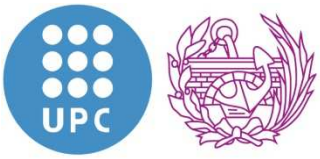

Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

TESINA DE ESPECIALIDAD

Título

ESTUDIO SOBRE LA APLICACIÓN DEL PRETENSADO PARCIAL CON FISURACIÓN CONTROLADA A PUENTES CONTINUOS DE HORMIGÓN

Autor/a

GUILLERMO BLANCO ARMAS

Tutor/a

JESÚS MIGUEL BAIRÁN GARCÍA

Departamento

INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN

Intensificación

I.T.O.P. CONSTRUCCIONES CIVILES

Data

OCTUBRE 2011

AGRADECIMIENTOS

Quiero dar las gracias ante todo a Jesús M.Bairán García por haberme dado la oportunidad de trabajar con él, por todo lo que supone haberlo tenido como tutor. Le agradezco profundamente la ayuda y el apoyo que me ha brindado para llevar a cabo el estudio. De estos últimos meses me queda una maravillosa experiencia en el recuerdo y espero que los estudios realizados y los que quedan por hacer le reporten grandes y magnificas experiencias en el futuro.

A mi familia, en especial a mi abuela Margarita, que siempre me apoyó en todas las decisiones difíciles y que ya no nos acompaña. A ella le dedico todo el trabajo y todo el esfuerzo dedicado para llegar hasta el final.

TÍTULO: Estudio sobre la aplicación del pretensado parcial con fisuración controlada a puentes continuos de hormigón

Autor: Guillermo Blanco Armas

Tutor: Jesús Miguel Bairán García

RESUMEN

Una estructura se proyecta con pretensado parcial cuando se permiten tracciones o fisuras de ancho limitado en secciones de hormigón pretensado.

Actualmente, este dimensionamiento se reconoce como una solución muy adecuada ya que, sin excesivas compresiones en el hormigón, se pueden controlar las fisuras y tracciones en las armaduras en función de las necesidades específicas. Sin embargo, cuando se produce fisuración, la respuesta seccional es no lineal y el cálculo de las tensiones en los materiales requiere un proceso iterativo, lo cual resulta complejo en la práctica cotidiana.

En el Departamento de Ingeniería de la Construcción (DEC) se ha desarrollado recientemente un método de dimensionamiento de secciones parcialmente pretensadas que permite obtener diseños optimizados que satisfacen las condiciones de fisuración o incremento de tensiones en situación de servicio o fatiga. El método permite definir de forma directa el espacio de soluciones factibles, similar al tradicional diagrama de Magnel, de forma directa, el cual resulta ser no-lineal al involucrar el comportamiento fisurado de la sección.

En esta tesina se plantea estudiar la aplicabilidad del pretensado parcial en puentes continuos de hormigón, basándose en la metodología de dimensionamiento ya desarrollada; pero considerando una variable adicional que viene definida por el trazado del pretensado y los esfuerzos hiperestáticos dependientes de ella. Así pues, el objetivo principal de la tesina es estudiar la influencia del pretensado parcial en el diseño final puentes continuos y proponer recomendaciones para optimizar el diseño final. En primer lugar, se aborda el problema del diseño del pretensado parcial en puentes hiperestáticos.

Seguidamente, se estudia la influencia del trazado en el diseño final. En este sentido el trabajo se centra en puentes de tipo losa con canto constante y se plantean dos alternativas: sección sin aligerar y sección aligerada, dando lugar a dos relaciones de cargas muertas diferentes. Posteriormente, se analizan diferentes trazados y se comparan los diseños tradicionales basados en tensiones admisibles con el método propuesto basado en el ancho de fisura. Las diversas soluciones obtenidas se valoran simplificadamente y se ofrecen recomendaciones de cara a obtener el diseño más económico.

TITLE: Design of continuous bridges with partially prestressed

Author: Guillermo Blanco Armas

Tutor: Jesús Miguel Bairán García

ABSTRACT

A concrete structure is considered to be partially prestressed when tension stresses or cracks are allowed to take place with allowable values.

Currently, this type of design is recognized as a very suitable and economic solution while the structural performance and durability requirements are satisfied with minimum cost and less prestressing force and amount of steel. However, the structural analysis of a cracked prestressed element is nonlinear, therefore design requires an iteration process, and obtaining the optimum design is rather complex.

Currently a novel design method for partially prestressed concrete has been developed in the Department of Construction Engineering (DCE) which is directly based on crack width or increment of tensile stresses in the reinforcement, instead of the traditional approach based on linear analysis and allowable stresses. This method is, therefore, suitable for service and fatigue limit state designs and allows obtaining the space of suitable solutions for this verifications in a direct non-iterative manner. This space results to be a non-linear domain, instead of being defined by straight lines as in the case of the Magnel Diagram based on linear analysis.

This bachelor thesis is aimed at studying the applicability of the new method for designing partially prestressed elements in the case of continuous concrete bridges. This implies the consideration of new variables as the tendons layout and secondary moments which depends on the layout and the prestressing force. Therefore, the objectives of this thesis are to study the influence of partially prestressing in the final design of continuous bridges and to derive recommendations for optimizing the final design.

Firstly, the problem of design of a partially (cracked) presetressing on continuous structures is considered. Second, the influence of tendon layout in the final solution is studied. In this sense, the study is focused on slab bridges of constant depth considering two alternative solutions: full section and hollow core section; obtaining, in this way, two different dead load conditions. Furthermore, different layouts are considered and the different alternatives are design by means of the new method (directly based on allowable crack width) and the traditional allowable stresses approach. The different solutions are valued in order to obtain recommendations for minimum cost design.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN 9
1.2. OBJETIVOS 9
1.3. METODOLOGÍA 10

CAPÍTULO 2: ESTADO DEL CONOCIMIENTO

2.1. ORIGEN Y LIMITACIONES DEL HORMIGÓN PRETENSADO TOTAL 11
2.2. HORMIGON PRETENSADO PARCIAL. ORIGEN Y VENTAJAS 11
2.3. ASPECTOS TECNOLÓGICOS DEL HORMIGÓN PRETENSADO 12
2.4. INTRODUCCIÓN A LOS PUENTES. TIPOS DE TABLERO Y CARACTERÍSTICAS 13
2.4.1. Sección maciza con masa concentrada 13
2.4.2. Sección aligerada con masa concentrada 13
2.4.3. Sección cajón 14
2.4.4. Sección Pi 14
2.5. HISTORIA SOBRE EL PRETENSADO EN TABLEROS DE PUENTE CONTINUO 14
2.5.1. Los primeros tanteos. Freyssinet 14
2.5.2. El desarrollo histórico de los primeros puentes de hormigón pretensado 15
2.6. CRITERIOS DE DISEÑO PARA HORMIGÓN PRETENSADO 19
2.6.1. Dimensionamiento de la fuerza de pretensado y excentricidad 19
2.6.2. Dimensionamiento del trazado del cable 20
2.7. NORMATIVA ACTUAL CON RESPECTO AL HORMIGÓN PRETENSADO PARCIAL 22
2.7.1. Eurocódigo2 23
2.7.2. ACI-318 26
2.7.3. EHE-08 27
2.7.4. AASHTO – LRFD 28
2.8. EL ANCHO DE FISURA EN SECCIONES PARCIALMENTE PRETENSADAS 28
2.8.1. Introducción al ancho de fisura en hormigón armado y pretensado 28
2.8.2. El ancho de fisura en Hormigón parcialmente pretensado. Papel y cálculo de la armadura pasiva 31
2.9. PRETENSADO EN ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS 34
2.9.1. Introducción al concepto de momento hiperestático 34
2.9.1.1. Esfuerzos de pretensado en una estructura hiperestática 35

CAPÍTULO 3: DISEÑO DE PUENTES CONTINUOS CON HORMIGÓN PARCIALMENTE PRETENSADO Y CONTROL DE FISURACIÓN

3.1. INTERÉS DEL MÉTODO 37
3.1.1. Método empleado para el cálculo de soluciones factibles mediante pivote 37
3.1.2. Observaciones extraídas del Diagrama no-lineal 44
3.2. APLICACIÓN A PUENTES CONTÍNUOS DE HORMIGÓN 44
3.2.1. Cálculo de la excentricidad equivalente 44

3.3. MODELAJE DE LA ESTRUCTURA Y CÁLCULO ESTRUCTURAL 44

CAPÍTULO 4: CASOS DE ESTUDIO

4.1. CASO DE ESTUDIO I: SECCIÓN MACIZA 47
4.1.1. Datos de la estructura 47
4.1.2. Definición del trazado del cable 48
4.1.3. Cálculo de esfuerzos mediante SAP2000 49
4.1.4. Cálculo de excentricidades equivalentes 49
4.1.5. Cálculo de la fuerza P mínima y área de pretensado necesaria 50
4.1.6. Estado Límite Último de flexión 53
4.1.6.1. Verificación para momentos positivos 54
4.1.6.2. Verificación para momentos negativos 55
4.1.6.3. E.L.U considerando disipación total de momento hiperestático .. 57
4.1.7. Estado Límite Servicio de Fisuración 59
4.1.8. Resultados finales del Caso I 61
4.2. CASO DE ESTUDIO II: SECCIÓN ALIGERADA 62
4.2.1. Datos 62
4.2.2. Definición del trazado del cable 63
4.2.3. Cálculo de esfuerzos mediante SAP2000 63
4.2.4. Cálculo de excentricidades equivalentes 64
4.2.5. Cálculo de la fuerza P mínima y área de pretensado necesaria 64
4.2.6. Estado Límite Último de flexión 67
4.1.6.1. Verificación para momentos positivos 69
4.1.6.2. Verificación para momentos negativos 70
4.1.6.3. E.L.U considerando disipación total de momento hiperestático 71
4.2.7. Estado Límite Servicio de Fisuración 72
4.2.8. Resultados finales del Caso II 74

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

El pretensado parcial es una alternativa económicamente competitiva para el diseño de elementos de hormigón que, por sus exigencias en servicio, no pueden ser abordados con el hormigón armado pero que, al no estar expuestas a ambientes especialmente agresivos, no requieren que estén totalmente comprimidos.

Aunque la técnica de pretensado parcial se reconoce actualmente como la solución más versátil que puede aportar soluciones óptimas entre los casos extremos de hormigón armado y hormigón totalmente pretensado, no existe en la actualidad consenso sobre los procedimientos y estrategias para abordar su dimensionamiento; debido, fundamentalmente, a que su cálculo es más complejo que en los dos casos extremos. Debido a ello, en la práctica existen diversas metodologías simplificadas, pero no objetivas desde el punto de vista de los estados límites críticos para la acción de pretensado (fisuración, deformaciones, fatiga, etc.) que requieren, en general, análisis de prueba y error y que no todos convergen a la misma solución.

Recientemente, se ha desarrollado en el Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC una metodología simplificada para el dimensionamiento de pretensado parcial que permite controlar directamente la fisuración en servicio o el incremento de tracción en las armaduras para una determinada carga de fatiga, que permite un dimensionamiento directo, relativamente simple y con más exactitud que las técnicas más extendidas en la actualidad, aunque sigue siendo un método aproximado y, por lo tanto, con cierta componente conservadora.

El método ha sido aplicado satisfactoriamente a diversas situaciones de diseño (vigas, losas pretensadas, etc) y su respuesta diferida en el tiempo ha sido estudiada mediante análisis no-lineal, indicando que el uso del pretensado para controlar la funcionalidad en elementos fisurados es estable en el tiempo.

1.2. OBJETIVOS

Siguiendo con esta línea de investigación, se pretende que esta tesina tenga dos objetivos prácticos:

I. Investigar cómo aplicar el método de dimensionamiento de secciones parcialmente pretensadas con fisuración controlada al caso de puentes continuos donde la existencia de momentos hiperestáticos de pretensado juega un papel relevante.

II. Evaluar las ventajas económicas del pretensado parcial en lo referente al armado longitudinal (activo y pasivo), para satisfacer tanto los requisitos de ELS como ELU.

Para ello se plantearán casos de estudio, que permitan observar la influencia de la configuración de vanos y tipo de sección transversal, se plantearán sus diseños considerando pretensado total, el método de diseño tradicional basado en tensiones admisibles y el método propuesto basado en el ancho de fisura y considerando el cumplimiento de los requisitos de ELU, así mismo se estudiarán diversos trazados.

De esta forma, se analizarán las diferentes variables y se evaluarán las variaciones económicas respecto a los armados.

1.3. METODOLOGÍA

En primer lugar, se ha realizado un estudio previo acerca de los conocimientos existentes sobre el pretensado parcial y total. Además se ha hecho especial hincapié en los conocimientos actuales sobre puentes continuos y aspectos tecnológicos y constructivos del acero de pretensar en dichas estructuras.

La metodología para el dimensionamiento de puentes continuos se lleva a cabo mediante análisis estructural. Para realizar dicho análisis usamos el programa de cálculo SAP2000 que nos agiliza la obtención de resultados en estructuras hiperestáticas.

Para el dimensionamiento la fuerza P de pretensado en secciones con fisuración controlada se ha usado una hoja Excel con varias macros que implementan el método de barrido de nuestras secciones y hace un trabajo de iteración para la búsqueda del resultado óptimo. Lo mismo con el cálculo de ancho de fisura (ELS) en el que se implementa en otra hoja Excel.

La propuesta de dimensionamiento se ha aplicado a dos casos de estudio:

- En el primer caso se ha escogido un puente losa de monografía, con sección maciza y 4 vanos ya dimensionado con pretensado total. De este modo podemos aplicar el nuevo método y comparar los resultados.

- En el segundo caso, y con la misma idea de comparar los resultados se usa el mismo puente anterior (manteniendo longitud entre vanos) pero en este caso se cambia la sección maciza por una con aligeramientos cuadrados.

En ambos casos de estudio modificamos el trazado del cable hasta 3 veces, obteniendo mas resultados con los que comparar el puente losa existente.

Capítulo 2

ESTADO DEL CONOCIMIENTO

2.1. ORIGEN Y LIMITACIONES DEL HORMIGÓN PRETENSADO TOTAL

Los orígenes del pretensado se presentan en el último decenio del siglo XIX. Sin embargo, no fue hasta el 1930 cuando Eugène Freyssinet estableció la Técnica del Hormigón Pretensado.

A partir de entonces se consideró que la principal ventaja del pretensado consistía en equilibrar la carga permanente mediante la reacción que origina la curvatura de los tendones en cada punto junto con las creadas por los anclajes, mantenían en compresión el hormigón incluso bajo la acción de sobrecargas, disminuyendo la posibilidad de fisura (incluso anulándola) y transformando el hormigón en un material continuo, homogéneo e isótropo. De este modo, la finalidad del hormigón totalmente pretensado es evitar la aparición de fisuras y zonas de tracción en toda la estructura, por lo que estos elementos deben permanecer totalmente comprimidos bajo la totalidad de las cargas. Aunque este sistema solventa el inconveniente de grandes cantos para grandes luces, y además prácticamente impermeabiliza la estructura de cara a ambientes agresivos, presenta varios inconvenientes:

- El pretensado se dimensiona para la totalidad de la carga, lo que implica la necesidad de dimensionar fuertes cabezas de compresión para soportar compresiones en vacío del pretensado.

- Se requieren valores importantes de fuerza de pretensado, lo que se traduce en un gran consumo de armadura activa, incluso en zonas innecesarias, lo que no resulta económico.

- El nivel de seguridad a rotura es innecesariamente alto. Se pueden producir contraflechas importantes que pueden aumentar en el tiempo por fluencia.

- Pueden aparecer fisuras anchas de forma imprevista a causa de no existir armadura activa, que no estarán controladas, y la estructura puede peligrar por durabilidad por corrosión en el acero activo.

2.2. HORMIGÓN PRETENSADO PARCIAL. ORIGEN Y VENTAJAS

La idea del pretensado parcial aparece en el año 1939, en un artículo publicado en alemán por el austriaco H. Von Emperger.

En dicho artículo se establece la descomposición de la armadura en dos fracciones, una activa pretensada y formada por aceros de alta resistencia, y otra pasiva dispuesta sin tensar. Esta última puede ser beneficiosa ya que, se consigue una notable disminución en la carga de fisuración. Mediante esta disposición, la armadura pasiva queda así constituida por unas barras de acero ordinario, más una armadura adicional que están formadas por aceros de alta resistencia, de la misma calidad que la armadura activa. La propuesta de Emperger equivale a reducir la tensión inicial de la armadura activa a unos niveles inferiores para renunciar, a una compresión de todo el hormigón bajo la acción de las máximas sobrecargas de servicio.

El pretensado parcial presenta ventajas como:

a. No tiene problemas de cabezas de compresión en vacío excesivamente grandes.
b. No presenta contraflechas de pretensado excesivas.
c. Reducción de la fuerza de pretensado, ya que se dispone de menor cantidad de armadura activa.
d. La armadura pasiva permite controlar la fisuración causada por procesos físicos del hormigón como la retracción, contracción térmica, asientos…
e. La reducción del peso propio permite disponer de menores cantos.
f. No supera el estado límite de descompresión bajo cargas permanentes.
g. No superar el estado limite de abertura de fisuras para el ambiente en el que se esté bajo cualquier situación de carga.
h. Garantizar la seguridad a flexión necesaria.

Frente al pretensado total, al disponer de armadura pasiva, la cuantía necesaria de pretensado es menor, con el consecuente ahorro económico. Si el cálculo es correcto, frente a las sobrecargas, la estructura fisurará hasta el límite impuesto en proyecto, pero una vez desaparezcan las cargas, la fisura se cerrará de nuevo. Por otra parte, el hecho de disponer armadura pasiva suficiente, hace que la fisuración este controlada, por lo que no se tendrán problemas de durabilidad. Con pretensado parcial no suelen existir en general problemas de cabezas de compresión en vacío ni contraflechas excesivas.

2.3. ASPECTOS TECNOLÓGICOS DEL HORMIGÓN PRETENSADO

Pretensar el hormigón fue una de las ideas más brillantes del siglo XIX en el ámbito de la ingeniería de la construcción. Numerosos ingenieros intentaron crear, mediante ensayos y pruebas, un método que pudiera simplificar el proceso de tesado en obra y sobretodo minimizar el coste de la tecnología necesaria, ver [1].

Sin embargo, ninguno de los intentos dio lugar a una técnica del hormigón pretensado que permitiera su difusión. Se quedaron en actuaciones aisladas, algunas de ellas muy brillantes, pero con una trascendencia limitada en la ingeniería.

Uno de los problemas fundamentales con que se enfrentaban todas las patentes de hormigón pretensado, era el acortamiento por retracción y fluencia; estas deformaciones daban lugar a que se perdiera la tensión que se daba previamente a las armaduras, y por lo tanto el pretensado perdía toda su eficacia. Por ello, los ensayos que hacían con aceros normales de armado, fracasaban.

Era necesario utilizar *aceros de mucha mayor resistencia* que los de armado para poder absorber las pérdidas debidas al acortamiento por retracción y fluencia, sin que se pierda casi totalmente el efecto del pretensado.

La obra del puerto de Havre en 1934 le sirvió a Eugene Freyssinet como pretexto para la difusión de la técnica del hormigón pretensado pues el éxito en el uso de acero de alta resistencia en el recalce de la cimentación fue rotundo. Desde entonces se dio lugar a infinidad

de procedimientos para tesar y anclar las armaduras. Se utilizaron unidades formadas por grupos de alambres de 5 ó 7 milímetros de diámetro hasta pasar a unidades formadas por varios cables de 0,5'' ó 0,6'' que son los usados actualmente.

Además de la necesidad de aumentar la resistencia del acero para las armaduras de pretensado, otro de los aspectos importantes era mejorar el comportamiento a compresión del hormigón. Ello es necesario debido a las grandes fuerzas que los gatos imponen sobre la estructura. Fuerzas sobre el hormigón que actualmente rondan el millar de toneladas y que son necesarias según la estructura que se proyecte.

Actualmente, la resistencia a compresión de los hormigones que se usan para diseño de hormigón pretensado no debe ser inferiores a 35 MPa, siendo recomendable resistencias superiores a los 40 MPa.

2.4. INTRODUCCIÓN A LOS PUENTES. TIPOS DE TABLERO Y CARACTERÍSTICAS

Existen varios tipos de puente y cada uno se adapta a las características donde va a ser emplazado. Ya sea por los problemas que se plantean en la redacción de cualquier proyecto de un puente, pueden aparecer varios tipos según el terreno o la luz que se debe salvar: puentes en *arco*, puentes *pórtico*, puentes *colgantes y atirantados*, puentes *viga, etc.* Todos ellos presentan sus ventajas e inconvenientes pero de nada sirve usar uno u otro sino se tiene en cuenta los tipos de sección transversal óptimos para cada caso.

Por ello se presentan algunas de las secciones más utilizadas en puentes continuos y como afectan los esfuerzos a los diferentes tipos de sección transversal desde un punto de vista para la ejecución del postesado y los esfuerzos que puede producir sobre ella.

2.4.1. Sección maciza con masa concentrada

Esta es precisamente una de las secciones utilizadas en nuestro estudio. Debido a sus características es interesante observar como esta sección interactúa con el cambio de trazado de nuestro pretensado y como su gran peso propio influye en la fuerza necesaria de pretensado final.

Es una sección que suele tener poca inercia comparada con el área total de la que dispone por lo que puede llegar a desaprovecharse dependiendo cual sea su uso. Para grandes luces donde el uso del pretensado es casi obligatorio su peso contrarresta demasiado el empuje ascendente que le da la fuerza impuesta. Esto obliga a aplicar grandes fuerzas de tesado en proyecto y a dimensionar armados excesivos para las cabezas de compresión en los extremos donde interactúa el gato y el tablero. Es posible además que haya que dividir en más de una las operaciones de tesado pertinentes para conseguir no fisurar por compresión el hormigón, aumentado progresivamente la fuerza.

2.4.2. Sección aligerada con masa concentrada

Esta es la evolución lógica de la sección anterior. Prácticamente podemos reducir hasta la mitad el peso propio de la sección lo que conlleva un mejor aprovechamiento de la misma. La

inercia no varía apenas lo que le da un mayor rendimiento al no tener que soportarse a sí misma. Las fuerzas de pretensado aplicadas pueden reducirse considerablemente así como el área de armadura activa. Esto no sólo comporta una mejora del rendimiento de la sección sino que puede llegar a ser muchísimo más económica dependiendo de cuál sea su uso.

Por la evolución que presenta sin variar excesivamente su forma de diseño se ha escogido como segundo caso de estudio para ver los cambios al incorporar aligeramientos.

2.4.3. Sección cajón

Otra evolución lógica al caso anterior. En este caso la sección se libera prácticamente de su peso propio haciéndola mucho más rentable y económica. Una de las secciones que presenta mejor rendimiento para el soporte de cargas puesto que trabaja como si fuera dos vigas en doble T, es decir aprovechando el alma de la sección prácticamente al máximo.

