



Treball de fi de màster

Títol: Origami a les matemàtiques de secundària.

Cognoms: Gutiérrez Viñuela

Nom: M.Mar

Titulació: Màster en Formació del Professorat d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes

Especialitat: Matemàtiques

Director/a: Eulàlia Cervera Macia

Data de lectura: 27 de Juny de 2013

ÍNDIX

INTRODUCCIÓ	4
Motivació.....	4
Una mica d'història.....	4
Origen asiàtic.....	4
Origen europeu.....	5
Simbologia.....	6
DEFINICIÓ I CONTEXT DEL PROBLEMA	7
Tecnologia sinònim d'innovació.....	7
Proves PISA i Proves de competències.....	8
Centre.....	9
DESCRIPCIÓ DE LA SOLUCIÓ	10
Centre.....	10
Parts del treball.....	10
Activitats per als alumnes.....	10
Recursos professors.....	11
Quatre sabaters.....	13
Dades activitat	13
Fitxa alumnat	14
Grues i granotes	16
Dades activitat	16
Fitxa alumnat	18
Hexaflexagon.....	20
Dades activitat	20
Fitxa alumnat	21
1 quadrat, 3 quadrats.....	22
Dades activitat	22
Fitxa alumnat	23
Punts mitjans.....	25
Dades activitat	25
Fitxa alumnat	26
Sòlids Platònics.....	28
Dades activitat	28
Fitxa alumnat	29
$ab/2$	32
Dades activitat	32
Fitxa alumnat	33
Nusos.....	34
Dades recurs	34
Moebius.....	35
Dades recurs	35
Tetraedre rotatori.....	36
Dades recurs	36
Paraboloide.....	37
Dades recurs	37
Din a.....	38
Dades recurs	38

RESULTATS	39
Hexaflexagon/ Nusos/ Moebius.....	39
Primer grup.....	39
Segon grup.....	41
 CONCLUSIONS	 42
Cerca d'informació.....	42
TFM.....	42
Aplicació a l'aula.....	42
 REFERÈNCIES	 44
Llibres.....	44
articles Físics.....	44
webs.....	44

INTRODUCCIÓ

MOTIVACIÓ

El motiu de plantejar material manipulatiu basat en el paper és degut a que és un recurs econòmic i que pot ajudar a trencar el ritme de classes convencionals.

Personalment fa molts anys que practico l'origami i la trobo una activitat entretinguda que no requereix d'un espai determinat ni una despesa elevada i que a la vegada dóna peu a reflexions sobre els passos i els resultats.

En fer les pràctiques al institut em va sorprendre les dificultats que els alumnes tenien per entendre conceptes o retenir-los. Principalment vaig estar a classes de 1r d'ESO, i tot i que preniem molt de temps explicant a pissarra i repetint els conceptes, a l'hora de fer una activitat on s'havia de dibuixar, retallar, en definitiva manipular, es perdien. Però tot i l'esforç que els suposava, eren les que demanaven més reflexió i utilització dels coneixements explicats i per tant les més enriquidores. D'altra banda, també era una manera de controlar que realment fessin l'activitat i no la poguessin copiar.

Per això vaig pensar que seria una bona idea introduir més activitats manipulatives que els ajudin a millorar la motricitat final, la reflexió necessària a mida que fan activitats, i trenquin el ritme de les classes habituals.

Hi ha moltes maneres de trencar el ritme de les sessions per mantenir l'interès a una classe, però aquesta és una forma de que, a banda de mantenir l'atenció, poguessin tenir quelcom més que un escrit a un full de paper. No cal un gran pressupost: n'hi ha prou amb que treguin un full de la carpeta de reciclar perquè puguin treballar en grup o individualment diferents conceptes matemàtics o la percepció espacial.

De fet, no calen molts coneixements per poder portar coses a classe que cridin l'atenció dels alumnes. En pocs minuts pots fer demostracions, o construccions modulars amb el grup classe. I això és el que més m'atreu. Que no només és un treball individual sinó que podem crear coses en grups i treballar les relacions a banda de matemàtiques.

UNA MICA D'HISTÒRIA

Crec que és necessari introduir d'on sorgeix l'origami i la papiroflèxia per veure com ha evolucionat, des d'uns orígens lligats a activitats lúdiques o la religió a usos actuals a la didàctica de matemàtiques. És important conèixer-ne els orígens per poder entendre la diferència que existeix entre dues paraules que s'acostumen a fer servir com a sinònims.

Per una banda tenim un origen asiàtic i per l'altra un d'uropeu, on Unamuno va tenir un pes important.

Origen asiàtic

Assegurar quin és l'origen no és fàcil. Hatori Koshiro, membre de la Japan Origami Academic Society, posa en dubte que tingui un origen tan antic com altres diuen.

Segons aquest historiador, les versions de que l'origen és a Xina al s.II a.C és degut a una mala interpretació del caràcter *zhi*, el qual, igual que *kami*, es refereix al paper com a escriptura, no al plegat.

De la mateixa manera afirma que, tot i que hi ha escrits¹ on es fa certa referència a construccions de paper a l'era Heian (794-1183), no és explícit que siguin creats a partir de paper plegat.

¹ Història Abe-no Seimei on un ocell fet de paper es converteix en un de real i a la història sobre Fujiwara-no Kiyosuke, qui envia una granota de mentida a la seva ex-nòvia.

De fet, no va ser fins la era Showa (1926 – 1989) que es fa servir la paraula origami per descriure el plegat de paper. Prèviament s'anomenava *orisue*, *orikata* o *orimono* depenent de l'època. Així doncs, no hem de buscar la paraula, sinó el concepte que defineix l'origami (*ori* significa plegar i *kami* paper, tot i que aquest últim caràcter és el mateix que Déu es pronuncia diferent).

El primer document on es té constància del plegat de paper data de l'era Tokugawa: és un poema escrit per Ihara Saikaku al 1680. Aquí es descriuen explícitament unes papallones de paper plegat utilitzades per embolicar ampolles de sake per a una boda.

De fet, no és estrany que l'origami es fes servir en cerimònies diverses. Durant molt anys era una tècnica habitual entre les cases de diferents samurais.

Tot i que al 1682 es fa referència a la grua de paper, és al 1797 quan apareix el *Senbazuru Orikata*, on apareixen instruccions de figures d'origami com la composició de 18 grues.

Una mica més tard, al 1845, al *Kayagarusa*² es presenten figures com granotes, cranc, etc. molt més complexes i amb necessitats de talls.

La grua ha estat des del primer moment un referent de l'origami japonès. Hi ha una llegenda que diu que qui plegui 1000 grues veurà concedit un desig. Malauradament aquesta llegenda es va fer famosa a partir de les bombes d'Hiroshima i Nagasaki a la Segona Guerra Mundial. Una nena anomenada Sadako amb leucèmia deguda a les bombes va començar a construir les 1000 grues, però va morir abans d'acabar-les. A l'actualitat hi ha un monument dedicat a aquesta nena on els visitants deixen grues.

Origen europeu

L'origen europeu està completament deslligat del japonès i les primeres figures no tenen cap relació. Sembla ser que els primers referents els trobem als plegats ornamentals dels tovallons dels banquets o dels certificats de bateig del s. XVI.

No obstant, la primera referència que tenim d'alguna figura de papiroflèxia és a l'obra de teatre *La duquessa de Malfi*. Representada al 1614 i publicada al 1623 trobem unes presons per mosques que és el que coneixem com a bombes d'aigües tradicionals.

Haurem d'avançar fins al 1818-1820 per a trobar les figures més antigues conservades. Es troben al Museu Nacional Alemany i al Museu de Saxon Folk Art, i són dos genets a cavall.

El s. XIX va esdevenir el segle de la difusió de la papiroflèxia a molts nivells.

Per una banda Miguel de Unamuno va practicar la cocotologia (com ell l'anomenava), la va difondre entre el seu cercle i va crear diverses figures. Ell no veia la papiroflèxia com quelcom reflexiu, si no que va procurar fer patent el costat més lúdic i divertit.

Per la banda didàctica Hatori Koshiro ens recorda que Friedrich Fröbel, creador de l'educació infantil, va implantar l'origami com a part de les activitats. Friedrich Fröbel va publicar les seves obres complertes, i allà podem trobar construccions que feia servir amb els alumnes per ensenyar la bellesa i la simetria que es poden trobar a la geometria amb el plegat de paper.

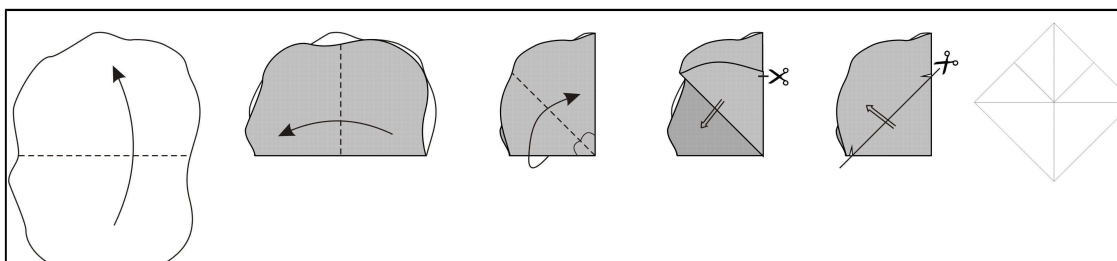


Fig. 1 creació d'un quadrat de Friedrich Fröbel

Aquest és el moment on la papiroflèxia i l'origami es barregen.

² Segons Hatori Koshiro acostuma a haver-hi un error de traducció i pot ser trobat amb el nom de Kan-no-mado.

