegut com *micropitting* (microfisures produïdes pel contacte constant).

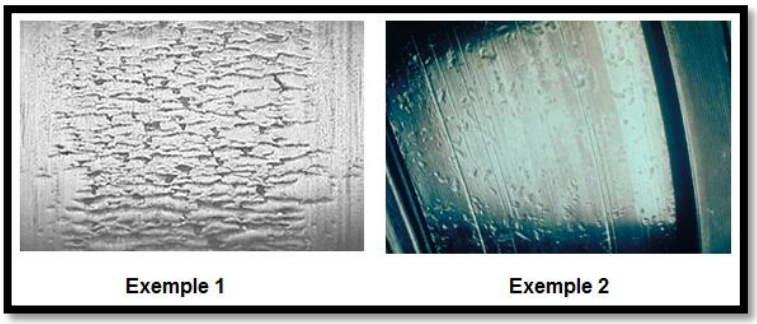


Figura 25. Exemples de micropitting

El procediment serà el següent: De l'apartat anterior es prendrà la dada de l'esforç de fatiga màxim que rebrà el mecanisme (σ_b). Després es calcularà l'esforç màxim permissible a compressió (σ_{fc}') i l'esforç de contacte màxim i permissible corregit (σ_{fc}'). Finalment es compararan els resultats i s'haurà de complir que $\sigma_b < \sigma_{fc}$.

Per calcular la tensió de fatiga deguda a esforços de compressió que rebrà l'engranatge s'utilitzen les taules empíriques publicades per l'entitat AGMA. ES TRIA El grau 1 ja que és el menys resistent i per tant, el cas més sensible. La duresa Brinell de l'acer F140 és de 220 HB.

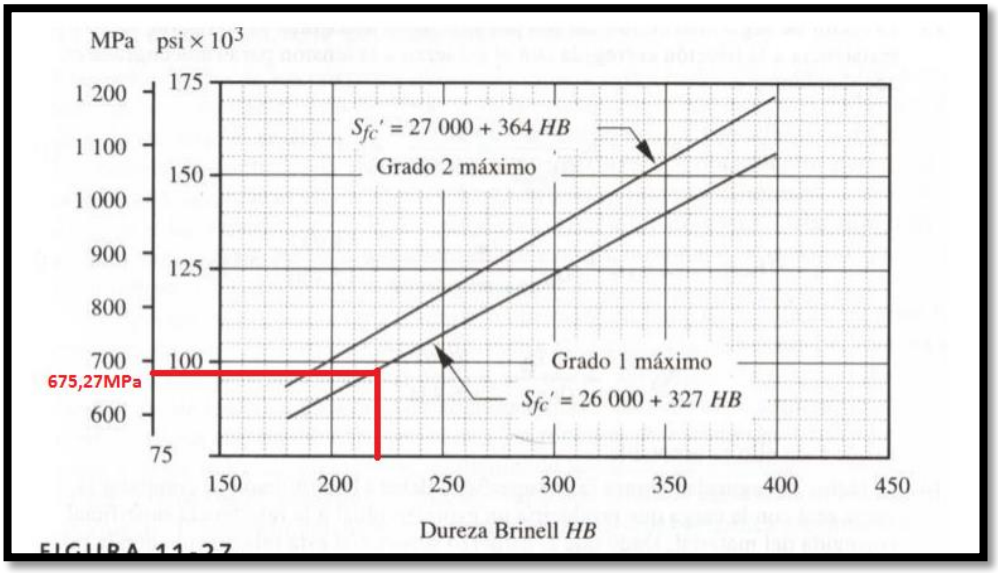


Figura 26. Resistencia a la fatiga superficial. [FONT:AGMA]

$$\sigma'_{fc} = (26000 + 327 \cdot 220) \cdot \frac{0{,}00689475729\ MPa}{1\ psi} = 675{,}2725\ Mpa$$

Seguidament es modifica l'anterior aplicant-li factors correctes determinats empíricament per l'entitat AGMA:

$$\sigma_{fc} = \sigma'_{fc} \left[\frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R}\right]$$

Factor C_L

És el coeficient de vida superficial. El mateix significat que K_L però aplicat a la superfície de les dents. El valor recomanat és per a una vida útil de 10^7 cicles.

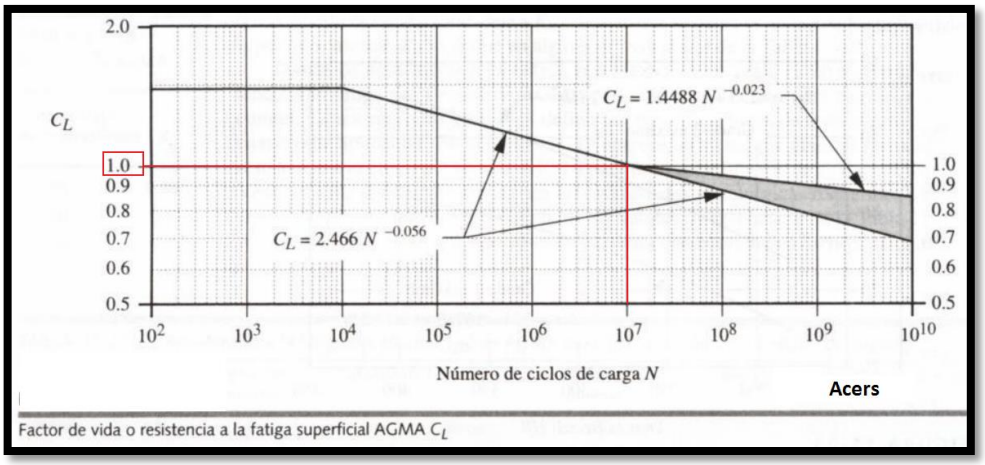


Figura 27. Factor de vida. [FONT: AGMA]

Per tant, el factor de vida triat un cop consultada la taula és:

$$\boxed{C_L = 1}$$

Factor C_H

Factor de duresa. Aquest factor es té en compte quan les rodes que engranen tenen diferent valor de duresa. Amb el temps, els esforços originen un enduriment de la superfície en la roda més tova. En el cas d'estudi el material de les rodes és el mateix (reducció de costos), per tant, el factor de duresa no afecta en l'equació i pren el valor unitari. Emprant les equacions de l'AGMA:

Per a pinyons endurits en la massa (sense tractament superficial), que contacten amb rodes endurides en la massa (sense tractament superficial):

$$C_H = 1 + C_1(i - 1)$$

Per trobar C1 s'ha de calcular la proporcionalitat entre la duresa del pinyó i de la roda:

$$\frac{H_p}{H_R} = \frac{1}{1} = 1$$

Els criteris de AGMA marquen que:

$$si\ \frac{H_p}{H_R} < 1{,}2 \ \rightarrow\ C_H = 0$$

Per tant, prenent C1 com a nul:

$$C_H = 1 + C_1(i - 1) = 1 + 0(i - 1) = 1$$

Finalment,

$$\boxed{C_H = 1}$$

Factor C_T

És el mateix que el factor K_T, que inclou la variable de temperatura. Càlcul de C_T:

$$C_T = \frac{460 + T}{620} = \frac{460 + 293}{620} = 1{,}21$$

$$\boxed{C_T = 1{,}21}$$

Factor C_R

És el factor de credibilitat, igual que el factor K_R calculat en l'apartat anterior:

Confiabilitat (%)	90	99	99.9	99.99
K_R	0.85	1.00	1.25	1.50

Es prendrà un valor de C_R= K_R= 1. Implica un 99% de fiabilitat en els resultats obtinguts.

Finalment es calcula la tensió de contacte per esforços de compressió màxima corregida i permissible:

$$\sigma_{fc} = \sigma'_{fc}\left[\frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R}\right] = 675{,}25725 \cdot \left[\frac{1 \cdot 1}{1{,}21 \cdot 1}\right] = 558{,}06384\ MPa$$

$$\boxed{\sigma_{fc} = 558{,}06384\ MPa}$$

A continuació es comparen els resultats obtinguts per tal de comprovar si es compleix la condició imposada per la normativa AGMA ($\sigma_b < \sigma_{fc}$'):

$\sigma_b = 388{,}607 MPa$ (tensió a la qual està sotmès l'engranatge)
$\sigma_{fc} = 558{,}06 MPa$ (tensió de compressió superficial màxima admissible)

Es compleix que: $\sigma_b < \sigma_{fc}$

Com a conclusió es pot afirmar que **l'engranatge aguantarà els esforços de fatiga superficials deguts a les tensions de compressió de contacte entre les cares de les dents.**

5 DIMENSIONAMNET DE L'EIX DE TRANSMISIÓ

La majoria d'eixos de transmissió es veuen afectats per dos esforços principals. A saber, un de flexió i un de torsió (Figura 28) generats pel contacte entre els engranatges en el moment de la transmissió de potencia.

.

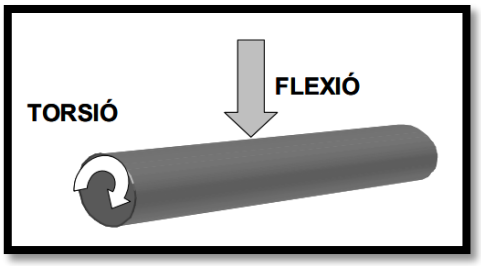


Figura 28. Esforços sobre un eix massís de transmissió simple

En l'apartat de dimensionament dels engranatges s'ha vist que l'eix de mínim diàmetre que poden albergar és de 12 mm. El procediment a seguir serà comprovar que un eix amb aquest diàmetre pot suportar els esforços i les tensions generades en el moment de la transmissió sense arribar a la zona plàstica del material.

Per tal de calcular la tensió combinada entre els esforços de flexió i torsió s'ha treballat sota dos criteris de resistència de materials diferents. El criteri de Tresca i el de Von Mises. Aquests criteris influeixen matemàticament en el resultat obtingut. Tresca atorga més pes als esforços de torsió mentre que Von Mises caracteritza la tensió resultant basant-se en les tensions de flexió més que en les de torsió.

Finalment es calcularan les tensions equivalents amb els dos models i només es validaran els resultats si aquests no superen la tensió del límit elàstic del material (Acer F114) sota els dos criteris anteriorment explicats.

5.1 Càlcul de les tensions de flexió i torsió sota el criteri de Tresca

A partir d'aquí es pot calcular el moment flector i el de torsió separadament i aplicar la llei d'Esforços Tallants Màxim, també conegut com a Criteri de Tresca, per trobar la tensió equivalent a un eix de 12 mm. Aquesta és la mesura mínima d'eix que pot encaixar en un engranatge (cas més desfavorable).

Càlcul de la tensió de flexió màxima:

$$\sigma_x = \frac{M}{I} \cdot \frac{D}{2} = \frac{32M}{\pi \cdot D^3}$$

On:
M= Moment flector en la secció crítica. És el generat pel reductor: 24 N·m
I= Moment de inèrcia transversal de l'eix massís ($I=\pi \cdot D^4/64$)
D= diàmetre de l'eix. El mínim eix que es pot introduir en els engranatges és, per norma, 12mm. Es tria aquest valor per veure si aguantarà les tensions.
σ_x= tensió de flexió màxima.

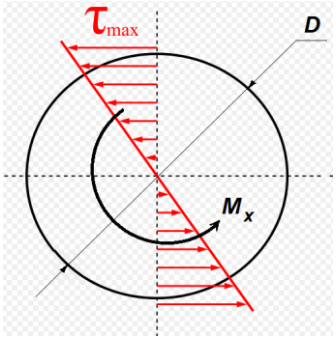
Per tant,

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi \cdot D^3} = \frac{32 \cdot 24}{\pi \cdot (0{,}012)^3} = 141{,}471\ MPa$$

$$\boxed{\sigma_x = 141{,}471\ MPa}$$

La tensió màxima generada per l'esforç de torsió serà:

$$\tau_{xy} = \frac{M_x}{I_o} \cdot \frac{D}{2} = \frac{16M_x}{\pi \cdot D^3}$$



On:
M_x= Moment torsor en la secció crítica (24 N·m)
I_o= Moment de inèrcia polar de l'eix massís ($J=\pi \cdot D^4/64$)
D= diàmetre de l'eix (12 mm).
τ_{xy}= tensió de torsió màxima.

$$\tau_{xy} = \frac{16M_x}{\pi \cdot D^3} = \frac{16 \cdot 24}{\pi \cdot (0{,}012)^3} = 70{,}7355\ MPa$$

$$\boxed{\tau_{xy} = 70{,}7355\ MPa}$$

Aplicant la teoria de l'Esforç Tallant Màxim (Criteri de Tresca) per a material dúctils es pot trobar la tensió equivalent per als dos esforços (flexió i compressió). Aquesta serà la tensió màxima a la que pot arribar el material sense perdre el comportament elàstic:

$$\sigma'_{eq} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{141{,}147}{2}\right)^2 + (70{,}7355)^2} = 99{,}921\ MPa$$

Afegint un factor de seguretat ***ns*** de 1,5:

$$\sigma_{eq\ max} = \sigma'_{eq} \cdot 1{,}5 = 2 \cdot 99{,}921 = 199{,}84\ MPa$$

És a dir, l'eix de 12 mm rebrà una tensió màxima de 199,84 MPa.

$$\boxed{\sigma_{eq\ max} = 199{,}84\ MPa}$$

Agafant com a criteri que la tensió màxima global ha de ser, en el seu valor més alt, més petit que el valor normal en el límit elàstic del material, es té:

$$\sigma_{eq} < S_y$$

$$199{,}84\ MPa < 340\ MPa$$

Per tant, i **segons el criteri de Tresca**, l'eix normalitzat de 12 mm serà suficient per aguantar les tensions generades durant la transmissió.

5.2 Càlcul de les tensions de flexió i torsió sota el criteri de Von Mises

En aquest subapartat es calcularà la tensió equivalent mitjançant el criteri de Von Mises. Després es compararà amb el límit elàstic per comprovar si el material arriba a la zona plàstica o, per contra, es comporta dins dels límits elàstics.

Tensió equivalent de Von Mises:

$$\sigma'_{eq} = \sqrt{{\sigma_x}^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2}$$

Afegint un Factor de seguretat de *ns=1,5.*

$$\sigma_{eq\ max} = 1{,}5 \cdot \sqrt{{\sigma_x}^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2}$$

Sustituint els valors de la tensió de flexió i torsió pels calculats en l'apartat anterior:

$$\sigma_{eq\ max} = 2 \cdot \sqrt{141{,}471^2 + 3 \cdot 70{,}7355^2} = 280{,}722\ MPa$$

$$\boxed{\sigma_{eq\ max} = 280{,}722\ MPa}$$

Finalment:

$$\sigma_{eq\ max} < S_y$$

$$280{,}722\ MPa < 340\ MPa$$

Es compleixen les condicions de Tresca i Von Mises, i conseqüentment, es pot determinar que l'eix aguantarà les tensions generades durant la transmissió de potencia.