Sin embargo surgen otros problemas que antes apenas existían. Uno de ellos es la colocación de la armadura activa puesto que el espacio se ha reducido considerablemente. Esto conlleva una serie de complicaciones no sólo en la colocación de los tendones sino en el proceso de tesado de los cables puesto que al estar más juntos requieren una logística adicional.

Otro de los problemas que pueden surgir es el hecho que el momento torsor cobra bastante más protagonismo que en los casos anteriores y la armadura transversal puede ser importante. Esto conlleva también menos espacio para la colocación de la armadura activa que ocupa justo el espacio disponible.

2.4.4. Sección en Pi

Otra sección a tener en cuenta es la sección en Pi formada prácticamente por dos vigas en T. La parte que mas soportará las cargas son las almas de la sección y el tablero sólo da continuidad a las 2 vigas existentes. Es similar a la sección anterior en cuanto a rendimiento y sobretodo en la colocación de la armadura activa. Además uno de los aspectos positivos es el hecho de que el momento torsor desaparece completamente.

2.5. HISTORIA SOBRE EL PRETENSADO EN TABLEROS DE PUENTE CONTINUO

2.5.1. Los primeros tanteos. Freyssinet.

La idea de prestirar al acero antes del vertido de hormigón es antigua. Leemos [1,2] reseñas de patentes que, desde 1886, aparecen tanto en Europa como en EEUU. O sea, desde casi el mismo arranque del hormigón armado. Allí surgen numerosos nombres, la mayoría de los cuales no han pasado a la historia de esta tecnología. Pero tan extensa lista sirve para ilustrarnos sobre el deseo unánimemente sentido de mejorar la respuesta de las piezas de hormigón armado.

La idea de pretensar sólo pudo llegar a buen término cuando alguien entendió que ese prealargamiento del acero debía ser grande, varias veces mayor que los acortamientos

inevitables debidos a fluencia y retracción del hormigón, de modo que tras ellos quedara el acero con un alargamiento residual suficiente. Parece que ese alguien fue Freyssinet.

La realidad es que Freyssinet, aunque llego a empeñar toda su fortuna, logró demostrar que la idea de pretensar era útil y posible.

El hundimiento progresivo por causa de una cimentación deficiente de la Estación marítima del Havre fue su gran oportunidad: ante el escepticismo general, y a causa de que nadie encontraba solución a un problema que en la Francia de los años 30 se iba convirtiendo en una cuestión de prestigio nacional, Freyssinet fue capaz de llevar las cargas verticales de los pilares de este edificio a unos nuevos pilotes de cimentación a través de cargaderos pretensados, deteniendo de modo definitivo su colapso, siendo el proceso un éxito de índole más que nacional.

A partir de este momento, la presencia en las obras de gatos y utillajes de pretensado se ha ido generalizando hasta el día de hoy en que han llegado a construir en ellas elementos corrientes e indispensables.

2.5.2. El desarrollo histórico de los primeros puentes de hormigón pretensado

La empresa alemana Weyss und Freitag adquirió en 1935 la licencia del sistema Freyssinet y ya en 1938 construyó el primer puente de tramo recto, paso superior sobre autopista en Oelde (Westfalia), que con sus 35 metros de luz ofrece una imagen radicalmente distinta de la que podía esperarse de un tramo armado. La tragedia de la II Guerra Mundial que, no hace falta decirlo, asoló los puentes de Centroeuropa y que, por la necesidad de su reconstrucción, fue causa directa de la gran expansión del pretensado a partir de 1945.

La viga prefabricada, como loncha longitudinal de un tablero de puente, como pieza autoestable, y como verdadera parte alícuota de la resistencia global del tramo, se impone en Europa a partir de los años 50. Ya se ve, por entonces, como la idea del prefabricado irrumpe con fuerza y gracias a la acción compensadora que supone el pretensado ha podido el hormigón desarrollar este tipo de secciones de alma delgada.

Fig. 2.1. Puente típico de tramo recto con tablero compuesto por grandes vigas prefabricadas, construido en Francia, en 1960.

Con vigas prefabricadas, y sin llegar a agotar sus posibilidades resistentes, se llegaron a cubrir luces de más de 60 metros.

Más tarde, Alemania desarrolló una nueva técnica mediante cimbra y encofrado que dio lugar a dinteles continuos sin juntas sobre apoyos intermedios en pilas.

La continuidad ofrece tantas ventajas funcionales que, al cabo de los años se impuso por toda Europa de modo que incluso la prefabricación se aplica de modo creciente para lograr tableros continuos.

De 1953 es la *Fig. 2.2.*, en Múnich, que nos trae la imagen de los dinteles serenos, diríase que no pesantes, volando a escasa altura sobre un curso de agua. Imagen de una elegancia absoluta.

Pues bien, con un puente de tramo recto, dintel continuo de hormigón pretensado, luces de 60-70 metros se salvan hoy sin demasiada dificultad con un canto del tablero de no más de 3 metros. Se entiende la revolución que el pretensado ha venido a introducir en la tipología de los puentes.

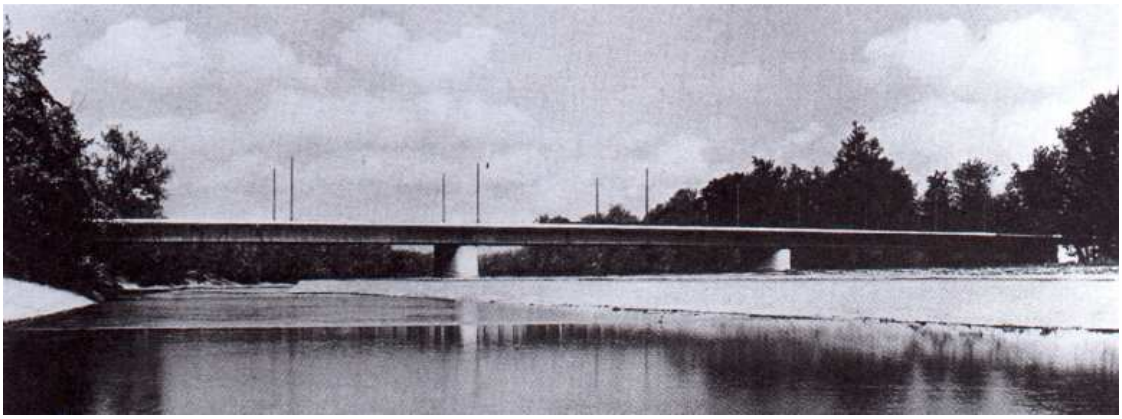

Fig. 2.2. Ejemplo de puente de tramo recto construido sobre cimbra con proporciones cuidadas. Río Isar, Múnich.

Pero esa revolución no para allí.

Los puentes de tramo recto y canto variable inician el camino de la variación de inercia del tablero, concentrándola en la zona de las pilas, de modo que la ley de resultante de flectores cargue más en las pilas, en forma de mayores momentos negativos, y aligere los positivos de vano.

Con esta tendencia se logran menores espesores de la sección transversal y, por tanto, de peso propio en las zonas de vano, donde ese peso hace daño.

Ulrich Finsterwalder construye en 1964 uno de los puentes más significativos e influyentes de la época y marca la culminación del espectacular desarrollo que tuvieron los puentes pretensados en Alemania después de la II Guerra Mundial.

Este es el puente de Bendorf, *Fig. 2.3.*, construido por avance en voladizos sucesivos y de canto variable, con una distancia apabullante de 208 metros de luz.

Fig. 2.3. Puente de Bendorf sobre el Rín, construido en 1964.

A medida que las luces crecen, la tipología de los tableros no sólo se modifica en alzado. Las entrañas del mismo, lo que los ingenieros denominamos sección transversal, se afinan y perfeccionan.

Porque se trata de lograr secciones que resistan la máxima flexión con la menor área de hormigón, área que es sinónimo de peso propio.

Por ello, el hormigón pretensado acude a secciones huecas y cerradas, de paredes delgadas, que le aproximan, cada vez más, a la construcción metálica.

Por tanto, esos grandes dinteles que, por exteriormente cerrados, unos ojos profanos pueden imaginar macizos son en realidad huecos y compuestos de paredes delgadas.

El puente sobre el Sena, *Fig. 2.4.*, es una muestra de diseño depurado donde un tablero de hormigón, con sección en ala de avión y rematado por esplendidas impostas se apoya con máxima limpieza en pilas planteadas en el cauce.

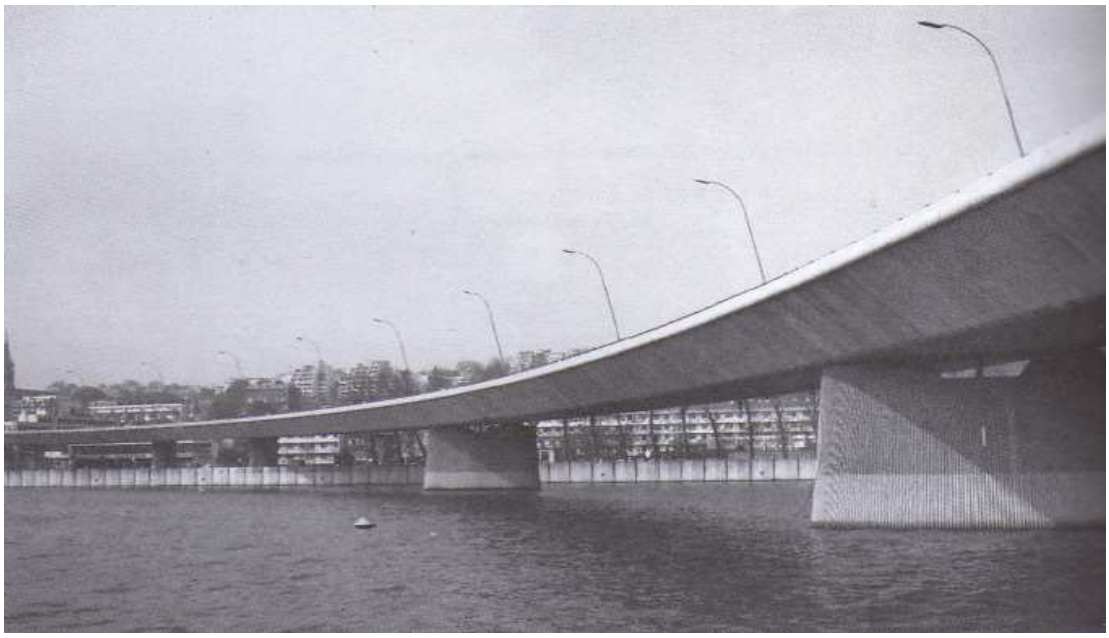

Fig. 2.4. Puente curvo en planta sobre el Sena en París.

Figura bien distinta compone el viaducto, *Fig 2.5*., que cruza el gran valle glaciar del Köcher en las inmediaciones de Stuttgart.

Con una longitud de 1.100 metros y compuesto por vanos repetidos de 138 metros, con pilas esbeltas que alcanzan la imponente altura de 185 metros, el del Köcher es un ejemplo paradigmático de la capacidad actual de la ingeniería estructural para saltar valles sin casi tocarlos. Y, para ello, con un diseño absolutamente depurado, donde ningún elemento esta de mas.

Fig. 2.5. Viaducto del valle del Köcher, Alemania 1980.

2.6. CRITERIOS DE DISEÑO DEL HORMIGÓN PRETENSADO

2.6.1. Dimensionamiento de la fuerza de pretensado. Diagrama de Magnel

Actualmente el método más usado para dimensionar la fuerza de tesado es calcular las inecuaciones de Magnel. Es decir materializar el diagrama que nos ofrece el rango de valores de fuerza de pretensado que podemos utilizar en nuestra sección.

Este método considera cuatro inecuaciones para el cálculo de la fuerza P, dos en la situación de vacío y las otras dos en situación de servicio:

1ª Inecuación - Limita que las tensiones sean mayores a la máxima tensión admisible de compresión en la zona inferior de la pieza en situación de vacío. En este caso se debe considerar una tensión máxima a compresión para el día en el que se realice el tesado,$\sigma_{c,adm,j}$, el momento que actúa en vacío (por peso propio) y un coeficiente de mayoración de P al ser el tesado desfavorable en situación de vacío:

$$\sigma_1 = \gamma_p \cdot \frac{P}{A_c} + \gamma_p \cdot \frac{P \cdot e \cdot v'}{I_c} - \frac{M_{pp} \cdot v'}{I_c} \leq \sigma_{c,adm,j} \tag{2.1}$$

2ª Inecuación – Limita que las tensiones sean mayores a la máxima tensión admisible de tracción en la zona superior de la pieza en situación de vacío. En este caso se debe considerar una tensión máxima de tracción para el día en el que se realice el tesado,$f_{ct,adm,j}$, el momento que actúa en vacío (por peso propio) y un coeficiente de mayoración de P al ser el tesado desfavorable en situación de vacío:

$$\sigma_2 = \gamma_p \cdot \frac{P}{A_c} - \gamma_p \cdot \frac{P \cdot e \cdot v}{I_c} - \frac{M_{pp} \cdot v}{I_c} \geq f_{ct,adm,j} \tag{2.2}$$

3ª Inecuación – Limita que las tensiones sean mayores a la máxima tensión admisible de tracción en la zona inferior de la pieza en situación de servicio. En este caso hemos de considerar una tensión máxima a tracción a los 28 días $f_{ct,adm,28}$, el momento que actúa en combinación frecuente, un coeficiente de minoración de P al ser el tesado favorable en situación de servicio:

$$\sigma_3 = \gamma_p \cdot \frac{P}{A_c} + \gamma_p \cdot \frac{P \cdot e \cdot v'}{I_c} - \frac{M_{frec} \cdot v'}{I_c} \geq f_{ct,adm,28} \tag{2.3}$$

4ª Inecuación – Limita que las tensiones sean mayores a la máxima tensión admisible de compresión en la zona superior de la pieza en situación de servicio. En este caso hemos de considerar una tensión máxima a compresión a los 28 días,$\sigma_{c,adm,28}$, el momento que actúa en combinación poco probable y un coeficiente de minoración de P al ser el tesado favorable en situación de servicio:

$$\sigma_4 = \gamma_p \cdot \frac{P}{A_c} - \gamma_p \cdot \frac{P \cdot e \cdot v}{I_c} - \frac{M_K \cdot v}{I_c} \leq \sigma_{c,adm,28} \tag{2.4}$$

Con las cuatro inecuaciones obtenidas, nuestras incógnitas son *P* y *e,* por lo que se impone una excentricidad máxima definida por las condiciones geométricas de la sección. Se resuelven las inecuaciones encontrando el valor de *P* el cual estará dentro de un intervalo, que queda

definido en las cuatro rectas que representan el diagrama de Magnel. Cada una de estas rectas es una de las inecuaciones calculadas anteriormente.

A partir de la excentricidad máxima se define otra recta que es la que marcará la P_{max} y la $P_{mín}$. Entre esos valores se encontrará el valor de P que buscamos.

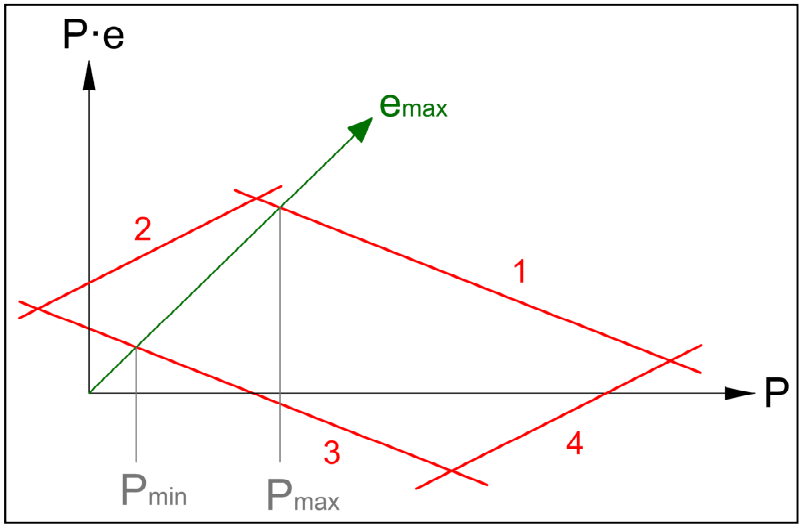

Figura 2.6. Diagrama de Magnel

Obtenido el intervalo en que se encuentra *P*, la fuerza de pretensado a largo plazo se define como $P_{\infty} = P_{mín}$.

La fuerza que debemos, P_O, viene dada de descontar las pérdidas de pretensado que suelen situarse entre un 20 y 30% de la fuerza que apliquemos. Por ello nuestra fuerza debe ser entre un 20 y 30% mayor que nuestra fuerza mínima posible, de este modo: $P_O = 1.33 \cdot P_{\infty} < P_{máx}$

Si $P_O > P_{máx}$ se debe reducir la excentricidad y volver a realizar los cálculos. Una vez obtenida la fuerza necesaria P_O ya se puede obtener el área de armadura activa mediante: $A_P = \frac{P_O}{f_{Po}}$, donde $f_{Po} = \min(0.75 \cdot f_{Pu}\,; 0.9 \cdot f_{Py})$. Siendo f_{Po} la tensión de los cables en el momento de tesado en MPa, f_{Pu} que suele ser 1860 MPa límite elástico de los tendones y f_{Py} que suele ser 1700 MPa.

2.6.2. Dimensionamiento del trazado del cable

Para el dimensionamiento del trazado del cable es indispensable tener en cuenta los núcleos central y límite de la sección. Estos núcleos son los que determinan el área por donde el trazado del cable puede disponerse sin causar tensiones no admisibles.

Por un lado tenemos el núcleo central: este delimita la zona en la que se puede aplicar el axil sin que aparezcan tracciones, su cálculo procede del siguiente modo:

$$c = \frac{I}{A \times v'} \;\; ; \;\; c' = \frac{I}{A \times v} \qquad (2.8)$$

Donde *c* es la distancia dispuesta desde el centro de gravedad de la sección hacia la fibra superior y *c'* hacia la fibra inferior. De este modo se produce el acotamiento donde aun aplicando axil no aparecerán tracciones en la zona.

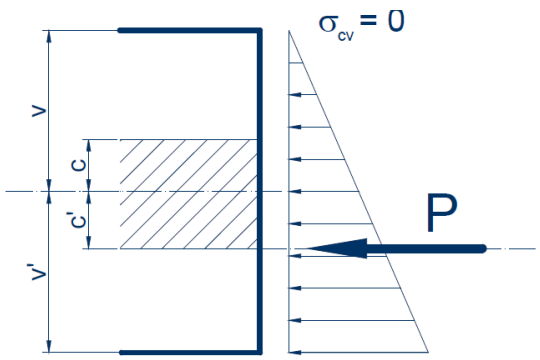

Figura 2.7. Representación del Núcleo central de una sección

El núcleo límite podemos decir que limita al central puesto que al caso anterior le añadimos la carga de un momento. Es decir, es la zona en la que se puede aplicar un axil sin que aparezcan tracciones *aun trabajando con momentos* flectores. Su cálculo viene dado por estas expresiones:

$$\zeta = \left(\frac{f_{ct}(servicio)\times A}{P} + 1\right) \times c - \frac{M_{frecuente}}{P} \qquad (2.9)$$

$$\zeta' = \left(\frac{f_{ct}(vacío)\times A}{P} + 1\right) \times c' - \frac{M_{vacio}}{P} \qquad (2.10)$$

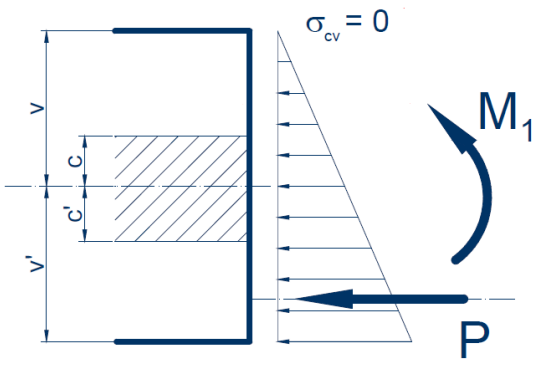

Fig 2.8. Representación del Núcleo Límite

Aquí tendríamos el área acotada del núcleo límite en una pieza isostática, es decir el tramo por donde podemos colocar el cable de nuestro pretensado:

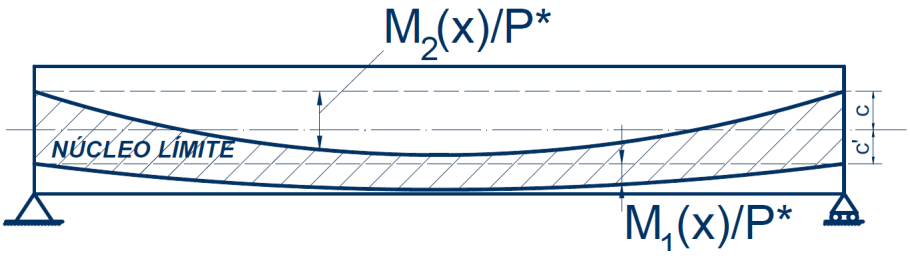

Figura 2.9. Núcleo límite en pieza isostática.

2.7. NORMATIVA ACTUAL CON RESPECTO AL HORMIGÓN PRETENSADO PARCIAL

Se entiende por pretensado total, cuando una pieza está totalmente comprimida durante la situación de servicio, en los origines del pretensado se pretendía que esto se cumpliera para la situación de cargas máximas de servicio (situación poco probable), lo cual lleva a fuerzas de pretensado muy grandes y a otros problemas derivados de las fuertes compresiones que pueden producir grandes deformaciones diferidas.

En contrapartida a este, existe el pretensado parcial que algunos autores definen como la situación en la que se permiten tracciones en la pieza y otros lo entienden cuando se permite que la pieza se fisura de forma controlada. A efectos prácticos existe poca diferencia en este matiz ya que si se entiende que puede haber tracciones para una carga de servicio menor que a la máxima posible, no se puede descartar que eventualmente tenga lugar la fisuración si se supera la carga prevista aunque sea de forma temporal. Una vez la pieza haya fisurado ya no puede resistir más tracciones. Se puede decir, por lo tanto, que el hormigón pretensado es una situación intermedia entre el pretensado total y el hormigón armado (pretensado nulo).

Tradicionalmente, se ha clasificado el tipo de pretensado de la siguiente forma:

1) *Clase I (pretensado total):* Se desea reducir un mínimo la probabilidad de aparición de fisuras. No se debe alcanzar el estado límite de descompresión ni siquiera para la combinación más desfavorable de acciones.

2) *Clase II:* Se acepta una probabilidad reducida de aparición de fisuras. No se debe alcanzar el estado límite de aparición de fisuras ni siquiera para la combinación más desfavorables de acciones. Tampoco debe alcanzarse el estado límite de descompresión bajo la combinación de cargas permanentes y las cargas variables frecuentes.

3) *Clase III (pretensado parcial):* Se acepta la aparición de fisuras, pero limitando su abertura, y asegurando que no existe fisuración bajo cargas permanentes. No se debe alcanzar el estado límite de fisuración controlada ni siquiera para la combinación más desfavorable de acciones, al igual que tampoco debe llegarse al estado límite de descompresión bajo la actuación de cargas permanentes.