SIMBOLOGIA

Per poder llegir ens ensenyen l'abecedari, de la mateixa manera que per poder fer papiroflèxia o origami necessitem saber el llenguatge que s'empra per a poder portar a bon terme les construccions que volem fer.

Akira Yoshizawa, considerat un dels mestres de l'origami, va ser un pioner en el plegat, creant un plegat humit que feia que les figures fossin més orgàniques i artístiques. No obstant, és recordat sobre tot per ser el primer a crear un codi comú al 1955 per a poder compartir la forma de plegar figures. Va diferenciar la simbologia pels plecs de valls i de muntanyes, i en va crear d'altres. Sis anys més tard, Samuel Randell va completar i popularitzar la simbologia coneguda amb el nom de Yoshikawa-Randell.

-----	Plegat vall
- - - - -	Plegat muntanya
→	Moure el paper en aquesta direcció
↶	Moure cap enrere
⇨	Treure, obrir
⇩	Ampliar
↘	Plegar
↻	Donar la volta al model
↶↷	Plegar i desplegar per marcar el plec
➤	Enfonsar, empènyer cap a endins
➤	Estendre les capes i apretar-les
.....	Vista raigs X

Fig. 2 simbologia bàsica

Com podem veure són símbols senzills i lògics que expliquen els passos sense paraules. Tot i això, no hem de patir per no recordar-ho tot. La majoria de llibres adjunten en una pàgina les instruccions i sempre podem tornar-hi per resoldre el dubte de com es plega per tal de no cometre errors, obtenint resultats que no esperàvem.

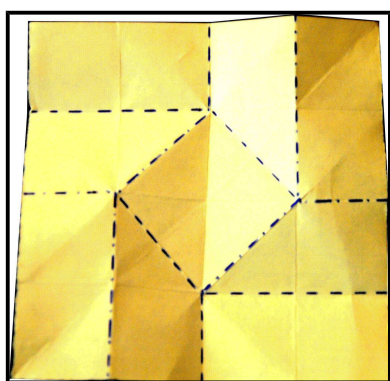


Fig. 3 Gir 1

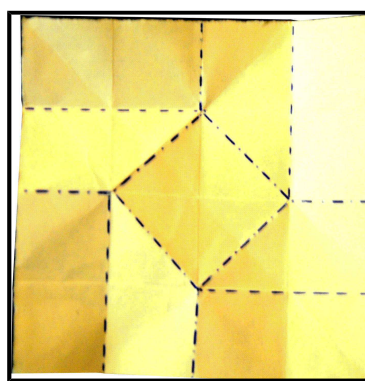


Fig. 4 Gir 2

Seguint l'enllaç < <http://youtu.be/PxzBce1n4Vg> > es pot veure la diferencia quan portem a terme els girs de les figures 3 i 4.

Fig. 2. Kasahara, K; Takahama, T. *Papiroflexia <origami> para expertos*. 2000, 11
Fig. 3 i Fig. 4. Hull, T. *Project Origami. Activities for Exploring Mathematics*. 2006, 190

DEFINICIÓ I CONTEXT DEL PROBLEMA

El problema que tracta aquest treball parteix de la suma de diferents problemes: excés de tecnologia com a sinònim d'innovació, apatia cap a les matemàtiques i dificultat d'aprenentatge de la visió espacial.

TECNOLOGIA SINÒNIM D'INNOVACIÓ

Vivim a una societat on la tecnologia està present a cada minut del dia. És evident l'ús de l'ordinador en el dia a dia, a la comunicació... però també és present a l'art i fins i tot la música. Sembla que no puguem fer res sense la tecnologia, que la millor manera d'explicar és amb vídeos, activitats interactives i on el 3d el veiem a través d'una pantalla. Hem perdut de vista la interacció amb el mitjà més directe, sense intermediaris.

El projecte EDUCAT 2.0 i en particular la implantació del 1x1 ha suposat acostar la tecnologia a l'educació i millorar el treball autònom dels alumnes. Permet que cada alumne avanci al seu ritme i puguem escollir o crear activitats molt visuals i atractives per als nostres alumnes de manera fàcil. Hi ha moltes webs, així com llibres digitals, que ens poden ajudar a l'hora de planificar les classes i de com volem explicar els conceptes de manera atractiva amb una pantalla. Evidentment és un pas endavant en poder acostar les matemàtiques, en aquest cas, als alumnes i apropiat els continguts a cada alumne.

Ens preocupem de posar-nos al dia de com funciona el moodle i la pissarra digital, d'incloure la competència digital i, a les matemàtiques, una assignatura tradicionalment de llapis i paper, és un canvi molt gran.

Hem estat tan pendents d'aquest canvi que ens hem deixat pel camí coses que en el seu moment vam suposar una innovació.

Tot i això, hi ha gent que comença a recuperar les eines manipulatives com a mitjà de transmissió, com una manera de facilitar l'establiment de coneixements.

Antoni Aubanell explica coses com el punt de Fermat o superfícies mínimes amb bombolles. Una activitat molt visual que simplifica i fa entenedors conceptes complicats d'explicar d'altres maneres i amb un pressupost mínim.

I és que les activitats manipulatives suposen una despesa de temps considerable. Buscar als llibres i escollir o rescatar figures que puguem fer servir per muntar activitats, pensar les activitats i portar-les a pràctica a unes aules cada vegada amb més alumnes no facilita la feina del docent.

El nombre d'activitats disponibles a la xarxa va en augment, i tenim múltiples llibres amb exemples puntuals que podem aprofitar; la majoria són en anglès i necessiten encaixar-se al currículum, però són punts de partida. No obstant, no hem de perdre de vista els seus beneficis.

A les nostres aules ens podem trobar amb alumnes amb diferents dificultats. Ja siguin visuals, motrius o de relacions, podem pensar activitats que els ajudin a millorar i disminuir aquestes dificultats. Pensar com podem explicar què és una superfície, o com són les cares d'un poliedre regular sense manipular, és posar-nos traves a nosaltres mateixos.

D'altra banda tenim un problema de motivació. Fem classes d'una hora quan el temps de concentració de l'alumnat és inferior, i hem de procurar mantenir l'atenció el màxim possible. Si a això li sumem que tenen una antipatia cap a les matemàtiques que basen en que ells no serveixen per a aquestes, o que són massa complicades, tenim una dificultat important.

Millorar la visió que els alumnes tenen de que les matemàtiques són avorrides, de que no serveixen per a res i que són un ent estrany sense res a veure amb la resta d'assignatures: aquest és un dels nostres objectius.

Quan proposem problemes contextualitzats i modelitzem situacions per a ells quotidianes, els acostem i mostrem que les matemàtiques són properes i tenen una finalitat. Però això no té perquè ser divertit d'entrada. I encara menys que desenvolupi la seva imaginació.

PROVES PISA I PROVES DE COMPETÈNCIES

L'apartat d'Espai, forma i mesura és complex. Ens trobem davant d'una part de les matemàtiques que necessita una gran dosi d'implicació i de treball per part de l'alumne.

Si mirem els resultats de les Proves de competències bàsiques de 4t d'ESO d'aquest 2013, tot i que hem millorat (hem passat del 64% al 68.3% de mitjana des de l'any passat) encara ens queda camí per endavant.

Analitzem amb més detall els resultats:

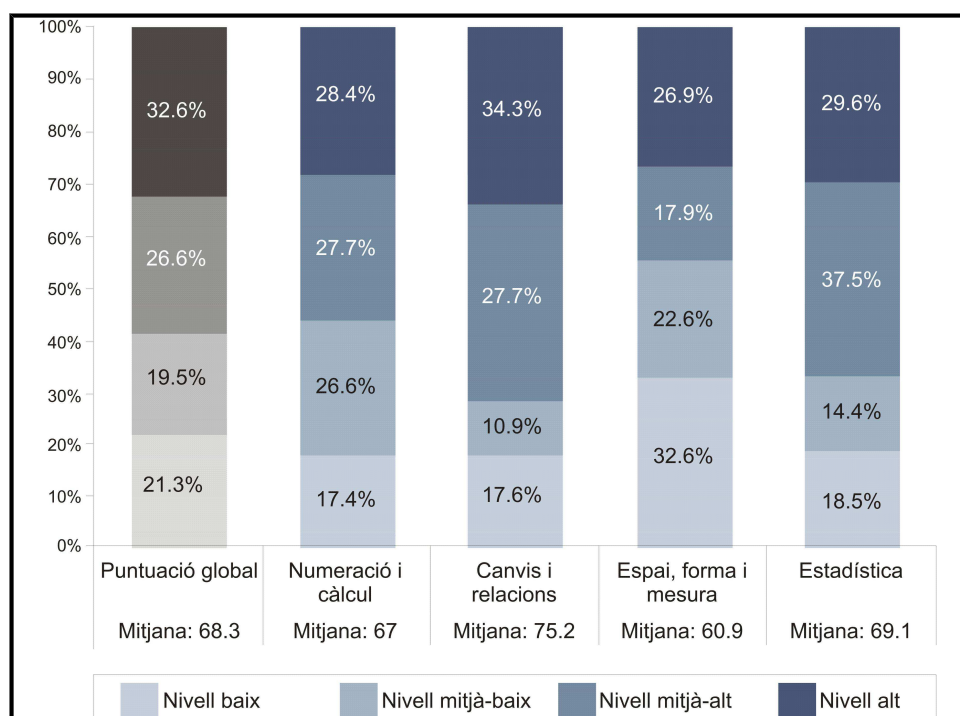


Fig. 5 resultats Proves de competències bàsiques 4t ESO 2012-2013

Quan analitzem els resultats de PISA o la Prova de competències bàsiques veiem que les parts on hi ha una mecanització o són problemes de càlcul tenen millors resultats que altres. Tenen uns resultats molt més baixos en aquelles parts on no hi ha conceptes matemàtics complicats, però sí que se'ls demana una reflexió i capacitat espacial com és el cas d'Espai, forma i mesura on hi ha una diferència de 15.2 punts.