6 DIMENSIONAMENT DE LES XAVETES

Les xavetes són els elements directes de transmissió de potencia entre dues peces. En la Figura 29 es mostren les forces genèriques que actuen sobre les xavetes. Figura 29. Dimensionat de xavetes

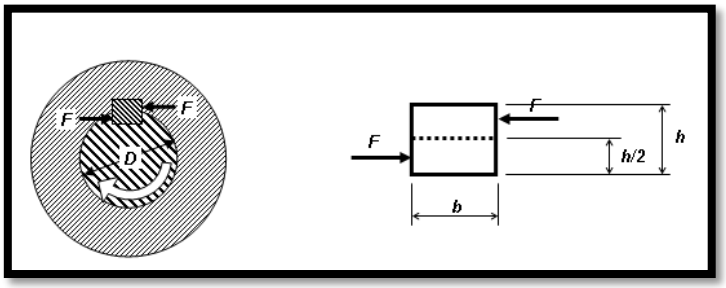


Figura 29. Dimensionat de xavetes

Aquests esforços es tradueixen en tensions purament tallants i en tensions de compressió. El procediment a seguir serà calcular l'amplada mínima de la base de la xaveta que hauria de tenir per aguantar les tensions tallants. Després es calcula l'altura de la xaveta per suportar les tensions de compressió. Finalment i amb els resultats obtinguts es triarà una xaveta normalitzada que tingui unes dimensions superiors a les calculades.

El material que s'escull a priori és un acer S275JR segons nomenclatura UNE. Les seves característiques mecàniques segons la UNE-EN 10025 són:

DESIGNACIÓN	Espesor nominal t (mm)				Temperatura ens. Charpy ºC
	Tensión de límite elástico f_y (N/mm^2)			Tensión de Rotura F_u (N/mm^2)	
	$t \leq 16$	$16 < t \leq 40$	$40 < t \leq 63$	$3 \leq t \leq 100$	
S235JR S235J0 S235J2	235	225	215	360	20 0 -20
S275JR S275J0 S275J2	275	265	255	410	20 0 -20
S355JR S355J0 S355J2 S355K2	355	345	335	470	20 0 -20 -20 (1)
S450J0	450	430	410	550	0

Figura 30. Característiques mecàniques ACER S275JR segons UNE-EN 10025

6.1 Tensions generades per esforços tallants

Es comença calculant les tensions tallants a les quals estarà sotmesa la xaveta sota càrregues de cisallament. A partir dels resultats obtinguts es dimensionarà la base de la xaveta. Les forces tallants, representades per *F* en la il·lustració anterior, sorgeixen del moment generat pel parell resistent. El seu mòdul equival a:

$$F = 2 \cdot \frac{M}{D}$$

I les tensions màximes es produeixen en la base de la xaveta (zona més crítica). L'àrea d'aquesta és la longitud de la xaveta (*l*) per l'amplada *b.* Cal pensar que les tensions són de sentit contrari, per tant el valor de la tensió per un sol costat ha de ser igual a la força *F* entre l'àrea anteriorment descrita. A més s'ha d'aplicar un coeficient de seguretat, *ns*. Per la majoria d'aplicacions industrials s'utilitza un coeficient de valor 3.

$$\frac{\tau_y}{2} = F \cdot \frac{1}{A} \cdot ns = \frac{1}{A} \cdot \frac{2 \cdot M}{D} \cdot 3 = \frac{2}{b \cdot l} \cdot \frac{M}{D} \cdot 3$$

Aïllant la tensió tallant total (al tenir els sentits contraris els efectes de les tensions es sumen):

$$\tau_{y_{total}} = \frac{4}{b \cdot l} \cdot \frac{M}{D} \cdot 3$$

Es considera com a criteri que la tensió tallant total màxima que ha de suportar la xaveta ha de ser igual a la tensió normal límit del material.

$$\tau_{y_{total}} = S_y$$

Aplicant un criteri de resistència estàtica com el *criteri de Tresca* per a materials dúctils, l'amplada mínima necessària per que no es produeixi una falla, considerant el coeficient de seguretat, serà:

$$b = \frac{4}{S_y \cdot l} \cdot \frac{M}{D} \cdot 3$$

Substituint les variables pels següents valors:

M= 24 N·m	D= 0,012 m
l = 0,025 m	Sy= 275 MPa

I operant:

$$b = \frac{4}{S_y \cdot l} \cdot \frac{M}{D} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 24}{275 \cdot 10^6 \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}012} \cdot 3 = 0{,}003491\ m$$

$$\boxed{b = 3{,}5\ mm}$$

Per tant, amb una xaveta quadrada de 3,5 mm de base, es podrien aguantar les tensions tallants.

6.2 Tensions generades per esforços de compressió

La tensió de compressió sobre les cares laterals de la xaveta serà igual a la força dividida per l'àrea lateral:

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \cdot ns = \frac{2M}{D \cdot \frac{h}{2} \cdot l} \cdot 3$$

Es considerarà que la tensió de compressió total serà igual a dos vegades la tensió normal màxima del material de la xaveta.

$$2 \cdot S_y = \sigma_c$$

Per tant, la tensió de compressió màxima que afecta a la xaveta es descriu com:

$$S_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{A} = \frac{2M}{2 \cdot D \cdot \frac{h}{2} \cdot l} \cdot 3 = \frac{6M}{D \cdot h \cdot l}$$

L'alçada mínima de la xaveta, segons els esforços de compressió, serà:

$$h = \frac{2M}{D \cdot l \cdot S_y} = \frac{2 \cdot 24}{0{,}012 \cdot 0{,}025 \cdot 275 \cdot 10^6} = 0{,}000582\ m$$

$$\boxed{h = 0{,}58\ mm}$$

Els esforços de compressió són més petits que els de flexió, és aquest el motiu pel qual les dimensions necessàries surten tan reduïdes (0,582 mm).

6.3 Dimensionament de xaveta i xaveters

En funció dels resultats obtinguts, es determina que la xaveta òptima ha de tenir de base més de 3,5 mm de costat. Sabent que es vol una xaveta quadrada es recorre a taules normalitzades per buscar una que sigui adient per un eix massís de 12 mm. Segons aquestes dades es tria una xaveta 5x5x25 DIN 6885 B. Aquesta es mostra en la Figura 31.

Figura 31. Xaveta DIN 6885 B

Les dimensions triades corresponen a una xaveta normalitzada per a un eix de mínim 12mm fins a màxim 17mm. Aquestes són: 5mm de base, 5mm d'alçada i 25 mm de longitud. Es pot comprovar en la Figura 32, la qual es un extracte de la norma DIN 6885.

Sección de la lengüeta de ajuste (acero para chavetas DIN 6880)			Anchura **b**	2	3	4	5	
			Altura **h**	2	3	4	3	5
Para diámetro del eje		d1 3)	más de	6	8	10	12	
			hasta	8	10	12	17	
Chavetero del eje	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	1,991	2,991	3,988	4,988	
			Mínima	1,966	2,966	3,958	4,958	
		asiento ligero N9	Máxima	2	3	4	5	
			Mínima	1,975	2,975	3,970	4,97	
	Profundi-dad t1 5)	con juego en el lomo o aprieto		1,1	1,7	2,4	1,9	2,9
			dif. adm.	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	
Chavetero del cubo	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	1,991	2,991	3,998	4,998	
			Mínima	1,966	2,966	3,958	4,958	
		asiento ligero N9	Máxima	2,012	3,012	4,015	5,015	
			Mínima	1,987	2,987	3,985	4,985	
	Profun-didad t2 5)	con juego en el lomo		0,9	1,3	1,6	1,1	2,1
			dif. adm.	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	
		con aprieto		0,7	1,1	1,4	0,9	1,9
			dif. adm.	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	
Redondeado del fondo del chavetero			r	0,2	0,2	0,4	0,2	0,4
			dif. adm.	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,2

Figura 32. Extracte de la norma DIN 6885 – Xavetes

Com a conclusió es pot afirmar que s'ha triat una xaveta normalitzada que supera les dimensions mínimes calculades amb anterioritat, garantint d'aquesta manera un comportament elàstic enfront als esforços generats durant la transmissió de potència.

La xaveta triada és una xaveta de cares planes de 5x5x25 DIN 6885-B de material S275JR segons nomenclatura UNE.

En referencia a les dimensions del xaveter de l'eix i de l'engranatge, s'ha consultat la mateixa taula anterior (DIN 6885) i en funció de la xaveta escollida s'han obtingut les dimensions i toleràncies pertinents.

Sección de la lengüeta de ajuste (acero para chavetas DIN 6880)			Anchura **b**	2	3	4	5	
			Altura **h**	2	3	4	3	5
Para diámetro del eje		d1 3)	más de	6	8	10	12	
			hasta	8	10	12	17	
Chavetero del eje	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	1,991	2,991	3,988	4,988	
			Mínima	1,966	2,966	3,958	4,958	
		asiento ligero N9	Máxima	2	3	4	5	
			Mínima	1,975	2,975	3,970	4,97	
	Profundi-dad t1 5)	con juego en el lomo o aprieto		1,1	1,7	2,4	1,9	2,9
			dif. adm.	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	
Chavetero del cubo	Anchura b 4)	asiento fijo P9	Máxima	1,991	2,991	3,998	4,998	
			Mínima	1,966	2,966	3,958	4,958	
		asiento ligero N9	Máxima	2,012	3,012	4,015	5,015	
			Mínima	1,987	2,987	3,985	4,985	
	Profun-didad t2 5)	con juego en el lomo		0,9	1,3	1,6	1,1	2,1
			dif. adm.	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	
		con aprieto		0,7	1,1	1,4	0,9	1,9
			dif. adm.	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	
Redondeado del fondo del chavetero			r	0,2	0,2	0,4	0,2	0,4
			dif. adm.	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,2

Figura 33. . Extracte de la norma DIN 6885 - Xaveters

Es tria un xaveter per l'eix amb les següents característiques:

- **Amplada màxima: 4.988 mm ; Amplada mínima: 4,958 mm**
- **Profunditat: 2,9 mm amb tolerància superior de +0,1 mm**

El xaveter de l'engranatge haurà de ser:

- **Amplada màxima: 4.988 mm ; Amplada mínima: 4,958 mm**
- **Profunditat: 1,9mm amb tolerància inferior de -0,1 mm**

7 CÀLCUL DE LES UNIONS CARGOLADES

7.1 Tria de les característiques bàsiques dels cargols

La majoria d'unions cargolades que s'utilitzen estan sotmeses a esforços tallants. El cas més important, ja que és el que suporta l'acció de forma directa és el de la cremallera i l'estructura d'acer que la sustenta. Durant aquest capítol s'analitzarà analíticament quins esforços actuen sobre els cargols i quina és la magnitud d'aquests esforços. Després i en funció dels resultats obtinguts es triaran cargols normalitzats. Les condicions de càlcul han estat extretes del "*Documento Báscio de Seguridad del Acero"* del "*Codigo Tecnico de la Edificación".*

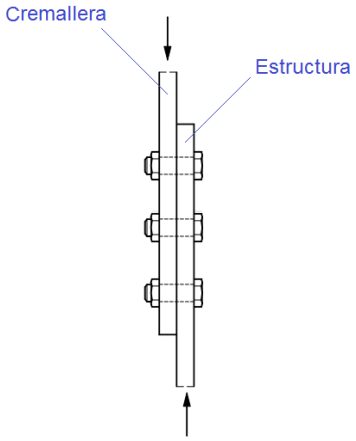
En quant a la rosca, es tria la Mètrica ISO ja que la normativa *UNE-EN 12184:2010 - Cadires motoritzades* així ho recomana. La mida de la rosca haurà de coincidir amb els forats de la cremallera. Aquest són de M5 per tant, els cargols hauran de ser també de mètric 5.

Sobre el material, no hi ha cap norma que reguli aquest factor. En canvi sí hi ha una normalització de la resistència que han de tenir els cargols. És a dir, els cargols estan agrupats en rangs segons les resistències dels materials i és l'estàndard ISO 898 qui ho regula. Dins d'aquest es troba la següent classificació:

Valors nominals del límit elàstic f_{yb} i de la resistència a tracció f_{ub}							
Grau del cargol (ISO 898)	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb} *(MPa)*	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} *(MPa)*	400	400	500	500	600	800	1000

Segons la classificació ISO 898 la resistència del cargol ve marcada per dos dígits X.Y. El primer d'ells identifica la resistència de tensió elàstica del material i el segon la tenacitat del material. La normativa marca que no s'han d'utilitzar cargols de grau menor a 4.6 ni superior al grau 10.9 sense justificacions experimentals. Generalment, per a màquines amb exigències baixes s'utilitzen cargols de rang 5.6. Tot i això, els fabricants de cargols amb mètric 5 (és el que es necessita) recomanen una resistència de 5.8.

En referencia al context mecànic, els cargols estudiats formen part del sistema *cremallera-estructura.* La funció dels cargols serà impedir que les dues peces llisquin, transmetent la potencia de la cremallera a l'estructura formada pel tub de secció rectangular. Per tant, els cargols treballaran sota esforços tallants (la força separadora és transversal a l'eix dels cargols.



Existeixen dos solucions viables:

- Els cargols poden generar la suficient força de fricció entre les peces.
- Els cargols han de suportar els esforços de cisallament.

La primera solució és poc segura i degut a que els cargols són elements relativament econòmics es poden triar sense problemes uns que aguantin les tensions tallants. És per això que es trien els cargols amb la idea de suportar els esforços de tall. En el mercat es poden trobar uns cargols especialment dissenyats per realitzar aquesta funció, són elements que tenen la tija constituïda per una part sòlida i sense rosca que ocupa la totalitat de la longitud del forat, i una altra amb rosca per collar la femella (aquesta part roscada no està sotmesa a grans esforços, únicament és per retenir el cargol).

La part de la tija llisa és la que s'oposa als esforços de cisallament (Figura 34).

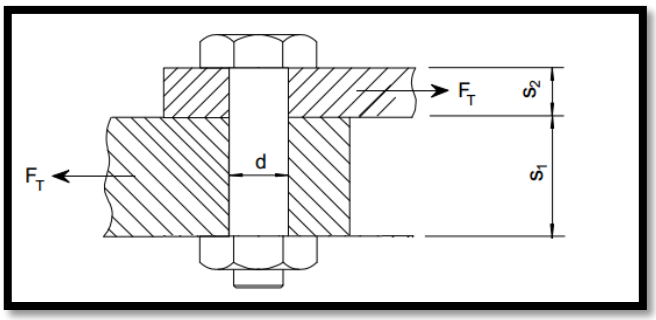


Figura 34. Cargol sotmès a esforços tallants

Dins d'aquesta gama de cargols es troben els DIN 931, DIN 261, DIN604, DIN 608, DIN 960,DIN 7991 etc.