Puesto que el hormigón parcialmente pretensado se encuentra en una clase intermedia entre el hormigón armado y el hormigón pretensado, no queda bien definida cual es la situación determinante para su dimensionamiento. Esto se debe a que en ocasiones el dimensionamiento puede estar determinado por el estado límite de fisuración controlada, mientras que en otras ocasiones, sea el estado límite último de agotamiento.

De modo que con el pretensado parcial, se trata de dimensionar tanto la armadura activa como la pasiva con el fin de no superar el estado límite que determinan dichas clases, mencionadas con anterioridad. Obteniendo como resultado menor cantidad de armadura activa puesto que se dispone de mayor cantidad de armadura pasiva, suponiendo un ahorro en la mayoría de los casos.

Un claro ejemplo de aplicación sería en puentes continuos de hormigón pretensado. Esto se debe a que en puentes es normal que la cara superior de la losa este expuesta al sol, mientras que la inferior no y esto produce una diferencia de gradiente térmico importante. Los esfuerzos térmicos producidos por la diferencia de gradiente pueden provocar fisuras si estos no se han tenido en cuenta de forma adecuada, algo probable puesto que la normativa no se acerca mucho a la realidad. Por esto es mejor disponer de armadura pasiva y así también se reduce la armadura activa que de otro modo podría resultar antieconómico.

2.7.1. Eurocódigo2

Las fisuras están limitadas con el fin de no afectar al propio funcionamiento o durabilidad de la estructura. La aparición de fisuras se considera normales en una estructura pretensada que tengas solicitaciones de flexión, torsión, cortante o tensiones resultantes de cargas directas, deformaciones impuesta o restricciones.

Aunque también, se contempla la posibilidad de aparición de fisuras por otras causas como son la contracción plástica o reacciones químicas expansivas que se producen en el hormigón.

El ancho de fisura permitido está limitado en función del ambiente en el que se encuentre la estructura. En la tabla 2.3. se representa la clasificación de los ambientes para la EC2 [3] y en la tabla 2.4. la limitación del ancho de fisura establecido.

Designación de clase	**Descripción del ambiente**	**Ejemplos donde la exposición de la clase puede ocurrir.**
1. No hay riesgo de corrosión		
X0	Hormigón si refuerzo o metal incrustado en todas las exposiciones excepto donde hay hielo o deshielo, abrasión o ataque químico. Hormigón con refuerzo o metal incrustado: muy seco.	Hormigón dentro de edificios con humedades bajas.

Tabla 2.3.a Clasificación de ambientes según EC2

Designación de clase	Descripción del ambiente	Ejemplos donde la exposición de la clase puede ocurrir
2. Corrosión por carbonatación		
XC1	Seco o permanentemente húmedo.	Hormigón dentro de edificios con humedades bajas. Hormigón permanentemente sumergido en agua.
XC2	Húmedo, raramente seco.	Superficie en contacto con agua a largo plazo. Algunos cimientos.
XC3	Humedad moderada.	Hormigón dentro de edificios con humedades altas o moderadas. Hormigón exterior protegido de la lluvia.
XC4	Ciclos húmedo/seco.	Superficie en contacto con agua, no incluidas en XC2.
3. Corrosión por cloruros		
XD1	Humedad moderada.	Superficie expuesta a cloruros.
XD2	Húmedo, raramente seco.	Piscinas. Hormigón expuesto a aguas industriales que contienes cloros.
XD3	Ciclos húmedo/seco.	Partes de puentes expuestas a pulverización de cloruros. Pavimentos.
4. Corrosión inducida por cloruros de origen marino		
XS1	Expuesto a las sales aerotransportadas sin contacto directo con el agua de mar.	Estructuras cercanas o en la costa.
XS2	Permanentemente sumergidas en el mar.	Estructuras marinas.
XS3	Zona de mareas y salpicaduras.	Estructuras marinas.
5. Ataque de Hielo/Deshielo		
XF1	Saturación de agua moderada, sin sales fundentes.	Superficies verticales expuestas a lluvia y hielo
XF2	Alta saturación del agua, con sales fundentes.	Superficies verticales de carreteras expuestas a lluvia, hielo y sales fundentes.
XF3	Alta saturación de agua, sin sales fundentes	Superficies horizontales expuestas a lluvia y hielo.
XF4	Alta saturación de agua, con sales fundentes	Superficies horizontales de carreteras expuestas a lluvia, hielo y sales fundentes. Zona de mareas con heladas.

Tabla 2.3.b. Clasificación de ambientes según EC2 [3]

Designación de clase	Descripción del ambiente	Ejemplos donde la exposición de la clase puede ocurrir.
6. Ataque químico		
XA1	Baja agresividad (EN 206-1 tabla 2)	Contacto con el terreno y agua subterránea.
XA2	Agresividad moderada (EN 206-1 tabla 2)	Contacto con el terreno y agua subterránea.
XA3	Alta agresividad (EN 206-1 tabla 2)	Contacto con el terreno y agua subterránea.

Tabla 2.3.c. Clasificación de ambientes según EC2 [3]

Clase de exposición	Armaduras pasivas o activas no adherentes Combinación de carga cuasipermanente.	Armaduras activas adherentes Combinación de carga frecuente
X0, XC1	0.4[1]	0.2
XC2, XC3, XC4	0.3	0.2[2]
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Descompresión
(1) Si no hay consideraciones de apariencia, este límite puede aumentarse. (2) Comprobar también la descompresión en combinaciones cuasipermamentes.		

Tabla 2.4. Limitaciones del ancho de fisura.

Además de comprobar que el ancho de fisura no supere el valor límite establecido en la tabla 2.4., se establece una cuantía mínima de tracción que debe cumplirse. Su valor se determina en la Ec (2.11).

$$A_{s,mín} \cdot \sigma_s = K_c \cdot K \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \qquad (2.11)$$

La separación entre las barras de pretensado y su diámetros están limitados mediante las tablas 2.5 y 2.6, haciendo que no sea necesario comprobar la fisura máxima.

Tensión acero (MPa)	Diámetro de la barra (mm)		
	W_k=0.4mm	W_k=0.3mm	W_k=0.2mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Tabla 2.5. Diámetro máximo de la barra para el control de fisuración.

Tensión acero (MPa)	Separación máxima (mm)		
	W_k=0.4mm	W_k=0.3mm	W_k=0.2mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

Tabla 2.6. Separación máxima para el control de fisuración.

El ancho de fisura se calcula de forma explícita, siguiendo la Ec. (2.12).

$$w_k = S_{r,máx} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{2.12}$$

Donde:

$S_{r,má}$ Separación máxima entre fisuras.

ε_{sm} Deformación unitaria media en las armaduras.

ε_{cm} Deformación media en el hormigón entre fisuras.

2.7.2. ACI-318

Para esta norma [4] el diseño de hormigón pretensado se basa en la fuerza y el comportamiento en condiciones de servicio para todas las etapas que pueden ser críticas durante la vida de la estructura, partiendo des del momento en que se aplica el pretensado. Las etapas más destacadas son; la transferencia de pretensado, la carga en servicio y el factor de carga para cada estado. Esto no quita que se puedan estudiar otras etapas con más detalles siempre que lo requieran.

Para el pretensado a flexión se clasifica en tres clases de pretensado: clase U, clase T y clase C basándose en resistencias de tracción f_t ficticias que no deben superar, la fibra más traccionada de la cara precomprimida por el pretensado. De manera, que no tiene en cuenta el ambiente en el que se encuentra la estructura sino que se basa en el comportamiento en servicio.

Clase U: $f_t \leq 0.623\sqrt{f_c'}$ (en MPa) (2.13)

Clase T: $0.623\sqrt{f_c'} < f_t \leq 0.996\sqrt{f_c'}$ (en MPa) (2.14)

Clase C: $f_t > 0.996\sqrt{f_c'}$ (en MPa) (2.15)

La clasificación está basada en las secciones que pueden ser fisuradas, que quedan englobadas en la clase C y las no fisuradas que son las de clase U, mientras que la clase T serian las secciones de transición.

Es importante tener en cuenta que para las clases U y T para flexión, las tensiones en situación de servicio se calcularan para una sección no fisurada, mientras que en clase C se utiliza la sección fisurada transformada.

2.7.3. EHE-08

En esta norma [5], el pretensado parcial supone la situación general en los requerimientos de Estado Límite de Servicio debido a que las verificaciones de fisuración a tracción se realizan bajo situaciones de carga frecuente en el hormigón pretensado. Aunque la norma no obliga al uso de pretensado total, en la práctica sí que se usa, especialmente en puentes.

Para las comprobaciones referentes al Estado Límite de Fisuración los efectos se constituyen por las tensiones de la sección o las aberturas de fisura.

Las tensiones de compresión en el hormigón deben cumplir Ec. (2.16) en todas las situaciones persistentes transitorias bajo la combinación más desfavorable.

$$\sigma_c \leq 0.60 f_{ck,j} \tag{2.16}$$

Donde:

σ_c Tensión de compresión del hormigón en la situación de comprobación.

$F_{ck,j}$ Valor supuesto en el proyecto para la resistencia característica a j días (edad del hormigón en la fase considerada).

Para comprobar los criterios de fisuración por tracción se debe satisfacer la Ec. (2.17).

$$w_k \leq w_{máx} \tag{2.17}$$

Donde:

w_k Abertura característica de fisura.

$w_{máx}$ Abertura máxima de fisura definida en la tabla 5.1.1.2 de la EHE-08 [6] o de forma simplificada en la tabla 2.7.

En elementos de hormigón pretensado, en ausencia de requerimientos específicos, y bajo la combinación de acciones frecuentes, las máximas aberturas de fisura para los distintos ambientes se observan en la tabla 2.5. En esta norma la clasificación de ambientes es distinta a la del EC-2[4] se encuentra en la tabla 8.2.2 de la EH-08 [6].

Clase de exposición, según artículo 8º.	$W_{máx}$ [mm]
	Hormigón pretensado (para la combinación frecuente de acciones)
I	0.2
IIa, IIb, H	0.2 (1)
IIIa, IIIb, IV, F, Qa	Descompresión
IIIc, Qb, Qc	

Tabla 2.7. Limitación de ancho de fisura.

Para superar el Estados Límite de Descompresión, se ha de comprobar que bajo la combinación de acciones correspondiente a la fase de estudio, no se alcanza la descompresión en ninguna fibra de la sección de hormigón.

2.7.4. AASHTO LRFD

Se puede permitir fisuración en la zona de tracción precomprimida. El diseño de elementos parcialmente pretensados se debería basar en un análisis de sección fisurada satisfaciendo los diferentes estados límites de servicio. La tensión de tracción en la armadura en estado límite de servicio será como se especifica en el Artículo 5.7.3.4, ver [6] en cuyo caso f_{sa} se deberá interpretar como el cambio de tensión luego de la descompresión.

5.7.3.4 Limitación de la Fisuración mediante distribución de la Armadura

Los requisitos aquí especificados se deberán aplicar a la armadura de todos los elementos de hormigón, excepto la de las losas de tablero diseñadas de acuerdo con el Artículo 9.7.2, en los cuales la tracción en la sección transversal es mayor que 80 por ciento del módulo de rotura especificado en el Artículo 5.4.2.6, para la combinación de cargas para estado límite de servicio aplicable especificada en la Tabla 3.4.1-1. Los elementos se deberán dimensionar de manera que en estado límite de servicio la tensión de tracción en las armaduras de acero no pretensado no sea mayor que fsa:

$$f_{sa} = \frac{Z}{(d_c \cdot A)^{1/3}} \leq 0.6 f_y \tag{2.18}$$

donde:

d_c = altura de hormigón medida desde la fibra extrema comprimida hasta el centro de la barra o alambre ubicado más próximo a la misma; a los fines del cálculo, el espesor del recubrimiento libre utilizado para calcular d_c no se deberá tomar mayor que 50mm

A = área de hormigón que tiene el mismo baricentro que la armadura principal de tracción y limitada por las superficies de la sección transversal y una recta paralela al eje neutro, dividida por el número de barras o alambres (mm2); a los fines de cálculo el espesor del recubrimiento libre de hormigón utilizado para calcular A no se deberá tomar mayor que 50 mm.

Z = parámetro relacionado con el ancho de fisura $(^{N}/_{mm})$.

2.8. EL ANCHO DE FISURA EN SECCIONES PARCIALMENTE PRETENSADAS

2.8.1. Introducción al ancho de fisura en hormigón armado y pretensado

La fisuración se produce cuando la tensión de tracción llega a la resistencia de tracción del hormigón, [7,8]. Esto provoca que el acero deba resistir la totalidad de la carga, causando un salto de tensión del acero, creando así alargamientos diferenciales entre ambos materiales, o lo que es lo mismo, dando como resultado una fisura.

Se hace necesario conocer el valor medio de abertura de la fisura que depende de la separación media de fisuras y de la deformación media del acero respecto el hormigón. Es importante saber que las tensiones de acero en la fisura se van reduciendo hasta llegar a su valor inicial y cuando llega a él, se encuentra a la distancia que conocemos como separación media de fisura.

Esto se debe a las tensiones de adherencia que interactúan entre el hormigón y el acero. El hormigón por el contrario se opone al incremento longitudinal del acero absorbiendo parte de las tracciones del acero por la existencia de tensiones de adherencia. A cierta distancia la compatibilizada de deformaciones entre los materiales queda restablecida. De manera, que si se aumenta la fuerza exterior, se producen nuevas tracciones y la estructura fisura de nuevo al alcanzar la resistencia a tracción pero a partir de la distancia donde las deformaciones de los materiales habían quedado restablecidas.

Las posibles fisuras que puedan aparecer entre dos fisuras ya existentes serán porque las tensiones de adherencia transmiten una fuerza de tracción del acero al hormigón suficiente para que la resistencia a tracción del hormigón no pueda soportarlo. Entonces se producirá una nueva fisura.

Cuando la distancia entre fisuras sea lo suficiente pequeña como para no poder transmitir las tensiones por adherencia, entonces el ancho de fisura aumentará en lugar de aparecer nuevas fisuras.

Así que el ancho de fisura depende de:

a) Área de hormigón eficaz.
b) Área y perímetro de acero.
c) Distancia a la fibra neutra.
d) Tensión de tracción en la armadura.
e) Resistencia de tracción de hormigón.
f) Separación entre fisuras (indirectamente depende de la adherencia entre hormigón y acero.

Haciendo referencia a la normativa española *EHE-08* [5], se calcula el ancho de fisura como:

$$w_k = \beta s_m \varepsilon_{sm} \tag{2.19}$$

Donde:

β Coeficiente que relaciona la abertura media de fisura con el valor característico y vale 1.3 para fisuración producida por acciones indirectas solamente y 1.7 para el resto de los casos.

s_m Separación media de fisuras, expresada en mm.

$$s_m = 2c + 0.2s + 0.4k_1 \frac{\emptyset A_{c,eficaz}}{A_s} \tag{2.20}$$

Donde:

c Recubrimiento de las armaduras traccionadas.

s Distancia entre barras longitudinales. Si *s>15ø* se tomará *s=15ø*. En el caso de vigas armadas con *n* barras, se tomará *s=b/n* siendo *b* el ancho de la viga.

K_1 Coeficiente que representa la influencia del diagrama de tracciones en la sección, de valor $K_1 = \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{8\varepsilon_1}$ donde ε_1 y ε_2 son las deformaciones máxima y mínima calculadas en sección fisurada, en los límites de la zona traccionada. Tal como se muestra en la figura 49.2.4.a de la EHE-08 [5] y aquí adjunta como referencia la figura 2.1.

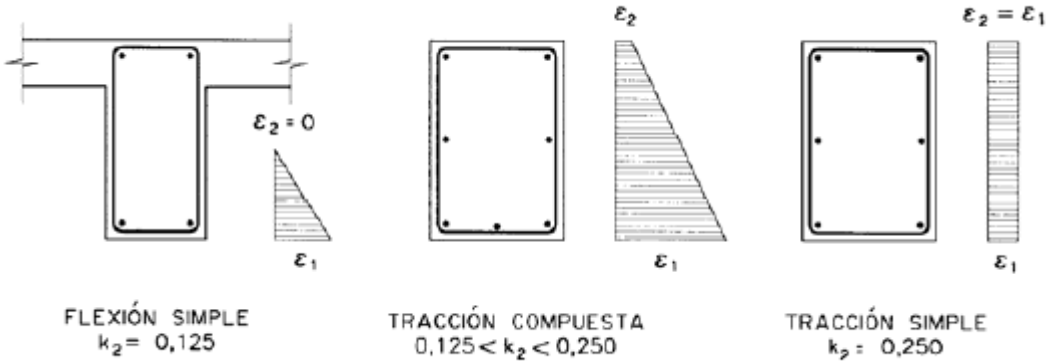

Figura 2.10. Deformaciones máximas y mínimas calculadas en sección fisurada.

ε_{sm} Alargamiento medio de la armaduras, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s}\left[1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right] \geq 0.4\frac{\sigma_s}{E_s} \qquad (2.21)$$

σ_s Tensión de servicio de la armadura pasiva en la hipótesis de sección fisurada.

E_s Módulo de deformación longitudinal del acero.

k_2 Coeficiente de valor 1.0 para los casos de carga instantánea no repetida y 0.5 para los restantes.

σ_{sr} Tensión de la armadura en la sección fisurada en el instante en que se fisura el hormigón, lo cual se supone que ocurre cuando la tensión de tracción en la fibra más traccionada de hormigón alcanza el valor $f_{ctm,fl}$.

Para secciones pretensadas con armadura activa adherente y armadura pasiva, el cálculo de la abertura de fisura se realiza como si se tratase de una sección de hormigón armado, teniendo en cuenta la acción del pretensado como una acción exterior y la armadura pasiva existente en la sección.

Para la selección del incremento de tensión permitido ($\Delta\sigma_s$) a efectos de durabilidad, será suficiente con seguir algunas de las ecuaciones relacionadas con el Estado Límite de Fisuración, aunque podría hacerse con el Estado Límite de Fatiga.

Así que una vez definida la sección, se calcula la separación media entre las fisuras con la Ec. (2.9). Para obtener $\Delta\varepsilon_s$ partimos de Ec. (2.8) y obtenemos (2.22) para llegar a (2.23)

$$\Delta\varepsilon_{sm} = \frac{\omega_{adm}}{\beta \cdot s_m} \tag{2.22}$$

$$\Delta\varepsilon_s = \frac{\Delta\varepsilon_{sm}}{\beta} \tag{2.23}$$

Y obtener como resultado el incremento de tensión (2.24)

$$\Delta\sigma_s = E_s \cdot \Delta\varepsilon_s \tag{2.24}$$

En la tabla 2.8 desarrollada en [9], se proporcionan unos incrementos de tensiones en las armaduras para distintos valores del ancho de fisura y separación media. Estos incrementos no deben confundirse con los del Estado Límite Ultimo de Fatiga, que se obtienen directamente de la curva S-N de los aceros usados y por el número de ciclos de fatiga de proyecto.

	S_m (mm)		
W_k (mm)	100	150	200
0.1	120 MPa	80 MPa	60 MPa
0.2	240 MPa	160 MPa	120 MPa
0.3	350 MPa	240 MPa	180 MPa

Tabla 2.8. Valores de $\Delta\sigma_s$ para diferentes valores ancho de fisura y separación media.

2.8.2. Ancho de fisura en hormigón parcialmente pretensado. Cálculo y papel de la armadura pasiva

Ya hemos visto en el sub apartado anterior el funcionamiento para calcular el ancho de fisura w_k según normativa. En todos los casos siempre se debe verificar que w_k no sobrepase w_{adm}, de este modo se comprueba el ELS de fisuración.

Sin embargo el método que se presenta en esta tesina plantea un cambio en la disposición del cálculo para hormigón parcialmente pretensado:

Como se ve en el caso habitual, donde el método utilizado es el de tensiones admisibles, es decir el método de Magnel, las tracciones en la fibra más solicitada a tracción sólo se contemplan en las inecuaciones planteadas por el método como f_{ctm} en las tensiones admisibles. Una vez que se ha dimensionado todo el pretensado, en ese momento, es cuando hay que verificar el estado tensional de las fibras que pueden estar más traccionadas, y ver si la armadura y la vaina apenas sufren dichas tracciones.

En el método que se presenta más adelante en 3.1, ver [9], esto cambia radicalmente, puesto que basa el cálculo en cómo influye la cantidad y colocación (separación media) de la armadura pasiva previa al cálculo del pretensado.

De este modo es imprescindible acotar el ancho de fisura deseado, limitando las tensiones posibles en la armadura pasiva y sobretodo detallando de antemano la disposición para la separación media entre barras. Esto se puede llevar a cabo mediante la *tabla 2.8 (Valores de $\Delta\sigma_s$ para diferentes valores de ancho de fisura y separación media)* descrita en el subapartado anterior.

A continuación se hace una introducción al método empleado en el que se puede ver cómo interactúan las tensiones de tracción de armadura pasiva en el cálculo general para encontrar el espacio de soluciones factibles de fuerza de pretensado:

Dicho método ha sido implementado por el Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC, [9].

La presencia de axiles provoca la variación de la fibra neutra. Al variar la fibra neutra, la inercia también se ve modificada provocando que el problema no se pueda resolver de forma lineal como ocurría en el hormigón armado en flexión simple.

De modo que la distribución de tensiones para una sección fisurada de hormigón pretensado sometida a un momento flector (M) podríamos considerarla como la que esta resulta la figura 2.11. Donde el equilibrio interno de esfuerzos produce el siguiente par de ecuaciones, tomando como referencia el centro de gravedad de la sección.

$$\sum F = P_N = \int_{v-x}^{v} \sigma_c\,(z) b(z) dy + A'_s\sigma'_s - A_s\sigma_s - A_p\Delta\sigma_p \qquad (2.14)$$

$$\sum M = M_{tot} = M - P_N e = \int_{v-x}^{v} z\sigma_c\,(z) b(z) dy + (v - d'_s)A'_s\sigma'_s + (d_s - v)A_s\sigma_s + eA_p\Delta\sigma_p \qquad (2.15)$$

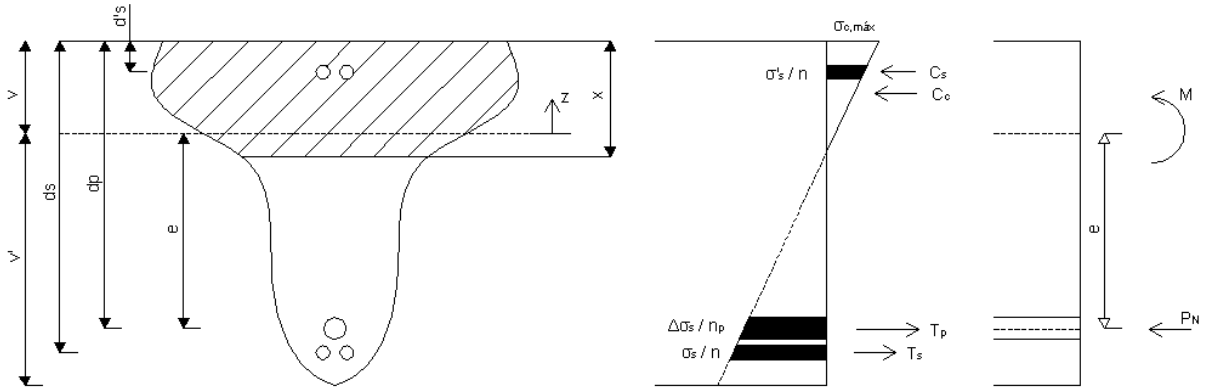

Figura 2.11. Distribución hipotética de tensiones para una sección fisurada de hormigón pretensado.