El més preocupant és que el 55.2% de l'alumnat té un nivell baix o mitjà-baix d'Espai, forma i mesura".

Hem de millorar la capacitat espacial, i això no s'aprèn mitjançant classes magistrals o una pissarra. És molt complicat imaginar una figura i comprendre les relacions que existeixen en ella si no és present. I encara més difícil és transmetre-ho.

Així doncs, ens trobem davant de diversos problemes: una modernització de l'ensenyament que ha tret del panorama activitats manuals, una opinió de que les matemàtiques són avorrides, i un problema amb la capacitat espacial generalitzada.

Fig. 5 Avaluació de l'educació secundària obligatòria 4t d'ESO, 2013

CENTRE

El centre, on he pogut portar a terme una mostra del treball, té els problemes ja esmentats anteriorment. Problemes amb la falta de motivació de l'alumnat envers a les assignatures i la seva capacitat.

Aquesta falta de motivació es veu reflectida a enquestes que passa el centre anualment.

D'altra banda, en analitzar els resultats de les proves diagnòstiques de 3r d'ESO i les de competències bàsiques de 4t d'ESO de l'any 2011-2012 podem veure com el nivell de tots els apartats de matemàtiques és inferior a la mitjana de Catalunya. Destaca especialment "Espai, forma i mesura", on el 42% dels alumnes tenen un nivell baix, i arriba fins al 60,5% el nombre d'alumnes amb un nivell mitjà-baix.

Davant d'aquests resultats desencoratjadors, ens hem de preguntar què podem fer per millorar l'aprenentatge de l'alumnat. Potser no n'hi ha prou amb contextualitzar sobre el paper, sinó que hem d'aprofundir en la problemàtica.

DESCRIPCIÓ DE LA SOLUCIÓ

Hi ha diverses maneres per solucionar els problemes que ens trobem habitualment a les aules. Treballar manipulativament els conceptes matemàtics millora el seu assentament i és una bona manera de trencar el ritme habitual de les sessions.

Tal i com diu el professor Antonio Ledesma (1996) la papiroflèxia pot ser molt útil a les classes de matemàtiques. De fet, ell esmenta deu punts en que la papiroflèxia pot ser d'ajuda:

- *“Hi ha una relació entre activitat manual i intel·lectual.*
- *S'aconsegueix l'apreciació estètica d'objectes i formes.*
- *Facilita la comprensió de conceptes geomètrics.*
- *Es millora la percepció espacial.*
- *Fomenta la capacitat per fer preguntes.*
- *S'interpreta una nova simbologia.*
- *Millora la precisió del treball manual.*
- *Es veu la utilitat del treball en equip.*
- *S'aprecia la bellesa de les formes regulars i cadències.*
- *Es desenvolupa la fantasia, la creativitat i mai s'ha de perdre el caràcter lúdic.”*

Partint dels problemes de motivació, de la rutina de les classes i la dificultat per adquirir certs coneixements, em proposo fer un treball en dues parts. Per una banda crear activitats que els alumnes puguin fer amb el grup classe, i per l'altra un recull de recursos que es poden fer servir a classe però que no creen per si mateixes una activitat.

Centre

El centre on he pogut fer l'activitat de l'hexaflexagon disposa de material adaptat a l'alumnat. D'aquesta manera es procura una adaptació del currículum molt més acurada i personalitzada als alumnes. Les activitats, així com els conceptes matemàtics a estudiar, es contextualitzen. D'aquesta manera s'aprofita per apropar les matemàtiques al seu entorn i introduir l'evolució històrica d'aquestes.

Al tenir flexibilitat, la incorporació de material manipulatiu a les sessions complementa els dossiers. He pogut observar els bons resultats de les activitats manipulatives a diverses unitats didàctiques (principalment a 1r d'ESO) i he pogut ampliar el ventall d'aquest tipus de material amb baix pressupost.

Una de les hores de matemàtiques de tots els alumnes del centre és en grups partits (ja sigui per nivells o ordre alfabètic) cosa que possibilita fer activitats amb un grup reduït d'alumnes. Tot i això, les activitats es complementen amb vídeo de manera que es puguin portar a terme a les classes de grup sencer.

PARTS DEL TREBALL

Activitats per als alumnes

En pensar en activitats per als alumnes, crec que és interessant fer activitats curioses o que els pugui sorprendre el resultat.

El problema que ens trobem en pensar en activitats manipulatives de reduïda grandària, és que hi ha una limitació visual a tenir en compte. Els alumnes que estiguin més enllà de la segona filera i els dels extrems és poc probable que puguin veure el que es fa, i menys encara apreciar la exactitud que es requereix. Així doncs ens trobem amb un problema que es suma al fet que tenim la intenció de poder portar a terme les diferents activitats amb el grup classe sense haver

de ser més d'un professor. La solució per la qual he optat és el combinar vídeos que es puguin projectar a la classe o que els alumnes puguin veure al seu ordinador. D'aquesta manera no només resollem el problema visual, sinó que podem parar el vídeo, fer zooms, i tornar enrere tantes vegades com sigui necessari.

Aquests vídeos es troben penjats a un canal de Youtube, de manera que l'accés i distribució del contingut digital és molt còmode. Els vídeos estan amb protecció, de manera que per accedir-hi calgui conèixer el link. El motiu és que sense l'activitat perden part del sentit.

No obstant, no em limitaré a la creació de vídeos: aquests són el mitjà però no la finalitat. Totes les activitats tindran una fitxa per al professor on especifica el nivell, com desenvolupar l'activitat, etc., a banda de la fitxa per als alumnes per tal que puguin seguir el vídeo i les reflexions que es procuren.

ACTIVITAT	NIVELL	BLOC CURRICULAR	TEMA
Grues i granotes	1r ESO	Espai, forma i mesura	Geometria
Hexaflexagon	1r ESO	Espai, forma i mesura	Geometria
Quatre sabaters	1r ESO	Numeració i càlcul/ relacions i canvi	Fraccions
1 quadrat, 3 quadrats	3r ESO	Relacions i canvi	Trigonometria/ àlgebra
Punts mitjans	3r ESO	Relacions i canvi	Semblança
Sòlids platònics	2n ESO	Espai, forma i mesura/ relacions i canvi	Geometria
ab/2	2n ESO	Numeració i càlcul/ relacions i canvi	Introducció l'àlgebra

Ha estat complicat fer una selecció curta: hi ha molt material que possibilita treballar diverses àrees de les matemàtiques i les interaccions entre els alumnes amb paper.

Evidentment les activitats són ampliables, però s'ha procurat fer una diversitat prou àmplia per mostrar les possibilitats que ens ofereix l'origami.

Recursos professors

A vegades no calen grans recursos per poder portar o crear quelcom que ajudi a tenir l'atenció dels alumnes. Proposo unes quantes figures que es poden fer ràpidament i que tenen un cert encant .

RECURS	TEMA
Nusos	Geometria: polígons regulars
Moebius	No té un tema concret, però és un element d'atracció dins la geometria
Tetraflexàgon	Geometria: polígons regulars i volums
Paraboloide	Funcions quadràtiques
Din A	Proporcionalitat/ Teorema de Pitàgores

El recurs del Din A va ser el primer que vaig fer servir, fins i tot abans de començar aquest treball. Va ser el recurs emprat a una classe de proporcionalitat de fulls Din A a la pissarra, després de trobar la raó entre ells. Vaig aprofitar aquest recurs per acabar la classe amb l'atenció de tot el grup i poder introduir el Teorema de Pitàgores.

Hi ha molts recursos disponibles que no han estat inclosos en aquest treball per motius d'espai i per no duplicar material de fàcil accés.

De manera ràpida podem trobar :

- Com dibuixar una paràbola plegant un costat d'un full sobre un punt.

- Demostració del Teorema de Haga (una activitat que requereix un cert domini de geometria i que pot ser molt útil a una classe d'equacions).
- Creació d'estructures fractals a partir de quadrats o tetraedres que es poden crear amb el grup classe sencer.
- Representació dels plecs com a diagrames Graph (a nivell universitari).
- Múltiples interseccions de volums o volums truncats.

En definitiva, el que s'ha fet és un petit recull d'aquells recursos que segons el meu parer poden ser més atractives per a l'alumnat i que no requereixen un nivell elevat de domini de l'origami.

QUATRE SABATERS



Dades activitat

Curs: 1r ESO.

Trimestre: 2r trimestre.

Unitat didàctica: Fraccions

Context: Aquesta activitat està plantejada com a introducció a les fraccions de manera geomètrica mitjançant la construcció d'un joc clàssic.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo i treball individual.

Temporalització: 1 sessió. A aquesta sessió es construirà el joc i es treballarà la fitxa conjuntament.

Objectius:

- Identificar fraccions de manera geomètrica.
- Identificar fraccions equivalents.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB2: Competència artística i cultural.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < http://youtu.be/QZ08V_OL2Rk >
- Fitxa per a l'alumne
- Full

Seqüència de l'activitat:

- a) **Planificació:** Cal repartir la fitxa i un Din A4 a cada alumne.
- b) **Realització:** Posem el vídeo per fer el quatre sabaters. A mesura que el vídeo vagi avançant anirem aturant-lo per poder donar prou temps a que els alumnes el segueixin.