Una altra restricció que s'afegeix és que ha de tenir el cap cònic per poder-se ajustar, en alçada, a la superfície de la peça estructural i d'aquesta manera no interferir amb la guia. Es tria un cap cònic amb forat *Allen*.

Figura 35. Cap del cargol cònic.

De la llista anterior es selecciona, pel seu baix preu i per tenir el cap cònic, el model de cargol DIN7991. També es podria seleccionar un model més senzill com el DIN 604 però no es fabrica amb mètric 5.

DIN 7991 *Tornillos de cabeza avellanada con hueco hexagonal*

ISO EN

d	M3	M4	M5	M6	M8	M10	M12	M16	M20
P	0,5	0,7	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5
b	12	14	16	18	22	26	30	38	46
dk	6	8	10	12	16	20	24	30	36
k (max)	1,7	2,3	2,8	3,3	4,4	5,5	6,5	7,5	8,5
α	90°	90°	90°	90°	90°	90°	90°	90°	90°
s	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12
L	(8-30)	(8-40)	(8-50)	(10-50)	(10-60)	(12-70)	(20-70)	(30-90)	(35-100)
4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9 ●	12.9	A2 ●	A4

Figura 36. Extracte del catàleg de Todo Industria.com

Amb tot això, es trien els cargols de categoria A (treballen a tallant i axial, sense pretensat), model DIN 7991, amb cap avellanat tipus *Bristol*, amb rosca Mètrica ISO 5, d'acer amb resistència 8.8, amb pas de 1,5, longitud total mínima de 55mm, longitud de rosa de 16mm i amb un preu unitari mitjà de 0,3€. Les femelles corresponents són les DIN-934.

7.2 Càlcul de les sol·licitacions i del comportament

La tensió de cisallament per a un sol cargol es pot definir com:

$$T_Y = \frac{F_T}{A}$$

Ara bé, interessa formalitzar l'equació per a un nombre *n* de cargols i un nombre *k* de seccions de cisallament. A més, si s'inclou la condició de que la tensió de cisallament no ha de superar la tensió límit del material, sota un coeficient de seguretat de 1,75, l'anterior expressió es pot presentar com:

$$T_Y = \frac{F_T}{A \cdot n \cdot k} \cdot 1{,}75 \ \leq T_{adm}$$

L'àrea de la tija es calcula com:

$$A = \ \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

Substituint els valors per:

F_T =1104,5 N	*D*= 5 mm
k=1	*N* =2 (es calcula amb el mínim nombre d'unions possibles)

$$T_Y = \frac{F_T}{A \cdot n \cdot k} \cdot 1{,}75 = \frac{1104{,}5}{\pi \cdot \left(\frac{11}{2}\right)^2 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1{,}75 = 49{,}22\ MPa$$

Per tant, es compleix la condició inicial:

$$T_y < \ \sigma_{adm} \quad ; \quad 49{,}22\ MPa < \ 400\ MPa$$

Amb aquest càlcul es validen els cargols triats en un inici. Nota: un sol cargol seria suficient però es requereixen dos per restringir el gir.

8 CÀLCUL DE LA PEÇA RAIL DE LA CREMALLERA

8.1 Tria del rail

S'ha triat un pack de rail més patí de l'empresa *Systems ProMOUNT*. El motiu ha estat el seu preu econòmic 30,39€ el preu unitari. El producte, segons la classificació de l'empresa, és el *FlexFit 1537 Modular System - Steel Rail.*

Les dades sobre les quals es treballa són les publicades en la seva pàgina web, apartat de productes. A continuació, en la Figura 37, es presenta un plànol amb les dimensions de la peça.

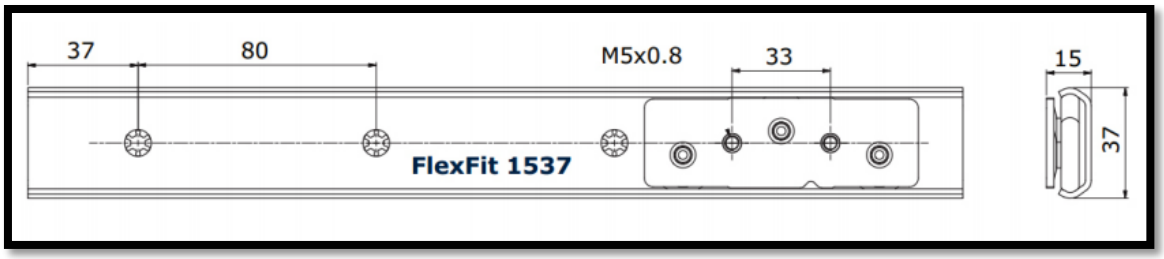


Figura 37. Plànol del rail i el patí. [FONT: Companyia System ProMount]

El material del rail un acer AISI 304 (en normativa UNE: X6 CrNi 19-10), amb límit elàstic de 515 MPa. I la longitud del rail és de 330 mmm ja que ha d'encaixar amb els 300mm de la cremallera, i alhora, deixar espai suficient per un eix de 10mm de diàmetre que permetrà el gir en la part inferior. En la Figura 38 es mostra una imatge real del rail i el patí.

Figura 38. Rail y patí. [FONT: Companyia System ProMOUNT]

8.2 Anàlisi de tensions sobre el rail.

Degut a la configuració del mecanisme, el rail estarà sotmès a un esforç principal de compressió que podria generar una deformació per vinclament. A continuació es calcularà si aquest fenomen afectarà al rail o no.

Per tal de calcular-ho es simplificar el perfil del raïl en una forma que presenta característiques geomètriques més senzilles, i alhora, genera una situació de desfavorable de cara a resistir els esforços (hi ha menys superfície). Aquesta nova forma serà un rectangle de 5x35x330 mm i tindrà els dos extrems articulats.

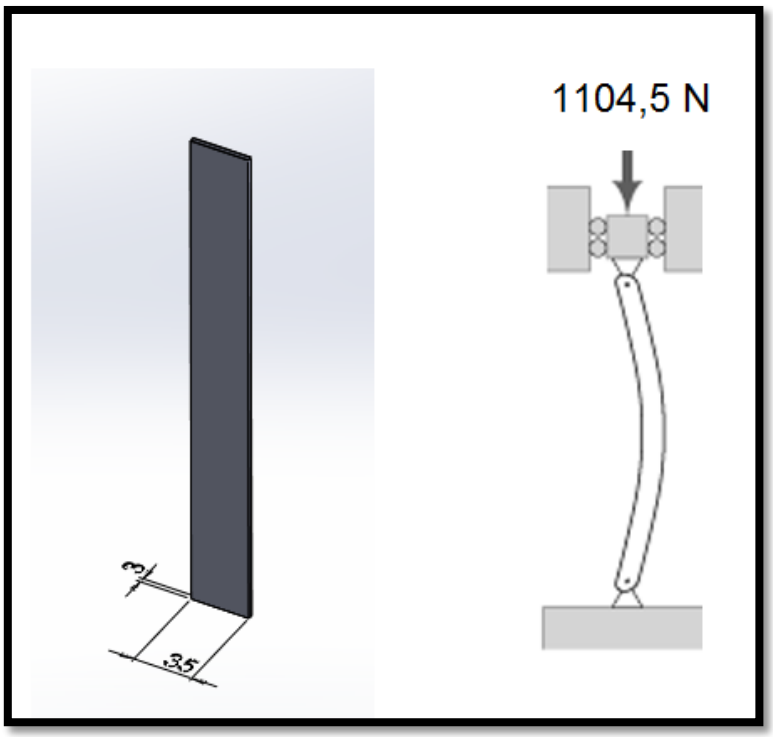
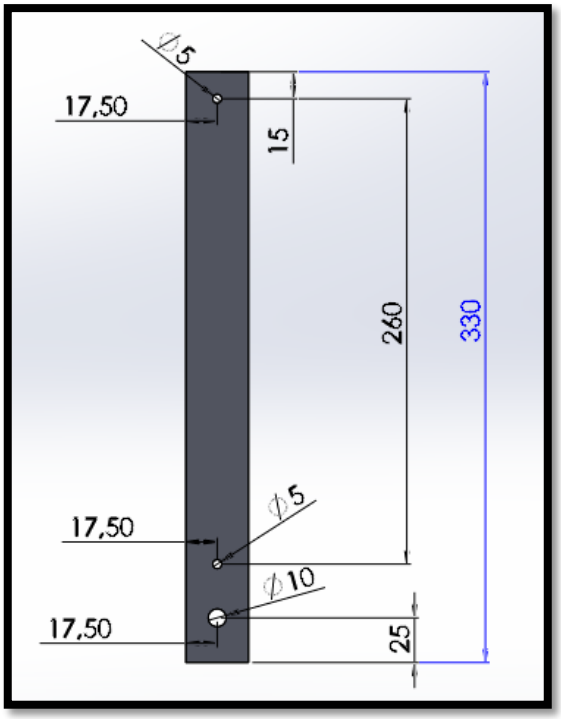


Figura 39. Dimensions rail. Estudi del vinclament [Font:pròpia]

Es recorda que la peça ha d'estar collada a la cremallera mitjançant dos cargols de M5. Per la qual cosa, la força estarà repartida en dos punts. Cada un d'ells transmetrà F/2. La col·locació dels forats segueix la recomanació dels fabricants (no hi ha normativa europea ni espanyola que ho reguli). Aquest és, deixar un espai entre el forat i el límit de la peça de 2.5 vegades el diàmetre del forat.

Seguint aquestes instruccions, la peça queda definida de la següent manera:



Analitzant aquesta configuració, es veu que la zona més crítica és la secció que està al voltant del forat de 10 mm ja que és la que té menys material. Per tant, es calcularà si existeix vinclament agafant com a referencia inferior per la distància aquest forat i l'area del voltant (25x3 mm).

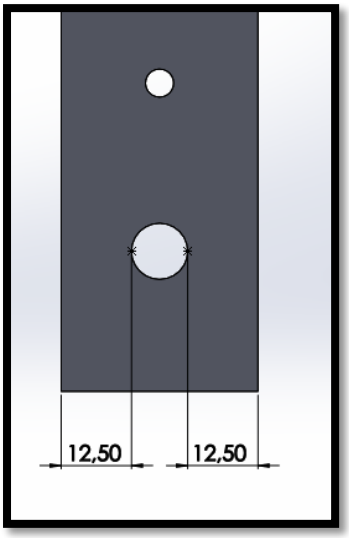


Figura 40. Rail part inferior

Una altra hipòtesis de treball és que la força estarà totalment aplicada en el forat superior del rail. Es planteja aquest context per ajustar el càlcul a la situació real, on el pinyó de la cremallera estarà situat en la part superior de la mateixa (cremallera totalment desplegada), per tant, el repartiment de forces entre els cargols no serà equitativa. Es planteja el pitjor cas que és quan el cargol superior transmet la totalitat de la força.

Amb això es té definida la geometria i les càrregues per començar l'anàlisi:

Extrems: els dos extrems articulats, barra biarticulada → $\beta = 1$

Longitud real: $L_{real} = 290$ mm

Longitud equivalent de vinclament: $L_{eq} = L_{real} \cdot \beta = 290$ mm

Càrrega aplicada: força de compressió centrada de valor P = 1104,5 N

Mòdul elàstic del acer AISI 304 : 190 GPa

Limit elastic: 210 MPa

Àrea: 25x3 mm

Factor de seguretat: 2.5

8.2.1 Comprovació de resistència a compressió simple de l'estructura :

Agafant la càrrega màxima aplicada, un factor de seguretat de 2.5 i la superfície resistent:

$$\frac{F}{A} \cdot 2{,}5 < \sigma_{adm}$$

$$\frac{1104{,}5}{25 \cdot 3} \cdot 2{,}5 = 36{,}81\ MPa < 210\ MPa$$

Per tant, queda demostrar que no fallarà per compressió simple.

8.2.2 Comprovació de l'estabilitat elàstica del rail per el mètode Eulerià

el rail està collat a la cremallera mitjançant dos cargols. Per tant, s'hauria d'analitzar el conjunt com una estructura composta. Tot i això, es calcula la resistència al vinclament únicament del rail, i si la suporta, per extensió, el conjunt rail-cremallera també ho farà.

Es calcula el moment d'inèrcia mínim:

$$I = b \cdot \frac{h^3}{12} = 25 \cdot \frac{3^3}{12} = 56{,}25\ mm^4$$

Substituint el moment d'inèrcia en l'equació de la càrrega crítica d'Euler:

$$P_{cr} = \pi^2 \cdot E \cdot \frac{I}{l_{eq}^2} = \pi^2 \cdot 190 \cdot 10^3 \cdot \frac{56{,}25}{290^2} = 1254{,}24N$$

Finalment la càrrega crítica és:

$$\boxed{P_{cr} = 1254{,}24\ N}$$

Per validar el càlcul s'ha de comprovar que s'està treballant en el context d'hipòtesis inicials d'Euler. Això es verifica si es compleixen les següents condicions:

- $\sigma_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2} < \sigma_{adm}$
- $\lambda_o > \sqrt{\pi^2 \cdot \frac{E}{\sigma_{adm}}} = \lambda_{limit}$

Primer es calcula l'esveltesa mecànica:

$$\lambda_o = \frac{L_{eq}}{\sqrt{\frac{I_{min}}{A}}} = \frac{290}{\sqrt{\frac{\left(\frac{25 \cdot 3^3}{12}\right)}{(25 \cdot 3)}}} = \frac{290}{0{,}75} = 386{,}667\ mm$$

La tensió crítica d'Euler es calcula com:

$$\sigma_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2} = \pi^2 \cdot \frac{190 \cdot 10^3}{386{,}667^2} = 12{,}5423\ MPa$$

Per tant, es valida la primera condició:

$$\sigma_{cr} < \sigma_{adm} \quad \Leftrightarrow \quad 12{,}5423 MPa < 210\ MPa$$

En quant a la segona condició, l'esveltesa límit es calcula com:

$$\lambda_{limit} = \sqrt{\pi^2 \cdot \frac{E}{\sigma_{adm}}} = \sqrt{\pi^2 \cdot \frac{190 \cdot 10^3}{210}} = 94{,}498$$

Amb aquest resultat es comprova la segona condició:

$$\lambda_o > \lambda_{limit} \quad \Leftrightarrow \quad 386{,}667 > 94{,}498$$

Finalment es conclou que els càlculs obtinguts són vàlids i per tant, el rail mantindrà l'estabilitat elàstica.

9 CÀLCUL DEL SATÈL·LIT- PLANETARI

9.1 Determinació de les dimensions del satèl·lit i el planetari

El mecanisme de satèl·lit-planetari ha estat calculat a partir de tres restriccions mecàniques inicials.

9.2 Restricció 1: velocitat angular màxima

La velocitat de rotació angular mínima permesa per la normativa UNE-EN 1756-2:2005 + A1, la qual regula les velocitats límit de les plataformes elevadores automàtiques, és de 4º/segon. Amb aquesta dada podem trobar una relació entre la velocitat angular d'entrada i els radis del pinyó satèl·lit i planetari. Durant l'explicació dels càlculs i amb l'objectiu de facilitar-ne la comprensió, es treballa amb la notació mostrada en la Figura 41.