Donde:

z Coordenada local respecto el centro de gravedad

P_N Fuerza de neutralización del pretensado, valor del esfuerzo axil que se aplica en la posición de la armadura activa porque produce un estado tensional nulo en el hormigón, ver figura 2.12. En elementos con armadura no adherente ya sean postesos o pretesos (2.16), en elementos postesos con armadura adherente (2.17)

$$P_N = P \qquad (2.16)$$

$$P_N = P\left(1 + n\frac{A_p}{A'_c}\right) \quad (2.17)$$

Donde A'$_c$ se define como:

$$\frac{1}{A'_c} = \frac{1}{A_c} + \frac{e^2}{I_c} \quad (2.18)$$

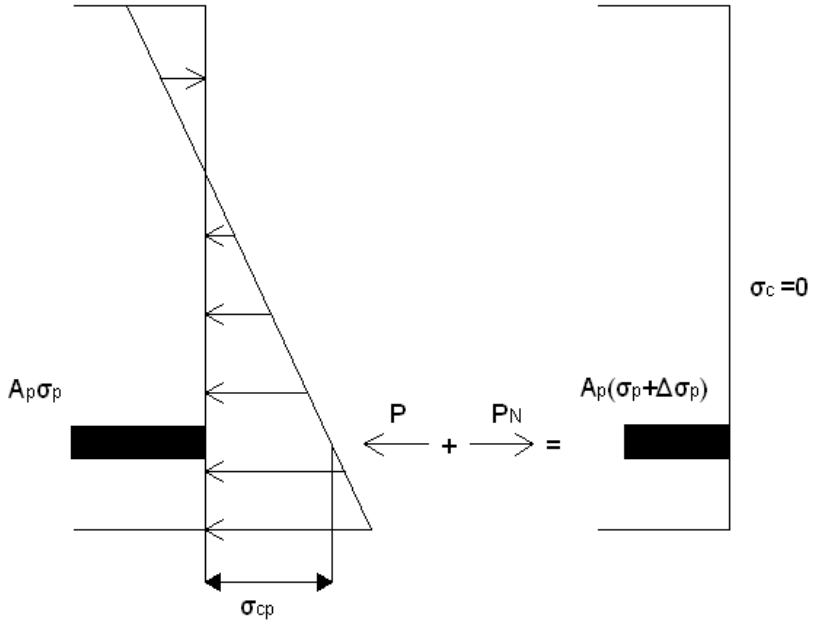

Fig. 2.12. Fuerza de neutralización.

En el caso de elementos postesos con armadura adherente, la fuerza de neutralización es ligeramente mayor porque actúa sobre la sección homogenizada, aquella que incluye el área de armadura activa.

Para la hipótesis de sección plana y de adherencia perfecta, la distribución de tensiones en el hormigón y acero se pueden expresar en función de la tensión de compresión máxima, como se considera en las siguientes ecuaciones (2.19).

$$\sigma_c(z) = \frac{\sigma_{c,máx}}{x}(z + x - v) \quad (2.19.1)$$

$$\sigma_s = n\frac{\sigma_{c,máx}}{x}(d_s - x) \quad (2.19.2)$$

$$\Delta\sigma_p = n_p\frac{\sigma_{c,máx}}{x}(d_p - x) \quad (2.19.3)$$

$$\sigma'_s = n\frac{\sigma_{c,máx}}{x}(x - d'_s) \quad (2.19.4)$$

Al combinar (2.19) con (2.14) y (2.15) obtenemos;

$$P_N = \frac{\sigma_{c,máx}}{x}\left[\bar{Q}_c(x) + (x - v)\bar{A}_c(x) + nA'_s(x - d'_s) - nA_s(d_s - x) - n_pA_p(d_p - x)\right] \quad (2.20)$$

$$M - P_Ne = \frac{\sigma_{c,máx}}{x}\left[\bar{I}_c + (x - v)\bar{Q}_c(x) + nA'_s(x - d'_s)(v - d'_s) + nA_s(d_s - v)n_pA_p\left(d_p - v\right)e\right] \quad (2.21)$$

Donde;

$\bar{A}_c$ Área de la zona comprimida de hormigón respecto el eje de referencia.

$\bar{Q}_c$ Momento estático de la zona comprimida de hormigón respecto el eje de referencia.

$\bar{I}_c$ Inercia de la zona comprimida respecto el eje de referencia.

Al dividir (2.21) entre (2.20) obtenemos la ecuación (2.22) que es la expresión general de la fibra neutra para una sección fisurada. La posición de la fibra neutra depende de las solicitaciones actuantes, por lo tanto, también ocurre lo mismo con las propiedades mecánicas de la sección, donde de deduce el comportamiento no lineal.

$$\frac{M-P_N e}{P_N} = \frac{\left[\bar{I}_c+(x-v)\bar{Q}_c(x)+nA'_s(x-d'_s)(v-d'_s)+nA_s(d_s-v)n_pA_p(d_p-v)e\right]}{\left[\bar{Q}_c(x)+(x-v)\bar{A}_c(x)+nA'_s(x-d'_s)-nA_s(d_s-x)-n_pA_p(d_p-x)\right]} \quad (2.22)$$

En el caso de una estructura de hormigón armado sometida a un momento flector, la ecuación (2.22) se reducirá al balance de momentos estáticos de las zonas comprimidas y traccionadas puesto que la fibra neutra no dependería de la solicitación.

Una vez conocidas las tensiones de tracción en las armaduras, se puede calcular las propiedades mecánicas fisuradas y su ancho con el procedimiento habitual. Si utilizamos el de EHE-08 [5], el ancho de fisura se obtiene a de la separación media de fisura y de la deformación media de tracción en las armaduras.

2.9. PRETENSADO EN ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS

2.9.1. Introducción al concepto de momento hiperestático de pretensado

Es importante tener en cuenta de cara al estudio los efectos que producen los momentos hiperestáticos en nuestra estructura, ver [10].

El pretensado introduce sobre la estructura un sistema autoequilibrado de cargas que producen acortamientos por efecto de la compresión ejercida y curvaturas por efecto de la excentricidad de dicha compresión respecto al centro de gravedad de la sección.

Cuando estas deformaciones son compatibles con los apoyos, los únicos esfuerzos que tienen lugar en cada sección de la estructura son los llamados esfuerzos isostáticos de pretensado.

Si las deformaciones no son compatibles con los apoyos, como suele pasar en estructuras hiperestáticas, como puentes continuos, aparecen reacciones y esfuerzos para compatibilizar los movimientos de la estructura introducidos por el pretensado, con las restricciones de los apoyos, que se conocen como esfuerzos hiperestáticos de pretensado.

Para comprobar los ELS y los ELU, es necesario conocer los esfuerzos procedentes de las cargas y los procedentes del pretensado y afectarlos de sus correspondientes coeficientes de mayoración, que son distintos para unos y otros, como establece la Instrucción EHE-08 [5].

En la actual práctica de proyecto de puentes continuos, donde los esfuerzos se obtienen mediante cálculo elástico, es posible realizar esta separación de esfuerzos porque se consideran validos los *principios de linealidad y superposición*.

En general, la estructura se diseña en ELS y posteriormente se verifica el ELU aplicando a los esfuerzos obtenidos en régimen elástico, los correspondientes coeficientes de mayoración de acciones y del pretensado.

2.9.1.1. Esfuerzos de pretensado en una estructura hiperestática

Para una configuración cualquiera de pretensado en una estructura hiperestática existen dos tipos de efectos, los que hacen referencia al esfuerzo isostático y los que hacen referencia al hiperestático:

1. Esfuerzo isostático: $\boldsymbol{P \cdot e}$**,** Los esfuerzos isostáticos dependen de la fuerza de pretensado y de la excentricidad del pretensado respecto del centro de gravedad de la sección, y pueden analizarse a nivel de sección.

2. Esfuerzo hiperestático: Los esfuerzos hiperestáticos dependen, en general, del trazado del pretensado, de las condiciones de rigidez y de las condiciones de apoyo de la estructura y deben analizarse a nivel de estructura. El momento hiperestático: M_h para un trazado fijo, en una sección es proporcional a la fuerza de pretensado y por lo tanto se puede escribir como:

$$M_h = P \cdot \overline{M_h} \tag{2.23}$$

Donde $\overline{M_h}$ es el esfuerzo hiperestático para un valor unitario de la fuerza de pretensado.

La suma de los esfuerzos isostático e hiperestático de pretensado es igual a los esfuerzos totales producidos por el pretensado.

$$M_{TOT} = P \cdot e + M_h \tag{2.24}$$

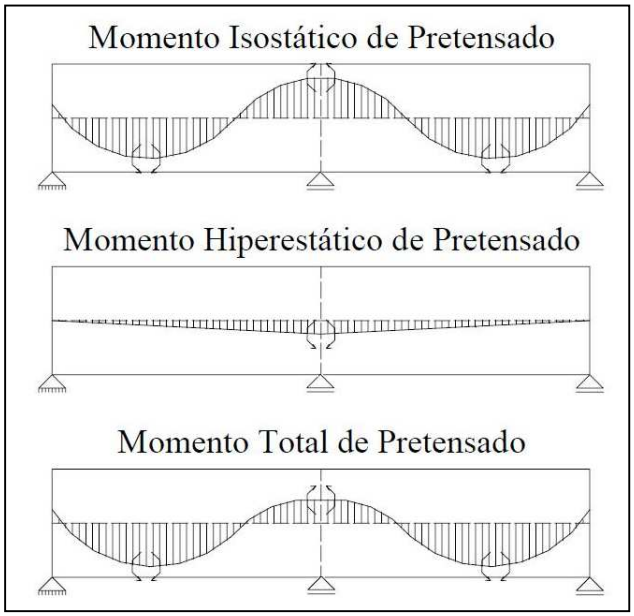

Fig. 2.13. Representación de los esfuerzos de pretensado

Tener en cuenta todos los esfuerzos de pretensado es de gran importancia de cara al cálculo definitivo de una estructura.

Vemos que el momento hiperestático puede hacer más favorable o desfavorable una situación de carga en la estructura teniendo en cuenta su punto de aplicación, ya sea en secciones donde haya flexión negativa (favorable) o flexión positiva (desfavorable).

Capítulo 3

DISEÑO DE PUENTES CONTINUOS CON HORMIGÓN PARCIALMENTE PRETENSADO Y CONTROL DE FISURACIÓN

3.1. INTERÉS DEL MÉTODO

Siguiendo en la misma línea de investigación del Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC y de estudios ya realizados como son "*Criterios simplificados para dimensionamiento de elementos con fisuración controlada*" o "*Dimensionamiento de losas bidireccionales con pretensado parcial*" entre otros, ver [11, 12 y 13], en esta tesina se plantea aplicar el mismo método para puentes continuos de hormigón.

Como se ha visto ya en los estudios mencionados, el método tradicional, basado en el diagrama de Magnel (2.6.1), no tiene en cuenta la influencia de la armadura pasiva. Esta, se dispondrá en pretensado parcial por lo menos en su cuantía mínima, por lo que al no haberla tenido en cuenta en el cálculo, actualmente se está sobredimensionando el área de armadura activa a disponer y, en consecuencia, el coste económico es más elevado de lo estrictamente necesario.

La principal diferencia de este método con Magnel, es que las cuatro inecuaciones que daban lugar a cuatro rectas, ahora ya no son rectas, sino que adoptan una cierta curvatura y, por otra parte, estas curvas son sensibles a la armadura pasiva dispuesta, por lo que en conjunto el valor del área de pretensado necesaria disminuye.

Asique mediante el método no lineal que se plantea, basado en la integración, el objetivo es hacer un cálculo más detallado del área de pretensado necesaria, teniendo en cuenta la cantidad de armadura pasiva que se va a disponer, permitiendo así el análisis de la solución más económica y sostenible.

Cabe destacar que en esta tesina además se verifica el Estado Limite Último de flexión para puentes continuos. Esto significa que se debe hacer un estudio del efecto del pretensado en elementos hiperestáticos y todo lo que ello supone, se verá entonces que el momento hiperestático producido por el trazado impuesto es de gran importancia puesto que en ciertos casos puede llegar a ser muy favorable para el aguante de la estructura.

Por ello, también se hace especial hincapié en la variación del trazado de los cables de armadura activa para ver cómo afecta a las variables de coste de material y económico.

3.1.1. Método empleado para el cálculo de soluciones factibles mediante pivote

El método requiere evaluar las propiedades mecánicas de la sección que en este caso dependen de la profundidad de la fibra neutra. A diferencia de las piezas de hormigón armado sin fuerza axial, en este caso la fibra neutra también depende del nivel de carga, por lo tanto, se trata de un problema no-lineal. En la metodología que se describe a continuación se tiene en cuenta que el área, inercia y momento estático de la zona comprimida de la sección son funciones de la posición de la fibra neutra, ver figura 2.11, las cuales pueden ser evaluadas de

forma directa para geometrías sencillas o mediante integración numérica en caso de geometrías más complejas.

En el caso de secciones complejas, y tal y como se comenta en [9], para la obtención de estas funciones, $A(x), I(x) y\ Q(x)$, es necesario una forma numérica de discretización por capas, por lo que en cada capa se definirá una $A,\ I\ o\ Q$ en función de la capa en que nos encontremos. De este modo podemos calcular numéricamente las integrales de dichas funciones que a su vez dependen de la fibra neutra.

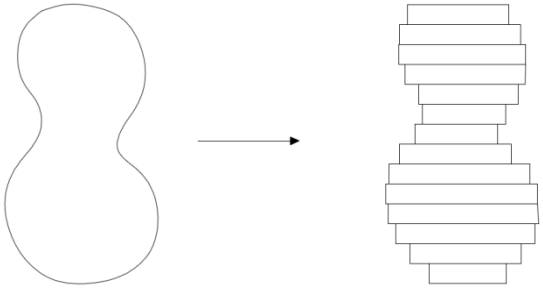

Fig. 3.1. Discretización de la sección cualquiera

Cada elemento diferencial tendrá unas dimensiones y una posición dentro de la sección respecto al centro de gravedad, de modo:

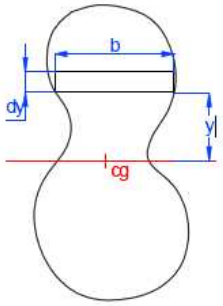

Fig. 3.2. Características del elemento

De este modo se puede aproximar cualquier sección típica en obra civil a una suma de elementos diferenciales tipo como se ha descrito anteriormente. Descrita la sección, se puede decir que:

$$N = \int \sigma \cdot dA = \sum \sigma_i \cdot b_i \cdot dy_i \tag{3.1}$$

$$M_{TOT} = \int y \cdot \sigma \cdot dA = \sum y_i \cdot \sigma_i \cdot b_i \cdot dy_i \tag{3.2}$$

Donde:

- y: posición del elemento respecto al centro de gravedad.
- b: ancho del elemento diferencial.
- dy: altura del elemento diferencial.

Para secciones de doble alma, tipo cajón, puede hacerse una aproximación a una sección de doble T. El alma de la nueva sección será la suma del espesor de las almas de la sección original.

En secciones fisuradas, las propiedades mecánicas dependen de las solicitaciones actuantes. Puesto que la posición de la fibra neutra depende de los esfuerzos actuantes, entre otros factores, se hace necesario un análisis no lineal.

Esto queda definido en el capítulo 2, apartado 2.8.2 donde se especifica el cálculo de ancho de fisura para una sección fisurada. Así que en las figura 2.11, se muestra la distribución de tensiones bajo un momento flector (M) y quedan planteadas las ecuaciones de fuerza de equilibrio (2.14) y (2.15).

La fuerza de neutralización queda definida en la figura 2.12 y con las ecuaciones (2.16) y (2.17) en función del sistema de pretensado utilizado.

Una vez se obtienen los esfuerzos, se determinara el dominio válido de soluciones mediante un barrido de planos de tensiones para situaciones de vacío y servicio donde se limita la compresión en el hormigón y la tracción en la armadura.

Las distribuciones de tensiones quedan definidas por la fibra neutra de la sección. En la tabla 3.1 queda de forma resumida la utilización de los 4 pivotes para cada situación de carga así como el valor de la fibra neutra por el factor k.

Para cada situación de carga se obtiene P_N y el producto $P_n e$, a partir de las ecuaciones siguientes:

$$P_N \approx k\left[\bar{Q}_c(x) + (x - v)\bar{A}_c(x) + nA'_s\left(x - d'_s\right) - nA_s(d_s - x)\right] \quad (3.3)$$

$$P_N e \approx M + k\left[\bar{I}_c(x) + (x - v)\bar{Q}_c(x) + nA'_s(x - d'_s)(v - d'_s) + nA_s(d_s - v)\right] \quad (3.4)$$

A partir de estas ecuaciones se permite definir un espacio de soluciones factibles comparables al diagrama de Magnel. A continuación observamos gráficamente las 4 situaciones de cargas y el diagrama correspondiente. En los siguientes gráficos el pivote queda representado por un punto rojo.

1. **Compresión en vacio.**

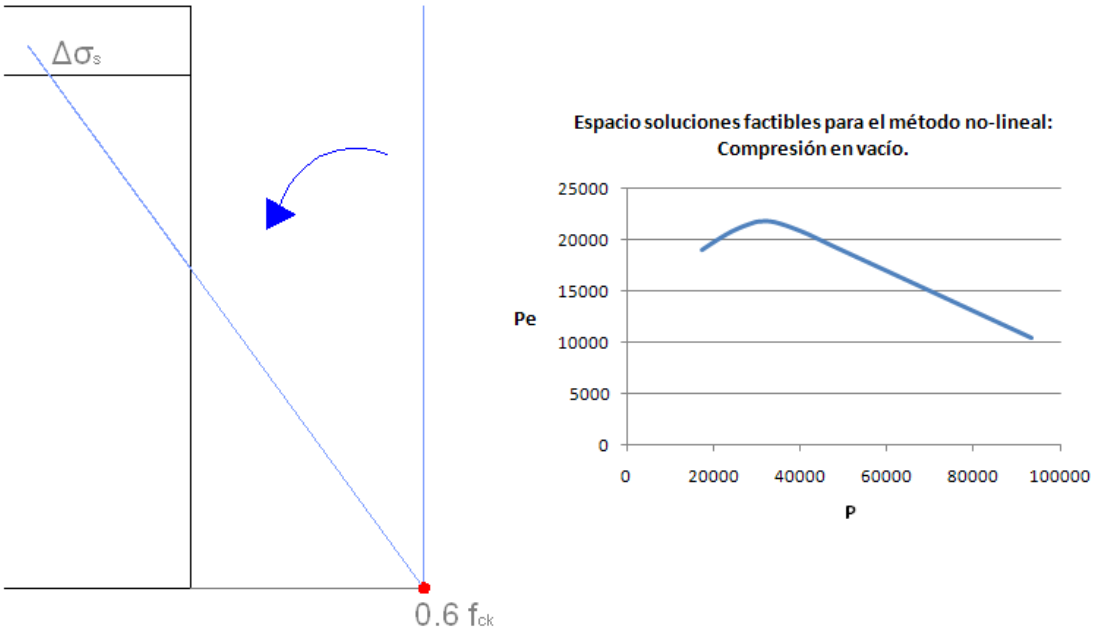

Fig. 3.1. Barrido y representación de la situación de compresión en vacío.

2. **Tracción en vacío.**

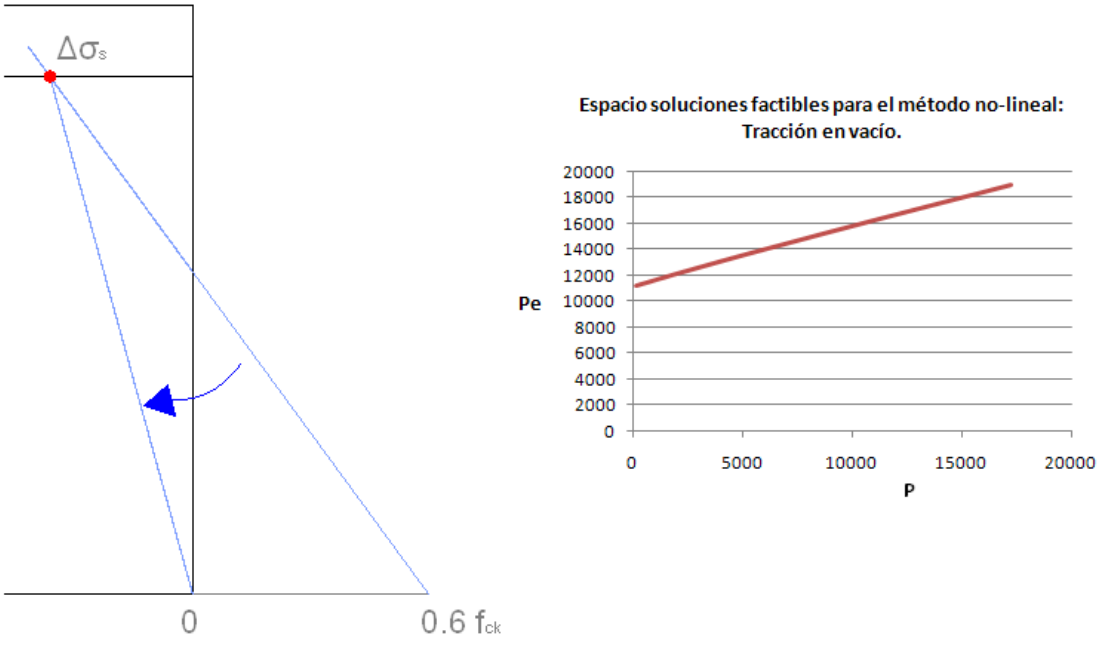

Fig. 3.2. Barrido y representación de la situación de tracción en vacío.