QUATRE SABATERS

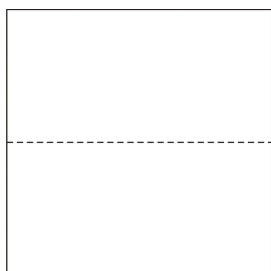


Nom:

Per fer el quatre sabaters necessitem començar amb un quadrat. Poc a poc anirem plegant el quadrat de manera que cada forma sigui una fracció del total. Vés omplint la fitxa i recorda que has d'escriure totes les operacions i el raonament per trobar la solució!

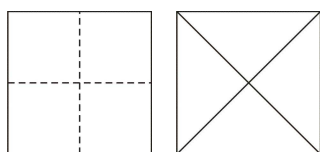
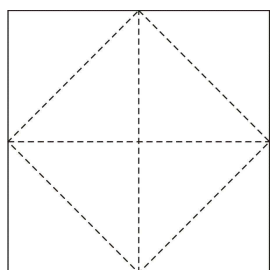
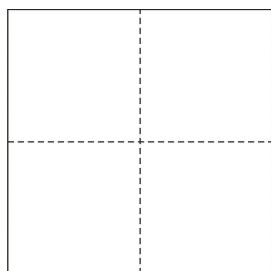
1. A continuació tens uns croquis de les figures que aniràs obtenint a mida que vagis plegant. Seguint l'exemple, escriu el que has fet amb lletres i amb números:

Exemple:



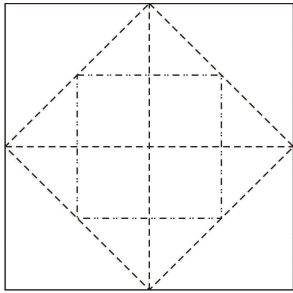
$$1 \div 2 = \frac{1}{2}$$

Hem plegat per la meitat el full, per tant cada una de les parts és un mig.



Aquests dos croquis corresponen a les dues cares del quatre sabaters en el minut

2. El croquis següent és de la figura final desplegada. Com pots veure, aquesta vegada al plegar per la meitat no hem obtingut triangles amb $1/16$. Sabries explicar-ho?



- Quina fracció suposa cada una de les figures del total?

- I entre elles?

GRUES I GRANOTES



Dades activitat

Curs: 1r ESO.

Trimestre: 3r trimestre.

Unitat didàctica: Geometria.

Context: Aquesta activitat és d'introducció a la unitat de geometria. Serveix per fer repàs de classificació dels poliedres, de la diferència entre àrees i perímetres, descomposició de figures, i introduir als alumnes a fer servir el vocabulari adequat en cada moment.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo i treball individual (la part d'identificació pot fer-se en parelles).

Temporalització: 2 sessions. La primera sessió és introductòria i es farà la primera figura. A la segona es realitzarà la segona figura i es farà un repàs dels conceptes treballats.

Objectius:

- Introducció a l'origami i papiroflèxia.
- Repàs de figures, suma d'àrees i perímetres.
- Conèixer les bases de l'origami i reconèixer les figures que formen els plegats.
- Conèixer el vocabulari adequat de la geometria (bisectriu, punt mitjà, aresta, vèrtex, etc)

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB2: Competència artística i cultural.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo base grua < <http://youtu.be/cFpCX0FEjss> >
- Vídeo continuació grua < <http://youtu.be/HHpvY6ZBMgM> >
- Vídeo base granota < <http://youtu.be/tz5ckSOJmIU> >
- Vídeo continuació granota < <http://youtu.be/0GVUyCde6J8> >
- Dossier per a l'alumne.
- Papers.

Seqüència de l'activitat:

a) **Planificació:** Cal preparar el vídeo i repartir el dossier (adjuntant 2 unitats de Din A4 a cada dossier).

b) **Realització:**

SESSIÓ 1:

Comencem la sessió explicant una mica d'història de l'origami, el llenguatge i les diferents bases amb les que es fan totes les figures. (Es poden portar diferents figures senzilles ja fetes per mostrar diferents resultats a partir d'una mateixa base).

A continuació posem el vídeo per fer la base de grua. A mida que es vagi fent, s'anirà parant el vídeo de manera que doni temps a omplir la fitxa.

En acabar la primera part poden continuar el visionat del vídeo a casa i fer la grua.

SESSIÓ 2:

Comencem la sessió repassant la sessió 1 i com fer un quadrat amb el Din A4.

A continuació posem el vídeo per fer la base de granota. A mida que es vagi fent, s'anirà parant el vídeo de manera que doni temps a omplir la fitxa.

En acabar fem una posada en comú del vocabulari que s'ha anat treballant al llarg de les dues sessions.

Per acabar, i a casa, poden acabar la figura de la granota.

c) **Recomanació:**

En el cas que aquesta activitat es vulgui ampliar amb alumnes de 2ⁿ d'ESO, poden no només identificar les figures al desplegar les bases, sinó que poden calcular els angles de les mateixes a partir de la descomposició i el raonament dels plecs.

Fitxa alumnat

GRUES I GRANOTES

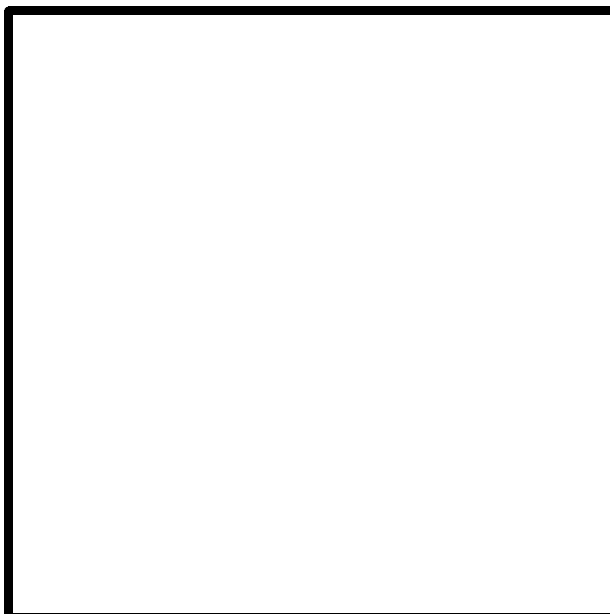
Nom:



1. Per poder començar a plegar hem d'aconseguir un quadrat el més gran possible. Com podem aconseguir-ho a partir d'aquest Din A-4? Mitjançant quina figura ho aconseguim? Podries dir quant mesuren els seus costats i angles? Fes un esquema per explicar-ho.
2. Ara que ja tenim un quadrat, anem a fer dues bases. Una d'elles és la de la granota i l'altre de la grua. N'hi ha alguna que ja coneguessis?
3. Identifica quines propietats o conceptes estem aplicant en cada moment:

BASE GRUA

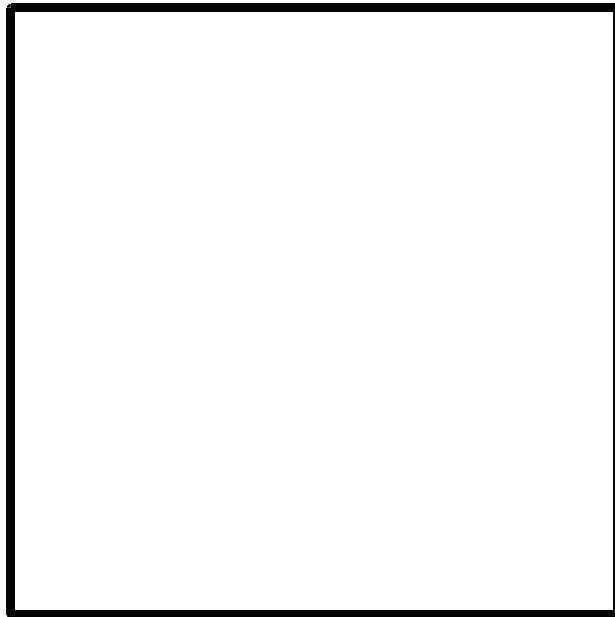
- Minut 0:13: pleguem per les _____ del quadrat i creem _____
- Minut 0:39: hem tornat a plegar i ara tenim _____
- Minut 1:12: ara pleguem fent la _____ de l'angle.
- Minut 2:07: en desplegar hem aconseguit un _____
- Minut 2:40: al final ja tenim la base de la grua amb la forma de _____
- Ara que ja tenim la base, desplega-la. Fes un croquis al quadrat amb els plecs i el nom de totes les figures.



- Quin és el perímetre del quadrat? Si sumem el perímetre de totes les figures ens donarà el mateix resultat?
- Quina és la superfície del quadrat? Si sumem les superfícies de totes les figures ens donarà el mateix resultat?

BASE GRANOTA

- Com pots veure, el principi és el mateix que l'anterior. A quin minut la figura comença a diferenciar-se de l'anterior?
- Minut 1:37: en fer aquest plec, en realitat hem plegat per la _____ i aconseguim tenir un _____
- Minut 3:23: ara pleguem fent la _____ de l'angle.
- Minut 6:58: en desplegar hem aconseguit un _____
- Compara una figura amb l'anterior. Esperaves la diferència de mida?
- Ara que ja tenim la base, desplega-la. Fes un croquis al quadrat amb els plecs i el nom de totes les figures.



4. Si continues mirant el vídeo pots acabar les figures i fer una grua i una granota!

HEXAFLEXAGON



Dades activitat

Curs: 1r ESO.

Trimestre: 3r trimestre.

Unitat didàctica: Geometria.

Context: Aquesta activitat requereix saber què és un polígon i diferenciar-ne un de regular d'un regular.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo i treball individual.

Temporalització: 2 sessions. A la primera sessió es crearà la figura, així com les primeres preguntes més descriptives del que anem trobant. La segona sessió servirà per acabar la resta d'exercicis i posar en comú els resultats.