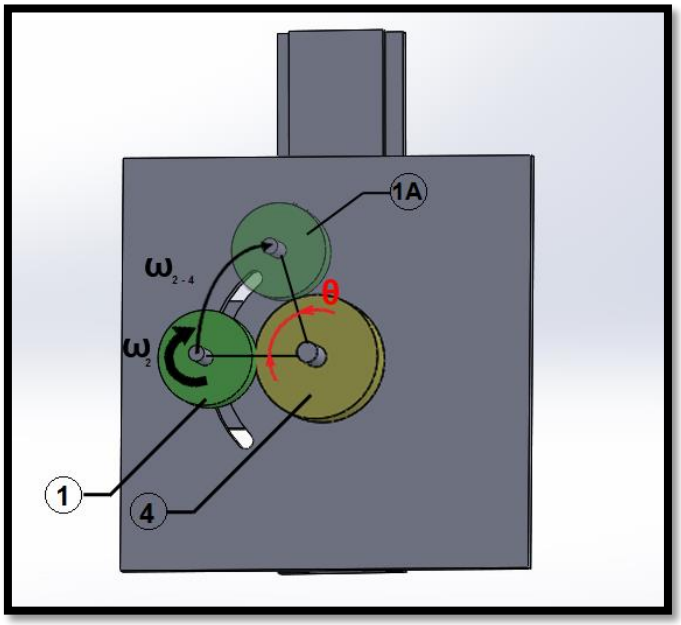


Figura 41. Relació de variables entre el pinyó satèl·lit i el planetari

Tal i com es pot observar en la imatge anterior, el pinyó (satèl·lit) es mostra en dues posicions diferents. La primera d'elles és la posició 1 a un temps t_0. La segona d'elles (es visualitza com un cos semitransparent), és la posició 1A per a un temps tx. L'angle recorregut durant aquest espai de temps és θ. La velocitat ω_2 és la mateixa, en mòdul i sentit, que ω_{E2} i ω_{10} (totes aquestes rodes són solidaries al mateix eix). Finalmen, la velocitat angular del satèl·lit sobre el planetari s'ha definit com a $\omega_{2\text{-}4}$.

Aplicant la normativa UNE-EN 1756-2:2005 + A1 és té que $\omega_{2\text{-}4}$ ha de ser més gran que 4º/segon.

La relació que podem obtenir amb aquesta dada és la següent:

$$\omega_{24} = \frac{d\theta}{dt} \approx \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Sent *n'* el número de voltes que realitza el pinyó 1 en un segon (ω_2 en rev./seg.); l'increment de *θ queda*:

$$\Delta\theta = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot n}{R_4} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{360 \cdot n' \cdot R_1}{R_4}$$

Limitant la velocitat mínima a 4º/seg, la relació de radis hauria de complir:

$$\omega_{24} = \frac{d\theta}{dt} \approx \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \geq \frac{4º}{seg}$$

Tenint en compte que les velocitats angulars han de ser constants, és a dir, es pot agafar un increment de temps qualsevol (en el càlcul es pren el valor de 1 segon), l'anterior equació deriva en:

$$\omega_{24} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \geq \frac{4º}{seg} \quad ; \quad \frac{\frac{360 \cdot n' \cdot R_1}{R_4}}{1} \geq 4 \quad ; \quad \frac{R_1}{R_4} \geq \frac{4}{360 \cdot n'}$$

Per facilitar la substitució de *n', que ara mateix té unitats de revolucions/segon*, es modifica l'anterior equació:

$$\boxed{\frac{R_1}{R_4} \geq \frac{4}{60 \cdot n}}$$

On n és la velocitat angular del **pinyó 1** (ω_2) expressada en **r.p.m.** Amb aquest càlcul es té una limitació de la magnitud dels radis en funció de la velocitat angular ω_2 (la velocitat de l'engranatge conduït E_2.

9.3 Restricció 2: Distància entre eixos.

Si el mecanisme ha d'efectuar el gir descrit per la Figura 42, cal que la distancia entre eixos es mantingui constant. Això implica que el radi del pinyó més el radi del planetari han de ser iguals al radi de l'engranatge E1 més el radi de l'engranatge E2. Si no es complís aquesta restricció es pedreria la relació de transmissió entre E1 i E2 quan es desenvolupes el moviment concèntric a l'eix motriu.

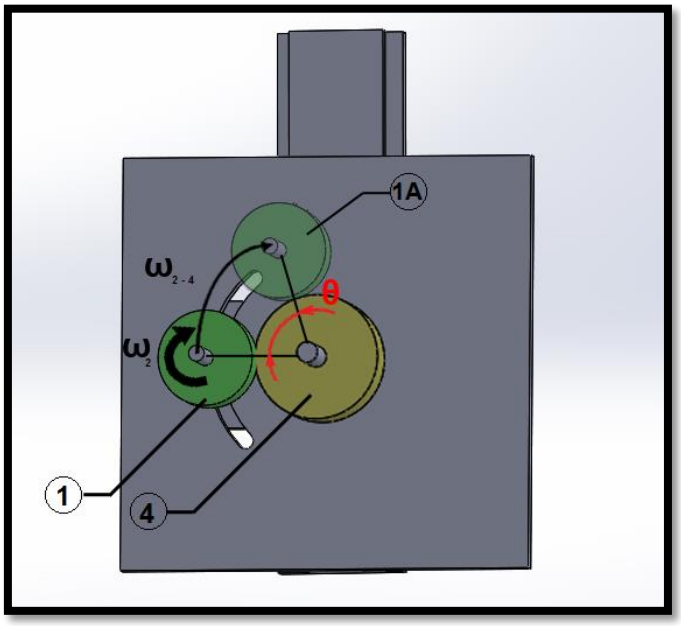


Figura 42. Moviment del satèl·lit

Per tant:

$$R_1 + R_4 = E_1 + E_2$$

Del capítol 4 es recuperen les dades dels pinyons E1 i E2 escollits. Els dos són de mòdul 1 i de diàmetre primitiu de 42 mm.

L'equació anterior la podem escriure ara com:

$$R_1 + R_4 = 21 + 21 = 42$$

Tot i això encara tenim un grau de llibertat. Es pot definir la mida del radi del satèl·lit o del planetari. En el projecte s'ha triat definir el radi del pinyó 1 en funció de dos aspectes:

- El diàmetre de l'eix és de 12 mm, per tant el radi del pinyó 1 ha de superar els 6 mm.

- L'angle girat pel satèl·lit per a una volta completa i en referencia al planetari ve donat per l'expressió:

$$\theta º = \frac{S}{R_4}\left(\frac{180}{\pi}\right) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{R_1}{R_4}\left(\frac{180}{\pi}\right) = 360 \cdot \frac{R_1}{R_4}$$

  No es vol que es traslladi un angle molt gran ja que si no es desestabilitzaria el sistema de la cremallera la roda 10. En altres paraules, es vol reduir R_1 al màxim mentre que s'augmenta R_4 en la mesura de lo possible.

- El satèl·lit ha de portar una xaveta 5x5 mm

Amb aquestes tres condicions es tria un pinyó de radi 18 pel satèl·lit. Per tant, el radi del planetari haurà de ser de 24 per mantenir la distància entre eixos.

$$R_1 = 18\,mm$$

$$R_4 = 24\,mm$$

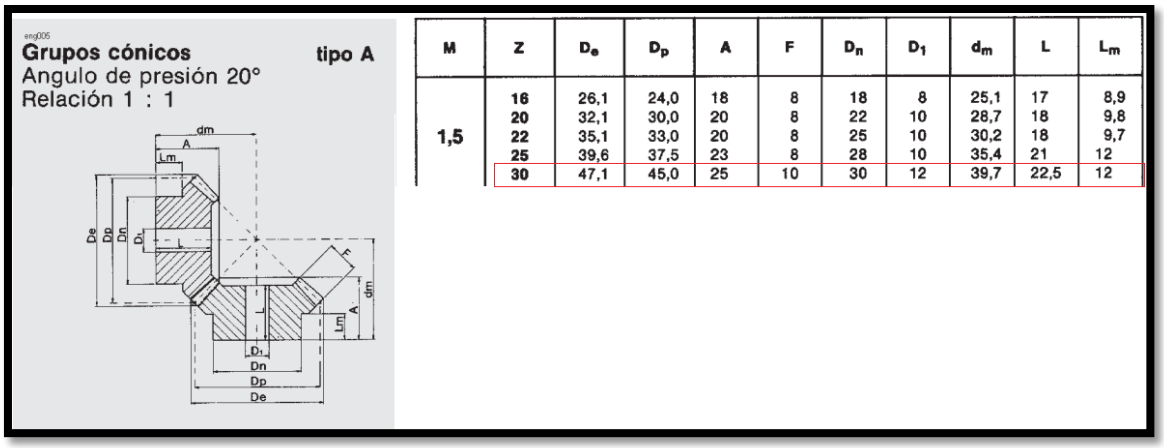
Cal dir que aquests engranatge no ha de suportar esforços desmesurats, únicament serveix per inclinar la cremallera en relació al terra mentre aquesta està desplegada i generar un petit moment per traslladar la cadira fins que les rodes estiguin en contacte amb la petjada del següent esglaó. Per tant es trien de mòdul 1.

10 CÀLCUL DELS ENGRANATGES CÒNICS

Durant el desenvolupament d'aquest apartat es calcularà les dimensions de l'engranatge cònic de dents rectes a utilitzar. Les fórmules i el procediment a seguir estan extretes de l'estàndard AGMA 2003-A86/88. El procés és semblant al descrit en el capítol 4, s'aplicaran les expressions publicades per l'AGMA en l'estàndard anterior i després es compararan els resultats amb els models d'engranatges cònics de dents rectes que hi ha en el mercat.

10.1 Dimensionament dels engranatges cònics

Seguint el mateix procediment que en el capítol 4, primer s'ha triat un engranatge cònic econòmic i ara es comprovarà que sigui resistents a les tensions generades. Les característiques de l'engranatge són:



M	Z	D_e	D_p	A	F	D_n	D_1	d_m	L	L_m
1,5	16	26,1	24,0	18	8	18	8	25,1	17	8,9
	20	32,1	30,0	20	8	22	10	28,7	18	9,8
	22	35,1	33,0	20	8	25	10	30,2	18	9,7
	25	39,6	37,5	23	8	28	10	35,4	21	12
	30	47,1	45,0	25	10	30	12	39,7	22,5	12

Taula 5. Característiques geomètriques de l'engranatge cònic de dents rectes.[FONT: Transmisiones Zaragoza S.L]

I la seva qualitat és de *Qv = 6* (qualitat estàndard commercial).

L'anàlisi d'esforços en les dents dels engranatges cònics es semblant al presentat per engranatges cilíndrics rectes. L'esforç flexionant màxim (en psi) es dona en l'arrel de la dent, i seguint l'estàndard *ANSI/AGMA 2005--D03 Design Manual for Bevel Gears* es té:

$$\sigma = \frac{F_t}{F \cdot J} \cdot P_D \cdot \frac{K_o \cdot K_s \cdot K_m}{K_V}$$

La majoria de termes han estat explicats en el capítol 4. Les noves variables com PD o F fan referencia a dimensions geomètriques. Aquestes es poden veure en la Figura 43.

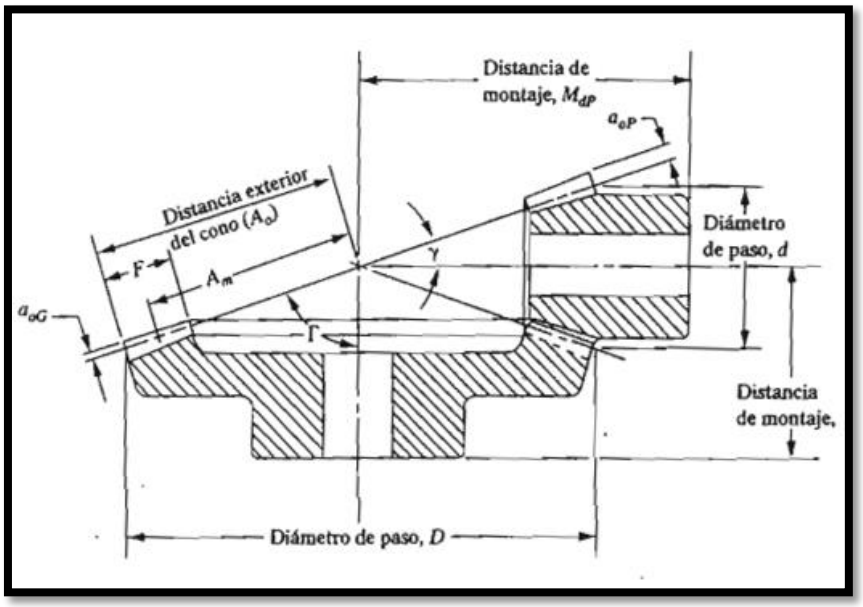


Figura 43. Dimensions principals d'un parell d'engranatges cònics amb dents rectes.

Degut a que alguns termes s'han d'avaluar d'una forma una mica diferent a la del capítol 4, a continuació es procedirà a explicar-los:

F_t continua sent la força tangencial (en libres) amb el mateix valor anterior:

$$F_t = 1105{,}5\ N = 245{,}5262\ lb$$

P_D és el diàmetre de pas (en polzades), i segons el catàleg del proveïdor:

$$P_D = 30\ mm = 1{,}1811\ in$$

K_O és el factor de sobrecàrrega. Contemplant que el sistema motor és fix i no té interferències, i que la cadira no produirà cops forts a la part mecànica, es pot entrar a taules i trobar el valor de K_o:

	Máquina impulsada			
Fuente de potencia	Uniforme	Choque ligero	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75
Choque ligero	1.20	1.40	1.75	2.25
Choque moderado	1.30	1.70	2.00	2.75

Figura 44. Factor de sobrecàrrega Ko. [FONT:AGMA 6010]

$$K_o = 1{,}25$$

K_V és el factor dinàmic. Tenint en compte un radi primitiu de l'engranatge de 22,5 mm i una velocitat de gir de 19,4 min^{-1}, la velocitat lineal màxima serà de 0,44 m/s. La qualitat de l'engranatge és de sis punts (*Qv=6)*. Entrant a les taules proporcionades per l'estàndard AGMA 2001-C95 amb aquestes dades es troba el valor de K_V.