3. Tracción en servicio.

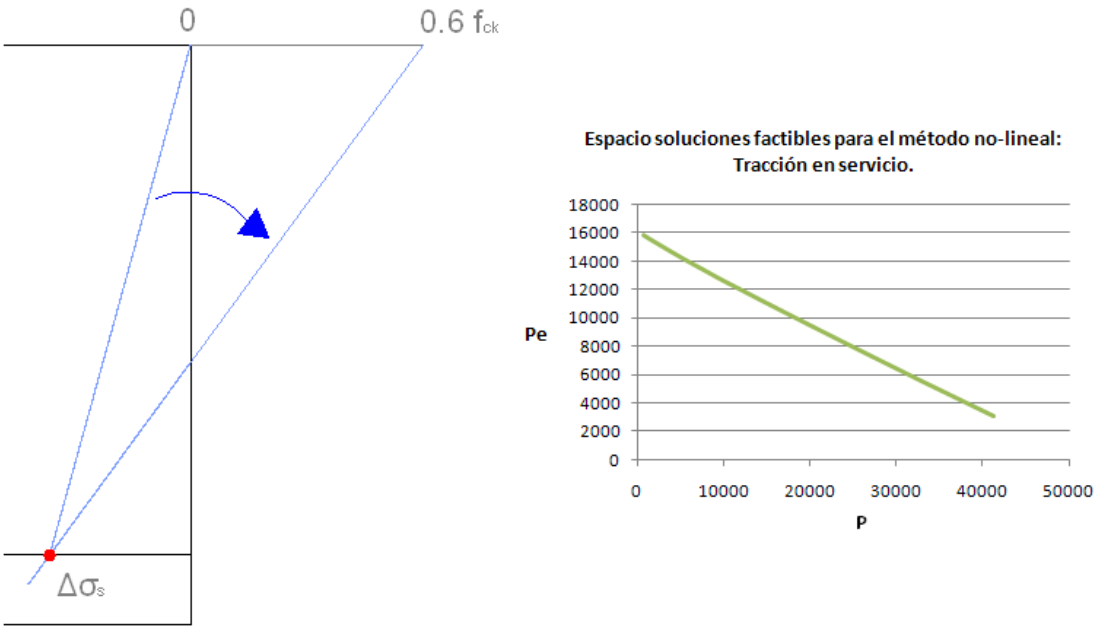

Fig. 3.3. Barrido y representación de la situación de tracción en servicio.

4. Compresión en servicio.

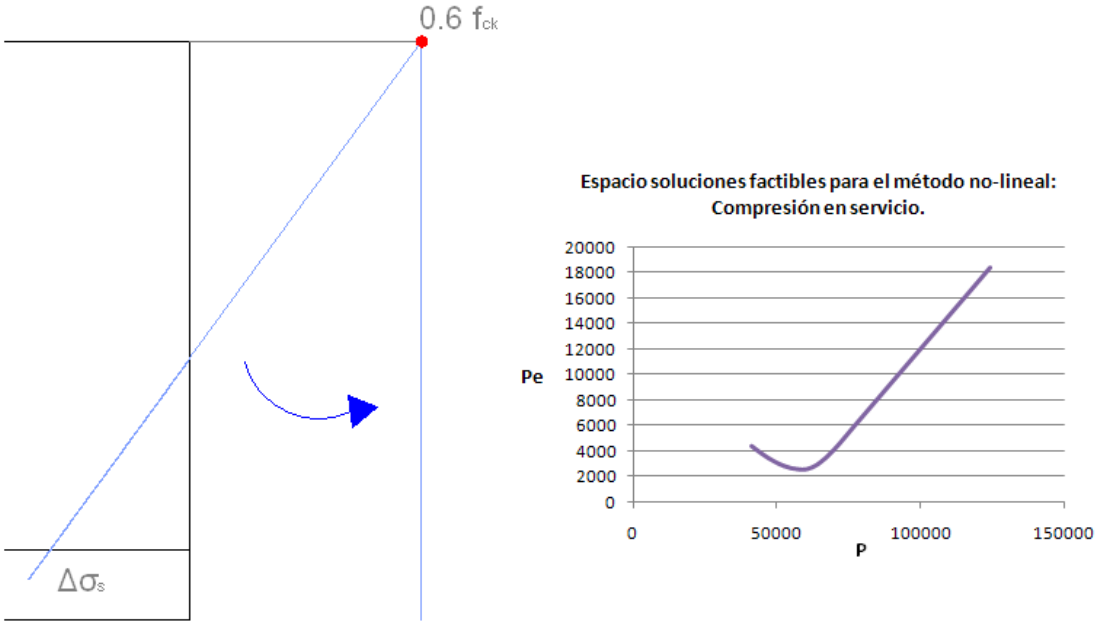

Fig. 3.4. Barrido y representación de la situación de compresión en servicio.

Umbral	Descripción	Posición pivote (p)	Tensión pivote (σ*)	Factor k
1	Compresión en vacío	p=h	$\sigma^* = 0.6f_{c,j}$	$\frac{\sigma^*}{p-h+x}$
2	Tracción en vacío	p=d'	$\sigma^* = \frac{1}{n}\sigma_{s,d}'$	$\frac{\sigma^*}{p-h+x}$
3	Tracción en servicio	p=d	$\sigma^* = \frac{1}{n}\sigma_{s,d}$ ó $\sigma^* = \frac{1}{n}\Delta\sigma_{p,d}$	$\frac{\sigma^*}{p-x}$
4	Compresión en servicio	p=0	$\sigma^* = 0.6f_c$	$\frac{\sigma^*}{p-x}$

Tabla 3.1. Definición de los pivotes de barrido de tensiones.

Una vez planteadas las cuatro situaciones de análisis obtenemos cuatro curvas, cada una de ellas representando una de las situaciones descritas con anterioridad. En la figura 3.5 podemos ver un ejemplo del aspecto que tendrían están cuatro curvas basada en el método no lineal.

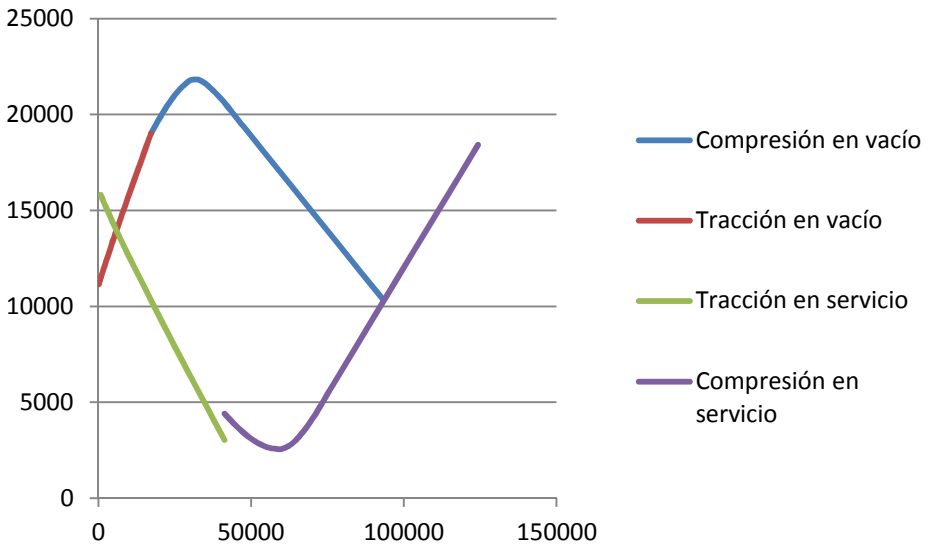

Fig. 3.5. Representación conjunta del dominio de soluciones para el método no-lineal.

Una vez obtenido el diagrama no-lineal de pretensado parcial, se debe escoger la mayor excentricidad posible, teniendo en cuenta la disposición de la armadura pasiva. Al igual que en el método tradicional se representa una recta con pendiente igual a la excentricidad escogida, que intersecará con las curvas representadas. Los puntos de intersección son los valores de $P_{máx}$ y $P_{mín}$, y así conocer el intervalo de la fuerza de pretensado.

Una vez obtenido el intervalo en el que se encuentra P, definimos:

1. Fuerza de pretensado a largo plazo: $P_\infty = P_{mín}$
2. Fuerza de pretensado descontando las pérdidas: para este apartado se asume que las pérdidas tienen un valor medio del 25%.

$$P_0 = \frac{1}{0.75} P_\infty = 1.33 P_{mín} \tag{3.3}$$

Si $P_0 < P_{máx}$, entonces de reducirse la excentricidad y volver a realizar los cálculos hasta que cumpla.

Al obtener el valor de P_0, podemos determinar el área de pretensado necesaria. Sin embargo, como el método tiene en cuenta la fuerza de neutralización, este provoca que la armadura activa dependa del sistema de pretensado aplicado.

a. Elemento posteso con armadura no adherente

$$A_p = \frac{P_0}{\sigma_{p,0}} = \frac{P_0}{c \cdot \sigma_{p,0}} \tag{3.4}$$

b. Elemento posteso con armadura adherente

$$A_p = \frac{c \cdot \sigma_{p,0} + \Delta\sigma_p}{2 \cdot c \cdot n \cdot \sigma_{p,0}} A'_c \left[-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{P_N}{A'_c} \frac{c \cdot n \cdot \sigma_{p,o}}{(c \cdot \sigma_{p,0} + \Delta\sigma_p)^2}} \right] \tag{3.5}$$

c. Elemento preteso

$$A_p = \frac{P_N}{c \cdot \sigma_{p,0} + \Delta\sigma_p} \tag{3.6}$$

A pesar de la semejanza del procedimiento con el método tradicional, este optimiza la armadura activa llegando a un resultado más económico. Esto se debe a que se tiene en cuenta la armadura pasiva tanto en la sección como en la curvatura.

3.1.2. Observaciones extraídas del Diagrama

Las posibles variables que hacen que el método se vea afectado sensiblemente son las siguientes [9]:

1. El aumento de armadura inferior, provoca que las curvas equivalentes a las rectas 2 y 4 de Magnel se separen. De esta manera se aumenta el área del domino válido y se hace posible que el intervalo entre $P_{mín}$ y $P_{máx}$ sea mayor. Puesto que la cantidad de pretensado depende de $P_{mín}$ al disminuir, la cantidad de pretensado también lo hace.
2. El aumento de armadura superior, provoca que las curvas equivalentes a las rectas 1 y 3 de Magnel se distancien. En este caso, también se aumenta el área del domino válido, solo que no tienen consecuencias sobre el dimensionamiento del área de pretensado.
3. Si variamos σ_s, varia la curvatura, siendo mayor para valores de -200MPa que para -50MPa. De modo que para valores altos de σ_s la curvatura sube y el valor de $P_{mín}$ disminuye y consecuentemente la cuantía de pretensado.
4. La variación de características del material como son $\sigma_{adm,c}$ y $\sigma_{adm,t}$ no influyen en las curvaturas del método no-lineal. De manera que a efectos de cálculo del área de pretensado no nos influye en el día de puesta en obra, sino que solo afecta a temas de planificación.

5. Cabe destacar que si los valores M1 y M2 son iguales, el área del domino válido que cerrada, mientras que si no coinciden está quedara abierta, produciéndose una discontinuidad que hay que tener encuentra. Dicha discontinuidad suele producirse entre las rectas 3 y 4 correspondientes del diagrama de Magnel, esto es así porque M2 normalmente es mayor que M1.
6. La excentricidad no afecta a las curvas, por lo que solo afecta a la intersección y en consecuencia al intervalo de P. De manare que mayor excentricidad menor fuerza de pretensado se necesita.

3.2. APLICACIÓN A PUENTES CONTINUOS DE HORMIGÓN

Utilizando el método explicado en el capítulo anterior se dimensionará los tableros para puentes continuos de hormigón.

Este método se implementa con hoja Excel puesto que el análisis es no-lineal y se requiere un proceso iterativo para cada parte de la sección planteada, puesto que a medida que se avanza en el cálculo las propiedades de la sección varían (la inercia por ejemplo disminuye al provocar la fisuración en la sección).

Por otro lado vemos que nos encontramos en una estructura hiperestática y por lo tanto hay que tener en cuenta los esfuerzos que se pueden producir.

3.2.1. Excentricidad equivalente

La excentricidad equivalente es la usada para el cálculo final de la fuerza de pretensado. Asique su cálculo es esencial: la excentricidad equivalente es la suma de la excentricidad real, es decir la posición real del cable en función a la fibra neutra y la excentricidad del momento hiperestático.

Que viene de dividir la ecuación 2.24 entre *P*, de modo que:

$$\frac{M_{TOT}}{P} = \frac{P \cdot e}{P} + \frac{M_h}{P} \tag{3.8.1}$$

$$e_{eq} = e_{real} + \frac{M_h}{P} \tag{3.8.2}$$

De este modo, con los datos facilitados por el programa de cálculo estructural podemos calcular la excentricidad real y los momentos hiperestáticos necesarios, puesto que el momento total de pretensado es conocido y nos lo da el mismo programa, al igual que la fuerza de pretensado unitaria que se impone des del principio como también se impone la excentricidad real procedente del trazado escogido.

Los momentos hiperestáticos serán necesarios para verificar el Estado Limite Último de flexión.

3.3. MODELADO DE LA ESTRUCTURA Y CÁLCULO ESTRUCTURAL

Para el modelado de la estructura y el cálculo se ejecuta el programa SAP2000, [15].

En este estudio se disponen dos casos, ambos, puentes de la misma longitud. Para ello se define en el SAP2000 una malla correspondiente a viga continua de 4 vanos de longitudes 20+25+25+20:

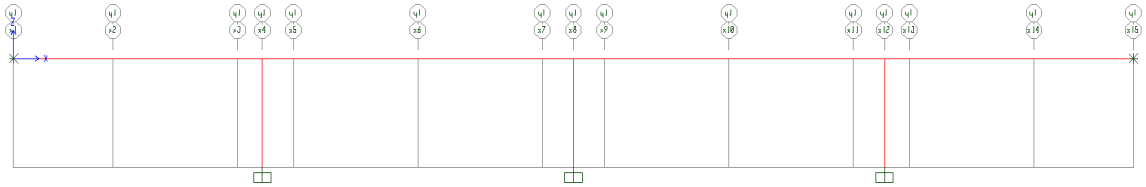

Figura 3.10. Representación de puente continuo para el estudio

También se definen dos secciones distintas, la primera maciza con masa concentrada y la segunda aligerada, ambas con sus características pertinentes (área, inercia, módulo de elasticidad y otras propiedades mecánicas…) y se definen las cargas actuantes.

Para el esfuerzo de pretensado se calculan previamente los esfuerzos equivalentes que produce el tesado del cable y se añaden al programa como si fueran simples cargas repartidas. De este modo queda implícito el trazado sin tener que definirlo geométricamente.

Una vez se definen las cargas se procede al desarrollo de todas las envolventes posibles.

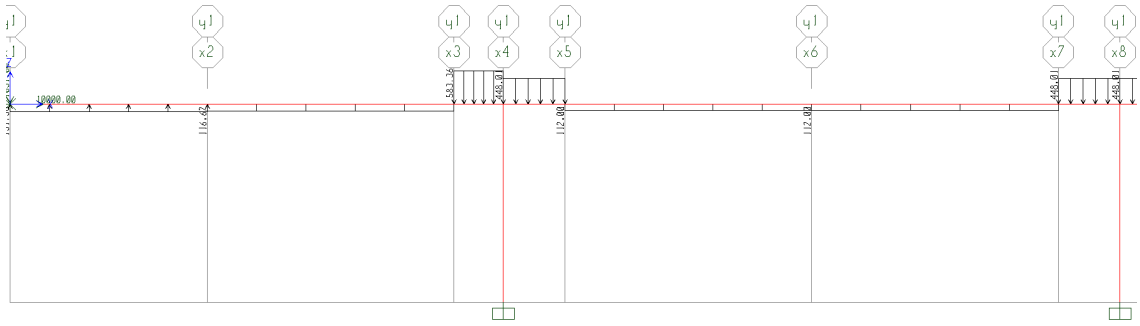

Fig. 3.11. Representación de las fuerzas equivalentes de pretensado para P=10.000 KN

El programa calcula los procesos y obtenemos una tabla de resultados. Los requeridos para el estudio serán principalmente los momentos de vacío, cuasipermanente, frecuente y poco probable a lo largo del puente, además de los esfuerzos causados por el pretensado.

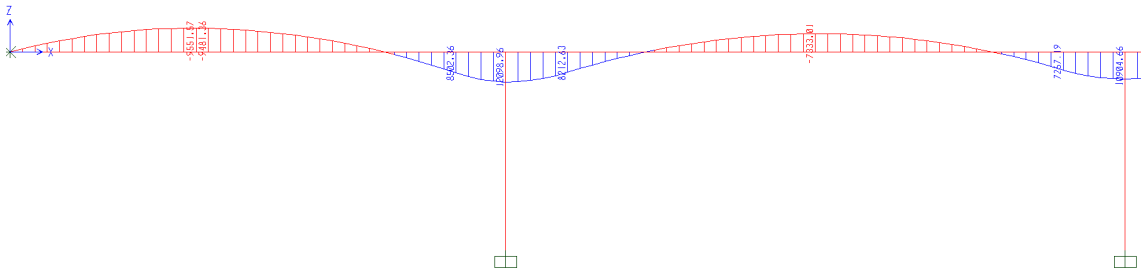

Figura 3.12. Representación distribución de momentos totales. $\boldsymbol{M_{TOT} = P \cdot e + M_{hiperest.}}$

Por otro lado al ser un puente continuo simétrico, y para simplificar los cálculos, se ha optado por trabajar los dos primeros vanos únicamente. Estos a su vez se han dividió en 7 secciones de estudio como se puede apreciar en la Fig. 4.3. Los estribos no se tienen en cuenta en el estudio puesto que el momento es nulo.

Capítulo 4

4. CASOS DE ESTUDIO

Cabe destacar antes de empezar que ambos casos de estudio que se plantean están realizados en base a un puente ya existente. El modelo ha sido extraído de monografía, ver [14]. El interés del estudio ha surgido en base a poder modificar esta estructura con el fin de ver los cambios producidos.

4.1. CASO DE ESTUDIO I: DIMENSIONAMIENTO DE PUENTE CONTINUO CON HORMIGÓN PARCIALMENTE PRETENSADO CON SECCIÓN MACIZA Y MASA CONCENTRADA

4.1.1. Datos de la estructura

Se plantea el proyecto y cálculo de un puente losa carretero pretensado con armaduras postesas adaptado de [14]. El puente es de planta recta con 4 vanos de canto constante con una distribución de luces 20+25+25+20, como se muestra en la Figura 4.1:

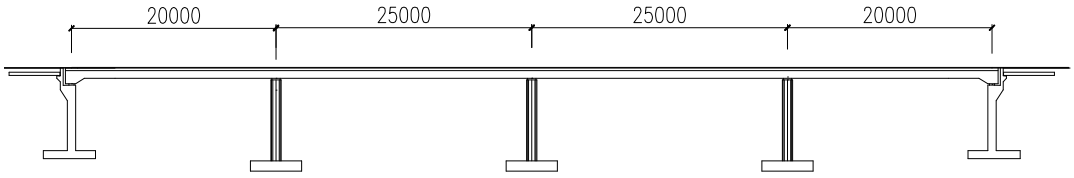

Fig. 4.1 Alzado de puente losa pretensado (adaptada de [14], cotas en mm).

La sección transversal del tablero se indica en la siguiente figura:

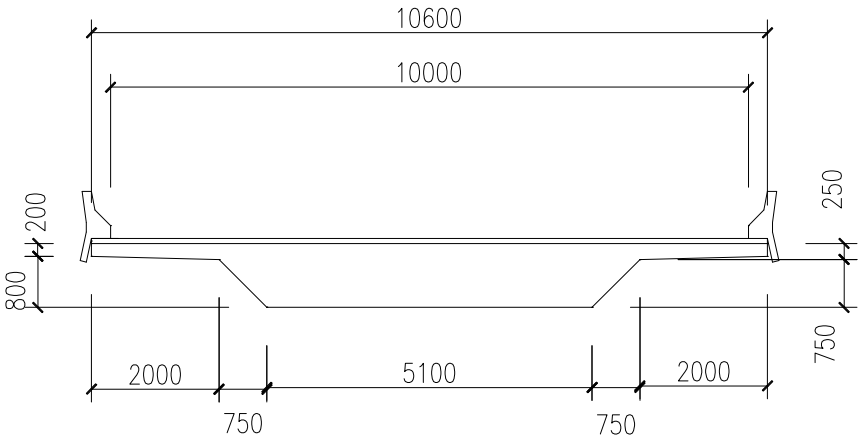

Fig. 4.2 Sección transversal (adaptada de [14], cotas en mm).

Las acciones de proyecto han sido definidas de acuerdo a la Instrucción de Acciones en Puentes de Carretera. (IAP). Las acciones consideradas han sido las siguientes:

- Peso propio de los elementos estructurales.
- Cargas permanentes
- Pretensado
- Sobrecarga de tráfico de 4 KN/m^2 distribuida en las zonas más desfavorables.
- 1 vehículo especial de 600 KN colocado en las zonas más desfavorables.
- Frenado y arranque. Fuerza paralela al eje del tablero localizada a la altura de la calzada de 2.33 KN/m.
- Gradiente térmico de 5ºC.
- Viento. Se ha considerado una velocidad de viento de referencia de 28 m/s (100 Km/h) y una velocidad de cálculo de 44.44 m/s (160 Km/h).
- Los tendones de acero de pretensado son Y1860-S7 (fpu=1860 MPa)

4.1.2. Definición del trazado del cable

Para cada caso de estudio se definen 3 trazados, A, B y C. El primero al que llamaremos "Trazado A" es el procedente del impuesto en la monografía:

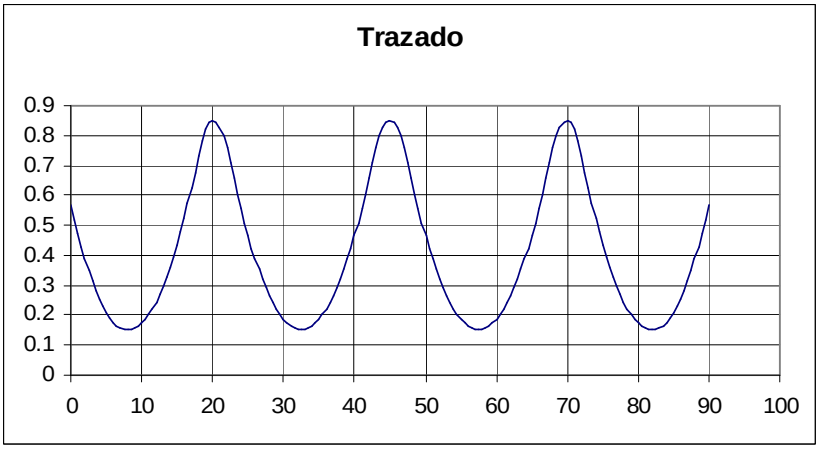

Fig. 4.3. Trazado de pretensado en metros

El trazado B y C son una modificación del primero en los que se mantienen fijos los puntos de centro vano y se bajan los puntos de apoyo (0.05 m en B y 0.10 m en C). Esto supone un cambio en los esfuerzos de pretensado como se verá más adelante.

Puntos centro vano fijos a: 0.15m

Puntos de apoyo: 0.85m, 0.80m y 0.75m respectivamente.

Distancia establecida desde el 0 del gráfico.