Objectius:

- Identificar les relacions i propietats d'un hexàgon regular.
- Càlcul d'àrees per descomposició de figures.
- Apropar la geometria de manera divertida.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB2: Competència artística i cultural.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/Eay1X-naeF4> >
- Fitxa per a l'alumne.
- Tira de paper.
- Cinta adhesiva o goma d'enganxar.

Seqüència de l'activitat:

a) **Planificació:** Cal preparar tires de paper assegurant que siguin suficientment llargues per l'amplada determinada. En el cas que no es preparin, els alumnes hauran de fer unes tires de 3.5x29.7cm a partir d'un Din A4. També caldrà preparar el vídeo i repartir la fitxa.

b) **Realització:**

SESSIÓ 1:

Posem el vídeo per fer l'hexaflexagon. A mida que es vagi fent, s'anirà parant el vídeo de manera que doni temps a omplir la fitxa.

En tenir-lo construït, farem diverses preguntes al grup classe per motivar:

- Quantes cares tenia la tira de paper?
- Quantes en té el nostre hexaflexagon?
- Quantes creieu que realment en podem trobar al nostre hexaflexagon?

SESSIÓ 2:

Els alumnes continuen fent la fitxa amb l'ajuda del vídeo. Posteriorment fem una posada en comú dels resultats.

Fitxa alumnat

HEXAFLEXAGON

Nom:



Ara mateix tenim un hexaflexagon a les nostres mans. És una figura una mica peculiar que ens ajudarà a entendre les propietats dels hexàgons regulars a mesura que els manipulem.

Recorda que has d'escriure totes les operacions i el raonament per trobar la solució!

1. Omple els forats:
Al principi teníem una tira de paper amb forma de _____. Li hem fet plecs en forma de _____ fins a transformar-la en un _____. Un cop acabar podem dir que un _____ està format per 6 _____.
2. Pinta el centre de la figura i el costat oposat del mateix color. Quant mesuren cada un dels angles? (recordem que la suma de tots ells és 360°).
3. Ara girem l'hexaflexagon i tornem a repetir l'apartat 2. Quant mesuren ara els angles? Com són els angles i els costats respecte els que hem vist abans? Repetirem aquesta acció fins a que no ens apareguin nous colors al centre.
4. Hem pogut veure que hem pintat 2 dels 3 angles de cada triangle. Quant mesura el tercer angle? (recorda que la suma dels angles del triangle és de 180° , si no ho recordes, repassa el vídeo!)
5. Classifica el triangle que hem observat segons angles i costats. Tots els triangles són iguals?
6. Mesureu el costat del triangle que va des del centre de la figura fins a un dels vèrtex. És igual que algun altre costat? Quant farà el perímetre de l'hexaflexagon?
7. Per a calcular l'àrea d'un hexàgon tenim la fórmula de $A = \frac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$. Com calcularies l'àrea sense fer servir aquesta fórmula explícitament? Calcula-la.
8. Ara toca desmuntar l'hexaflexagon. Quina figura tenim, ara?
9. Com podeu veure, mentre pintàvem hem definit unes altres figures. Quin és el seu nom?
10. Què has après amb aquesta activitat?

1 QUADRAT, 3 QUADRATS



Dades activitat

Curs: 2n ESO/ 3r ESO

Trimestre: 1r trimestre.

Unitat didàctica: Trigonometria.

Context: Aquesta activitat parteix de la demostració del Teorema de Pitàgores. A partir d'aquí també es demostrarà $(a+b)^2$. No calen coneixements previs d'aquests temes.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo. Els alumnes treballaran individualment a la primera sessió i en parelles o grups de 3 a la segona.

Temporalització: 2 sessions. A la primera sessió es construiran les demostracions i es plantejaran reptes per a una segona sessió.

Objectius:

- Treballar geomètricament el Teorema de Pitàgores.
- Treballar geomètricament els productes notables.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB2: Competència artística i cultural.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/J88YbxHIJFk> >
- Fitxa per a l'alumne.
- Fitxa amb les solucions dels reptes.

Seqüència de l'activitat:

a) **Planificació:** Cal repartir la fitxa i un Din A4 a cada alumne.

b) **Realització:**

SESSIÓ 1

Posem el vídeo i els alumnes el van seguint per crear les seves demostracions del producte d'una suma. A mida que el facin, van responnent les preguntes. A partir d'aquí faran la demostració del Teorema de Pitàgores.

SESSIÓ 2

Els alumnes poden provar de fer el producte d'una resta, o la diferència de productes també amb paper per comprovar el significat geomètric.

Fitxa alumnat

1 QUADRAT, 3 QUADRATS

Nom:



Anem a treballar un parell d'identitats molt habituals a les matemàtiques i veurem què suposen geomètricament.

1. Seguim el vídeo i pleguem fins a tenir un triangle d'àrea $1/8$ del quadrat. A continuació, tal i com veiem al vídeo, fem un plec . A la longitud de la línia fins la base l'anomenarem distància **a**.
Despleguem el full i repassem les marques tal i com mostra el vídeo. Podem dir que, ara el nostre quadrat té per costat **a+b** (**b** és la distància que resta).
- Quin és el perímetre del quadrat? I l'àrea?
 - Segur que et sona aquest resultat. Prova de descompondre el quadrat en paral·lelograms. Què t'ha sortit? (simplifica tot el que puguis!).
 - Compareu el resultat amb el company. Com veieu, no depèn de la mida del quadrat ni la mida d'**a** o **b**!
2. Seguim treballant amb aquest quadrat. Com es veu en el vídeo hem marcat una nova línia i ho repetim 4 cops. L'anomenarem **c**.
- Quina àrea té el triangle definit per **a**, **b** i **c**?
 - Què passa si amaguem 4 triangles? Quina és ara la superfície, segons la identitat que hem trobat abans?

- A les àrees de quines figures corresponen?

- Si mires el vídeo, és el que t'ha sortit a tu per càlcul? Sembla que podem establir una igualtat! Explica què hem trobat.

- Prova de trobar una manera d'amagar la superfície dels 4 triangles de manera que el resultat geomètric sigui el que esperaves. Per resoldre-ho et caldrà fer un tall.

PUNTS MITJANS



Dades activitat

Curs: 3r ESO/ 4t ESO

Trimestre: 2r trimestre.

Unitat didàctica: Geometria

Context: Per realitzar aquesta activitat cal tenir coneixements previs de semblança i del Teorema de Tales.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo. Els alumnes treballaran per parelles.

Temporalització: 2 sessions. Es complementen activitats de creació i de reflexió a les diverses sessions.

Objectius:

- Demostrar la suma d'angles d'un triangle de manera geomètrica.
- Reconèixer l'aplicació del Teorema de Tales.
- Resoldre exercicis de manera manipulativa.
- Descompondre figures en triangles.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/grPcNf3Y2SE> >
- Dossier per a l'alumne.
- Papers.

Seqüència de l'activitat:

a) **Planificació:** Cal repartir els dossiers i fulls als alumnes.

b) **Realització:**

SESSIÓ 1

Posem el vídeo, els alumnes en parelles proven la suma d'angles d'un triangle i li donem resposta geomètrica i es raona el perquè del procediment.

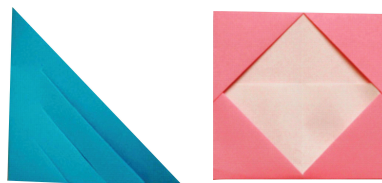
SESSIÓ 2

Els alumnes, un cop ja s'han familiaritzat amb el raonament de l'exercici anterior, provaran de resoldre el segon. El vídeo pot servir de mitjà per a explicar el raonament.

Fitxa alumnat

PUNTS MITJANS

Nom:



Si recordem, la suma dels angles d'un triangle fa 180, però podem demostrar-ho?

1. Primer de tot, retallem un triangle qualsevol. Hem de demostrar que pot servir per a qualsevol triangle, així que cada membre ha de tenir-ne un de diferent. Si seguim el vídeo aconseguim demostrar-ho. Però analitzem-ho!
 - El primer que hem fet és marcar una línia perpendicular a la base que passi pel vèrtex oposat. Aquesta línia és la _____.
 - En plegar el paper aconseguim tenir el vèrtex sobre la base, de manera que fem una línia _____ a la base.
 - Mirem els punts d'on va a on va aquesta línia. On es situen del costat? Comprova-ho!
- Quina raó hi ha entre el triangle original i el que hem creat en doblegar?
- Quan fem els plecs amb els altres vèrtexs també creem unes noves línies de plec. Quina relació podem establir entre elles i l'altura del triangle original? I entre els triangles amb el mateix vèrtex?
- Quina raó hi ha entre el triangle original i el primer que hem creat en doblegar?
- Al final la figura que obtenim és un rectangle. Quina relació hi ha entre l'àrea del triangle anterior i la d'aquest triangle?
- I si el rectangle tingués les mides de base i altura del triangle original?

2. Ara que ja hem treballat amb un triangle. Passem a un quadrilàter qualsevol. Podem afirmar que si unim els punts mitjans dels costats contigus d'un quadrilàter obtenim sempre un paral·lelogram?
- Comencem amb mig full. Es compleix quan partim d'un paral·lelogram?

 - Ara retalleu un quadrilàter qualsevol i comproveu-ho.

 - És el moment que expliqueu els vostres resultats. Recordeu que en l'apartat 1 hem vist el funcionament de com demostrem la suma d'angles. Això us serà de molta ajuda si penseu que qualsevol figura es pot descompondre en un mínim de triangles (el nombre mínim de triangles sempre és: n° de costats - 2)

SÒLIDS PLATÒNICS



Dades activitat

Curs: 2n ESO/ 3r ESO

Trimestre: 3r trimestre.