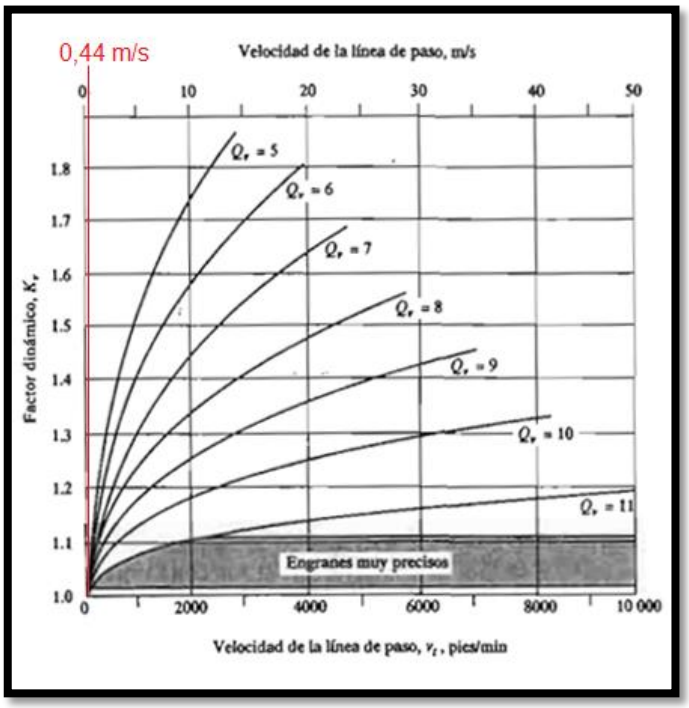


Figura 45. Factor Kv. [FONT: AGMA 6010]

$$K_V = 1$$

Ks és el factor de mida. Per a engranatges petits es recomana el valor unitari.

$$K_S = 1$$

Km és el factor de distribució de càrrega per a engranatges cònics.

Tipo de engrane	Ambos engranes montados en pórtico	Un engrane montado en pórtico	Ningún engrane montado en pórtico
Calidad comercial general	1.44	1.58	1.80
Engrane comercial de alta calidad	1.20	1.32	1.50

Figura 46. Factor de distribució de càrrega Km per a engranatges cònics. [FONT: AGMA 6010]

$$K_m = 1{,}58$$

F és l'amplada de la cara de la dent. Segons el catàleg del proveïdor:

$$F = 10\ mm$$

J és el factor de geometria, en el cas d'estudi, per a engranatges cònics amb un angle de pressió de 20º.

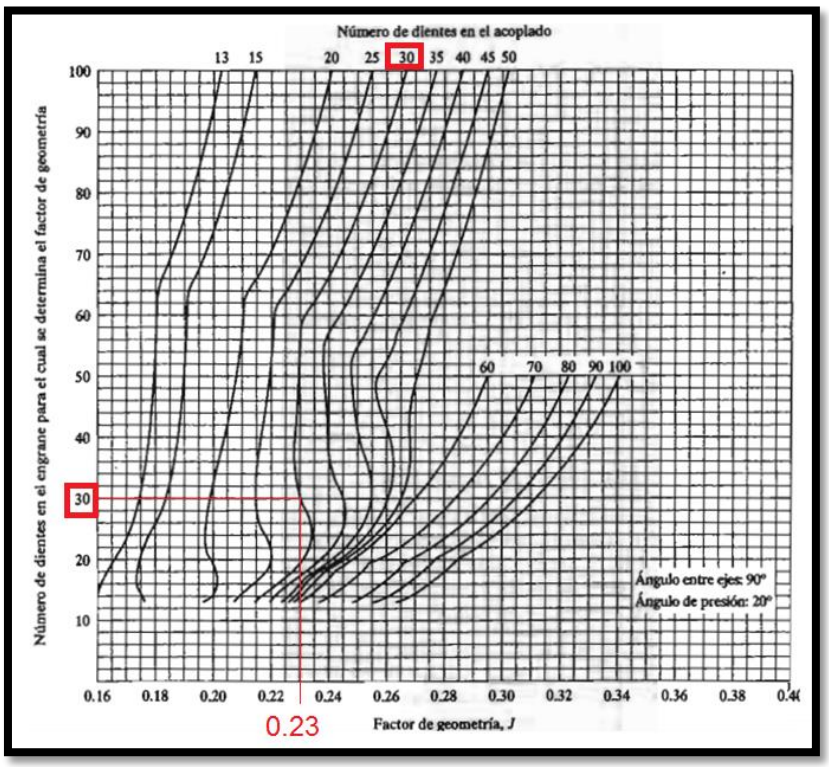


Figura 47. Factor de geometria, J, per a engranatges cònics rectes amb angle de pressió de 20º. AGMA 6010-F97[]

$$J = 0.23$$

Es substitueixen els valors trobats, amb les taules empíriques, en l'equació de la tensió anterior:

$$\sigma = \frac{F_t}{F \cdot J} \cdot P_D \cdot \frac{K_o \cdot K_s \cdot K_m}{K_V} = \frac{248{,}52 \cdot 1{,}1811 \cdot 1{,}25 \cdot 1 \cdot 1{,}58}{0{,}3937 \cdot 0{,}23 \cdot 1} = 6402{,}52\ psi$$

En sistema mètric, la tensió de treball és:

$$\boxed{\sigma = 44{,}142\ MPa}$$

La tensió admissible per a un acer AISI C-40 de duresa 235 HB, segons la taula AGMA 2001-C95:

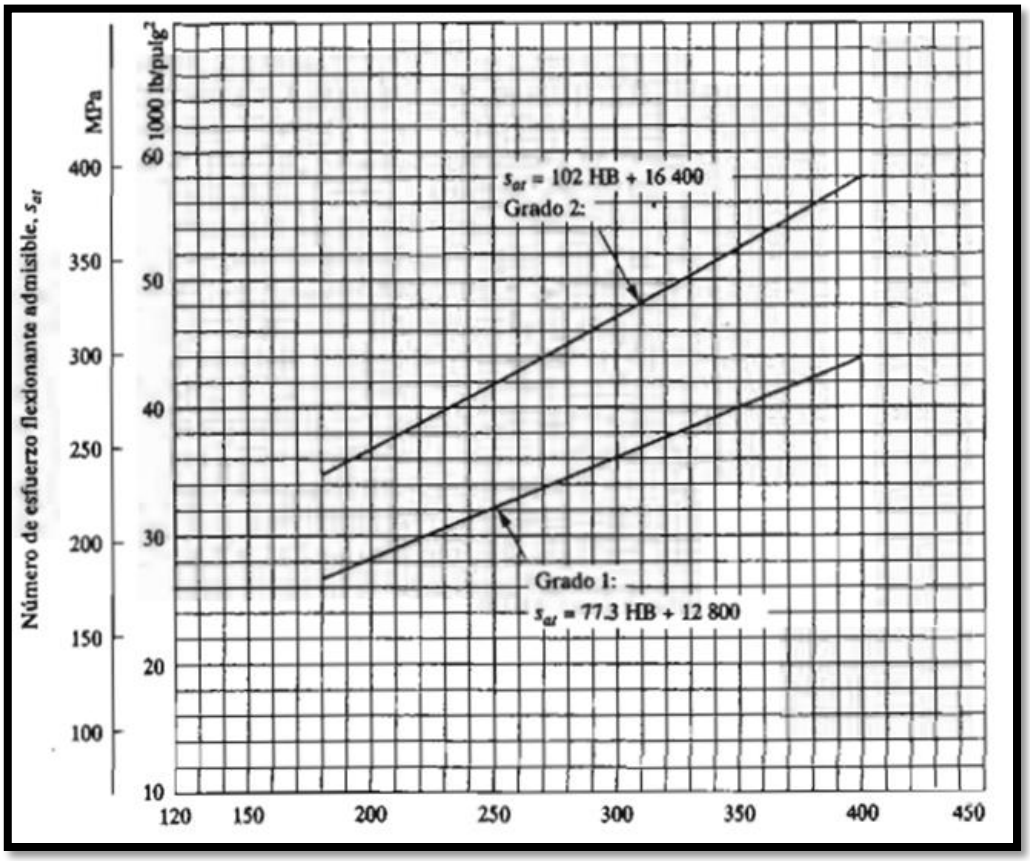


Figura 48. Tensió de flexió admissible per engranatges cònics de dents rectes fets amb acers. [FONT: AGMA 2011-C-95]

$$\sigma_{adm} = 77{,}3 \cdot 235 + 12800 = 30965{,}5\ psi$$

En sistema mètric:

$$\sigma_{adm} = 213{,}5\ MPa$$

Es compleix la condició que indica la viabilitat d'aquests engranatges:

$$\boldsymbol{\sigma_{treball} < \sigma_{adm}} \qquad \boldsymbol{44{,}14\ MPa < 213{,}5\ MPa}$$

Els càlculs de resistència a la fatiga es poden aprofitar del capítol 4 ja que els coeficients de confiabilitat, temps de funcionament, etc, són els mateixos.

11 COMPORTAMENT DEL XASSÍS

La part posterior de la placa està sotmesa a esforços de compressió i vinclament. Seran aquests esforços els que s'analitzaran durant el capítol actual ja que són els més importants en quan a magnitud.

La força transmesa per l'eix conduit a l'estructura EST-01 és una càrrega en sentit vertical ascendent amb mòdul 1105,5 N. La distància entre l'eix conduit i el passador extern és de 187 mm tal i com es pot veure en laFigura 49.

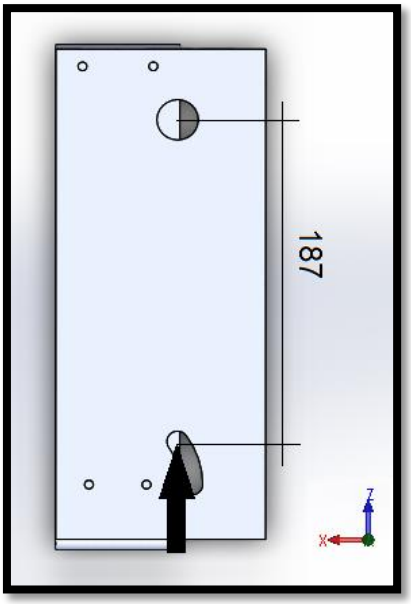


Figura 49. Distància entre l'eix conduit, en la posició de transmissió de potencia, i el passador extern. [FONT:Pròpia]

La base de la xapa és de 119x3 mm i està fabricada amb acer AISI 316, el qual té un límit elàstic de 172 MPa i un mòdul elàstic de 190GPa.Tenint en compte que la rotació està permesa pel peu de l'aparell, i en funció de les anteriors dades, es pot calcular la tensió màxima a compressió:

$$\sigma_C = \frac{F}{A} \cdot FS = \frac{1105{,}5}{119 \cdot 3} \cdot 2{,}5 = \ 7{,}75\ MPa$$

L'esforç simple de compressió no supera el límit elàstic del material. Per tant l'estructura el suportarà sense problema.

A continuació es calcula la resistència al vinclament pel mètode Eulerià.

La inèrcia mínima es troba sobre l'eix z i té un valor de:

$$I_{min} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{119{,}5 \cdot 3^3}{12} = 268{,}875\ mm^4$$

La longitud equivalent és igual a la longitud real ja que el sistema no té restringit el gir. Per tan, la càrrega crítica serà igual a:

$$P_{Cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{l_{eq}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 190 \cdot 10^3 \cdot 268{,}875}{187^2} = 14{,}4185\ KN$$

Per validar el càlcul s'ha de comprovar que s'està treballant en el context d'hipòtesis inicials d'Euler. Això es verifica si es compleixen les següents condicions:

- $\sigma_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2} < \sigma_{adm}$
- $\lambda_o > \sqrt{\pi^2 \cdot \frac{E}{\sigma_{adm}}} = \lambda_{limit}$

Primer es calcula l'esveltesa mecànica:

$$\lambda_o = \frac{L_{eq}}{\sqrt{\frac{I_{min}}{A}}} = \frac{187}{\sqrt{\frac{268{,}875}{(119 \cdot 3)}}} = 215{,}48\ mm$$

La tensió crítica d'Euler es calcula com:

$$\sigma_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2} = \pi^2 \cdot \frac{190 \cdot 10^3}{215{,}48^2} = 40{,}39\ MPa$$

Per tant, es valida la primera condició:

$$\sigma_{cr} < \sigma_{adm} \quad \Leftrightarrow \quad 40{,}39\ MPa < 210\ MPa$$

En quant a la segona condició, l'esveltesa límit es calcula com:

$$\lambda_{limit} = \sqrt{\pi^2 \cdot \frac{E}{\sigma_{adm}}} = \sqrt{\pi^2 \cdot \frac{190 \cdot 10^3}{210}} = 94{,}498$$

Amb aquest resultat es comprova la segona condició:

$$\lambda_o > \lambda_{limit} \quad \Leftrightarrow \quad 215{,}48\ mm > 94{,}498\ mm$$

Finalment es conclou que els càlculs obtinguts són vàlids i per tant, la part posterior de l'estructura EST-01 mantindrà l'estabilitat elàstica.

12 ENTREVISTES AMB ELS USUARIS

Un bon producte és aquell que s'adapta millor a les necessitats, gustos i suggeriments dels usuaris. I per tal d'aconseguir dissenyar un aparell que s'ajusti a aquesta definició, s'ha portat a terme una sèrie d'entrevistes a persones que són usuàries habituals de cadires de rodes motoritzades.

El perfil de les persones entrevistades ha estat molt divers. Les edats, en general, es comprenen en el rang de 35 a 70. En quant a les malalties, s'han trobat de diferents tipologies, des de la distròfia muscular avançada fins a l'amputació dels dos membres a causa d'un accident de trànsit. Cal dir, que no s'ha registrat ni els noms, ni les afeccions ja que no era l'objectiu de les entrevistes. Per tant, la majoria d'aquestes són anònimes, exceptuant la de la Montserrat que va donar autorització expressa per publicar l'entrevista.

El format de les preguntes no respon a un sistema tipus test. Per contra es van idear preguntes que permetessin als usuaris esplaiar-se en les seves respostes. D'aquesta maneres s'obté molta més informació. Les entrevistes es van realitzar per telèfon (la majoria) i algunes cara a cara. Per tal de contactar amb el col·lectiu, es va partir d'associacions com Prou-barreres (Terrassa), entre d'altres.
La redacció segueix un patró lògic. En primer lloc es presenta el model d'entrevista emprat amb els usuaris. A continuació es detalla l'anàlisi de les respostes, agrupant les contestacions en gràfics visuals. Finalment es mostra una entrevista real transcrita en paper.