4.1.3. Cálculo de esfuerzos mediante SAP2000

Los resultados del cálculo estructural vienen dados en 7 secciones que son las siguientes:

1) A 8 metros del estribo izquierdo
2) A 2 metros a la izquierda del primer apoyo
3) Justo en el primer apoyo
4) A 2.5 metros a la derecha del primer apoyo
5) Centro del segundo vano (a 12.5 metros a la derecha del primer apoyo)
6) A 2.5 metros a la izquierda del apoyo central
7) Justo el apoyo central

Del cálculo realizado extraemos los siguientes momentos *(KNm)*:

Secciones	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***
Vacio	4794.53	-4835.75	-8822.27	-3976.59	4568.32	-4227.27	-9135.62
Cuasipermanente	6527.76	-6035.79	-10998.53	-4922.16	6447.78	-5317.73	-11425.63
Frecuente	7617.28	-6777.54	-12062.7	-5521.82	7672.03	-5981.98	-12493.5
Poco Probable	9611.28	-7613.01	-13391	-6089.51	10089.82	-6765.87	-13947.64

Tabla 4.1. Momentos procedentes del cálculo de la estructura en KNm

4.1.4. Cálculo de excentricidades equivalentes

Para el cálculo de las excentricidades equivalentes extraemos el momento total de pretensado sobre las siete secciones de estudio. El puente de monografía tiene impuesta una fuerza de pretensado, esta la necesitamos para encontrar previamente las excentricidades equivalentes mediante el trazado impuesto. Esta fuerza que llamamos P_O_dif tiene un valor de 22826 KN.

De modo que para el cálculo de la excentricidad equivalente e_{equ} procedemos como en la ecuación 3.8.1:

$$e_{equ} = \frac{M_{TOT}}{P_{O_dif}} \qquad (3.8.1.1)$$

De este modo se calculan las siguientes excentricidades:

	Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Trazado A	*M_tot*	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
	e_equ	-0.352	0.316	0.450	0.305	-0.273	0.270	0.405
Trazado B	*M_tot*	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
	e_equ	-0.342	0.306	0.426	0.271	-0.246	0.237	0.383
Trazado C	*M_tot*	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
	e_equ	-0.331	0.282	0.404	0.253	-0.222	0.211	0.352

Tabla 4.2. Momentos totales de pretensado procedentes del cálculo de la estructura en KNm y excentricidades equivalentes en metros

4.1.5. Cálculo de soluciones factibles de fuerza de pretensado, Pmín y área de acero de pretensado, Ap para cada sección

Para el cálculo de soluciones factibles se ha empleado la hoja Excel comentada en el capitulo anterior. Se muestran a continuación los diagramas de las secciones más críticas, la sección 5 (centro luz del 2º vano, para momentos flectores positivos) y la sección 7 (apoyo central, para momentos flectores negativos), ambas en el trazado que presenta una curvatura menor (Trazado C) y por lo tanto se requiere una mayor fuerza. El criterio de signos empleado es tracciones (-) y compresiones (+):

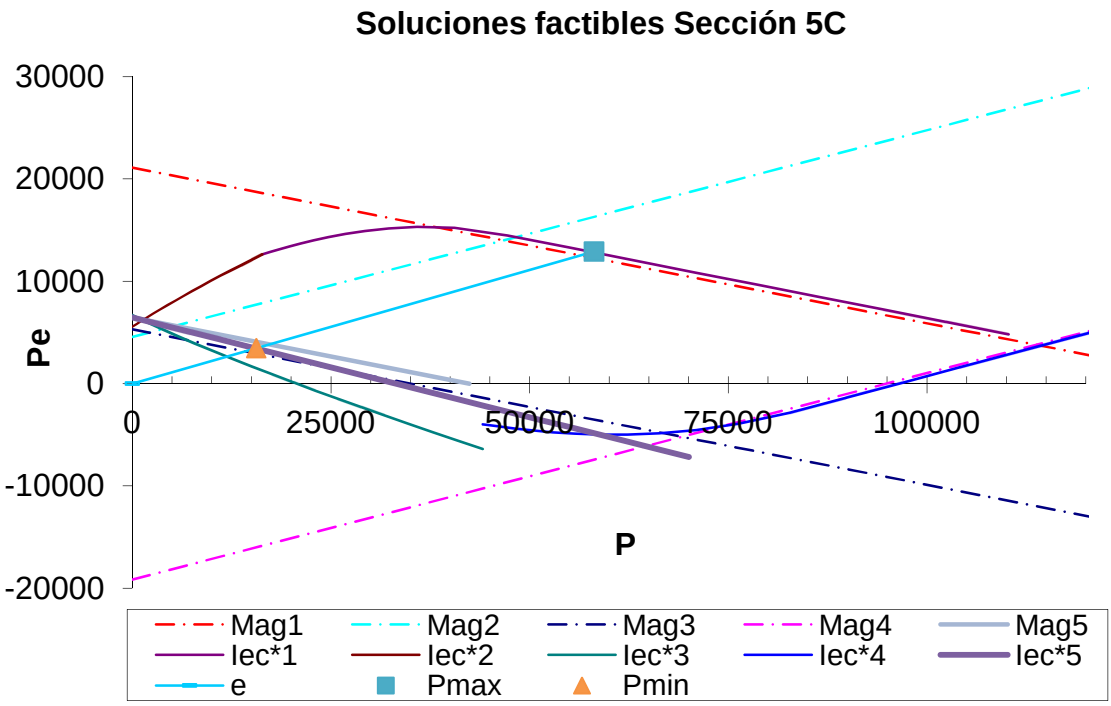

Fig. 4.3. Diagrama de espacio de soluciones factibles Pmín y Pmáx. Sección 5C

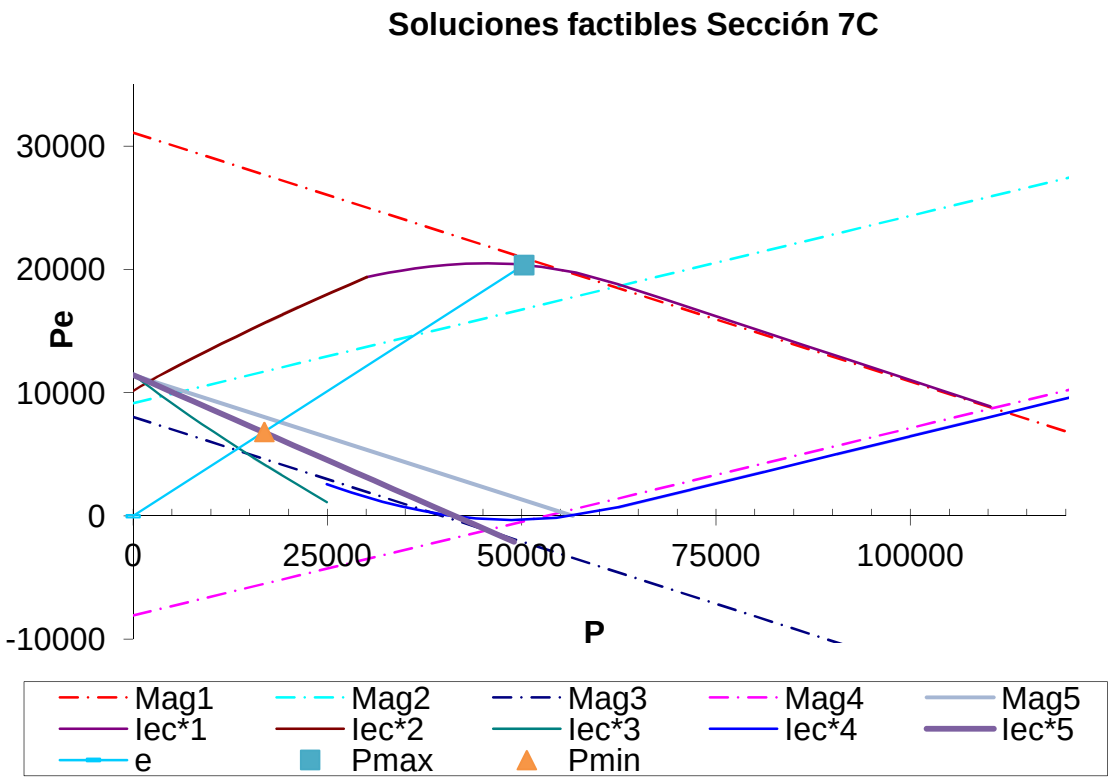

Fig. 4.4. Diagrama de espacio de soluciones factibles de Pmín y Pmáx. Sección 7C

A continuación se muestran los cálculos extraídos de los diagramas para las 7 secciones. Fuerzas en KN y área de pretensado en mm2.

También se incluye la comparación de resultados entre el método de Magnel y el no-lineal:

Sección 1						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	12959	11648	12149	10925.8	6.25	6.20
B	13214	11884	12399	11150	6.17	6.18
C	13515	12154	12674	11397.2	6.22	6.23

Tabla 4.4.1. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 1

Sección 2						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	11677	10501	8611	7743.8	26.26	26.26
B	11884	10687	9403	8455.5	20.88	20.88
C	12474	11217	9459	8506.3	24.17	24.17

Tabla 4.4.2. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 2

Sección 3						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	16898	15196	13106	11785.8	22.44	22.44
B	17517	15753	15291	13751.3	12.71	12.71
C	18153	16325	15301	13759.7	15.71	15.71

Tabla 4.4.3. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 3

Sección 4						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	9711	8733	7788	7003.3	19.80	19.81
B	10409	9361	8080	7265.9	22.37	22.38
C	10821	9731	8180	7356.3	24.41	24.40

Tabla 4.4.4. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 4

Sección 5						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	15172	13644	13973	12565.9	7.90	7.90
B	16201	14569	14661	13184.1	9.51	9.51
C	17241	15504	15616	14043.3	9.43	9.42

Tabla 4.4.5. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 5

Sección 6						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	11293	10156	8865	7972.4	21.50	21.50
B	12117	10896	9321	8381.8	23.08	23.07
C	12880	11582	9460	8507.5	26.55	26.55

Tabla 4.4.6. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 6

Sección 7						
Trazado	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	18827	16931	16875	15175.3	10.37	10.37
B	19535	17567	16801	15109.1	14.00	13.99
C	20628	18551	17144	15417	16.89	16.89

Tabla 4.4.7. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 7

4.1.6. Estado Límite Último de flexión

Para simplificar el proceso de cálculo de ELU se implementa en una hoja Excel con todos los datos conocidos disponibles que son los siguientes:

Po_dif = 22826 KN fpyk = 1690 MPa

fpyd = 1470 MPa fyk = 500 MPa

fyd = 435 MPa fck = 35 MPa

fcd = 23.3 MPa γ_pret. = 1.0

Para la verificación se procede a comprobar que el momento de diseño de cada sección es menor o igual al momento último:

$$M_u \geq M_d \tag{4.1}$$

Donde el momento último es:

$$M_u = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) A_p \cdot f_{pyd} \left(d_p - \frac{y}{2}\right) \tag{4.2}$$

Siendo:

$$y = \frac{A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b} \tag{4.3}$$

Para A_s se trabaja con la armadura mínima y para A_p la armadura es la de pretensado encontrada por el método no-lineal en el apartado anterior.

Para el momento de diseño se toma la normativa para el cálculo:

$$\sum_{j\geq 1} \gamma_{G,j}\, G_{k,j} + \gamma_p P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i\geq 1} \gamma_{Q,i}\, \psi_{0,i} Q_{k,i} \tag{4.4}$$

Las cargas son las procedentes del cálculo de esfuerzos del SAP2000. Dichas cargas son:

- Peso Propio (PP)
- Carga Permanente (CP)
- Envolvente causada por el movimiento del carro de carga (CAR_Env)
- Envolvente de sobrecargas (SC_Env)

- Gradiente térmico (ATº)
- Momento hiperestático (Mh)

Este último lo calculamos manualmente mediante las ***Pmín*** del apartado anterior y teniendo en cuenta el trazado real del cable descrito más adelante como e_real (excentricidad real).

$$M_h = \frac{(M_{TOT} + P_{O_dif} \cdot e_{real}) \cdot P_{*_dif}}{P_{O_dif}} \quad (4.5)$$

Donde:

M_{TOT} , es el momento total de pretensado utilizado en la tabla 4.2

P_{O_dif}, la fuerza de tesado diferida propuesta de inicio

e_{real}, como se ha comentado, corresponde a la excentricidad real del trazado

P_{*_dif}, la fuerza mínima de pretensado extraída del método no-lineal teniendo en cuenta si corresponde al trazado A, B o C.

Para el coeficiente de pretensado se usa $\gamma_p = 1.0$, así como para el gradiente térmico en esta combinación se utiliza $\psi_0 = 0.9$.

Los cálculos se han dividido en dos grupos de tres tablas, según el trazado del cable y si la verificación es para momentos positivos o negativos según las envolventes resultantes.

4.1.6.1. Verificación ELU flexión para momentos POSITIVOS

Trazado A							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4205	-0.2296	-0.2796	-0.2296	0.4204	-0.2296	-0.2796
MTOT	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
Ap	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	102.12	212.25	212.25	212.25	102.12	212.25	212.25
Mh	1149.60	1457.84	2869.74	1276.13	2495.28	676.92	2120.72
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20474.97**	**17969.12**	**19084.17**	**17969.12**	**20474.97**	**15739.01**	**19084.17**
Md =	**14910.05**	**8649.56**	**15136.10**	**6661.93**	**17241.08**	**8352.82**	**13311.13**
Mu/Md =	**1.373**	**2.077**	**1.261**	**2.697**	**1.188**	**1.884**	**1.434**

Tabla 4.5. Verificación ELU a Flexión. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado A.

Trazado B							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4204	-0.1125	-0.2295	-0.1215	0.4204	-0.1215	-0.2295
MTOT	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
Ap	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	101.73	211.43	211.43	211.43	101.73	211.43	211.43
Mh	1319.33	3248.03	3302.19	2505.69	2936.05	1933.40	2586.82
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20402.20**	**15314.06**	**17911.90**	**15513.89**	**20402.20**	**15513.89**	**17911.90**
Md =	**15079.79**	**6859.37**	**14703.65**	**5432.37**	**17681.86**	**7096.34**	**12845.03**
Mu/Md =	**1.353**	**2.233**	**1.218**	**2.856**	**1.154**	**2.186**	**1.394**

Tabla 4.6. Verificación ELU a Flexión. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado B.

Trazado C							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4204	-0.0795	-0.1795	-0.0875	0.4204	-0.0875	-0.1795
MTOT	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
Ap	15417	15417	15417	15417	15417	15417	15417
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	103.56	215.23	215.23	215.23	103.56	215.23	215.23
Mh	1540.62	3468.11	3853.26	2832.01	3399.92	2120.67	2964.08
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20740.36**	**14778.91**	**17044.54**	**14960.16**	**20740.36**	**14960.16**	**17044.54**
Md =	**15301.07**	**6639.30**	**14152.58**	**5106.05**	**18145.73**	**6909.07**	**12467.77**
Mu/Md =	**1.355**	**2.226**	**1.204**	**2.930**	**1.143**	**2.165**	**1.367**

Tabla 4.6. Verificación ELU a Flexión. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado C.

4.1.6.2. Verificación ELU flexión para momento NEGATIVO

Trazado A (Neg)							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4205	-0.2296	-0.2796	-0.2296	0.4204	-0.2296	-0.2796
MTOT	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
Ap	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	102.12	212.25	212.25	212.25	102.12	212.25	212.25
Mh	1149.60	1457.84	2869.74	1276.13	2495.28	676.92	2120.72
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20474.97**	**17969.12**	**19084.17**	**17969.12**	**20474.97**	**15739.01**	**19084.17**
Md =	**5713.05**	**2468.82**	**5722.51**	**1551.29**	**6978.19**	**2486.19**	**7254.55**
Mu/Md =	**3.584**	**7.278**	**3.335**	**11.583**	**2.934**	**6.331**	**2.631**

Tabla 4.7. Verificación ELU a Flexión de momentos Negativos. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado A.

Trazado B (Neg)							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4204	-0.1125	-0.2295	-0.1215	0.4204	-0.1215	-0.2295
MTOT	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
Ap	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	101.73	211.43	211.43	211.43	101.73	211.43	211.43
Mh	1319.33	3248.03	3302.19	2505.69	2936.05	1933.40	2586.82
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20402.20**	**15314.06**	**17911.90**	**15513.89**	**20402.20**	**15513.89**	**17911.90**
Md =	**5882.78**	**678.63**	**5290.06**	**321.72**	**7418.96**	**1229.71**	**6788.45**
Mu/Md =	**3.468**	**22.566**	**3.386**	**48.221**	**2.750**	**12.616**	**2.639**

Tabla 4.8. Verificación ELU a Flexión de momentos Negativos. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado B.

C(Neg)							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4204	-0.0795	-0.1795	-0.0875	0.4204	-0.0875	-0.1795
MTOT	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
Ap	15417	15417	15417	15417	15417	15417	15417
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	103.56	215.23	215.23	215.23	103.56	215.23	215.23
Mh	1540.62	3468.11	3853.26	2832.01	3399.92	2120.67	2964.08
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20740.36**	**14778.91**	**17044.54**	**14960.16**	**20740.36**	**14960.16**	**17044.54**
Md =	**6104.06**	**458.56**	**4738.99**	**-4.59**	**7882.83**	**1042.45**	**6411.19**
Mu/Md =	**3.398**	**32.229**	**3.597**	**-**	**2.631**	**14.351**	**2.659**

Tabla 4.9. Verificación ELU a Flexión de momentos Negativos. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado C.

Cabe destacar que para momentos positivos la sección más crítica es la correspondiente al centro luz del segundo vano (sección 5), sin embargo el E.L.U. cumple para todas las secciones de estudio.

Para la verificación E.L.U. de la estructura con momentos negativos vemos que prácticamente el margen que da el Mu es más que suficiente frente a las solicitaciones calculadas (Md negativo), llegando en el peor de los casos a Mu/Md > 2.

4.1.6.3. E.L.U. considerando disipación total de momentos hiperestáticos

En principio, los momentos hiperestáticos constituyen una solicitación que debe ser considerada también en E.L.U.

Sin embargo, ésta viene de un problema de compatibilidad de deformaciones y es razonable pensar que tras un estados avanzado de cargas, incluyendo plastificación en ciertos puntos, los hiperestáticos de pretensado puedan disiparse o redistribuirse.

De hecho, no existe un criterio único en este sentido, siendo uno de ellos considerar que los hiperestáticos se disipan, al menos en parte, en E.L.U.

A continuación se realiza la comprobación en rotura (E.L.U.) asumiendo la disipación completa de los hiperestáticos con la finalidad de evaluar la incidencia que tiene esta hipótesis en la solución final.

Trazado A							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4205	-0.2296	-0.2796	-0.2296	0.4204	-0.2296	-0.2796
MTOT	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
Ap	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3	15175.3
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	102.12	212.25	212.25	212.25	102.12	212.25	212.25
Mh	0	0	0	0	0	0	0
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20474.97**	**17969.12**	**19084.17**	**17969.12**	**20474.97**	**15739.01**	**19084.17**
Md =	**13760.45**	**10107.40**	**18005.84**	**7938.06**	**14745.80**	**9029.74**	**15431.85**
Mu/Md =	**1.488**	**1.778**	**1.060**	**2.264**	**1.389**	**1.743**	**1.237**

Tabla 4.10. Verificación ELU a Flexión sin tener en cuenta el Mh. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado A.

Trazado B							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4204	-0.1125	-0.2295	-0.1215	0.4204	-0.1215	-0.2295
MTOT	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
Ap	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1	15109.1
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	101.73	211.43	211.43	211.43	101.73	211.43	211.43
Mh	0	0	0	0	0	0	0
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20402.20**	**15314.06**	**17911.90**	**15513.89**	**20402.20**	**15513.89**	**17911.90**
Md =	**13760.45**	**10107.40**	**18005.84**	**7938.06**	**14745.80**	**9029.74**	**15431.85**
Mu/Md =	**1.483**	**1.515**	**0.995**	**1.954**	**1.384**	**1.718**	**1.161**

Tabla 4.11. Verificación ELU a Flexión sin tener en cuenta el Mh. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado B.

Trazado C							
Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
e (abs)	0.4204	-0.0795	-0.1795	-0.0875	0.4204	-0.0875	-0.1795
MTOT	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
Ap	15417	15417	15417	15417	15417	15417	15417
As	6800	6800	6800	6800	6800	6800	6800
y	103.56	215.23	215.23	215.23	103.56	215.23	215.23
Mh	0	0	0	0	0	0	0
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**20740.36**	**14778.91**	**17044.54**	**14960.16**	**20740.36**	**14960.16**	**17044.54**
Md =	**13760.45**	**10107.40**	**18005.84**	**7938.06**	**14745.80**	**9029.74**	**15431.85**
Mu/Md =	**1.507**	**1.462**	**0.947**	**1.885**	**1.407**	**1.657**	**1.105**

Tabla 4.12. Verificación ELU a Flexión sin tener en cuenta el Mh. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado C.

Como se puede observar la disipación completa del momento hiperestático en el cálculo influye severamente en el resultado final.

Vemos que las secciones donde la tracción por flexión es en la fibra inferior (Tipo de Flexión: Positiva) que el *Mh* sea 0 disminuye el Momento de diseño y hace aumentar *Mu/Md* con lo que se puede observar que la variación es conservadora y deja del lado de la seguridad.

Sin embargo en un puente continuo las secciones donde puede haber flexión negativa son varias y en este caso se observa claramente como al suprimir el *Mh* del cálculo deja del lado de la inseguridad al aumentar desproporcionadamente el Momento de diseño en dichas secciones.

En este caso para la sección 3 que corresponden al primer y tercer apoyo vemos que ya no cumple el umbral *Mu/Md > 1*, y no por poco, sino en el peor de los casos (trazado C) por más de 1.000 KNm lo que supone una pérdida importante de la capacidad resistente.

En la siguiente tabla vemos el comportamiento de *Mu/Md* en función de si disipamos o no el momento hiperestático en todas las secciones:

Comparación del coef. Mu/Md en función de la disipación de Mh						
1ª	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
0.152	-0.764	-0.258	**-1.045**	0.264	-0.509	-0.263

Tabla 4.13. Comparación de Mu/Md en función de la disipación del Mh. Caso más desfavorable (Trazado C).

Se ve que en el peor de los casos, en la sección 4, se está disminuyendo más de 1 punto la relación *Mu/Md* y solamente es favorable para secciones con momento positivo.

Se ha calculado además la armadura pasiva necesaria para verificar E.L.U. en el caso de no tener en cuenta el momento hiperestático en la sección3. Vemos que para compensar *Mu/Md = 0.947,* el aumento de armadura pasiva que se requeriría en el caso es de más de 3000mm^2 sólo para llegar a cumplir el E.L.U, es decir *Mu/Md = 1*.

4.1.7. Estado Límite Servicio de Fisuración.

Como se ha comentado en el apartado 2.8.2, el método de verificación de ELS de fisuración pasa por la limitación previa de la armadura pasiva así como su separación media. Podemos decir que, antes de dimensionar el pretensado imponemos las condiciones previas para que de este modo la armadura longitudinal se tenga en cuenta en el cálculo posterior.