Unitat didàctica: Geometria

Context: Per fer aquesta activitat cal saber què és un polígon regular, i com calcular el volum de prismes i piràmides. I prèviament es podria parlar de l'origen històric dels sòlids Platònics.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo. Els alumnes treballaran en grup de 3 o 4 alumnes. Les figures més complexes es poden fer entre dos grups.

Temporalització: 4 sessions. Es complementen activitats de creació i de reflexió a les diverses sessions.

Objectius:

- Conèixer la fórmula d'Euler.
- Treballar les propietats de perquè només hi ha 5 sòlids Platònics.
- Conèixer els sòlids Platònics i algunes de les seves propietats.
- Recordar poliedres regulars.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB2: Competència artística i cultural.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Video figures < <http://youtu.be/hR81IKa9D8c> >
- Vídeo < <http://youtu.be/8t1K2B2l1eQ> >
- Dossier per a l'alumne.
- Papers.
- Cinta adhesiva.

Seqüència de l'activitat:

a) **Planificació:** Cal repartir els dossiers i fulls als alumnes.

b) **Realització:**

SESSIÓ 1

Posem el vídeo, els alumnes en grup de 4, el segueixen per crear diferents polígons regulars per deduir quines són les possibilitats que permeten crear només 5 sòlids Platònics. Abans que comencin a omplir la taula, farem la pregunta de quin creuen que és el mínim de polígons que han de coincidir en un vèrtex.

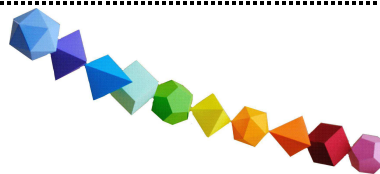
SESSIÓ 2/3

Els alumnes crearan en grup els diferents poliedres regulars i ompliran la fitxa per ajudar a respondre les qüestions 2, 3 i 4.

SESSIÓ 4

Un cop fetes les figures, els alumnes treballaran les preguntes 5, 6 i 7. Aquesta darrera la buscaran a internet i es comentarà a la propera classe.

SÒLIDS PLATÒNICS



Nom:

Els sòlids Platònics són poliedres on les seves cares són totes iguals i els seus vèrtexs reben el mateix nombre de polígons. En ser poliedres regulars, tenen característiques molt concretes que anirem descobrint mica en mica.

Primer de tot hem de crear triangles (equilàters, evidentment), quadrats, pentàgons i hexàgons.

1. Seguim el vídeo per formar aquestes figures, feu-ne un parell per cap. Un cop fetes, el que farem és unir-les per un vèrtex per descobrir quin és el màxim de polígons que podem ajuntar en un sol vèrtex.
Omplim la taula per recollir les dades. Al vídeo en farem un exemple:

Polígon	Nombre de polígons en un vèrtex	Suma dels angles en el vèrtex

Què passa si la suma d'angles és 360? Pot ser superior? Per què?

2. Com ja hem vist, hi ha un nombre limitat de poliedres regulars. Anem a construir-los. Un cop construïts hem d'identificar vèrtexs, cares i arestes.

Políedre	Nº de cares	Nº de vèrtexs	Nº d'arestes	Fórmula d'Euler

Euler va trobar una relació entre vèrtexs, cares i arestes dels polígons convexos. Aquesta relació s'expressa: $C+V=A+2$.

3. Pensa en altres 3 poliedres i comprova que aquesta relació també funciona.

4. Raona si és possible aconseguir un poliedre amb el mateix nombre de vèrtexs que d'arestes.

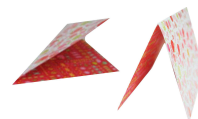
5. Entre els diferents poliedres regulars, es poden establir diverses relacions. Una és com encabir-ne un dins d'un altre.
En aquest cas anem a veure com dins d'un tetraedre es pot encabir un octaedre.
Podries explicar la relació entre les arestes?
 - Què pots dir del volum del octaedre respecte el del tetraedre?

6. En unir els centres de les cares dels diferents poliedres, podem construir-ne d'altres.
Per exemple: si unim els centres de les 4 cares del tetraedre, aconseguirem un poliedre regular amb 4 vèrtexs. Si mirem la taula de l'exercici podem veure que només correspon a un poliedre en concret: el tetraedre.
Prova de deduir la resta de relacions.

7. Busca a internet la resta de relacions que es poden establir entre els diferents poliedres regulars.

8. Ara que ja domines una mica més els sòlids Platònics, prova de respondre un parell de preguntes dels sòlids més treballats. Per poder-ho fer, segueix el vídeo i veuràs com pots fer l'esquelet d'aquestes figures.
- Identifica la diagonal de l'octaedre i pinta-la. Si una aresta d'un octaedre mesura 5cm, quant mesura la diagonal d'aquest?

 - Identifica la diagonal del cub i pinta-la. Quant mesura la diagonal de cara d'un cub si una aresta mesura 5cm? I la diagonal del sòlid?



Dades activitat

Curs: 2n ESO/ 3r ESO

Trimestre: 1r trimestre.

Unitat didàctica: Introducció a l'àlgebra

Context: Aquesta activitat permet tractar la introducció de l'àlgebra a partir d'un full de paper.

Metodologia: 1 professor amb suport de vídeo. Els alumnes treballaran individualment.

Temporalització: 1 sessió pràctica.

Objectius:

- Treballar el llenguatge algèbric.
- Relacionar el llenguatge algèbric amb respostes geomètriques.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/6nM6lYyBkdc> >
- Dossier per a l'alumne.
- Papers.

Seqüència de l'activitat:

c) **Planificació:** Cal repartir els dossiers i fulls als alumnes.

d) **Realització:**

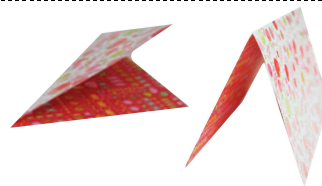
SESSIÓ 1

Els alumnes comencen el dossier, entenent la diferència entre sumar magnituds i multiplicar-les, i posteriorment caldrà que donin resposta al vídeo. Aquest és bàsicament un petit recull de possibles solucions.

Fitxa alumnat

$ab/2$

Nom:



A partir d'un full anem a treballar com podem expressar el perímetre i què podem extreure'n quan en veiem l'expressió escrita.

1. Tenim un full amb forma rectangular. Denominem **b** a la base i **a** a l'alçada. Quant fa el perímetre?
2. I l'àrea?
3. Determineu una figura amb perímetre la meitat que el rectangle original. Com és l'àrea en relació al rectangle del principi? Fes un esquema o explica què has fet.
4. Fes una figura que tingui com a perímetre **b+2a**. Fes un esquema o explica què has fet.
5. Ara que ja s'ha treballat pas a pas, proveu de fer una figura amb àrea **ba/2**. És la única? En cas que no ho sigui, fes-ne totes les que puguis.

NUSOS



Dades recurs

Curs: 1r ESO/ 2n ESO

Trimestre: 3r trimestre.

Unitat didàctica: Geometria

Context: Aquest recurs és òptim per a mantenir l'atenció i motivar l'alumnat a l'hora de treballar els polígons.

Metodologia: 1 professor (el suport de vídeo pot ser només pel professor o per projectar).

Temporalització: 10 minuts ampliables.

Objectius:

- Motivar l'alumnat.
- Construir un triangle equilàter, quadrat, pentàgon, hexàgon, heptàgon.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB2: Competència artística i cultural.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/hR81IKa9D8c> >
- Tires de paper.

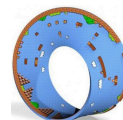
Seqüència del recurs:

- a) **Planificació:** Cal repartir tires de paper o que els alumnes en creïn algunes d'elles.
- b) **Realització:** Es posa el vídeo per tal que els alumnes puguin seguir-lo i crear els diferents polígons.

Ampliacions possibles: Un cop realitzats es poden plantejar diverses activitats:

- A partir dels pentàgons es pot fer un dodecaedre.
- Podem analitzar els plecs que permeten aconseguir els diferents polígons regulars.
- Proposar que els alumnes busquin altres maneres de fer polígons amb tires de paper (com els flexàgons).
- Els alumnes a partir de diferents figures poden fer mosaics de manera que es treballi la suma d'angles.

MOEBIUS



Dades recurs

Curs: 1r ESO/ 2n ESO

Trimestre: 3r trimestre.

Unitat didàctica: Geometria

Context: Aquest recurs és òptim per a mantenir l'atenció i motivar l'alumnat a l'hora de treballar les superfícies i cares dels polígons.

Metodologia: 1 professor (el suport de vídeo pot ser només pel professor o per projectar).

Temporalització: 5 minuts ampliables.

Objectius:

- Motivar l'alumnat.
- Construir una cinta de Moebius.

Competències implicades:

- CB1: Competència comunicativa lingüística i audiovisual.
- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/8MIhYvWvYYA> >
- Tires de paper.

Seqüència del recurs:

- a) **Planificació:** Cal repartir tires de paper o que els alumnes en creïn ells algunes.
- b) **Realització:** Es posa el vídeo per tal que els alumnes puguin seguir-lo i crear la cinta de Moebius.

Ampliacions possibles: Un cop realitzats es poden plantejar diverses preguntes:

- Quantes cares tenia la cinta de paper? I la cinta de Moebius?
- Què passa si tallem un cilindre per la meitat? I si tallem la cinta?
- En comptes de tallar-ho per la meitat tallem la cinta per 1/3, què tenim?
- Busqueu utilitats al dia a dia de la cinta de Moebius.

TETRAEDRE ROTATORI



Dades recurs

Curs: 2n ESO/ 3n ESO

Trimestre: 3r trimestre.