12.1 Preguntes de la enquesta/entrevista

1. **Quines són les característiques bàsiques alhora d'escollir una cadira de rodes motoritzada? Estabilitat, preu, estètica, seient, bateries, velocitat o rodes?**

2. **Quines són les principals marques dominants en el mercat que vostè coneix?**

3. **Amb quina freqüència canvia de cadira?**

4. **Amb quina freqüència canvia els components de la cadira?**

5. **Quins son els components que mes ràpid es desgasten?**

6. **En quin medi es basa alhora de buscar informació per una futura compra d'una cadira?**

7. **Quina influencia té el <u>preu</u> de la cadira en relació a l'elecció entre diversos models (del 1 al 10)?**

8. **Quina influencia té la comoditat de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?**

9. **Quina influencia té l'estètica de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?**

10. **Quina influencia té la capacitat elevadora del seient de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?**

11. **Quina influencia té l'autonomia de les bateries en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?**

12. Quina influencia té la geometria (volum) de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?

13. Quina influencia té la velocitat de trasllat de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?

14. Quina influencia té la capacitat de càrrega de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?

15. Quina influencia té la portabilitat (pes, muntatge i dessasamblatge) de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?

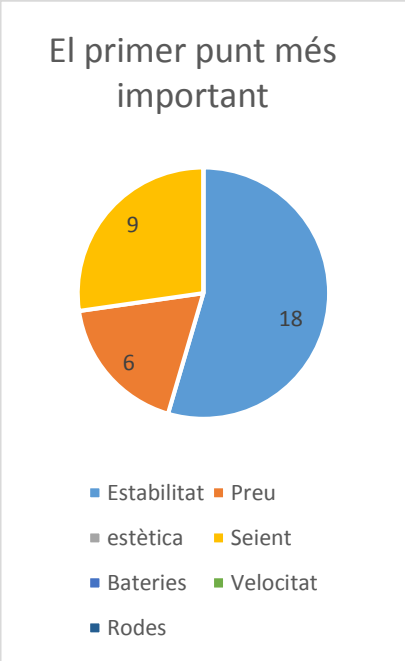
2.1 Quina és la quantitat que estaria disposada a pagar per un sistema que permetés salvar desnivells?

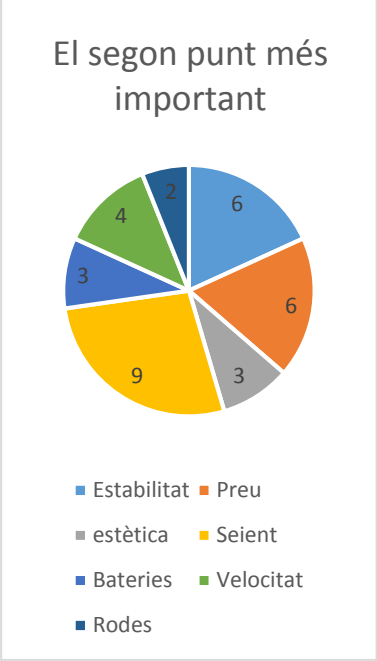
2.2 El sistema hauria de ser automàtic, semiautomàtic o manual?

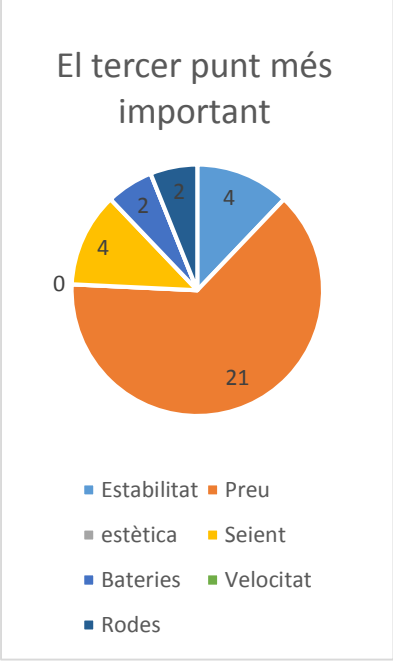
2.3 On t'agradaria poder adquirir el producte si aquest fos adaptable a cadires ja existents?

12.2 *Preguntes genèriques sobre les cadires de rodes, usos i gustos*

1. **Quines són les característiques bàsiques alhora d'escollir una cadira de rodes motoritzada? Estabilitat, preu, estètica, seient, bateries, velocitat o rodes?**







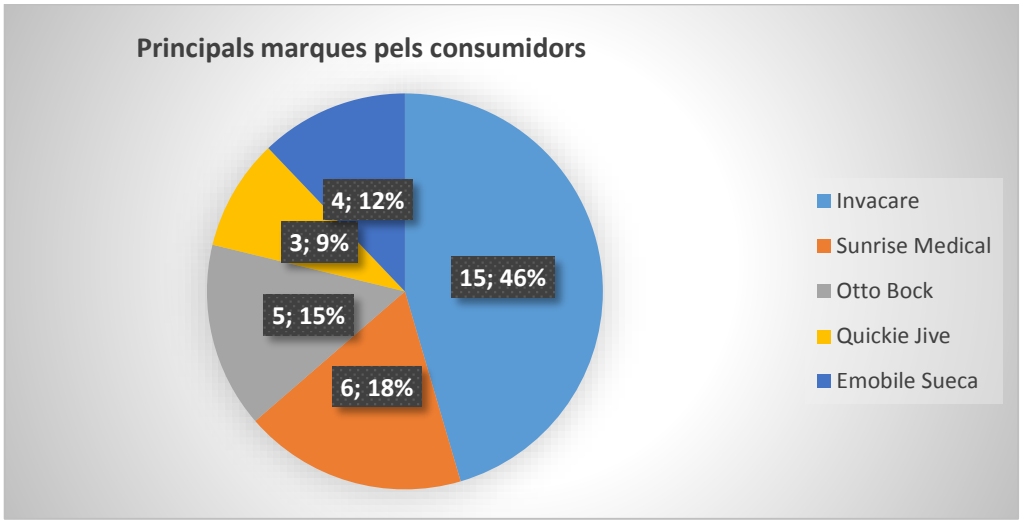
Com es pot apreciar en el primer gràfic, més de la meitat d'usuaris valoren com a primera prioritat l'estabilitat de la cadira (seguretat) enfront de les altres característiques. També existeix un gran grup (9) que es fixen directament en la comoditat del seient. Finalment es pot observar com un quart dels entrevistats valoren el preu com la característica més important.

En segon lloc es destaca la comoditat del seient i el preu (el qual oscil·la, en general, entre els 2.500 € i els 7.000€). També destaca el conjunt d'usuaris (10%) que valoren l'estètica per sobre de les altres propietats o la velocitat de trasllat.

Com a tercer lloc, els entrevistats han triat el preu com a factor important. Després es divideixen entre l'estabilitat, el preu, les rodes i les bateries de forma més o menys equitativa.

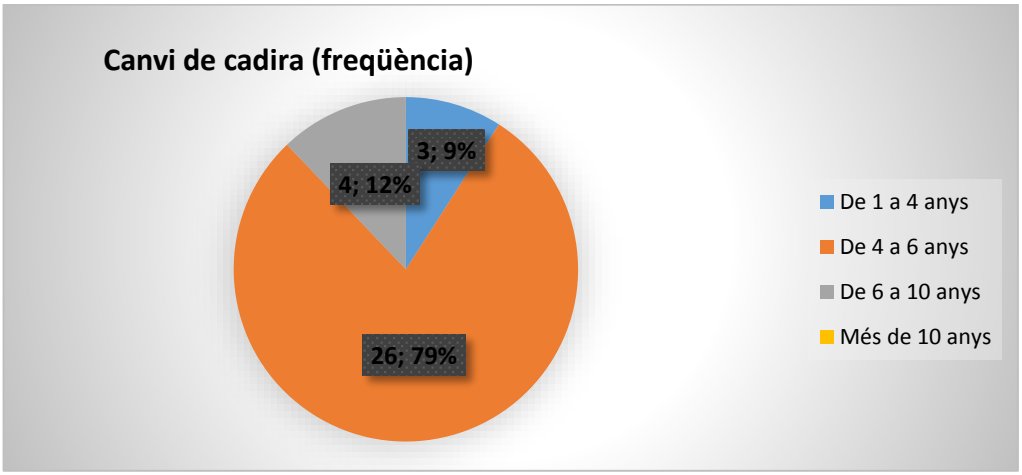
Més endavant es demanaran valoracions individuals de cada característica, sense relacionar-les amb les altres.

2. Quines són les principals marques dominants en el mercat que vostè coneix?



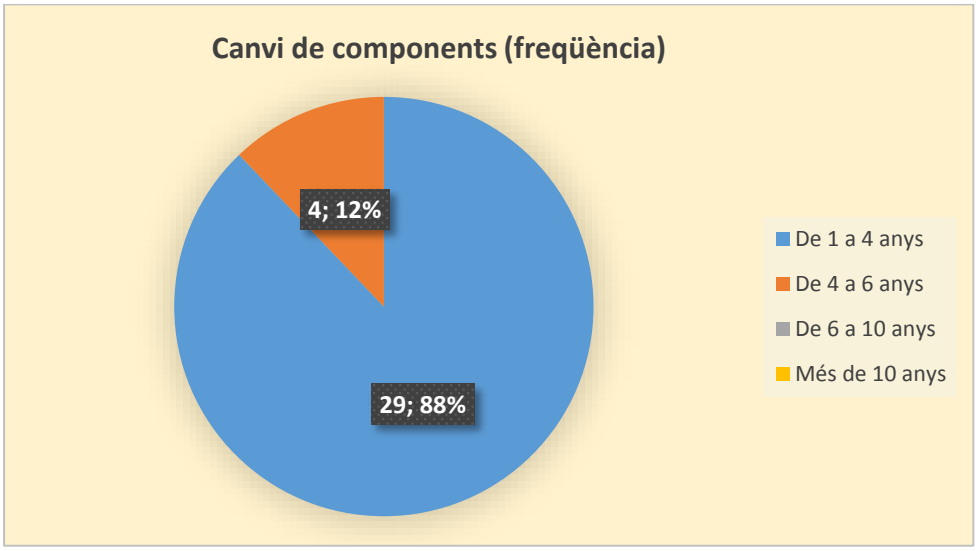
La principal marca anomenada pels usuaris és Invacare, seguit de Sunrise Medical i Otto Bock.

3. Amb quina freqüència canvia de cadira?



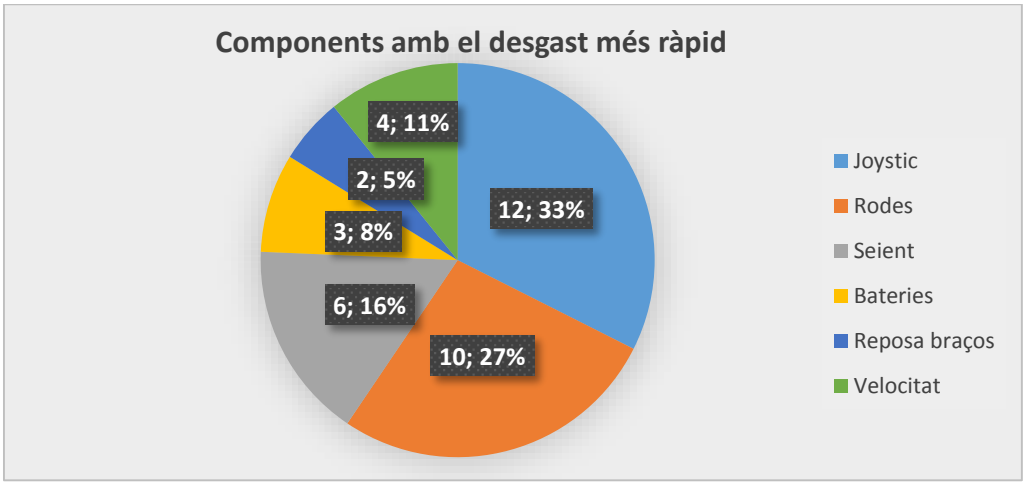
La majoria d'usuaris canvia la cadira entre els 4 i 6 anys d'utilització. Aquest fet es pot relacionar amb la subvenció que realitza l'estat espanyol a certes persones (les que requereixen de tercera persona i superen el barem de mobilitat). L'ajut correspon a 3000 € que pot ser emprat en canviar la cadira. A més, cal dir que la majoria de components duran entre 3 i 4 anys (rodes, joystic, tapisseria, etc.), fet que pot influir en la decisió de canvi de cadira.

4. Amb quina freqüència canvia els components de la cadira?



Com s'ha comentat anteriorment, la majoria d'usuaris canvien els components als 3 anys, ja que al cinquè any (i amb l'ajuda de la subvenció) es canvien la cadira.

5. Quins son els components que mes ràpid es desgasten?



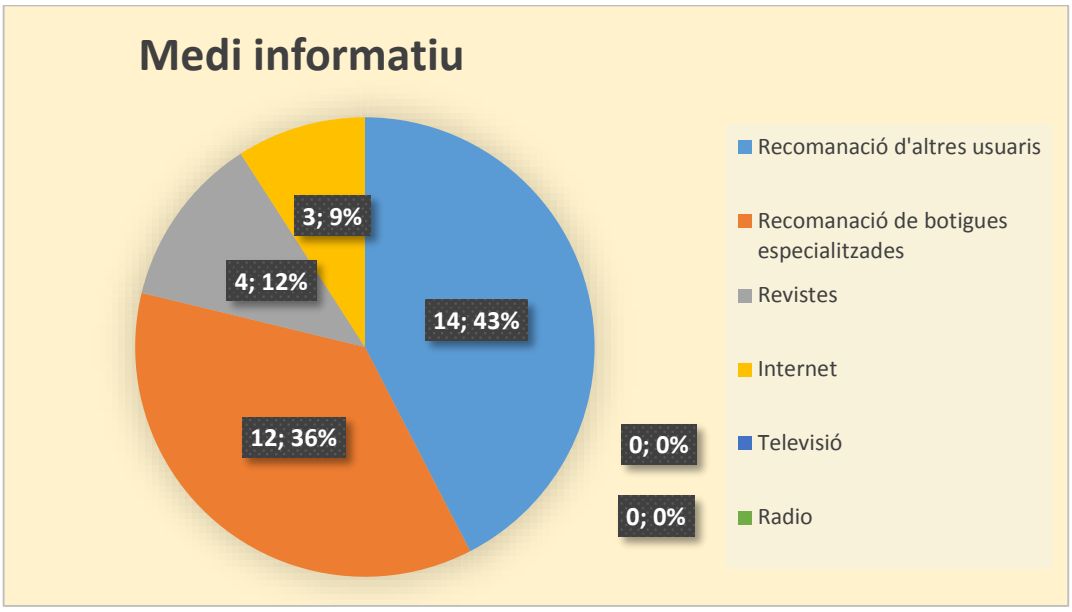
Un terç dels entrevistats ha destacat el joystic de control de posició i velocitat com l'element més fràgil. L'ús intensiu i la delicadesa de les connexions elèctriques poden ser la causa.

Com a segon element amb el major desgast es destacant les rodes. La majoria d'usuaris prefereixen les rodes amb cambra d'aire ja que atorguen major esmorteïment, tot i això es desgasten molt més que les rodes dures (sense aire).

Finalment, el seient és l'element amb més desgast. Cal destacar que moltes marques no venen recanvis de seient, i són els propis usuaris que han d'acudir a tallers mecànics per a realitzar un canvi de gomaescuma i de tapisseria.