Asique el modo para tener en cuenta la armadura pasiva es concretar que tensión de tracción vamos a soportar. Miramos en la *tabla 2.8*:

	S_m (mm)		
W_k (mm)	100	150	200
0.1	120 MPa	80 MPa	60 MPa
0.2	240 MPa	160 MPa	120 MPa
0.3	350 MPa	240 MPa	180 MPa

Tabla 2.8. Valores de $\Delta\sigma_s$ para diferentes valores ancho de fisura y separación media.

Y escogemos una fisura máxima de 0.2mm y una separación media de 150mm. Asique $\Delta\sigma_s$ es igual a 160 Mpa. Esa será nuestra tensión admisible para verificar ELS de fisuración para el ***caso frecuente.***

Para el ***caso poco probable*** se debe verificar que el hormigón no fisure por compresión, es decir:

$$\sigma_C \leq 0.6 \cdot f_{ck} \tag{4.6}$$

Donde:

$f_{ck} = 35\ MPa$

$$\sigma_C = \frac{P_O}{A_{C,eficaz}} \tag{4.7}$$

$P_O = P_{mín} \cdot 1.25$ (Se suponen unas pérdidas de pretensado del 20%)

$A_{C,eficaz} = b_{mín} \cdot 0.25h = 5100mm \cdot 0.25 \cdot 1000mm = 1275000mm^2$

Verificación a compresión			
Trazado	***A***	***B***	***C***
Po (KN)	21093.75	21001.25	21430
σc (Mpa)	16.54	16.47	16.81

Tabla 4.13. Cálculo de σc para cada trazado mediante ec.4.7

Las tensiones a compresión para los distintos trazados entran dentro de la verificación al ser $0.6 \cdot f_{ck} = 0.6 \cdot 35 = 21MPa$

Datos:

<u>Parámetros de pretensado</u>

$E_P = 190000\ MPa$

$f_{py} = 1690\ MPa$

$f_{pu} = 1860\ MPa$

$f_{pk} = 1390 \cdot 0.80 = 1112\ MPa.$ **Esta es la tensión del cable asumiendo unas pérdidas de pretensado del 20%.**

$\varepsilon_{Pi} = \frac{f_{pk}}{E_P} = 0.00585$

$\varepsilon_{pu} = 0.02$

$\varepsilon_{py} = \frac{f_{py}}{E_P} = 0.00889$

$E_{P1} = \frac{f_{pu} - f_{py}}{\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{py}} = 15308.06\ MPa$

Parámetros armadura pasiva en todas secciones

$A_{s,min} = 6800mm^2$. En algunas secciones varía en función de la verificación del ELU flexión.

$r_{nom} = 50mm\ ;\ S_m = 150mm$

Así pues se definen las tensiones admisibles: para las fibras de armadura pasiva las tensiones no podrán superar los 160Mpa en tracción, y para el estado tensional del cable de pretensado 1860MPa.

A continuación se muestran los resultados procedentes de la hoja Excel. En ellas, mediante el método planteado en el apartado 2.9.2, se muestran las tensiones en cada fibra incluyendo la tensión del acero de pretensado:

Tensiones de las armaduras en MPa para trazado A							
Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Fibra Superior	25.03	-22.32	-14.14	-21.21	29.17	-24.84	-15.58
Fibra Inferior	-17.24	32.48	42.29	27.35	-21.02	31.60	46.63
Pretensado	-1120.89	-1129.52	-1129.64	-1128.38	-1118.88	-1129.06	-1128.54
Verificación	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*

Tabla 4.14. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente. Trazado A.

Tensiones de las armaduras en MPa para trazado B							
Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Fibra Superior	25.35	-28.42	-21.08	-24.69	30.87	-26.20	-23.08
Fibra Inferior	-16.83	34.56	45.96	29.50	-22.82	33.26	50.58
Pretensado	-1120.07	-1134.16	-1135.39	-1129.29	-1118.14	-1127.99	-1134.28
Verificación	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*

Tabla 4.15. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente. Trazado B.

Tensiones de las armaduras en MPa para trazado C							
Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Fibra Superior	25.69	-37.71	-28.25	-28.14	32.02	-33.02	-29.60
Fibra Inferior	-16.60	37.77	49.66	31.01	-21.27	36.11	55.03
Pretensado	-1119.34	-1140.12	-1140.94	-1130.88	-1115.43	-1131.12	-1137.74
Verificación	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*

Tabla 4.16. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente. Trazado C.

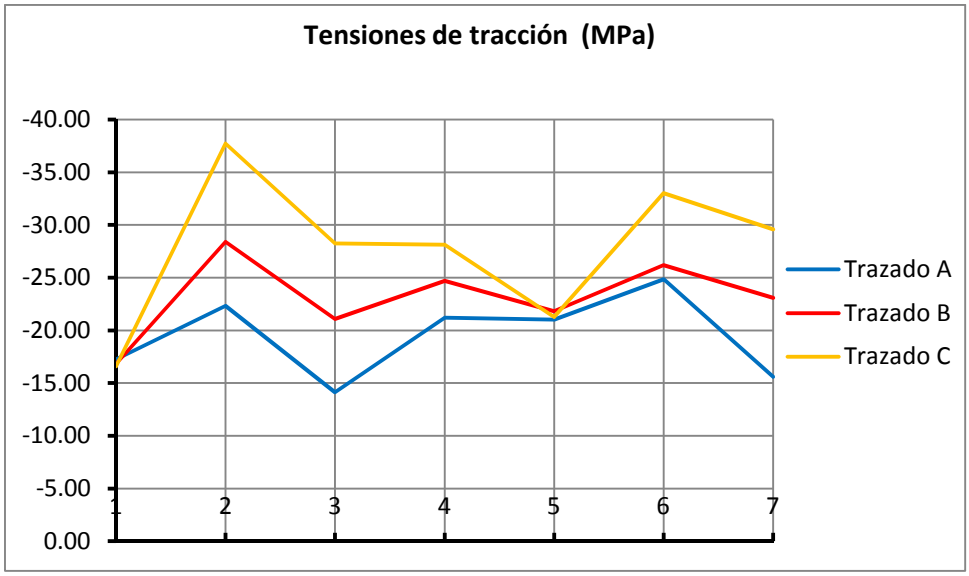

Fig. 4.5. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente.

4.1.8. Resultados finales

Para el dimensionamiento final del puente, y visto los resultados obtenidos en los apartados anteriores se ha optado por centrar el estudio en la sección más crítica que es la que corresponde a las secciones 7ª de cada trazado. A continuación se muestran dichos resultados.

Sección 7				
Trazado	Pmín	Po	Ap	Ahorro en área %
A	16875	21093.75	15175.3	10.37
B	16801	21001.25	15109.1	13.99
C	17144	21430	15417	16.89

Tabla 4.17. Pmín (KN) y Ap(mm2) de la sección 7

Para este caso de estudio los E.L.U a flexión se cumplen para los 3 trazados así como los E.L.S. Fisuración para la combinación frecuente y poco probable. Además, se observa un ahorro considerable en área de pretensado al dimensionar la estructura con el método planteado (no-lineal) que llega a ser del 17% para el trazado C.

La armadura pasiva dispuesta antes de todos los cálculos es satisfactoria y no hace falta variarla en ninguno de los casos.

4.2. CASO DE ESTUDIO II: DIMENSIONAMIENTO DE PUENTE CONTINUO CON HORMIGÓN PARCIALMENTE PRETENSADO CON SECCIÓN ALIGERADA Y MASA CONCENTRADA

4.2.1. Datos de la estructura

Para el segundo caso de estudio se plantea el mismo proyecto y cálculo del caso anterior es decir un puente losa carretero pretensado con armaduras postesas adaptado de [14]. La principal diferencia es que en este caso la sección esta aligerada compuesta por 7 aligeramientos de 0.5x0.5m a lo largo de la masa concentrada. El puente sigue siendo de planta recta con 4 vanos de canto constante con una distribución de luces 20+25+25+20, como se muestra en la Figura 4.1:

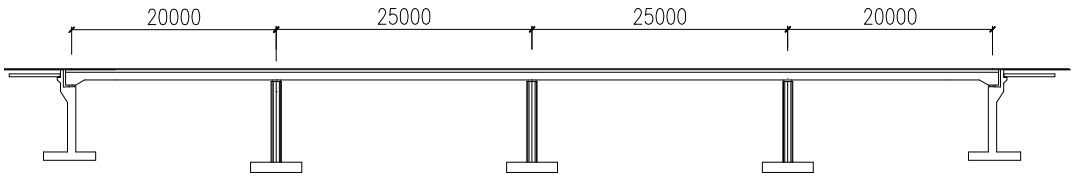

Fig. 4.3 Alzado de puente losa pretensado (adaptada de [14], cotas en mm).

La sección transversal del tablero se indica en la siguiente figura:

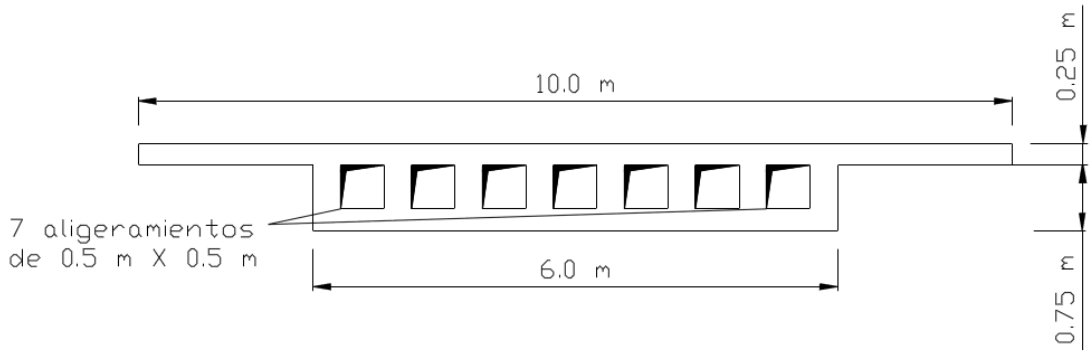

Fig. 4.6. Sección transversal (adaptada de [14], cotas en mm).

Las acciones de proyecto han sido definidas de acuerdo a la Instrucción de Acciones en Puentes de Carretera. (IAP). Las acciones consideradas son las mismas que en el caso anterior:

- Peso propio de los elementos estructurales.
- Cargas permanentes
- Pretensado
- Sobrecarga de tráfico de 4 KN/m^2 distribuida en las zonas más desfavorables.
- 1 vehículo especial de 600 KN colocado en las zonas más desfavorables.
- Frenado y arranque. Fuerza paralela al eje del tablero localizada a la altura de la calzada de 2.33 KN/m.
- Gradiente térmico de 5ºC.

- Viento. Se ha considerado una velocidad de viento de referencia de 28 m/s (100 Km/h) y una velocidad de cálculo de 44.44 m/s (160 Km/h).
- Los tendones de acero de pretensado son Y1860-S7 (fpu=1860 MPa)

4.2.2. Definición del trazado del cable

Para comparar plenamente ambos casos de estudio los trazados son los mismos que en el caso de estudio anterior, puesto que la sección tiene el mismo canto.

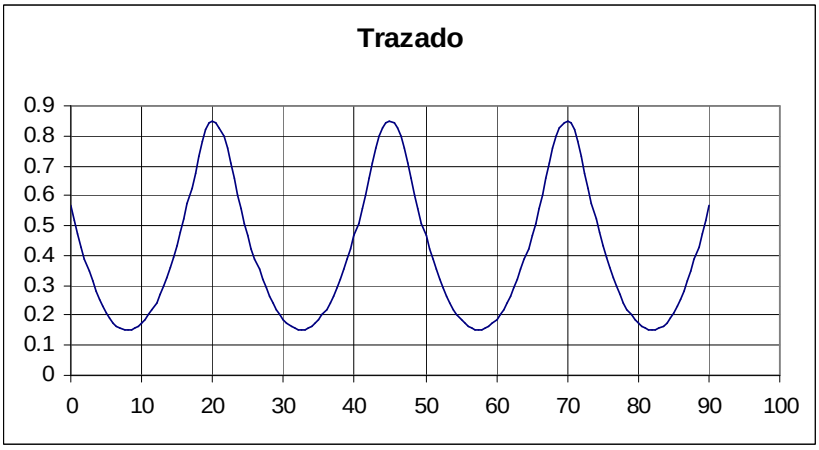

Fig. 4.3. Trazado de pretensado en metros

Para seguir con la dinámica del trabajo y visto que la sección es prácticamente la misma que la del caso anterior (Cg, Inercia…) el trazado del cable será también el mismo, de modo que los resultados se puedan comparar:

Así pues el trazado B y C son una modificación del primero en los que se mantienen fijos los puntos de centro vano y se bajan los puntos de apoyo (0.05 m en B y 0.10 m en C). Esto supone un cambio en los esfuerzos de pretensado como se verá más adelante.

Puntos centro vano fijos a: 0.15m

Puntos de apoyo: 0.85m, 0.80m y 0.75m respectivamente.

Distancia establecida desde el 0 del gráfico.

4.2.3. Cálculo de esfuerzos mediante SAP2000

Del cálculo realizado extraemos los siguientes momentos *(KNm)*:

Secciones	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***
Vacio	3733.54	-3749.54	-6866.16	-3094	3557	-3291.7	-7113.3
Cuasipermanente	5466	-4968.12	-9044.3	-4041	5434.86	-4383.83	-9414.54
Frecuente	6555.65	-5709.6	-10108	-4640.51	6659.24	-5047.94	-10472.64
Poco Probable	8547.91	-6548.87	-11440.52	-5212.14	9073.44	-5834.82	-11929.58

Tabla 4.18. Momentos procedentes del cálculo de la estructura en KNm

4.2.4. Cálculo de excentricidades equivalentes

Para el cálculo de las excentricidades equivalentes extraemos el momento total de pretensado sobre las siete secciones de estudio. Al tener el mismo trazado y una sección prácticamente igual en cuanto a dimensiones, las excentricidades equivalentes serán las mismas ya que el Mtot será el del caso I.

El puente de monografía tiene impuesta una fuerza de pretensado, esta la necesitamos para encontrar previamente las excentricidades equivalentes mediante el trazado impuesto. Esta fuerza que llamamos P_O_dif tiene un valor de 22826 KN.

De modo que para el cálculo de la excentricidad equivalente e_{equ} procedemos como en el caso anterior mediante la ecuación 3.8.1.1:

De este modo las siguientes excentricidades son las del caso anterior:

	Secciones	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
Trazado A	*M_tot*	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
	e_equ	-0.352	0.316	0.450	0.305	-0.273	0.270	0.405
Trazado B	*M_tot*	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
	e_equ	-0.342	0.306	0.426	0.271	-0.246	0.237	0.383
Trazado C	*M_tot*	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
	e_equ	-0.331	0.282	0.404	0.253	-0.222	0.211	0.352

Tabla 4.2. Momentos totales de pretensado procedentes del cálculo de la estructura en KNm y excentricidades equivalentes en metros

4.2.5. Cálculo de soluciones factibles de fuerza de pretensado, Pmín y área de acero de pretensado, Ap para cada sección

Para el cálculo de soluciones factibles se ha empleado la hoja Excel comentada en el capitulo anterior.

Se muestran a continuación los diagramas de las secciones más críticas, la sección 5 (centro luz del 2º vano, para momentos flectores positivos) y la sección 7 (apoyo central, para momentos flectores negativos), ambas en el trazado que presenta una curvatura menor (Trazado C) y por lo tanto se requiere una mayor fuerza:

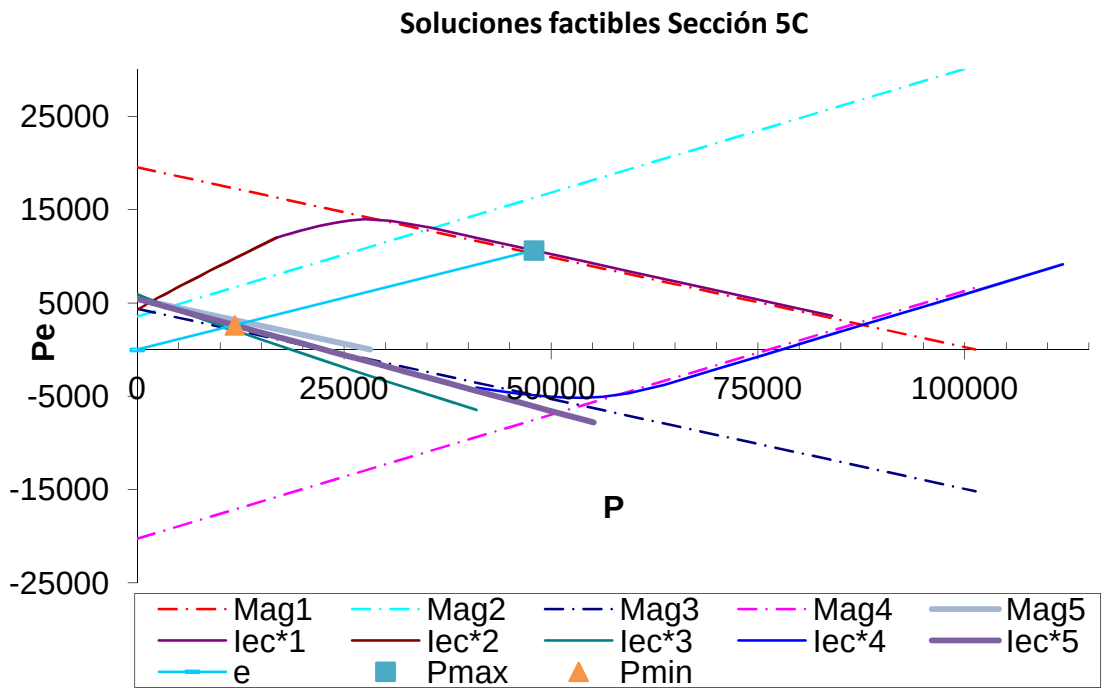

Fig. 4.7. Diagrama de espacio de soluciones factibles Pmín y Pmáx. Sección 7C

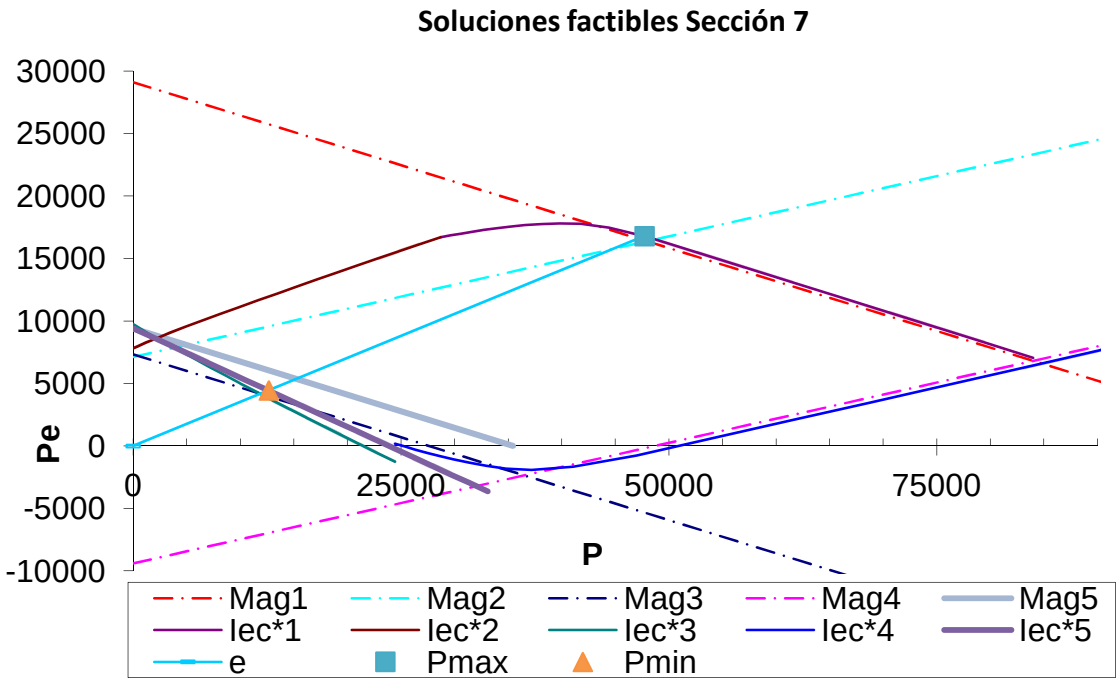

Fig. 4.8. Diagrama de espacio de soluciones factibles de Pmín y Pmáx. Sección 7C

A continuación se muestran los cálculos extraídos de los diagramas para las 7 secciones. Fuerzas en KN y área de pretensado en mm2.

También se incluye la comparación de resultados entre el método de Magnel y el no-lineal:

Sección 1						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	10029	9019	9328	8388.2	6.99	6.99
B	10216	9187	9546	8584.8	6.56	6.55
C	10430	9380	9750	8767.7	6.52	6.53

Tabla 4.4.8. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 1

Sección 2						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	8544	7683	6894	6199.9	19.31	19.30
B	8693	7818	6987	6283.6	19.62	19.63
C	9074	8160	7157	6436.4	21.13	21.12

Tabla 4.4.9. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 2

Sección 3						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	12641	11368	12774	11487.1	-1.05	-1.05
B	13079	11762	11272	10136.3	13.82	13.82
C	13509	12149	11394	10246.7	15.66	15.66

Tabla 4.4.10. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 3

Sección 4						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	7083	6370	5789	5206.2	18.27	18.27
B	7532	6774	6046	5436.9	19.73	19.74
C	7794	7009	6092	5478.6	21.84	21.83

Tabla 4.4.11. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 4

Sección 5						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	11662	10487	10768	9683.3	7.67	7.66
B	12379	11132	11270	10134.8	8.96	8.96
C	13095	11776	11788	10600.5	9.98	9.98

Tabla 4.4.12. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 5

Sección 6						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	8187	7362	6512	5856.2	20.46	20.45
B	8724	7846	6816	6129.7	21.87	21.87
C	9200	8274	7048	6338.4	23.39	23.39

Tabla 4.4.13. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 6

Sección 7						
Trazados	Magnel		Método no-lineal		Ahorro %	
	Pmín	Ap	Pmín	Ap	En fuerzas	En área de acero
A	14041	12627	12431	11179	11.47	11.47
B	14495	13035	12387	11139.8	14.54	14.54
C	15247	13711	12656	11381.6	16.99	16.99

Tabla 4.4.14. Fuerza de pretensado mínima (KN) y área de pretensado (mm2). Sección 7

4.2.6. Estado Límite Último de flexión

Para simplificar el proceso de cálculo de ELU se implementa en una hoja Excel con todos los datos conocidos disponibles que son los siguientes:

Po_dif = 22826 KN fpyk = 1690 MPa

fpyd = 1470 MPa fyk = 500 MPa

fyd = 435 MPa fck = 35 MPa

fcd = 23.3 MPa γ_pret. = 1.0

Para la verificación se procede a comprobar que el momento de diseño de cada sección es menor o igual al momento último:

$$M_u \geq M_d \tag{4.1}$$

Donde el momento último es:

$$M_u = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) A_p \cdot f_{pyd} \left(d_p - \frac{y}{2}\right) \tag{4.2}$$

Siendo:

$$y = \frac{A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b} \tag{4.3}$$

Para A_s se trabaja con la armadura mínima y para A_p la armadura es la de pretensado encontrada por el método no-lineal en el apartado anterior.