Unitat didàctica: Volums.

Context: Aquest recurs és òptim per a cridar l'atenció i motivar a l'alumnat, tot i que no té una relació directa amb el temari.

Metodologia: 1 professor (el suport de vídeo pot ser només pel professor o per projectar).

Temporalització: 10 minuts ampliables.

Objectius:

- Motivar l'alumnat.
- Construir el tetraedre rotatori.

Competències implicades:

- CB4: Competència matemàtica.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/nJ4sAHhoY4E> >
- Paper

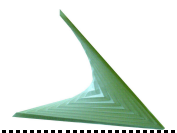
Seqüència del recurs:

- a) **Planificació:** Cal repartir fulls i que els alumnes facin tres quadrats.
- b) **Realització:** Es posa el vídeo per tal que els alumnes puguin seguir-lo i crear la figura.

Ampliacions possibles: Es poden fer reflexions:

- Veure els plecs per les diagonals, etc.
- Quina superfície és la de cada cara? Podem imaginar-ho abans de plegar-ho?
- Podeu identificar algun poliedre, en concret, si uniu els vèrtexs?

PARABOLOIDE



Dades recurs

Curs: 3n ESO/4t ESO/Batx

Trimestre: 2r trimestre.

Unitat didàctica: Funcions quadràtiques.

Context: Aquest recurs és òptim per a mantenir l'atenció i motivar l'alumnat a l'hora de treballar les funcions quadràtiques i veure volums especials que trobem al nostre entorn.

Metodologia: 1 professor (el suport de vídeo pot ser només per al professor o per projectar).

Temporalització: 5 minuts ampliables.

Objectius:

- Motivar l'alumnat.
- Construir un paraboloid hiperbòlic.
- Identificar la figura a l'entorn.

Competències implicades:

- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.
- CB7: Competència del coneixement i interacció amb el món físic.

Recursos:

- Vídeo < http://youtu.be/wAFCZq_T6cw >
- Paper.

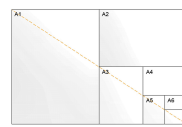
Seqüència del recurs:

- a) **Planificació:** Cal repartir fulls i que els alumnes facin un quadrat.
- b) **Realització:** Es posa el vídeo per tal que els alumnes puguin seguir-lo i crear el paraboloid hiperbòlic. Un cop construït es pot veure com la quadrícula es deforma per a la seva construcció.

Ampliacions possibles: Un cop realitzats es poden plantejar diverses activitats:

- Reflexionar i provar de trobar paraboloides a l'entorn (cadira de muntar, Pringels...)
- També es pot treballar la paràbola com a lloc geomètric entre una línia i un punt com es pot veure a l'apartat .2 del vídeo.

DIN A



Dades recurs

Curs: 2n ESO/3r ESO

Trimestre: 2r trimestre.

Unitat didàctica: Proporcionalitat/ Teorema de Pitàgores

Context: Aquest recurs és una bona de demostrar la proporcionalitat Din A en acabar la classe. De la mateixa manera pot ser útil per explicar un cas particular del Teorema de Pitàgores.

Metodologia: 1 professor (el suport de vídeo pot ser només pel professor o per projectar).

Temporalització: 5 minuts.

Objectius:

- Motivar l'alumnat.
- Demostrar la proporcionalitat dels Din A a partir del Teorema de Pitàgores.

Competències implicades:

- CB4: Competència matemàtica.
- CB5: Competència aprendre a aprendre.

Recursos:

- Vídeo < <http://youtu.be/IQkroPK-THk> >
- Paper.

Seqüència del recurs:

- a) **Planificació:** Prèviament a l'aula s'haurà treballat la raó de proporcionalitat i la raó entre àrees dels Din A.
- b) **Realització:** Després d'haver deduït la proporció de manera intuïtiva o de manera analítica, els alumnes poden fer aquesta demostració a partir d'un full.

Ampliacions possibles: Un cop realitzats es poden plantejar diverses activitats:

- Quina proporció té la diagonal del Din A?
- Quina és la raó entre àrees, entre volums?
- Quant s'ha d'ampliar un dibuix per passar-lo de Din A4 a Din A3?

RESULTATS

Per tal de poder constatar l'eficàcia o no de les activitats a l'aula, he pogut portar a terme una sessió a dues classes de 1r d'ESO.

HEXAFLEXAGON/ NUSOS/ MOEBIUS

La sessió que vaig preparar és la de l'hexaflexagon. Pel seu caràcter lúdic vaig pensar que seria una bona opció per apropar les activitats manipulatives a l'aula i treballar les matemàtiques a la vegada.

En ser una activitat amb dues parts (una de creació i identificació i l'altra de raonament), permet que els alumnes resolguin els dubtes bàsics a la primera part i a la segona els desenvolupin.

Les dues sessions es van desenvolupar amb els grups classe sencers i sense suport del professor habitual. En tractar-se d'una única sessió per a cada grup, només es va poder fer la primera part de l'activitat. Tot i que l'activitat era parcial (part de creació i identificació), els alumnes amb més dificultats van tenir bons resultats tant de manipulació com matemàtics.

D'altra banda també he fet servir un parell de recursos com els nusos o Moebius per a mantenir l'atenció de l'alumnat.

Primer grup

El primer grup tenia prevista la sessió de 9:00 a 10:00 del matí però no vam poder accedir a l'aula fins a les 9:10 degut a que un professor va allargar la seva classe més del previst.

En seure els alumnes vaig fer una petita introducció, i hem parlat de conceptes bàsics. Aquí és on he detectat un problema greu de coneixements bàsics com no saber reconèixer un hexàgon que no fos regular, quants angles té un angle sencer o quant sumen els angles d'un triangle. Així que part del temps previst l'hem invertit en recordar-los.

Tot i que van tenir alguns problemes al principi en no estar acostumats a treballar amb plec, alguns dels alumnes sí que havien fet papiroflèxia amb anterioritat (7 alumnes, alguns d'ells ho havien treballat a primària i una en particular havia fet un taller). Aquests feien plec molt més acurats que la resta d'alumnes i amb més agilitat. Això ha permès que els alumnes més avantatjats ajudessin als que tenien més dificultats i treballessin cooperativament.

He pogut veure que alguns alumnes els costa diferenciar girs a la dreta i a l'esquerra així com diferenciar plec endavant i darrere. Però amb l'ajuda dels companys se n'han en sortit. Fins i tot alumnes amb plans individuals han aconseguit crear la figura de manera correcta.

En acabar de fer l'hexoflexàgon ja havia passat gairebé tota l'hora i per tant ha quedat poc temps per fer la totalitat de l'activitat derivada de la seva construcció.

Realment els ha sorprès com la figura anava girant i com a partir d'allò podien anar trobant un nombre de cares que no era l'esperat. Després d'un parell de minuts de manipulació per conèixer el funcionament i com havien de girar-lo per aconseguir trobar totes les possibilitats, els alumnes han pogut reflexionar i omplir part de la fitxa identificant correctament els triangles que componen l'hexoflexàgon com a triangles equilàters.

Al principi no semblaven gaire convençuts del que estaven creant, però al finalitzar han comentat que valia la pena i que els agradava que no fos una figura normal. En ser un grup de 1r d'ESO, tenir opcions més visuals i lúdiques per explicar la geometria, en aquest cas propicia una bona actitud cap a la unitat didàctica.

A continuació trobareu una mostra de la figura que una alumna va fer durant l'activitat, amb la qual va treballar, i on va aportar un component artístic al treball.



En finalitzar l'activitat he mostrat com fer un pentàgon amb un paper o la cinta de Moebius, per motivar l'alumnat que s'havia encallat amb els plec. D'aquesta manera he aconseguit que es motivessin cap a les possibilitats que dona el paper.

Per poder qualificar de manera menys unilateral l'activitat, la fitxa es complementava amb una enquesta voluntària. Com es pot veure a l'annex, una part és de resposta tancada valorable amb números i part de resposta oberta.

La primera part procura valorar els diferents aspectes de l'activitat del 1 al 5 (éssent 1 gens i 5 molt)

He fet la mitjana de les puntuacions dels alumnes i són totes elles superiors al 3.

VÍDEO	3,71
Es veia bé.	3,67
S'entenia quina part correspon a cada pregunta.	3,73
És útil per fer l'activitat.	3,73
EXPLICACIONS	3,67
Ha parat quan calia per seguir l'activitat.	3,80
M'ha ajudat a entendre com seguir els passos.	3,73
M'ha servit per aclarir dubtes.	3,47
ACTIVITAT	3,22
M'ha agradat treballar amb paper.	3,80
Considero que la dificultat de l'activitat ha estat de:	2,73
L'activitat m'ha ajudat a aprendre.	3,33
M'agradaria fer més activitats així.	3,53

Com es veu, en molts casos s'acosta al 4, i per tant podem dir que l'acollida de l'activitat ha estat bona.

Respecte a la dificultat de l'activitat està per sota del 3, el que considero que és adequat. No es tracta d'una activitat repetitiva i necessiten estar atents, coordinació ull-mà, i a més no estan habituats a aquest tipus d'activitat.

Segon grup

Amb segon grup hem fet sessió de 12.30 a 13:30, l'última hora del matí.

Tot i ser última hora i els alumnes no acostumen a estar tan receptius, la sessió ha anat molt bé. Els alumnes ja estaven a classe de manera que hem pogut començar molt més de pressa i amb bon ritme.

He detectat, al igual que amb l'altre grup, mancances de coneixement previ de quant sumen els angles d'un triangle, però sí que tenien molt clares la definició de polígon, així com les diferències entre regulars i no regulars.