Aquests factors han estat força criticats des d'una vessant negativa, i són exemples a evitar en el disseny de l'aparell.

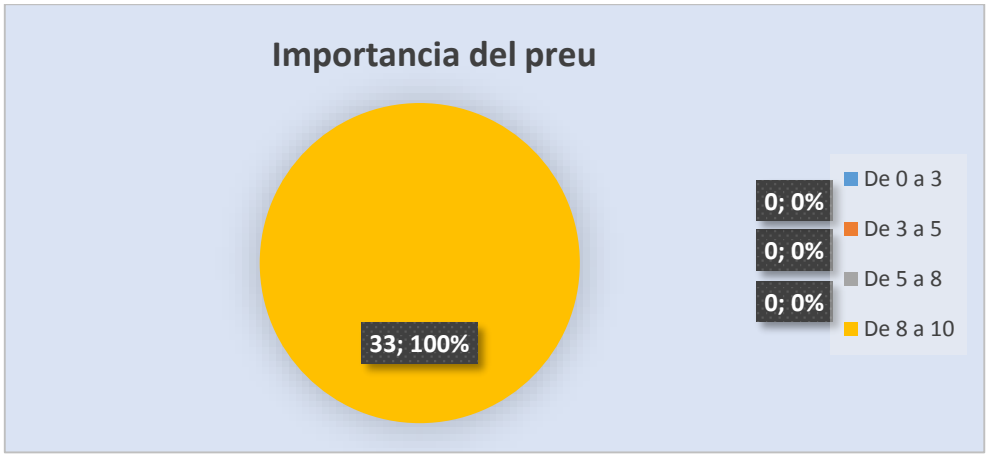
6. En quin medi es basa alhora de buscar informació per una futura compra d'una cadira?



La gran majoria dels entrevistats afirmen que el seu medi informatiu són altres persones, en major mesura altres usuaris. És interessant tenir en compte aquesta peculiaritat ,ja que podria servir com a punt de partida de la difusió de l'aparell.

És destacable que els medis més comuns per transmetre anuncis (televisió i radio), no emeten anuncis per a persones amb discapacitat.

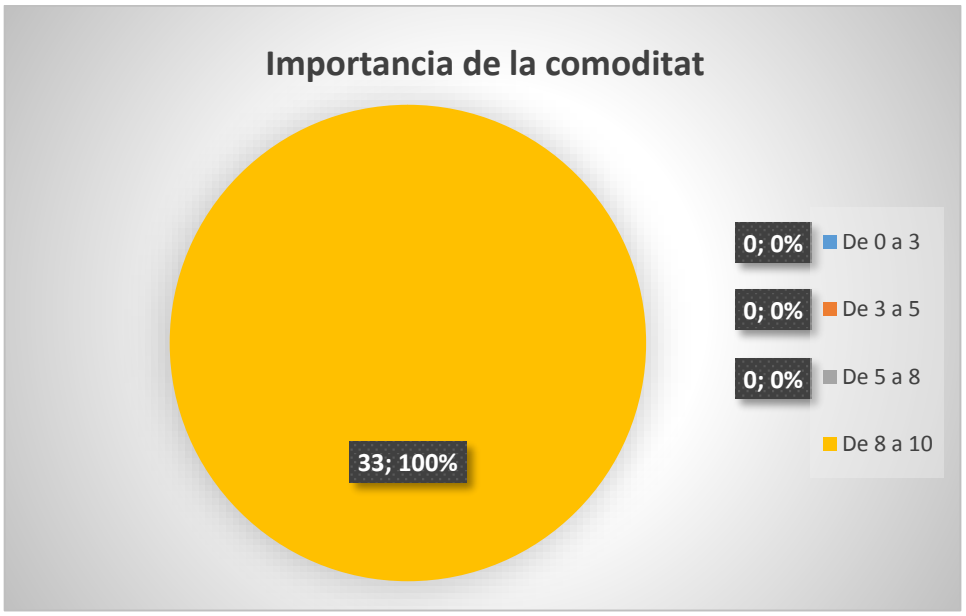
7. Quina influencia té el preu de la cadira en relació a l'elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



A diferencia de les primeres preguntes, ara es demana que es valori de forma individual les característiques més importants.

En quant al preu, el 100 % dels entrevistats afirmen que té una importància de 8 a 10, però quan es va demanar comparar el preu entre altres característiques, els usuaris van triar el preu com a tercer element en ordre d'importància.

8. Quina influencia té la comoditat de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?

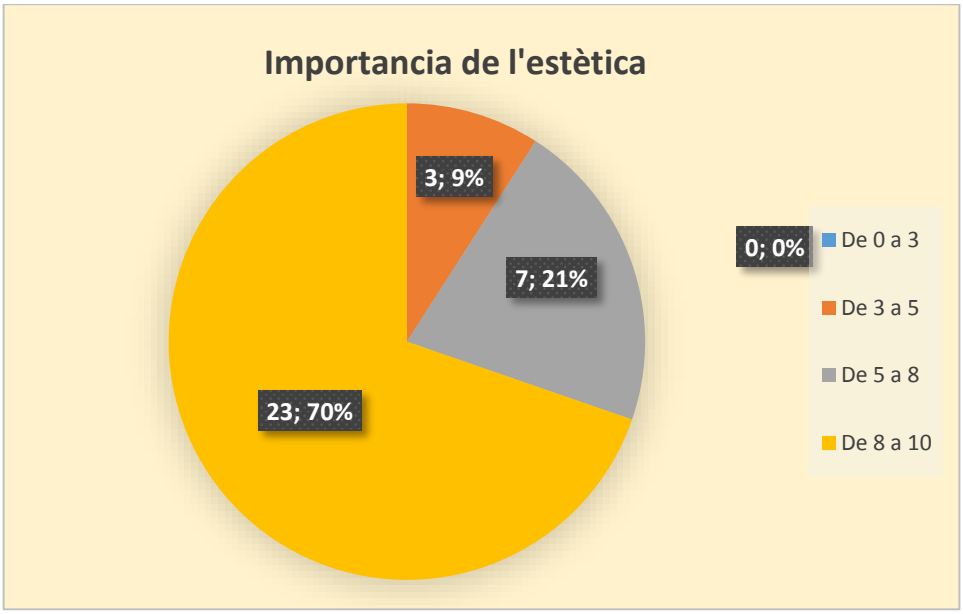


Novament, el 100% dels usuàries afirmen que és de vital importància la comoditat del seient. En aquest punt, és interessar conèixer que varies persones varen destacar el fet de tenir un seient que recollís la postura de les cames de forma digne, ja que hi ha configuracions de cadires que obren les cames de forma poc elegant.

D'altres usuaris destaquen que no és tanta la comoditat sinó el fet de que el seient no provoqui pressions en certes zones de les cames per tal d'evitar problemes de circulació.

Comparant l'estadística d'aquesta pregunta amb la número 1, es pot intuir molta correlació entre les respostes, ja que la comoditat del seient té molt de pes en les respostes dels usuaris com a element més important.

9. Quina influencia té l'estètica de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



Les respostes a aquesta pregunta no han estat unànimes com en les anteriors. Hi ha un gran grup (70%) que valora molt l'estètica, que es correspon amb les contestacions de la pregunta número 1, quan un 10% dels entrevistats valoraven l'estètica com a segon tret més importants.

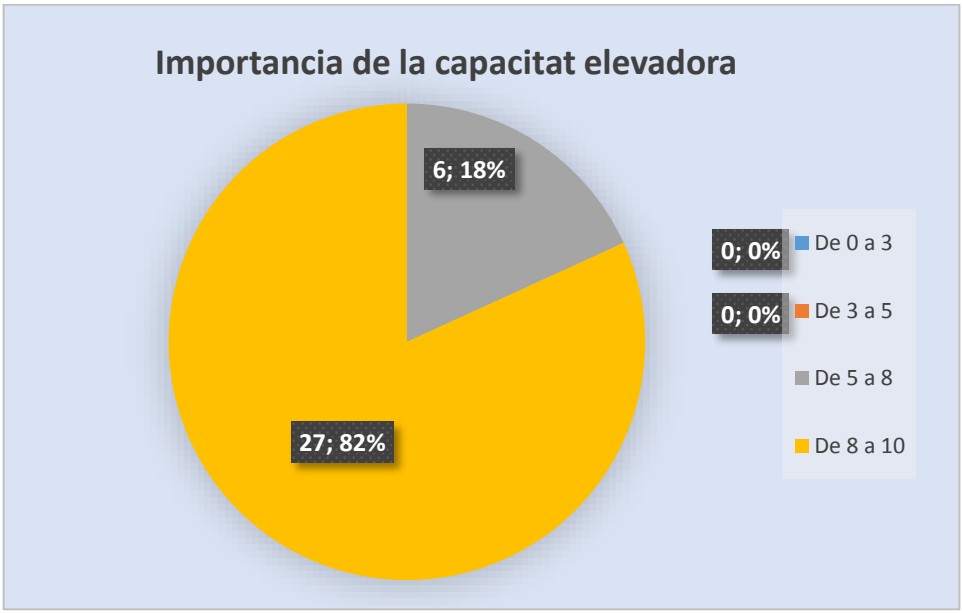
Existeix un 21% que han valorat la importància entre un 5 i un 8. La consideren rellevant però tenen altres prioritats.

Finalment, hi ha un petit grup (6%) li resta molta importància a l'estètica. Alguns comentaris d'aquests entrevistats van ser:

- "Eso me da igual, la mayoría son feas y bastante armatostes".
- "Mentre funcioni bé l'estètica es lo de menys, tampoc vull un ferrari"
- "... hay gente que hasta las tunea, pero para mí lo importante es que sea estable, sin mucho traqueteo".

Aquests són petits exemples de persones que prefereixen la practicitat davant de la pròpia estètica de la cadira.

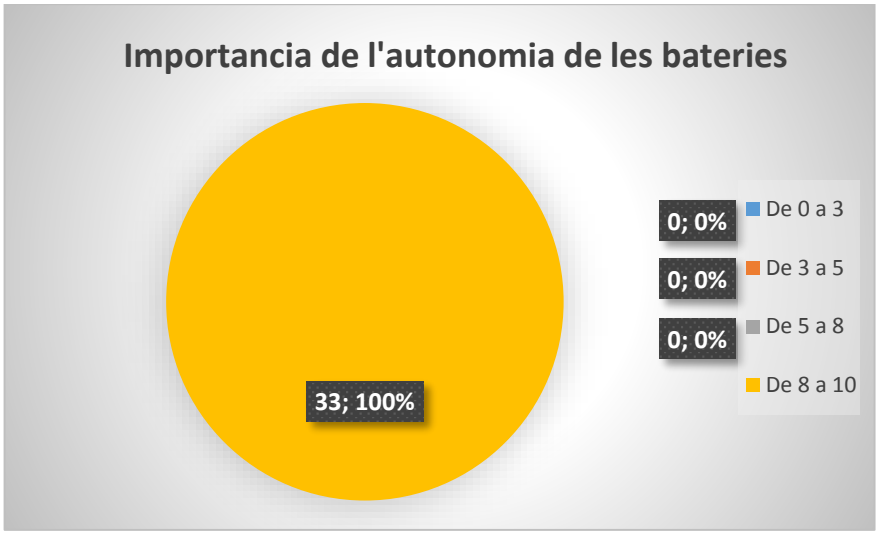
10. Quina influencia té la capacitat elevadora del seient de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



D'aquesta pregunta cal destacar el 18% que ha contestar que té una importància mitjana. Molts d'ells consideren que l'augment de preu de la cadira no val la capacitat d'elevar 5 o 10 centímetres. A més, la majoria d'ells disposaven d'ajudants durant moltes hores al dia.

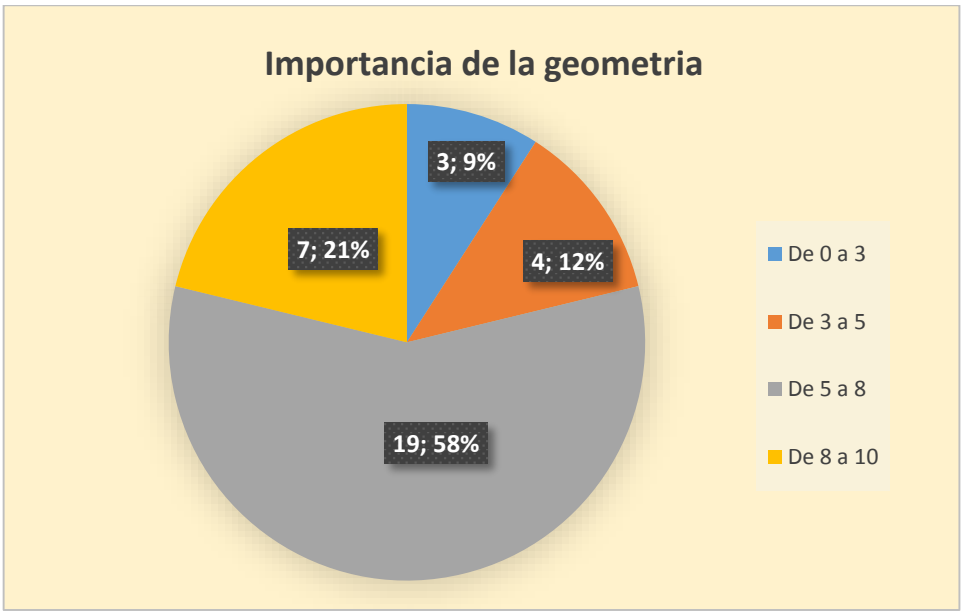
Per contra, la majoria de persones que no tenen aquestes ajudes, diuen que el fet de poder elevar-se sempre ajuda i facilita la vida, ja que fora de les seves cases, les coses no estan adaptades pel seu col·lectiu.

11. Quina influencia té l'autonomia de les bateries en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



El 100% afirma que és importantíssima la duració de les bateries. A més, expliquen que moltes vegades han de planificar què volen fer durant el dia ja que depenen del seu nivell de càrrega per poder moure's per la ciutat.