Para el momento de diseño se toma la normativa para el cálculo:

$$\sum_{j\geq 1}\gamma_{G,j}\,G_{k,j}+\gamma_p P_k+\gamma_{Q,1}Q_{k,1}+\sum_{i\geq 1}\gamma_{Q,i}\,\psi_{0,i}Q_{k,i} \qquad (4.4)$$

Las cargas son las procedentes del cálculo de esfuerzos del SAP2000. Dichas cargas son:

- Peso Propio (PP)
- Carga Permanente (CP)
- Envolvente causada por el movimiento del carro de carga (CAR_Env)
- Envolvente de sobrecargas (SC_Env)
- Gradiente térmico (ATº)
- Momento hiperestático (Mh)

Este último lo calculamos manualmente mediante las ***Pmín*** del apartado anterior y teniendo en cuenta el trazado real del cable descrito más adelante como e_real (excentricidad real).

$$M_h=\frac{\left(M_{TOT}+P_{O_dif}\cdot e_{real}\right)\cdot P_{*_dif}}{P_{O_dif}}$$

Donde:

M_{TOT} , es el momento total de pretensado utilizado en la tabla 4.2

P_{O_dif}, la fuerza de tesado diferida propuesta de inicio

e_{real}, como se ha comentado, corresponde a la excentricidad real del trazado

P_{*_dif}, la fuerza mínima de pretensado extraída del método no-lineal teniendo en cuenta si corresponde al trazado A, B o C.

Para el coeficiente de pretensado se usa $\gamma_p = 1.0$, así como para el gradiente térmico en esta combinación se utiliza $\psi_0 = 0.9$.

Los cálculos se han dividido en dos grupos de tres tablas, según el trazado del cable y si la verificación es para momentos positivos o negativos según las envolventes resultantes.

4.2.6.1. Verificación ELU flexión para momentos POSITIVOS

A							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4205	-0.2296	-0.2796	-0.2296	0.4204	-0.2296	-0.2796
MTOT	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
Ap	11179	11179	11179	11179	11179	11179	11179
As	4825	4825	4825	4825	4825	4825	4825
y	74.90	132.33	132.33	132.33	74.90	132.33	132.33
Mh	846.86	1073.92	2114.00	940.06	1838.15	498.66	1562.23
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15263.16**	**13909.77**	**14731.18**	**13909.77**	**15263.16**	**12266.94**	**14731.18**
Md =	**13168.57**	**7604.44**	**13267.08**	**5821.66**	**15205.54**	**7278.92**	**11160.17**
Mu/Md =	**1.159**	**1.829**	**1.110**	**2.389**	**1.004**	**1.685**	**1.320**

Tabla 4.19. Verificación ELU a Flexión. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado A.

B							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4204	-0.1125	-0.2295	-0.1215	0.4204	-0.1215	-0.2295
MTOT	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
Ap	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8
As	4825	4825	4825	4825	***5650***	4825	4825
y	74.67	131.92	131.92	131.92	76.12	131.92	131.92
Mh	972.72	2394.70	2434.63	1847.39	2164.69	1425.46	1907.21
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15218.47**	**11955.94**	**13871.30**	**12103.27**	**15532.19**	**12103.27**	**13871.30**
Md =	**13294.43**	**6283.66**	**12946.44**	**4914.33**	**15532.07**	**6352.12**	**10815.19**
Mu/Md =	**1.145**	**1.903**	**1.071**	**2.463**	**1.000**	**1.905**	**1.283**

Tabla 4.20. Verificación ELU a Flexión. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado B.

C							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4204	-0.0795	-0.1795	-0.0875	0.4204	-0.0875	-0.1795
MTOT	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
Ap	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6
As	4825	4825	4825	4825	***5850***	4825	4825
y	76.11	134.46	134.46	134.46	77.91	134.46	134.46
Mh	1137.31	2560.22	2844.55	2090.64	2509.88	1565.51	2188.14
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15493.72**	**11599.35**	**13271.95**	**11733.16**	**15882.77**	**11733.16**	**13271.95**
Md =	**13459.03**	**6118.14**	**12536.53**	**4671.09**	**15877.27**	**6212.06**	**10534.26**
Mu/Md =	**1.151**	**1.896**	**1.059**	**2.512**	**1.000**	**1.889**	**1.260**

Tabla 4.21. Verificación ELU a Flexión. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado C.

4.2.6.2. Verificación ELU flexión para momento NEGATIVO

A(Neg)							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4205	-0.2296	-0.2796	-0.2296	0.4204	-0.2296	-0.2796
MTOT	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
Ap	11179	11179	11179	11179	11179	11179	11179
As	4825	4825	4825	4825	4825	4825	4825
y	74.90	155.68	155.68	155.68	74.90	155.68	155.68
Mh	846.86	1073.92	2114.00	940.06	1838.15	498.66	1562.23
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15263.13**	**13693.47**	**14514.88**	**13693.47**	**15263.13**	**12050.64**	**14514.88**
Md =	**4345.05**	**1793.13**	**4532.80**	**1014.85**	**5300.98**	**1736.13**	**5805.28**
Mu/Md =	**3.513**	**7.637**	**3.202**	**13.493**	**2.879**	**6.941**	**2.500**

Tabla 4.22. Verificación ELU a Flexión de momentos Negativos. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado A.

B(Neg)							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4204	-0.1125	-0.2295	-0.1215	0.4204	-0.1215	-0.2295
MTOT	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
Ap	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8
As	4825	4825	4825	4825	4825	4825	4825
y	74.67	131.92	131.92	131.92	74.67	131.92	131.92
Mh	972.72	2394.70	2434.63	1847.39	2164.69	1425.46	1907.21
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15218.47**	**11955.94**	**13871.30**	**12103.27**	**15218.47**	**12103.27**	**13871.30**
Md =	**4470.91**	**472.35**	**4212.17**	**107.52**	**5627.52**	**809.33**	**5460.31**
Mu/Md =	**3.404**	**25.312**	**3.293**	**112.565**	**2.704**	**14.955**	**2.540**

Tabla 4.23. Verificación ELU a Flexión de momentos Negativos. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado B.

C(Neg)							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4204	-0.0795	-0.1795	-0.0875	0.4204	-0.0875	-0.1795
MTOT	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
Ap	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6
As	4825	4825	4825	4825	4825	4825	4825
y	76.11	134.46	158.18	134.46	76.11	134.46	134.46
Mh	1137.31	2560.22	2844.55	2090.64	2509.88	1565.51	2188.14
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15493.72**	**11599.35**	**13048.63**	**11733.16**	**15493.72**	**11733.16**	**13271.95**
Md =	**4635.50**	**306.83**	**3802.25**	**-135.72**	**5972.71**	**669.27**	**5179.37**
Mu/Md =	**3.342**	**37.804**	**3.432**	**-**	**2.594**	**17.531**	**2.562**

Tabla 4.24. Verificación ELU a Flexión de momentos Negativos. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado C.

Cabe destacar que para momentos positivos la sección más crítica es la correspondiente al centro luz del segundo vano (sección 5), en la que se ha tenido que aumentar la armadura pasiva en los trazados B y C puesto que con la armadura mínima impuesta (4825mm2) no satisface el E.L.U. Se ha añadido la armadura necesaria para satisfacer el cálculo, en el caso B: 5650mm^2 (+825mm^2) y para el caso C: 5850mm^2 (+1025mm^2).

Para la verificación ELU de la estructura con momentos negativos vemos que prácticamente el margen que da el Mu es más que suficiente frente a las solicitaciones calculadas (Md negativo), llegando en el peor de los casos a Mu/Md > 2.5.

4.2.6.3. E.L.U. considerando disipación total de momentos hiperestáticos

Como en el caso anterior se procede a la verificación a flexión para la disipación de momentos hiperestáticos.

A							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4205	-0.2296	-0.2796	-0.2296	0.4204	-0.2296	-0.2796
MTOT	-8043.32	7212.8	10263.91	6967.01	-6220.81	6156.49	9250.75
Ap	11179	11179	11179	11179	11179	11179	11179
As	4825	4825	4825	4825	4825	4825	4825
y	74.90	132.33	132.33	132.33	74.90	132.33	132.33
Mh	0	0	0	0	0	0	0
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15263.16**	**13909.77**	**14731.18**	**13909.77**	**15263.16**	**12266.94**	**14731.18**
Md =	**12321.72**	**8678.36**	**15381.08**	**6761.73**	**13367.39**	**7777.58**	**12722.40**
Mu/Md =	**1.239**	**1.603**	**0.958**	**2.057**	**1.142**	**1.577**	**1.158**

Tabla 4.25. Verificación ELU a Flexión sin tener en cuenta el Mh. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado A.

B							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4204	-0.1125	-0.2295	-0.1215	0.4204	-0.1215	-0.2295
MTOT	-7803.59	6980.73	9724.96	6177.62	-5607.1	5400.1	8753.05
Ap	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8	11139.8
As	4825	4825	4825	4825	5650	4825	4825
y	74.67	131.92	131.92	131.92	76.12	131.92	131.92
Mh	0	0	0	0	0	0	0
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15218.47**	**11955.94**	**13871.30**	**12103.27**	**15532.19**	**12103.27**	**13871.30**
Md =	**12321.72**	**8678.36**	**15381.08**	**6761.73**	**13367.39**	**7777.58**	**12722.40**
Mu/Md =	**1.235**	**1.378**	**0.902**	**1.790**	**1.162**	**1.556**	**1.090**

Tabla 4.26. Verificación ELU a Flexión sin tener en cuenta el Mh. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado B.

C							
	Seccion1	**Seccion2**	**Seccion3**	**Seccion4**	**Seccion5**	**Seccion6**	**Seccion7**
e (abs)	0.4204	-0.0795	-0.1795	-0.0875	0.4204	-0.0875	-0.1795
MTOT	-7544.83	6432.2	9227.61	5767.89	-5069.3	4820.79	8043.73
Ap	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6	11381.6
As	4825	4825	4825	4825	*5850*	4825	4825
y	76.11	134.46	134.46	134.46	77.91	134.46	134.46
Mh	0	0	0	0	0	0	0
Tipo Flex	Pos	Neg	Neg	Neg	Pos	Neg	Neg
Mu =	**15493.72**	**11599.35**	**13271.95**	**11733.16**	**15882.77**	**11733.16**	**13271.95**
Md =	**12321.72**	**8678.36**	**15381.08**	**6761.73**	**13367.39**	**7777.58**	**12722.40**
Mu/Md =	**1.257**	**1.337**	**0.863**	**1.735**	**1.188**	**1.509**	**1.043**

Tabla 4.27. Verificación ELU a Flexión sin tener en cuenta el Mh. Representación y cálculo mediante hoja Excel para el trazado C.

En este caso, las secciones 3 y 7 siguen siendo las más perjudicadas. Se ve que la 3 ya no cumple el umbral *Mu/Md > 1*, y no por poco, sino en el peor de los casos (trazado C) por más de 2.000 KNm lo que supone una pérdida importante de la capacidad resistente.

En la siguiente tabla vemos el comportamiento de *Mu/Md* en función de la disipación del momento hiperestático.

Comparación del coef. Mu/Md en función de la disipación de Mh						
1ª	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**	**7ª**
0.106	-0.559	-0.196	**-0.777**	0.188	-0.380	-0.217

Tabla 4.28. Comparación de Mu/Md en función de γ_P para el caso más desfavorable (Trazado C).

Como en el primer caso de estudio se ve que en el peor de los casos, en la sección 4, se está disminuyendo hasta casi 1 punto la relación *Mu/Md* y solamente es favorable para secciones con momento positivo.

Se ha calculado además la armadura pasiva necesaria para verificar E.L.U. en el caso de no tener en cuenta el momento hiperestático en la sección3. Vemos que para compensar *Mu/Md = 0.868,* el aumento de armadura pasiva que se requeriría en el caso es de más de 6000mm^2 sólo para llegar a cumplir E.L.U, es decir *Mu/Md = 1*.

4.2.7. Estado Límite Servicio de Fisuración.

Parámetros de pretensado

$E_P = 190000\ MPa$

$f_{py} = 1690\ MPa$

$f_{pu} = 1860\ MPa$

$f_{pk} = 1390 \cdot 0.80 = 1112\ MPa.$ **Esta es la tensión del cable asumiendo unas pérdidas de pretensado del 20%.**

$$\varepsilon_{Pi} = \frac{f_{pk}}{E_P} = 0.00585$$

$$\varepsilon_{pu} = 0.02$$

$$\varepsilon_{py} = \frac{f_{py}}{E_P} = 0.00889$$

$$E_{P1} = \frac{f_{pu} - f_{py}}{\varepsilon_{pu} - \varepsilon_{py}} = 15308.06\ MPa$$

Parámetros armadura pasiva en todas secciones

$A_{s,min} = 6800mm^2$. En algunas secciones varía en función de la verificación del ELU flexión.

$r_{nom} = 50mm\ ;\ S_m = 150mm$

Así pues se definen las tensiones admisibles: para las fibras de armadura pasiva las tensiones no podrán superar los 160Mpa en tracción, y para el estado tensional del cable de pretensado 1860MPa.

A continuación se muestran los resultados procedentes de la hoja Excel. En ellas, mediante el método planteado en el apartado 2.9.2, se muestran las tensiones en cada fibra incluyendo la tensión del acero de pretensado:

Estado Tensional de las armaduras para la combinación Frecuente. Trazado A							
Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Fibra Superior	28.05	-42.65	-28.36	-34.34	34.33	-44.05	-24.44
Fibra Inferior	-46.22	32.61	37.16	26.23	-73.95	30.47	46.25
Pretensado	-1142.66	-1151.85	-1118.23	-1139.89	-1153.91	-1145.20	-1137.15
Verificación	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*

Tabla 4.29. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente. Trazado A.

Estado Tensional de las armaduras para la combinación Frecuente. Trazado B							
Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Fibra Superior	28.15	-47.47	-35.75	-42.55	33.83	-46.74	-35.28
Fibra Inferior	-42.95	32.90	45.84	17.57	-54.96	45.53	73.83
Pretensado	-1139.37	-1150.90	-1150.01	-1136.56	-1138.44	-1144.41	-1145.02
Verificación	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*

Tabla 4.30. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente. Trazado B.

Estado Tensional de las armaduras para la combinación Frecuente. Trazado C							
Secciones	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Fibra Superior	28.33	-52.09	-42.90	-46.32	35.28	-48.95	-45.04
Fibra Inferior	-41.79	34.35	48.41	29.14	-56.73	33.23	53.10
Pretensado	-1137.64	-1152.64	-1155.17	-1145.97	-1136.85	-1143.93	-1152.00
Verificación	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*	*Cumple*

Tabla 4.31. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente. Trazado C.

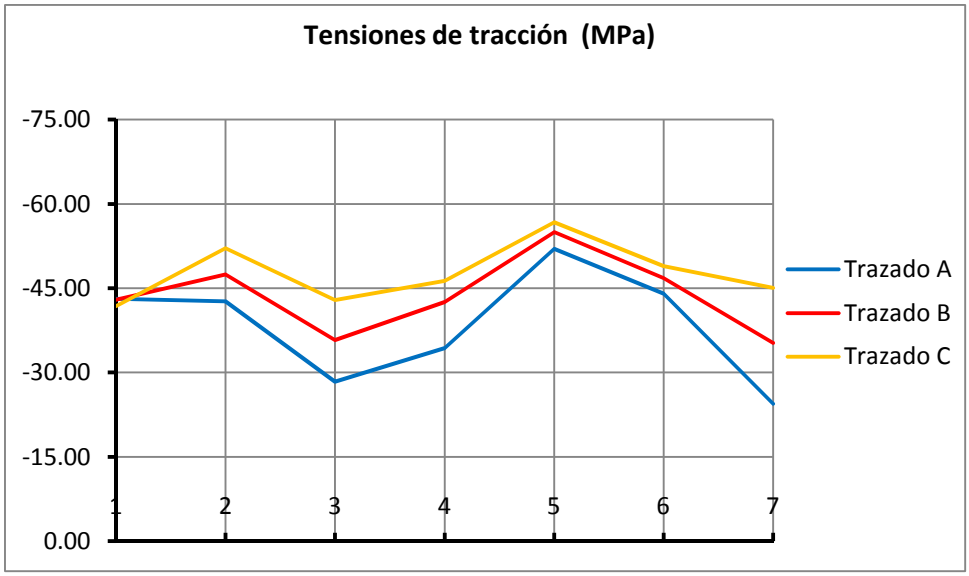

Fig. 4.10. Estado tensional de las armaduras para la combinación frecuente.

4.2.8. Resultados finales

Para el dimensionamiento final del puente, y visto los resultados obtenidos en los apartados anteriores se ha optado por centrar el estudio en la sección más crítica que es la que corresponde a las secciones 7ª de cada trazado. A continuación se muestran dichos resultados.

Sección 7				
Trazado	Pmín	Po	Ap	Ahorro en área %
A	12431	15538.75	11179	11.47
B	12387	15483.75	11139.8	14.54
C	12656	15820	11381.6	16.99

Tabla 4.31. Pmín (KN) y Ap(mm2) de la sección 7

Para este caso de estudio los E.L.U a flexión no se cumplen para los 2 últimos trazados y se ha aumentado la armadura pasiva final. El E.L.S. Fisuración para la combinación frecuente y poco probable cumple. Además, se observa un ahorro considerable en área de pretensado al dimensionar la estructura con el método planteado (no-lineal) que llega a ser del 17% para el trazado C.

La armadura pasiva definitiva para el trazado B y C será de 5650 y 5850mm2 respectivamente manteniendo la Sm de 150mm.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

En este estudio se ha presentado un método para dimensionar puentes continuos de hormigón mediante pretensado parcial de una forma más directa que la que se usa actualmente. De este modo se obtienen soluciones más adecuadas y más económicas.

Para comprobar la bondad del método se ha tenido en cuenta un diseño de puente continuo existente procedente de monografía, ver [14], y se ha comparado posteriormente con el mismo caso modificando únicamente la sección, aligerándola de modo que se han podido comparar ambos resultados.

Del estudio realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El método propuesto para dimensionamiento de tablero continuo de hormigón mediante pretensado parcial es una solución sencilla que se puede realizar mediante hoja de cálculo.

- El modelo planteado da resultados más precisos ya que no se basa en el método de compensación de cargas que es un método de prueba y error, si no que se basa en una solución no-lineal creada mediante barridos en las inecuaciones de Magnel.

- El estudio realizado, diferenciando el tipo de trazado impuesto en la estructura, nos permite comprobar que, para el caso de *trazado A*, que consiste en el trazado con más curvatura de tendones, la fuerza de pretensado necesaria es menor que para el resto de casos, debido a que el trazado impuesto tiene más curvatura y ejerce, con menos fuerza de pretensado, mas momento total de pretensado y a su vez menos momentos hiperestáticos. Por lo que el trazado A es el óptimo de cara al dimensionamiento. Esto se ha visto, prácticamente por igual, en los dos casos de estudio.

- Además se ha comprobado que en ambos casos de estudio los Estados Límite Último y de Servicio se cumplen teniendo en cuenta los resultados del método no-lineal.

- La importancia que tiene la interpretación de los momentos hiperestáticos de cara a la verificación del E.L.U a flexión en puentes continuos visto que no hay un consenso claro en las diferentes normativas.

- La cantidad de acero activo necesario se ve reducido a causa de la disminución de la fuerza de pretensado, por lo que conlleva un ahorro económico. En el caso de estudio I y de trazado A, comparando los resultados obtenidos, este ahorro es del 10.37%. Para el caso de estudio II el ahorro es del 11,47%.

FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

1. Estudio del trazado óptimo mediante métodos matemáticos formales de minimización para corroborar los resultados aquí propuestos.

2. Estudio mediante análisis no-lineal de puentes continuos parcialmente pretensados hasta la rotura y proponer recomendaciones sobre las consideraciones de los hiperestáticos de pretensado.

3. Estudio del comportamiento diferido de puentes continuos de forma detallada, sobre todo de cara las deformaciones.

4. Análisis de las ventajas ambientales del uso del pretensado parcial: análisis de impacto ambiental, reducción de emisiones de CO2.

5. Uso del pretensado parcial como alternativa en el refuerzo de puentes existentes de cara a rehabilitaciones, ampliaciones, ensanche de calzadas, etc.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Fernández, L. "*Tierra sobre agua"* Tomo 2. Colegio de ingenieros de caminos, canales y puertos. Colección de ciencias, humanidades e ingeniería Nº 55. Madrid, 1999.

[2] José. J. "*Caminos en el aire"* Volumen 2. Colegio de ingenieros de caminos, canales y puertos. Colección de ciencias, humanidades e ingeniería Nº 57. Madrid, 2002

[3] European Committee for Standardization, *"Eurocode 2: Design of concrete structures*", Brussels, 2002.

[4] ACI 318-08, *"Building Code Requirements for Structural Concrete"*, Detroit, 2008.

[5] Comisión Permanente del Hormigón, "*Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08"*.Ministerio de Fomento, Madrid, 2008.

[6] AASHTO LRFD, *Bridge Design Specifications.* American Association of State Highway and Transportation Officials. 2005

[7] Murcia, J., Aguado, A., Mari, AR. "*Hormigón armado y pretensado I"*. Edicions UPC, Barcelona 1993.

[8] Murcia, J., Aguado, A., Mari, AR. "*Hormigón armado y pretensado II"*. Edicions UPC, Barcelona 1993.

[9] Bairán, JM., Marí, AR. *"Método para el dimensionamiento de secciones parcialmente pretensadas con fisuración controlada o fatiga".* V congreso de ACHE. Barcelona, 2011.

[10] Bairán, JM., Marí, AR., Duarte, N. *"Comprobación de la seguridad a flexión de puentes continuos de hormigón pretensado".* V congreso de ACHE. Barcelona, 2011.

[11] Claramunt, D. "Criterios simplificados para dimensionamiento de elementos con fisuración controlada", Trabajo Final de Carrera, E.T.S.E. Camins, Canals i Ports de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona, 2010.

[12] García, J. "Dimensionamiento de losas bidireccionales con pretensado parcial". Trabajo Final de Carrera, E.T.S.E. Camins, Canals i Ports de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya Barcelona, 2010.

[13] Páez, A. "Estudio del comportamiento a largo plazo de elementos fisurados parcialmente pretensados". Trabajo Final de Carrera, E.T.S.E. Camins, Canals i Ports de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona, 2011.

[14] CEDEX, "Proyecto de puentes de hormigón: Normativa española y Eurocódigo 2". Tomos 1 y 2. Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, Madrid, 1996

[15] SAP2000 Advanced 14.1.0 Structural Analysis Program. *Computers and Structures, Inc*.