Un cop situats, els alumnes han començat a fer l'activitat sense gaires dubtes. Principalment els problemes se'ls han trobat aquells alumnes que mai havien treballat la papiroflèxia, però que amb l'ajuda dels companys han pogut continuar. En aquesta classe el percentatge d'alumnes que havien treballat la papiroflèxia o origami és una mica més alt (10 alumnes), i principalment havien treballat amb paper a primària.

Un cop construït l'hexaflexagon, els alumnes han començat a fer la fitxa de l'activitat seguint el vídeo. Entre tots hem comentat els resultats mica en mica.

Com a cloenda de l'activitat en aquest grup també he mostrat com fer un pentàgon regular o la propietat de la cinta de Moebius. Algun alumne no es creia que fos possible que a partir d'un paper de dues cares poguéssim tenir-ne un amb només una, així que hi ha hagut un moment en que tota la classe estava expectant dels resultats.

Cinc minuts abans d'acabar la classe, han tingut temps per contestar l'enquesta de manera voluntària.

Els resultats com es veuen a continuació són de major satisfacció i voluntat per voler fer més activitats manipulatives amb paper.

VÍDEO	3,92
Es veia bé.	4,23
S'entenia quina part correspon a cada pregunta.	3,5
És útil per fer l'activitat.	4,05
EXPLICACIONS	4
Ha parat quan calia per seguir l'activitat.	4,36
M'ha ajudat a entendre com seguir els passos.	4,23
M'ha servit per aclarir dubtes.	3,41
ACTIVITAT	3,64
M'ha agradat treballar amb paper.	3,91
Considero que la dificultat de l'activitat ha estat de:	3,09
L'activitat m'ha ajudat a aprendre.	3,18
M'agradaria fer més activitats així.	3,82

Realment els resultats de satisfacció dels alumnes han estat molt elevats. En molts casos superen el 4 de valoració.

Tot i els bons resultats, han considerat que l'activitat és més complexe i no ens ha ajudat tant en comparació al grup 1.

CONCLUSIONS

Les conclusions d'aquest treball són de diversos àmbits. Algunes són del recull d'informació portat a terme, d'altres de la realització del propi treball i per últim l'aplicació a l'aula.

CERCA D'INFORMACIÓ

Al començar la recerca d'informació em vaig adonar que hi ha molts llibres de papiroflèxia, i tots ells inclouen quelcom de matemàtiques, però no pas activitats.

Qualsevol llibre d'origami el podem mirar amb ulls de professors de matemàtiques i trobar idees per desenvolupar. Tot i que és una eina present de fa molt temps, és complicat trobar recursos complets i llestos per utilitzar. Més aviat ens trobem amb reflexions i pinzellades del que se'n pot extreure. Tot i que va ser innovació fa vora de dos segles, gent com Antoni Aubanell l'està tornant a portar com innovació a les aules.

L'origami és molt útil per fer demostracions i ajudar als alumnes a adquirir coneixements, per fer activitats curtes i treballar la geometria i la percepció espacial, i d'això hi ha molt material que es pot utilitzar a diferents nivells, des de primària fins a la universitat. Evidentment, tota la secundària disposa de molts recursos per aprofitar, només cal saber buscar.

TFM

A l'hora de fer aquest treball em vaig plantejar que el paper és un recurs òptim per motivar l'alumnat a un cost molt baix. D'altra banda, en diferenciar activitats pautades de recursos puntuals permet portar a terme diferents activitats a l'aula depenent del moment o del temps del que es disposi.

Ha estat complicat decidir quins recursos eren els més adients de reflectir en aquest treball. No es pretén fer tota una unitat didàctica i habitualment l'alumnat no està acostumat a aquest tipus d'activitats. Això comporta que les activitats hagin d'estar pautades i que la dificultat del plegat no pugui ser gaire gran.

També hi ha el risc de perdre's en els plecs pels plecs. És útil que l'alumnat estigui 30 minuts provant de fer una figura per explicar una successió? Quina és la manera òptima de construir un cub? A vegades he hagut de deixar enrere aquelles figures més complicades o decidir quines podien aportar més a la classe. Aquesta presa de decisions han estat fonamentals per a poder posar un marc al treball i establir els límits.

APLICACIÓ A L'AULA

El primer recurs que vaig utilitzar amb paper va ser el de Din A. La bona reacció de l'alumnat quan vaig presentar-lo, com una particularitat que estudiarien en el futur va engrescar als alumnes.

Aquesta primera activitat es va portar a terme abans de fer aquest treball, sense la necessitat de cap recurs fora de l'abast i va aconseguir el seu propòsit, mantenir l'atenció de l'alumnat podria ser una bona manera d'introduir-los i que els agradessin més les matemàtiques.

A l'hora de testejar el treball hi havia certes limitacions a tenir en compte: només disposava d'una única sessió i els resultats havien de ser a curt termini; els grups serien sencers i no hi hauria el professor habitual, cosa que podia dificultar la posta a pràctica; en general no estaven acostumats a les activitats manipulatives, i part de l'alumnat hi tenia certa aversió.

Durant l'aplicació els alumnes al principi es mostraven una mica neguitosos, ja fos pel canvi de

ritme de la classe, perquè són activitats que requereixen concentració o l'hora de l'activitat. Passat aquest moment, i en veure les possibilitats que té el paper es van mostrar sorpresos i motivats per continuar fent activitats d'aquesta mena.

Els resultats respecte els coneixements que es volia que aprenguessin (descomposició de figures en triangles, propietats d'un hexàgon regular) van ser satisfactoris. Els alumnes van deduir a partir de la pràctica guiada i en fer-ho a partir d'un element lúdic es va facilitar el diàleg dels alumnes.

El més interessant de l'activitat és la interacció entre els alumnes. Com s'ajuden entre ells a interpretar o veure millor els girs, o resoldre els dubtes que els sorgeixen. El clima de l'aula és molt diferent al que existeix durant una classe convencional. Tot i que s'ha de vigilar que no es descontrolï l'aula.

En general l'aplicació a l'aula de l'activitat d'hexaflexagon ha estat molt satisfactòria. El més sorprenent va ser poder veure els bons resultats dels alumnes que acostumen a tenir més dificultats. En ser una sessió amb una estructura diferent i una metodologia de treball gens semblant als problemes als quals estan habituats, els alumnes han de fer servir una tipologia de raonaments i habilitats als quals no estan acostumats.

Crec que incorporar activitats d'aquesta mena pot afavorir a donar resposta a les diferents maneres d'aprenentatge que trobem a les aules. I no només això, sinó que ajudaria a millorar no només la motricitat fina i la visió espacial: els nostres alumnes millorarien les relacions entre ells i acostaríem les matemàtiques. És una manera de motivar l'alumnat i poder apropar les matemàtiques amb una eina que sempre tenen a mà: el paper.

REFERÈNCIES

LLIBRES

Garcia Gual, J. Los pliegues del Libro: construcciones geométricas notables. Madrid: Aviraneta ed., 2011 ISBN 978-84-938047-4-9

Haga, K. Origamics. Mathematical explorations through paper folding. Traduit i deditat: Fonacier, J; Isoda, M London: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2008 ISBN 978-981-283-489-8

Hull, T. Project Origami. Activities for Exploring Mathematics. Wellesley: A K Peters, Ltd. 2006 ISBN 978-1-56881-258-8

Kasahara, K; Takahama, T. *Papiroflexia <origami> para expertos*. Madrid: EDAF ed., 2000 ISBN 84-414-0686-3

Mitchell, D. Mathematical Origami: Geometrical shapes by paper folding. Cambridge: Tarquin Publications, 2002 ISBN 1-899618-18-X

ARTICLES FÍSICS

Muñoz Santoja, J. Matemáticas doblando papel. *Uno: revista de Didáctica de las Matemáticas*. Graó ed., 2010, num. 53, p. 5-10.

Ledesma López, A. Aventuras y desventuras matemáticas de un folio DIN-A en el instituto. *Uno: revista de Didáctica de las Matemáticas*. Graó ed., 2010, num. 53, p. 45-70.

WEBS

Cruz, J.P; Unamuno y la papiroflexia, *Pajarita*. [en línia] Asociación Española de Papiroflexia. [consulta 2 d'abril 2013] <<http://www.pajarita.org/unamuno/unamuno.php> >

Generalitat de Catalunya. Gencat. Avaluació de l'educació secundària obligatòria 4t d'ESO. [en línia] Barcelona: Consell superior d'Avaluació del sistema educatiu, març 2013 [consulta 22 maig 2013] disponible a <<http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Home/Consell%20superior%20d'avalua/Pdf%20i%20altres/prova%20avaluacio%20eso%202013/rodadeprensa.pdf> >

Gonzales, J.M. Solidos platónicos. [en línia]. *IES Manuel Losada Villadante*, 2008 [consulta 10 maig 2013] <<http://www.redes-cepalcala.org/spip/manuelosada/spip.php?article172> >

Grupo LaX. Banda de Moebius (Educación Secundaria y Bachillerato). *Divulgamat*. [en línia] 2006. [consulta 10 maig 2013] < http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&task=view&id=9933&Itemid=35 >

Hart, V Hexaflexagon Safety Guide. 15 d'octubre de 2012 [en línia] [Consulta: 4 de març de 2013] Disponible a <<https://www.youtube.com/user/Vihart?feature=watch> >

Koshiro, H. History of Origami, *K's Origami*. [en línia] [consulta 3 abril 2013] <<http://origami.ousaan.com/library/historye.html> >

Royo, J.I. Matemáticas y Papiroflexia, *Pajarita*. [en línia] Asociación Española de Papiroflexia. [consulta 2 abril 2013] <<http://www.pajarita.org/articulos/articulos> >