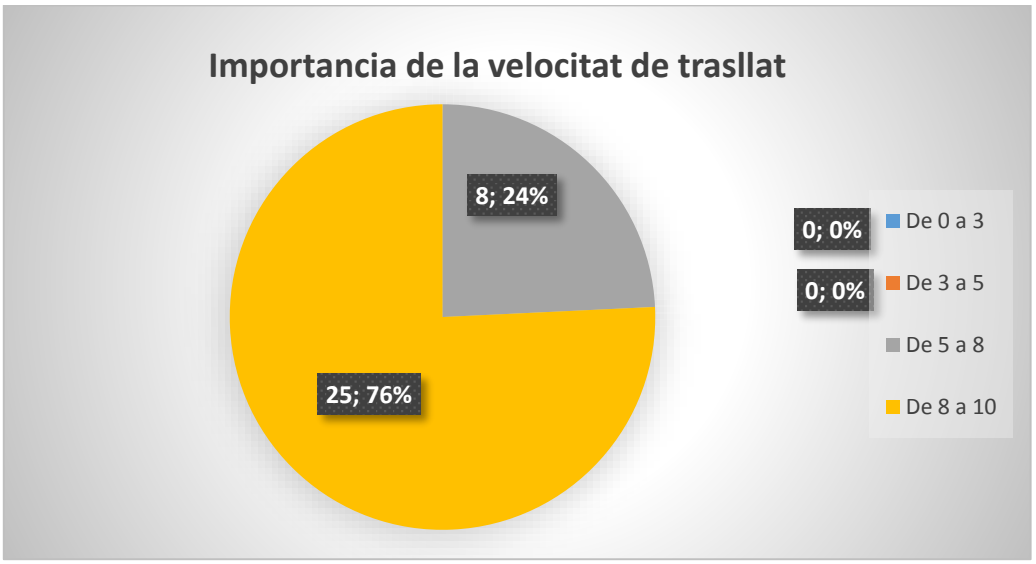
12. Quina influencia té la geometria (volum) de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



El 58% afirmen que és important, però no de vital importància. Afirmen que totes les cadires del mercat compleixen unes mesures límit, per tant, de major o menor mesura, totes tenen els mateixos radis de gir. Però, de poder escollir, preferirien tenir un radi de gir menor, i una amplada més petita. Alguns arguments són que es troben en situacions on elements del mobiliari urbà no segueixen les normatives, sobretot en els parcs, on els bancs solen estar molt a prop dels caixons que resguarden arbres o flors, i impedeixen el pas directe.

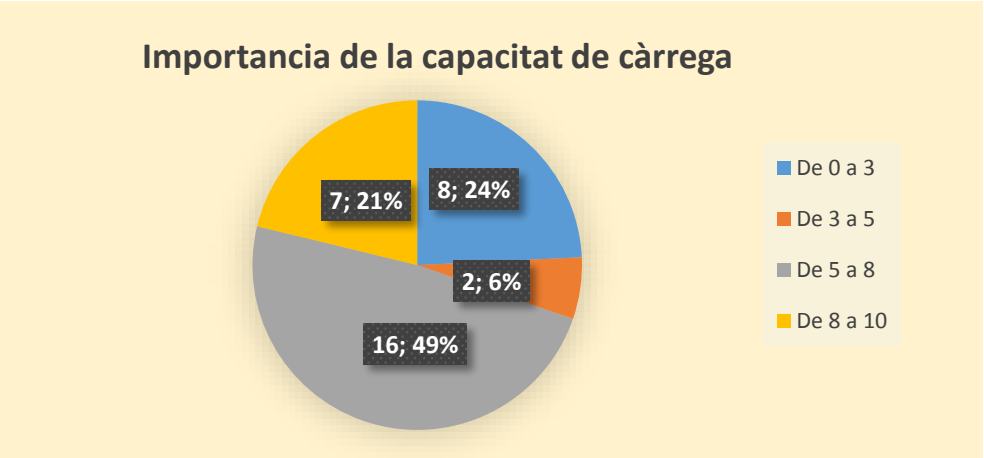
En quant a la dificultat de trobar un espai per guardar la cadira, la gran majoria no considera que sigui un gran problema.

13. Quina influencia té la velocitat de trasllat de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



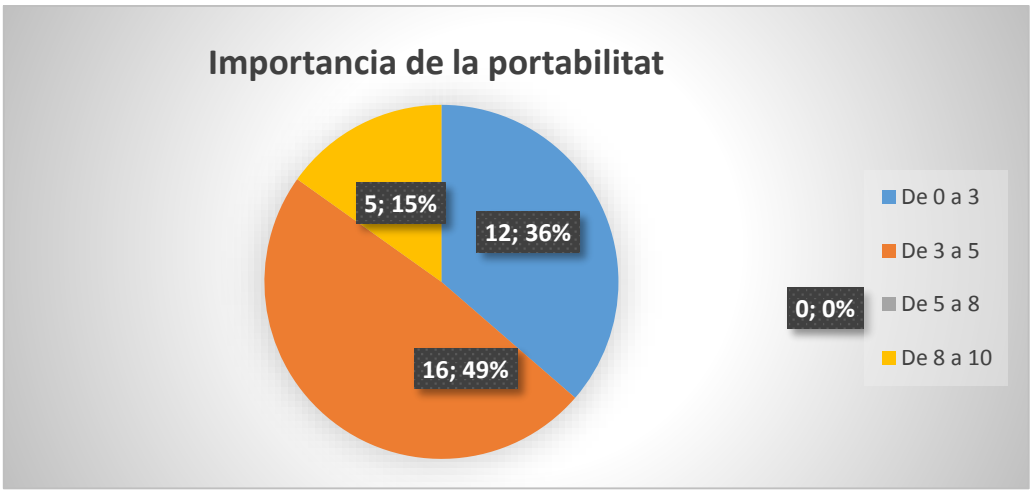
Un 24% afirma que la importància de la velocitat de trasllat es situa entre 5 i 8 punts. Argumenten que no hi ha gran diferencia de velocitats entre els diferents models del mercat i que estan acostumats a les velocitats a les que es mouen.

14. Quina influencia té la capacitat de càrrega de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



Es troben diferents graus de resposta. Un 49% afirmen, de forma empàtica, que és important ja que un gran nombre d'aquest col·lectiu presenta sobrepès. Tot i això, la majoria comenta que no es fixe gaire en aquest punt.

15. Quina influencia té la portabilitat (pes, muntatge i dessasamblatge) de la cadira en relació a la elecció entre diversos models (del 1 al 10)?



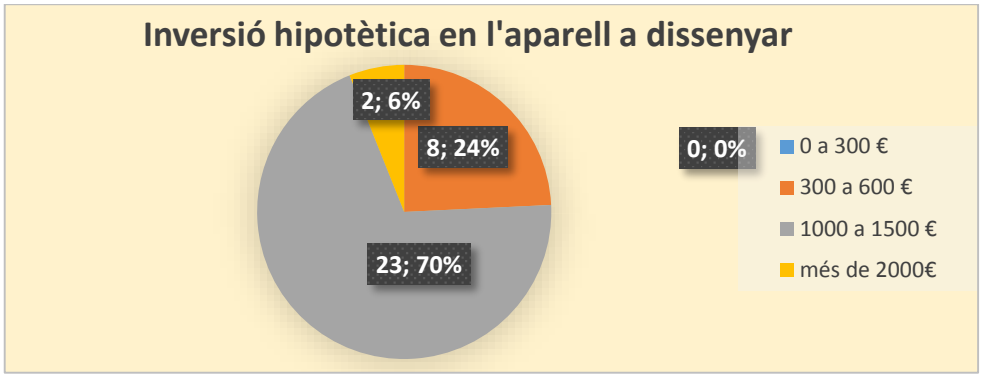
La majoria dels entrevistats (85%) afirmen que té poca o cap importància. La argumentació més repetida és que ells no manipulen la cadira, ho fan els serveis tècnics de les ortopèdies, i per tant no precisen de desmuntar cap part.

En contra, existeix un petit grup que tenen furgonetes adaptades per poder entrar amb la cadira i conduir. El 100% d'aquestes persones han contestat que és de molta importància (representen el 15%), ja que la cadira ocupa molt d'espai dins de la furgoneta i estaria molt be poder desmuntar el capçal, com a mínim, d'alguna part de forma senzilla.

12.3 Sistema de pujada

A continuació es presenten unes quantes preguntes hipotètiques sobre l'aparell a dissenyar. Es pressuposa que funciona a la perfecció (en quant a seguretat).

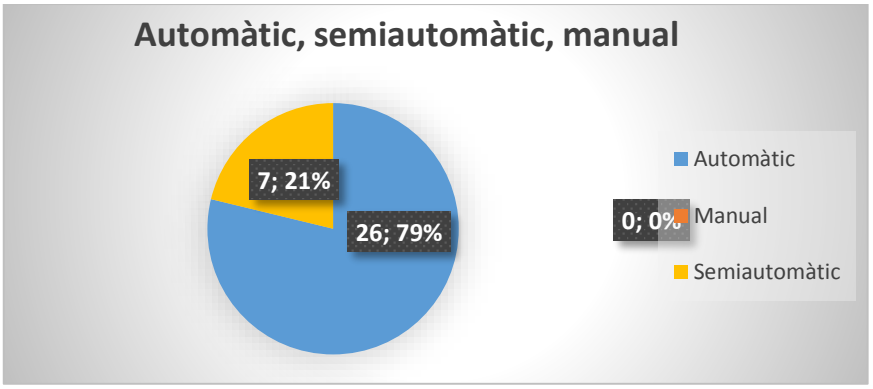
2.1 Quina és la quantitat que estaria disposada a pagar per un sistema que permetés salvar desnivells?



Com es pot apreciar, la majoria de persones veu de forma clara una inversió aproximada de mil euros. No es pot obviar que hi ha un 6 % que considera que la seva inversió màxima seria de sis-cents euros. Finalment, dues persones van contestar que no els importaria pagar dos mil o més euros per la cadira. Cal remarcar, que aquestes mateixes persones en la pregunta número 3 van contestar que canvien de cadira entre un i quatre anys.

Aquestes respostes es corresponen directament amb el nivell financer dels usuaris i els seus familiars (que sovint ajuden econòmicament, ja que adaptar una casa, un cotxe i una vida, surt car).

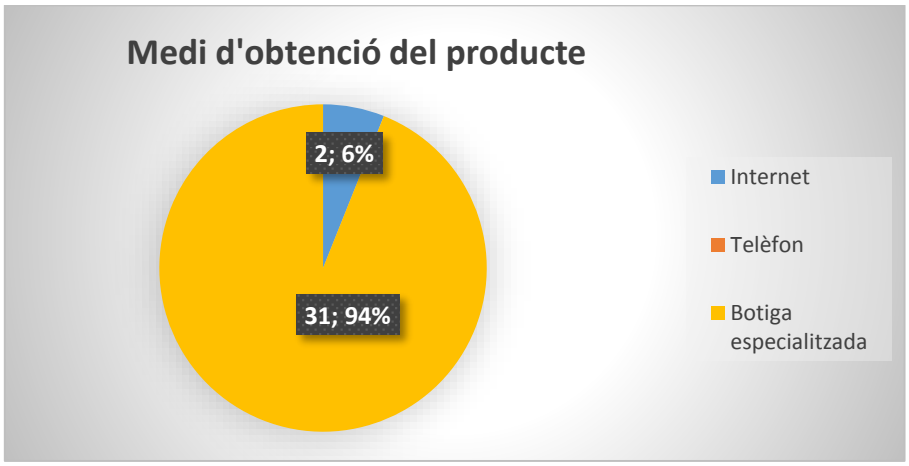
2.2 El sistema hauria de ser automàtic, semiautomàtic o manual?



La majoria dels usuaris contesten, sota la premissa de que el sistema és fiable i segur, que prefereixen que sigui completament automàtic. Molts dels entrevistats van comentar sobre el fet de no poder moure al 100% les mans ni el coll. Per tant, no podrien estar regulant la pujada de la cadira.

En canvi, un 21% prefereix que sigui semiautomàtic, amb la capacitat de poder regular d'alguna manera la pujada. El 100% d'aquestes persones no tenien problemes de mobilitat de cintura cap amunt.

2.3 On t'agradaria poder adquirir el producte si aquest fos adaptable a cadires ja existents?



La majoria d'entrevistats prefereixen adquirir el producte via botiga de confiança, ja que aquestes aporten un alt nivell de seguretat i garantia de funcionament. A demés, un segon punt important és l'assemblatge. Prefereixen que siguin els seus tallers habituals els que efectuïn l'acoblament del mecanisme.

També van haver dues persones que, acostumades a efectuar compres per internet, estarien disposades a comprar el producte mitjançant una website corporativa si el preu de venda fos menor que en la botiga.

En relació a aquesta pregunta, es va efectuar una altra en la mateixa línia:

- Preferiries comprar una cadira amb el sistema ja instal·lat, o per contra, comprar l'altra cadira i el sistema per separat i després assemblar-ho (el cost econòmic es menor)?
-

El 100% van contestar que preferirien que el sistema ja estigués disponible tot i pagar un extra en el preu.

12.4 Conclusions

A continuació es presenten les conclusions de les entrevistes i es relacionen amb possibles idees per tal de millorar el producte i adaptar-lo millor a les necessitats dels usuaris.

- Els usuaris de cadires de rodes valoren en primer lloc l'estabilitat de la cadira (Seguretat), seguit de la comoditat del seient i del preu. L'estètica i la velocitat són les següents característiques més valorades.

- *Invacare* ha estat destacada com la marca més coneguda pels usuaris.

- El canvi de cadira s'efectua entre els 4 i 6 anys. Els elements que més es desgasten són el *joysitic*, les rodes i el seient. El seu reemplaçament està al voltant dels 4 anys d'utilització, fet que pot donar una idea orientativa de la vida útil que hauria de tenir l'aparell.

- Els usuaris, per tal de buscar una nova cadira, es basen en les botigues especialitzades i en el contacte persona-persona. Es valora molt positivament les opinions d'altres usuaris sobre la pròpia cadira i l'anàlisi expert de la ortopèdia habitual.

- La capacitat elevadora del seient és molt valorada pel 80 % dels entrevistats. L'aparell podria elevar la cadira en casos en el que l'usuari ho necessités (sense fer un moviment rotatori conjunt al d'elevació).

- El volum de la cadira no té gaire important per a la majoria de persones, en canvi, l'estètica és un tret molt valorat. L'aparell hauria d'estar el més amagat possible, o bé, tenir una composició visual elegant i a conjunt amb la resta de components.

- L'autonomia de les bateries ha estat avaluada com a molt important. L'aparell hauria d'estar el màxim d'optimitzat en quant a potencia consumida. És important saber que la velocitat de trasllat no és un dels trets més importants, ja que en gran mesura totes les cadires, del mateix rang de preu, es desplacen a les mateixes velocitats. És per això que l'aparell hauria de prioritzar el consum energètic abans que la velocitat de trasllat.

- La hipotètica inversió econòmica, per part dels usuaris, en l'aparell estaria al voltant els 1000 o 1500 euros. Informació important alhora de relacionar el pressupost final amb possibles beneficis.

- El sistema hauria d'estar definit de sèrie en mode automàtic, però hauria de contemplar l'opció de semiautomàtic per alguns usuaris.

- El sistema de venda preferit es mitjançant botigues especialitzades (ortopèdies), i a poder ser, la cadira hauria de portar el sistema ja instal·lat. Tot i això, la majoria d'usuaris comprarien el sistema per a cadires ja adquirides amb menys de dos anys d'antiguitat.

13 DATASHEETS I ALTRES INFORMACIONS